MASTER
NEGATIVE
NO. 91-80014-3

MICROFILMED 1991

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES/NEW YORK

as part of the
"Foundations of Western Civilization Preservation Project"

Funded by the
NATIONAL ENDOWMENT FOR THE HUMANITIES

Reproductions may not be made without permission from
Columbia University Library

COPYRIGHT STATEMENT

The copyright law of the United States -- Title 17, United States Code -- concerns the making of photocopies or other reproductions of copyrighted material...

Columbia University Library reserves the right to refuse to accept a copy order if, in its judgement, fulfillment of the order would involve violation of the copyright law.

AUTHOR:

KRIES, JOHANNES VON

TITLE:

LOGIK: GRUNDZUGE...

PLACE:

TUBINGEN

DATE:

1916

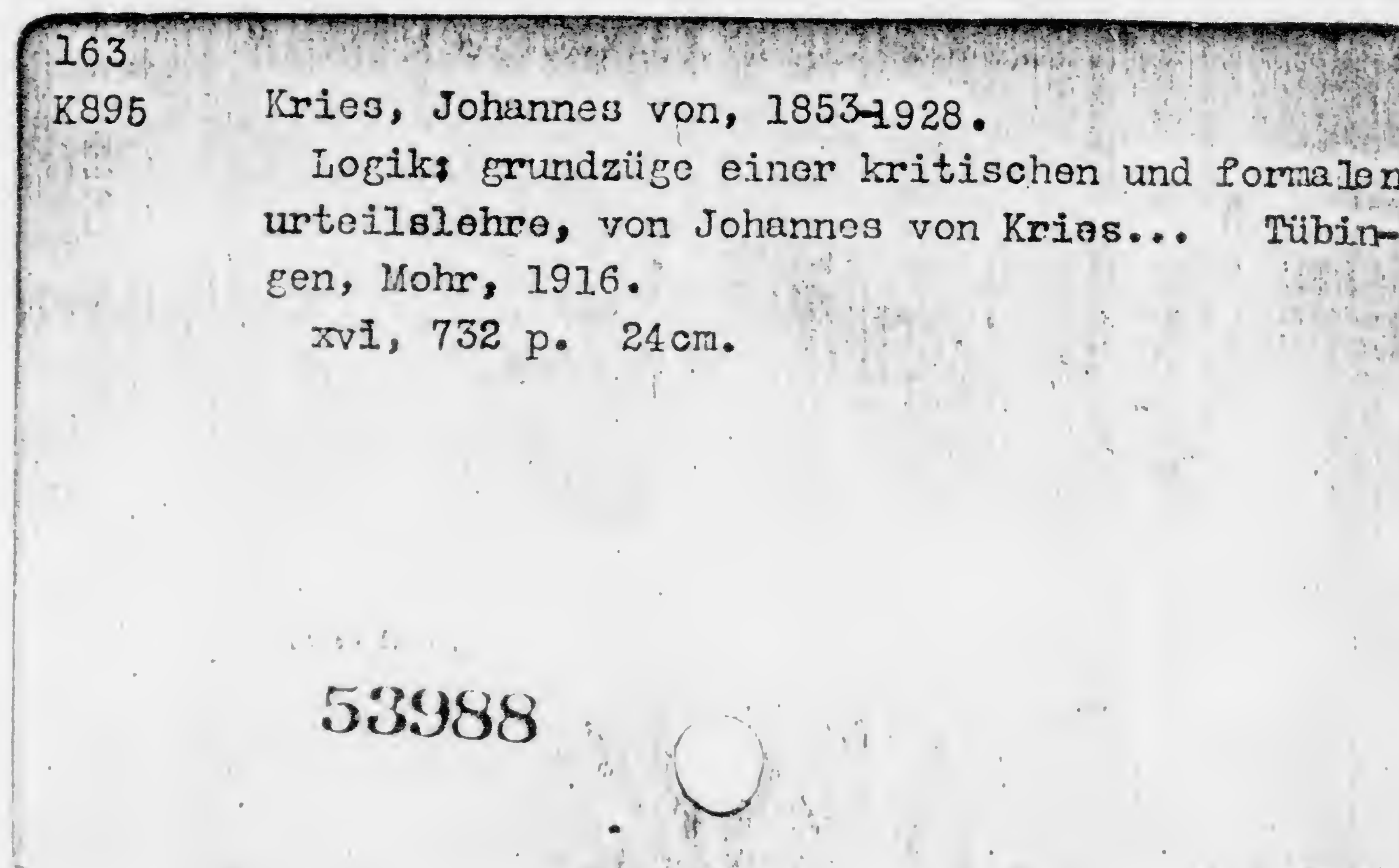
Master Negative #

91-80014-3

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
PRESERVATION DEPARTMENT

BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record

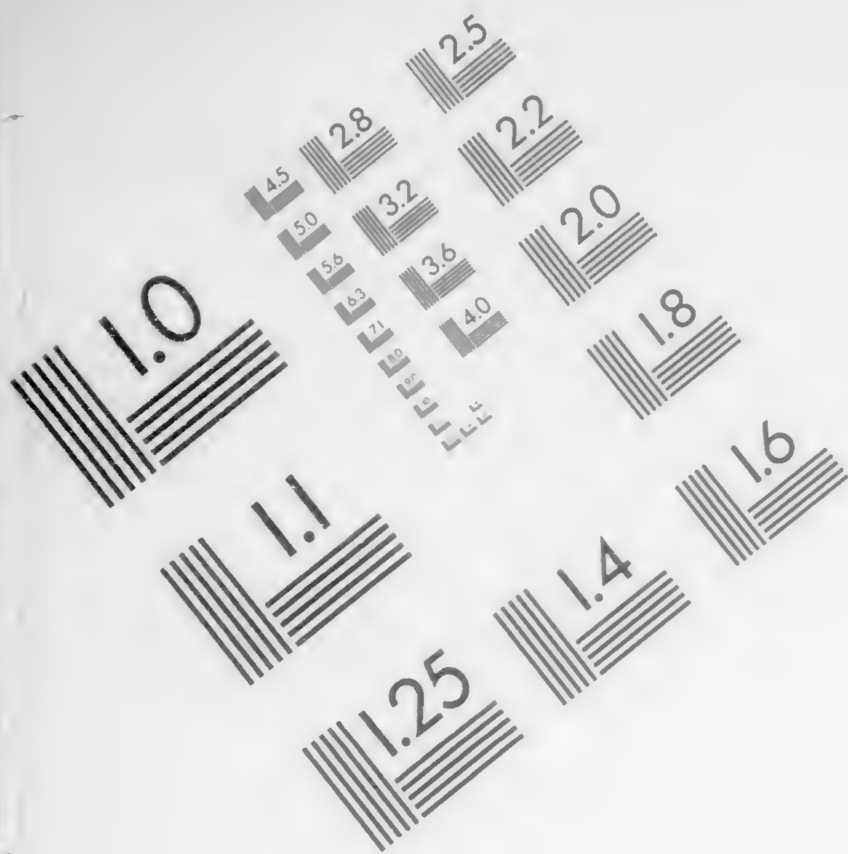

163
K895 Kries, Johannes von, 1853-1928.
Logik; grundzüge einer kritischen und formalen urteilslehre, von Johannes von Kries... Tübingen, Mohr, 1916.
xvi, 732 p. 24cm.

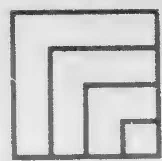
53988

Restrictions on Use:

TECHNICAL MICROFORM DATA

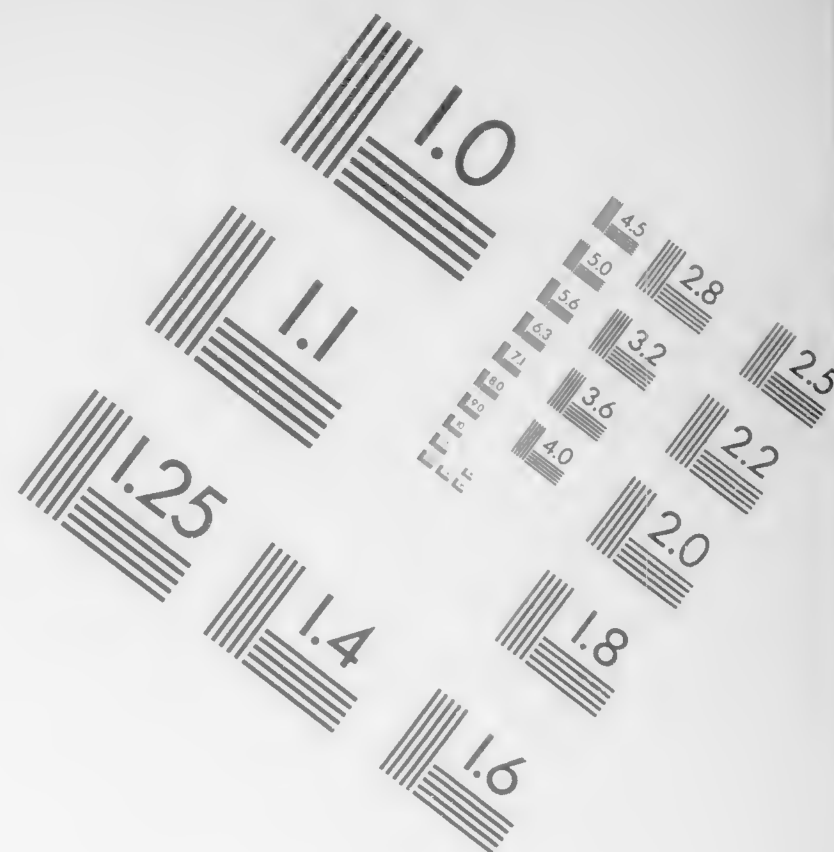
FILM SIZE: 35mm REDUCTION RATIO: 11x
IMAGE PLACEMENT: IA (IIA) IB IIB
DATE FILMED: 4/17/91 INITIALS F.C.
FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT



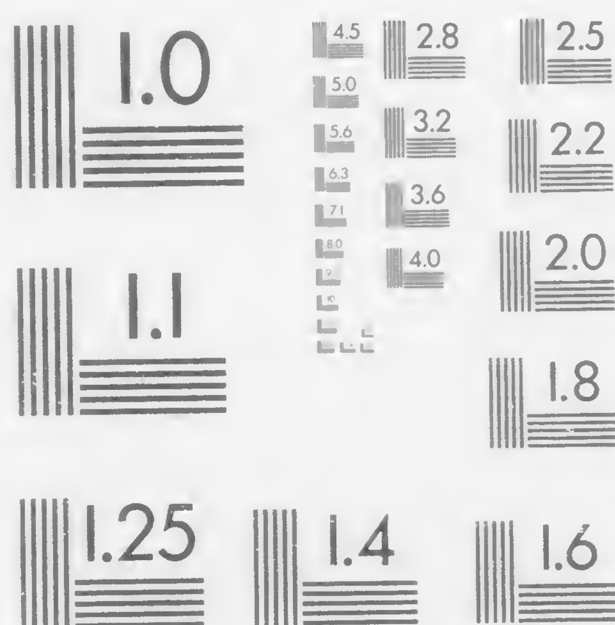


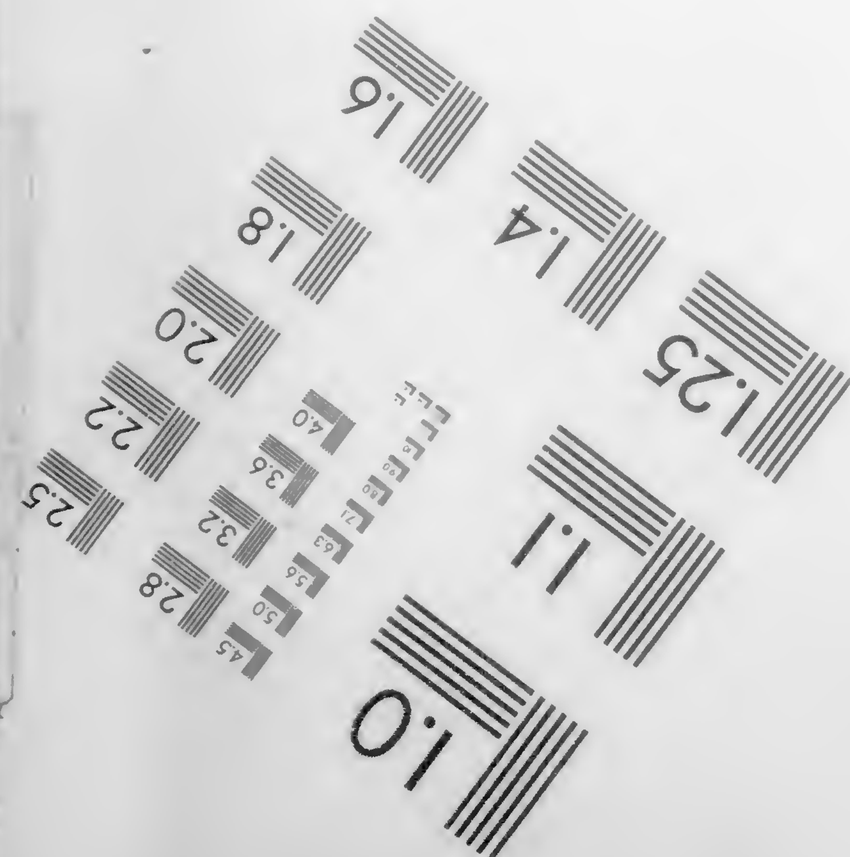
AIIM

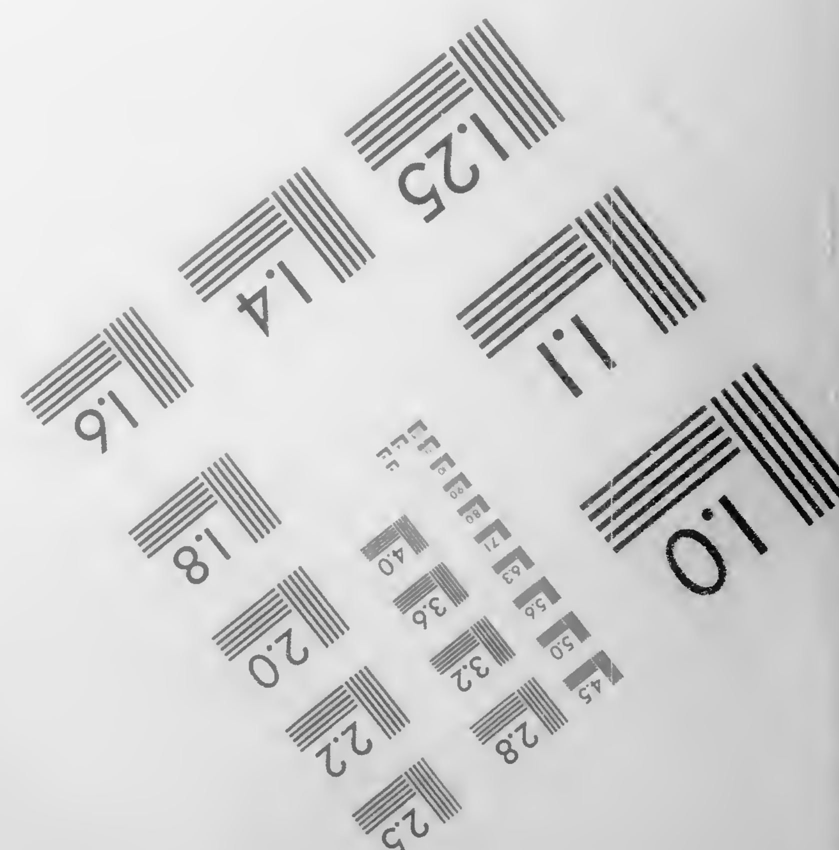
Association for Information and Image Management
1100 Wayne Avenue, Suite 1100
Silver Spring, Maryland 20910
301/587-8202











MANUFACTURED TO AIIM STANDARDS
BY APPLIED IMAGE, INC.



163 K895

Columbia University
in the City of New York
LIBRARY

The
Nathaniel Currier Fund
for the
increase of the Library
Established 1908

OTTO HARRASSOWITZ
BUCHHANDLUNG
LEIPZIG

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARY

This book is due on the date indicated below, or at the expiration of a definite period after the date of borrowing, as provided by the rules of the Library or by special arrangement with the Librarian in charge.

DATE BORROWED	DATE DUE	DATE BORROWED	DATE DUE
26Mar'40			
[illegible]			
[illegible]			
	AUG 4 '51		
[illegible]	[illegible]		

C28(239)M100

Mz Lo

LOGIK

Grundzüge einer kritischen und formalen Urteilslehre

Von

Johannes von Kries,
Dr. phil. h. c. der Universität Erlangen.



Tübingen
Verlag von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck)
1916

Johannes von Kries:

Die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

8. 1886. M. 6.—.

Ueber die Beziehungen der Physik und Physiologie.

Rede gehalten bei der Einweihung des physikalischen und physiologischen Instituts der Universität Freiburg i. B. am 14. Mai 1891.

Gr. 8. 1891. M. —.60.

Studien zur Pulslehre.

Mit 56 Abbildungen im Text und 1 Tafel.

Lex. 8. 1892. M. 7.—.

Zur Organisation der ärztlichen Prüfung.

8. 1893. M. 1.—.

Carl Ludwig †

8. 1895. M. —.80.

Ueber die materiellen Grundlagen der Bewusstseinserscheinungen.

8. 1901. M. 1.—.

LOGIK.

Lex. 8. 1912. M. 7.—, geb. M. 8.20.

Inhalt:

Wilhelm Windelband, Die Prinzipien der Logik.
Josiah Royce, Die Prinzipien der Logik.
Louis Couturat, Die Prinzipien der Logik.
Benedetto Croce, Die Aufgabe der Logik.
Frederigo Enriques, Die Probleme der Logik.
N. Losskij, Die Umgestaltung des Bewusstseinsbegriffes in der modernen Erkenntnistheorie und ihre Bedeutung für die Logik.

Encyclopädie der Philosophischen Wissenschaften. Erster Band.

LOGIK

Grundzüge
einer kritischen und formalen
Urteilslehre

Von

Johannes von Kries,
Dr. phil. h. c. der Universität Erlangen.



Tübingen
Verlag von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck)
1916

24-42117

Alle Rechte, insbesondere das der Uebersetzung, vorbehalten.

163
K895

Druck von H. Laupp jr in Tübingen.

Der
philosophischen Fakultät
der
Universität Erlangen zugeeignet.

7/681.

Vorwort.

Der Inhalt der folgenden Blätter schließt sich einigen älteren Arbeiten von mir zwar größtenteils, aber doch nicht ganz vollständig an, und ich darf daher nicht unterlassen über sein Verhältnis zu diesen hier Einiges vorauszuschicken. Der Gedanke, der den gegenwärtigen Untersuchungen als wichtigster zugrunde liegt, ist eben der, den ich schon vor längerer Zeit in meiner Arbeit „Ueber Real- und Beziehungs-Urteile" (Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie, Bd. XVI S. 253. 1892) entwickelt habe. Wie im Text berührt (S. 4 und 471), ist es mir ratsam erschienen, den damals gewählten Namen der Beziehungs-Urteile durch den der Reflexions-Urteile zu ersetzen, der, wie ich glaube, bezeichnender und Mißverständnissen weniger ausgesetzt ist. Es handelt sich hier lediglich um eine veränderte Benennung; es sind die nämlichen Urteilsarten, die früher mit jenem, jetzt mit diesem Namen bezeichnet werden; auch wird ihr Gegensatz zu den Real-Urteilen durchaus in dem damals schon entwickelten Sinne aufgefaßt. Und so wird denn auch in den folgenden Untersuchungen in der Hauptsache das ausgeführt, was damals schon in Aussicht genommen und in Umrissen skizziert wurde. — Dagegen habe ich in einem anderen Punkte frühere Anschauungen erheblich modifizieren müssen. Schon in den „Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung" (Freiburg 1886) hatte ich die gesetzlich fixierten und die einer solchen Fixierung entzogenen rein tatsächlichen Bestimmungen der Wirklichkeit, die „nomologischen und ontologischen" unterschieden. Ich war damals hauptsächlich von den in der Mechanik geläufigen Anschauungen ausgegangen, nach denen z. B. die Bewegung einer Gruppe von Körpern einerseits durch ein Anziehungsgesetz bestimmt wird, an zweiter Stelle aber durch die einer gesetzlichen Fixierung entzogenen Anfangsbedingungen. Ich hielt dies damals für eine Gegenüberstellung von völlig strenger, logisch endgültiger Bedeutung. Daß dies nicht zutreffend ist, ergab sich mir zunächst bei der Bearbeitung der Urteilslehre nach der formalen Seite; denn es erwies sich als unmöglich, für die Gesetze bestimmte begriffliche Formen festzulegen. Die eindringendere Prüfung des Gesetzes-Begriffes, zu der hierdurch der Anlaß gegeben war, lehrte, daß die Auffassung desselben, die ich als selbstverständlich zugrunde gelegt hatte, überhaupt eine unhaltbare ist, und führte zu derjenigen, die als eine formal-empirische

im Gegensatz zu einer transzendenten bezeichnet wird (S. 104). Auf dem Boden dieser Auffassung ist ohne weiteres ersichtlich, weshalb es nicht berechtigt ist, eine präzise formale Charakterisierung der Gesetze als selbstverständlich zu fordern. Als eine besonders wichtige Folgerung ergibt sich daraus, daß es zum mindesten zweifelhaft ist, ob das den Wirklichkeits-Gesetzen Zuzurechnende sich völlig scharf abgrenzen läßt. Weshalb es trotz dieser Unsicherheit in großem Umfange zulässig und förderlich ist, die Gegenüberstellung des Nomologischen und Ontologischen festzuhalten, wird im Texte dargelegt (S. 117 f.). Für die formale Betrachtung der Real-Urteile aber ergaben sich hierdurch andere und allgemeinere Gesichtspunkte. Und so haben sich denn einige Andeutungen, die der erwähnte Aufsatz in dieser Hinsicht enthielt, wenn nicht als falsch, doch als ungeeignet erwiesen, und ich bin auf manche der dort eingeführten Begriffe hier nicht wieder zurückgekommen.

Die hier gegebene Behandlung der Wahrscheinlichkeits-Theorie deckt sich großenteils mit dem, was ich schon im Jahre 1886 in den Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung ausgeführt habe. Doch hoffe ich, daß Manches durch den allgemeinen Zusammenhang, in den es hier gerückt ist, an Deutlichkeit gewinnen wird. So steht namentlich die Frage nach der zahlenmäßigen Bewertung von Wahrscheinlichkeiten in enger Beziehung zur Auffassung der Mathematik und des mathematischen Gleichheits-Begriffes, zur Lehre von den unbestimmten Begriffen und der daran anknüpfenden von den Vergleichungs-Urteilen, endlich zu den formalen Betrachtungen, durch die sich das disjunktive Urteil einer umfassenderen Klasse von Formen einreiht, wie dies an geeigneter Stelle (insbesondere S. 614 f.) hervorgehoben wird.

Aehnliches gilt noch für einen anderen Gegenstand. In meiner Arbeit „Ueber die Messung intensiver Größen und über das sogen. psychophysische Gesetz“ (Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie Bd. VI S. 257. 1882) ging ich davon aus, daß reale Objekte nur insoweit meßbar sind, als sie (wie räumliche oder zeitliche Strecken) unmittelbar etwas mathematisch Bezeichenbares darstellen oder (wie die Begriffe der theoretischen Physik) durch feste Definitionen auf mathematische Begriffe zurückgeführt werden. Und ich suchte zu zeigen, daß die qualitativen und intensiven Abstufungen psychischer Verhaltungsweisen zwar in großem Umfange den Gegenstand von Vergleichungs-Urteilen bilden können, daß sie aber keine Größenbestimmungen gestatten, die von objektiver Bedeutung sind und in der den mathematischen Axiomen entsprechenden Weise unter einander zusammenhängen, daß sie als solche nicht meßbar sind. Da im Folgenden auf diese Verhältnisse nicht des Genaueren eingegangen wird, so möchte ich wenigstens an dieser Stelle bemerken, daß das damals Dargelegte mir (von unerheblichen Einzelheiten abgesehen) auch gegenwärtig noch zutreffend erscheint, und daß es sich den hier entwickelten allgemeinen Anschauungen in Betreff der Mathematik und der Vergleichungs-Urteile als unmittelbares Ergebnis anschließt.

Trotz der grundsätzlichen Verschiedenheit logischer und psychologischer Betrachtung besteht doch zwischen beiden Gebieten ein mannigfacher Zusammenhang. Und so gibt es denn auch nicht wenige Fragen von psychologischer Natur und Bedeutung, die durch die logische Untersuchung angeregt werden, und deren Klärung auch wiederum dieser in mancherlei Weise zu Gute kommen würde. Eine Anzahl solcher Fragen habe ich in meinem Aufsatze „Zur Psychologie der Urteile“ (Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie Bd. XXIII S. 1. 1899) zu beantworten gesucht. Der Inhalt desselben scheint mir auch für die gegenwärtige systematische Darstellung eine vielfach nützliche Ergänzung zu bilden, die freilich von dem, was man in dieser Hinsicht vielleicht wünschen könnte, zunächst nur einen kleinen Teil bildet.

Im gegenwärtigen Zeitpunkt mit einem Werke philosophischen Inhalts an die Oeffentlichkeit zu treten, mag Vielen als ein wenig ratsames, vielleicht nicht einmal schickliches Wagnis erscheinen. Bedenken dieser Art haben auch mich selbstverständlich bewegt. Sicherlich sind die Interessen, denen meine Arbeit entsprang und auf die sie rechnet, zur Zeit durch andere zurückgedrängt. Indessen wer wollte kleinmütig genug sein, um nicht zu hoffen, daß auch diese Bestrebungen diejenige Stellung im allgemeinen Geistesleben, die ihnen vormals zukam, annähernd einmal wieder gewinnen werden. Freilich kann niemand sagen, wie nah oder fern ein solcher Zeitpunkt liegen mag. Und so wollte mir denn ein Hinausschieben der Veröffentlichung ins Ungewisse um so weniger angezeigt erscheinen, je eindrucksvoller die uns umgebenden Ereignisse auf die Unsicherheit aller menschlichen Dinge hinweisen. — Dem Herrn Verleger aber sei auch an dieser Stelle herzlicher Dank dafür gesagt, daß er die Veröffentlichung des Werkes trotz der Ungunst der Zeiten in liebenswürdiger Bereitwilligkeit unternommen und ermöglicht hat.

Freiburg i. B. im Juni 1916.

Der Verfasser.

Inhalt.

Erster Teil.

Kritische Urteilslehre.

Zweiter Teil.

Formale Urteilslehre.

Dritter Teil.

Zur Wissenschaftslehre.

Anhänge.

Einleitung.

Real- und Reflexions-Urteile. Die Urteile über logischen Zusammenhang. Aufgabe der kritischen Urteilslehre. Das Urteil als psychisch zusammengesetztes Gebilde. Aufgabe der formalen Urteilslehre.

Mehr als in irgendeinem andern Wissenschaftsgebiete zeigt sich bei allen Bearbeitungen der Lehre vom Urteil, daß die besonderen theoretischen Ueberzeugungen, zu denen der Einzelne gelangt, auch für die Art und Weise maßgebend werden, wie er seine Aufgaben auffaßt und abgrenzt. Je nach dem in bestimmten Fragen eingenommenen Standpunkt haben die Untersucher Logik, Erkenntnistheorie, Psychologie des Denkens für zusammengehörig, wohl gar identisch, oder wiederum für so heterogen gehalten, daß ihre sorgfältigste Auseinanderhaltung als besonders wichtig gefordert wurde. Nicht minder ist auch Inhalt und Aufgabe der mit jenen Namen zu bezeichnenden wissenschaftlichen Disziplinen in der verschiedensten Weise aufgefaßt worden. Es ist aus diesem Grunde nicht wohl möglich, die den nachfolgenden Untersuchungen gestellte Aufgabe in Kürze zu bezeichnen, ohne die Ergebnisse derselben vorgreifend zu verwerten und uns auf sie zu stützen. Indem ich also eine genauere Bezeichnung der verfolgten Ziele zunächst verschiebe, wende ich mich sogleich zur Besprechung eines bestimmten, in der gesamten Urteilslehre, wie ich glaube, hervorragend wichtigen Punktes, dessen Klarlegung für unsere ganze Untersuchung und auch für die Art, wie wir ihre Aufgabe bestimmen, von entscheidender Bedeutung ist.

Ueberblickt man in einiger Vollständigkeit die mannigfaltigen verschiedenen in unserem Denken vorkommenden Urteile, so läßt sich bemerken, daß sie nach der Art ihres Inhalts oder der Natur dessen, was sie aussagen, in zwei Klassen zerfallen, deren jede zwar auch mancherlei Verschiedenes, aber doch durch eine gewisse Gleichartigkeit Zusammengehöriges in sich vereinigt.

Die eine derselben kann dahin charakterisiert werden, daß sie auf eine Beschreibung der *Wirklichkeit* gerichtet ist, auf eine Angabe, wie die Dinge sich verhalten oder was sich zugetragen hat (Konstanz liegt am Bodensee, Friedrich der Große starb 1786). Ich will diese Urteile als *Real-Urteile* bezeichnen. Ihr Inhalt entspricht so sehr dem, was die populäre, allgemein geläufige Anschauung in erster Linie wenn nicht ausschließlich als die Meinung eines Urteils zu betrach-

ten gewohnt ist, daß er zunächst einer genaueren Erläuterung kaum bedarf.

Die andere Klasse ist dem populären Bewußtsein weit weniger geläufig, und es bedarf einer eindringenderen Ueberlegung, um das, was sie im Gegensatz zu der erstgenannten auszeichnet, deutlich zu machen. Wenn wir in der Weise des sog. analytischen Urteils von einem Begriffe das aussagen, was zu seinem Inhalt gehört, was wir von vornherein schon in ihn gelegt haben („der Kreis ist eben"), so bemerken wir, daß hier eine, wie man etwa sagen kann, rein interne Beziehung von Vorstellungen ausgedrückt wird, wobei zunächst auf irgendwelche der Wirklichkeit angehörige Dinge, auf die sie etwa angewendet werden könnten, gar kein Bezug genommen ist. Man ersieht hier, daß es Vorstellungen oder Bewußtseins-Inhalte gibt, die als solche eine bestimmte, in der Form eines Urteils ausdrückbare Beziehung besitzen. — In ganz ähnlicher Weise zeigt sich dies bei einer auch in sonstigen Hinsichten vielfach den analytischen parallel gehenden Art von Urteilen. Wenn wir eine bestimmte, im gegenwärtigen Augenblick gesehene Farbe als Rot bezeichnen, so drücken wir das Verhältnis eines Einzelnen zu einer im Gedächtnis aufbewahrten „Allgemeinvorstellung" aus [1]). Es handelt sich hier um ein andersartiges Verhältnis der in das Urteil eingehenden Elemente als im ersteren Falle; aber ganz wie dort wird auch hier eine bestimmte, zwei Bewußtseinsinhalten als solchen zukommende Beziehung in der Form des Urteils ausgesprochen.

Da die in diesem letzteren Falle ausgesagte Beziehung, die des jeweils gegebenen Einzelnen zu einer es umfassenden Allgemeinvorstellung, uns sehr vielfach beschäftigen wird, eine kurze technische Bezeichnung für sie daher erwünscht, aber meines Wissens bis jetzt nicht eingebürgert ist, so möchte ich gleich hier für sie die Benennung der Inzidenz einführen [2]).

Zwischen den eben erwähnten, dem analytischen und Inzidenz-Urteil einerseits und den Real-Urteilen anderseits, findet nun, abgesehen von dem Unterschied in der Natur ihrer Bedeutung, aber offenbar in genauem Zusammenhange mit ihm, noch ein weiterer statt, der die Art ihrer Geltung betrifft oder, wie wir auch wohl sagen können, die Natur der Ueberzeugung, mit der wir sie aussprechen. Die Beziehung zweier Vorstellungen, wie wir sie im analytischen oder Inzidenz-Urteil ausdrücken, ist mit diesen Vorstellungen selbst in einer ohne weiteres ersichtlichen Weise gegeben. Wir können also solchen Urteilen eine un-

[1]) Ich benutze hier diesen Ausdruck in dem von Sigwart eingeführten und festgelegten Sinne.

[2]) Für das eine solche Beziehung ausdrückende Urteil können wir auch die hergebrachte Bezeichnung der Subsumtion verwenden. Doch muß dabei beachtet werden, daß in der Form der Subsumtion, der Zurechnung eines Einzelnen zu einer Gesamtheit, nicht allein die eine Inzidenz aussagenden, sondern auch mancherlei andere (mathematische sowohl wie auch reale) Verhältnisse ausgedrückt werden.

mittelbare und eigenartige, dabei endgültige, nicht weiter abzuleitende Evidenz zuschreiben.

Bei den Real-Urteilen liegt in der Geltung etwas Spezifisches, was zu denjenigen Vorstellungen, durch die wir das Wirklichkeits-Verhalten bezeichnen, hinzutritt, und was wir eben als den Wirklichkeits-Gedanken bezeichnen können. Es liegt in der Natur der Sache, daß wir ihn und seine Bedeutung nicht etwa durch eine Definition klarlegen können. Wir können aber wohl als eine besonders charakteristische Eigentümlichkeit den stets bemerkbaren Eindruck hervorheben, daß in irgendeinem Sinne auch ein Anders-Verhalten denkbar erscheint. Dies gilt insbesondere auch von denjenigen Real-Urteilen, die gerade wegen der ihnen zukommenden unmittelbaren und vollkommenen Gewißheit eine ausgezeichnete Stellung innerhalb des ganzen Real-Wissens einnehmen, denjenigen nämlich, durch die wir unsere eigenen im Augenblick erlebten psychischen Zustände lediglich als Zustände unseres eigenen Selbst konstatieren. Indem wir sagen „ich empfinde Schmerz", nehmen wir von dem eben erlebten Verhalten des eigenen Ich Akt. Eine solche Konstatierung ist etwas, was sich uns mit unmittelbarer und endgültiger Gewißheit aufdrängt. Gleichwohl unterscheiden wir bei einiger Aufmerksamkeit die Art der hier stattfindenden Geltung doch sehr wohl von der andern, die den vorhin angeführten, dem analytischen und Inzidenz-Urteil zukommt. Ich fühle Schmerz; es ist tatsächlich so. Aber eben dies, daß es sich tatsächlich so verhält, ist etwas, was zu dem Inhalt der Vorstellung als etwas Besonderes hinzutritt. Auch in diesem Urteil bemerken wir das spezifische und nicht weiter zu analysierende der Tatsächlichkeit, des wirklichen Erlebens, und unterscheiden die hier stattfindende Gewißheit von der inneren Evidenz, die einem Urteil der anderen Art zukommt.

Für diese letzteren (die hier zunächst durch das analytische Urteil und dasjenige der Inzidenz erläutert wurden) einen ganz bezeichnenden Namen zu finden, wird immer schwierig sein, teils weil es nicht leicht gelingt, ihre oben hervorgehobenen Eigentümlichkeiten durch ein kurzes Wort zum Ausdruck zu bringen, teils auch weil sie vorzugsweise scharf und greifbar gerade durch den negativen Umstand gekennzeichnet sind, daß sie keine Wirklichkeitsgestaltung besagen, und demgemäß ihre deutliche Erfassung mit dem Verständnis dessen, was wir Real-Urteil nennen, untrennbar verknüpft ist. Ich will im Folgenden für diese den Real-Urteilen gegenüberzustellende Klasse von Urteilen den Ausdruck der Reflexions-Urteile benutzen. Denn mit dem Namen der Reflexion bezeichnen wir wohl am treffendsten die kombinierende, zusammenhaltende Erwägung verschiedener Vorstellungen, die jenen Urteilen zugrunde liegt und deren Ergebnis in ihnen ausgedrückt wird; und auch der Gegensatz zu dem den Real-Urteilen eigenen Wirklichkeits-Gedanken dürfte hierbei in genügender Weise angedeutet sein [1]).

[1]) In einer älteren Arbeit (Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philoso-

Mit den beiden zunächst als Beispiel zur Erläuterung der ganzen Klasse herangezogenen Arten, dem analytischen und dem Inzidenz-Urteil ist nun die Gesamtheit der Reflexions-Urteile keineswegs erschöpft. Eine vollständigere Darstellung derselben wird die Aufgabe des nächsten Kapitels sein. Hier muß jedoch sogleich einiges weitere in Bezug auf sie angeschlossen werden. Zunächst sei bemerkt, daß sich die Sätze der Mathematik trotz mancher Schwierigkeit, die sich gerade in Bezug auf sie ergibt, bei sorgfältiger Betrachtung als Reflexions-Urteile herausstellen, und hierin auch die m. E. richtige und sichere Grundlage für ihre erkenntnistheoretische Stellung gewonnen wird. — Sodann haben wir hier sogleich als eine besondere Art von Reflexions-Urteilen diejenigen zu erwähnen, die einen logischen Zusammenhang (Geltungs-Zusammenhang) verschiedener Urteile besagen. Als Beispiel sei zunächst das im deduktiven Schluß gegebene Verhältnis angeführt. Indem die Geltung der Conclusio als logische Konsequenz der Geltung der Prämissen hingestellt wird, heben wir in der Tat wieder um eine innere Beziehung besonderer Art hervor, die zwischen diesen Urteilen besteht. Auch hier sind die oben erwähnten Merkmale des Reflexions-Urteils leicht zu bestätigen.

Von größerer Wichtigkeit ist eine andere hier gleichfalls sofort zu erwähnende Art logischer Zusammenhangs-Urteile. Erwägen wir das Verhältnis analytischer Urteile zu irgendwelchen Real-Urteilen, so bemerken wir einen weiteren, oben noch nicht berührten Umstand. Mit der prinzipiellen Differenz der Aussageart, die zwischen Reflexions- und Real-Urteil stattfindet, ist auch in einer wiederum unmittelbar und zwingend ersichtlichen Weise das Fehlen, die Unmöglichkeit gewisser Geltungs-Zusammenhänge gegeben. Man übersieht einerseits, daß allein aus Reflexions-Urteilen, eben weil sie lediglich interne Vorstellungsbeziehungen besagen, niemals und unter keinen Umständen ein Wirklichkeits-Urteil als logische Konsequenz sich ergeben kann. Man bemerkt anderseits, daß die den Reflexions-Urteilen zukommende direkte Evidenz namentlich auch als eine logische Unabhängigkeit von allem in Real-Urteilen Darzustellenden, von allem Erfahrungswissen sich bezeichnen läßt. Die Statuierung dieser den logischen Zusammenhang gewisser Urteilsklassen betreffenden Verhältnisse ist selbst eine besondere Art, ebenso wie die anderen direkt evidenter, Reflexions-Urteile.

phie, XVI S. 253. 1895) habe ich im gleichen Sinne den Ausdruck „Beziehungs-Urteile" verwendet, ohne zu übersehen, daß das, worauf es ankommt, hierdurch nur unvollkommen bezeichnet wird. Denn es kommt in dem Namen nicht genügend zur Geltung, daß der Sinn des Urteils sich in einer internen Vorstellungsbeziehung erschöpfen soll; in einem andern Sinne handelt natürlich auch das Real-Urteil von Beziehungen. Es erscheint mir aus diesem Grunde geraten, die damals gewählte Benennung fallen zu lassen, um so mehr, da (wie an späterer Stelle zu berühren sein wird) die Gewöhnung, Real-Urteile nach der Art des als Aussage hervorgehobenen Satzteils zu unterscheiden, andere Autoren dazu geführt hat, das Wort Beziehungs-Urteil in einem von dem meinigen ganz verschiedenen Sinne zu gebrauchen; ein Umstand, der auch zu mancherlei Mißverständnissen des damals von mir Dargelegten geführt hat.

Gehen wir davon aus (was im folgenden Kapitel zu erweisen sein wird), daß in ähnlicher Weise die Sätze der Mathematik als Reflexions-Urteile von den Erfahrungs-Urteilen logisch unabhängig sind, so bemerkt man, daß wir es in den Aussagen dieser Art, in den die logischen Zusammenhänge verschiedener Urteile und Urteilsklassen betreffenden Reflexions-Urteilen mit Sätzen von hervorragender Bedeutung zu tun haben. Es läßt sich nun vermuten, und der weitere Gang unserer Untersuchungen wird es bestätigen, daß ähnliche Einblicke in die logischen Zusammenhänge unserer Urteile in größerem Umfange gewonnen werden können. Und wir gelangen hiermit zur Festlegung eines bestimmten Untersuchungszieles, einer ganz bestimmten wissenschaftlichen Aufgabe: sie besteht in einer systematischen Darstellung der der Gesamtheit unseres Wissens zukommenden logischen Zusammenhänge.

Eben diese Aufgabe ist es, die den nachfolgenden Untersuchungen in erster Linie gestellt und deren Behandlung der erste Abschnitt gewidmet ist. Die Sätze, in denen sich eine solche Untersuchung bewegt und auf deren Gewinnung sie gerichtet ist, sind Aussagen über logische Zusammenhänge, somit Reflexions-Urteile eben der hier in Rede stehenden Art, wodurch der logische Charakter der Untersuchung selbst sich bestimmt. Diese Bestimmung genügt auch, um, was ja in mancher Hinsicht besonders wichtig ist, sie den Untersuchungen über irgendwelches psychologische Geschehen, namentlich einer Psychologie der Denkvorgänge gegenüberzustellen. Eine solche würde es mit Real-Urteilen zu tun haben, und von ihr ist daher die ins Auge gefaßte Untersuchung grundsätzlich verschieden. Was ihre Ziele im speziellen angeht, so würde sie in erster Linie diejenigen Urteile, denen eine endgültige und zwingende Gewißheit zukommt, anzugeben und, soweit dies erforderlich, das Bestehen einer solchen Gewißheit klarzulegen und außer Zweifel zu stellen haben. Sie würde dann weiter den Zusammenhang unserer Urteile teils mit jenen, als Fundament unseres Wissens zu bezeichnenden Einsichten, teils untereinander darzustellen haben, in einer Weise, deren genauere Gestaltung sich im voraus nicht festlegen läßt, schon weil jedenfalls daran gedacht werden muß, daß, abgesehen von den hier zunächst ins Auge gefaßten, auch noch andere Arten des logischen Zusammenhanges in Frage kommen könnten.

Eine dieser Aufgabe gewidmete Urteilslehre wird, wenn wir einen kurzen Namen für sie haben wollen, am treffendsten als eine kritische zu bezeichnen sein. Denn was ihr obliegt, hat ohne Zweifel trotz großer, durch unsere Betrachtungsweise bedingter Unterschiede, die nächsten Berührungen mit dem, was man als Erkenntniskritik zu bezeichnen gewohnt ist; und das hier Unternommene darf wohl, gleich allen diesen Bestrebungen, als Versuch des Fortgangs auf dem Wege bezeichnet werden, den uns seinerzeit Kant mit der Kritik der reinen Vernunft eröffnet hat, so daß auch dem historischen Zusammenhange

gemäß das Festhalten der damals eingeführten Bezeichnung gerechtfertigt erscheint.

Einiges wenige mag in Bezug auf die der kritischen Urteilslehre zu stellende Aufgabe noch gleich vorangeschickt werden. Zunächst ist zu berücksichtigen, daß die Gesamtheit des Wissens nicht etwas unmittelbar Aufzeigbares und ohne weiteres Gegebenes darstellt, schon weil sie immer nur sukzessive und in Teilen zum Bewußtsein gebracht werden kann. Die hier als Gesamtheit des Wissens in Betracht gezogene Summe von Urteilen stellt also in gewisser Hinsicht eine psychologische Fiktion dar. Wir werden auf diese Verhältnisse an späterer Stelle etwas genauer einzugehen haben und es wird sich dann zeigen, daß es zulässig und ratsam ist, hier zunächst von ihnen abzusehen. — Sodann versteht es sich, daß wir nicht daran denken können, hier die Gesamtheit unserer Urteile in ihrer unübersehbaren Detailfülle ins Auge zu fassen und alle Einzelheiten logischer Zusammenhänge zusammenfassend darzustellen. Nur soweit sich solche Zusammenhänge in allgemeiner Form nachweisen lassen, wird ihre Betrachtung in der Form einer gerade darauf gerichteten Untersuchung angebracht sein. Nur eine Darstellung von logischen Zusammenhängen mehr oder weniger allgemeiner Bedeutung werden wir also als die Aufgabe einer kritischen Urteilslehre bezeichnen dürfen. Im Grunde kann daher erst die Behandlung der Aufgabe zeigen, daß es derartige allgemeine, den logischen Zusammenhang unseres Wissens betreffende Aufstellungen gibt, die sich als eine kritische Urteilslehre bezeichnen und von den wissenschaftlichen Einzeldisziplinen zweckmäßig absondern lassen. Wie weit aber mit Rücksicht hierauf die Untersuchung zu erstrecken oder wie sie abzugrenzen ist, läßt sich im voraus nicht angeben. — Endlich ist zu bemerken, daß, obgleich dem Gesagten zufolge die kritische Urteilslehre in letzter Instanz gewisse Verhältnisse logischen Zusammenhanges darstellt und, wie sich zeigen wird, diese ihre Ergebnisse oder ihr eigentlicher Inhalt in wenigen Sätzen sich zusammenfassen lassen, doch die ganze Aufgabe verwickelter und schwieriger ist, als man im voraus, und auch als man, von den relativ einfachen Ergebnissen schließlich zurückblickend, glauben sollte. Es liegt dies hauptsächlich daran, daß es unumgänglich ist, die sich bietenden Ergebnisse in den verschiedensten Richtungen zu verfolgen und zu prüfen, sodann aber auch daran, daß die Klarlegung einer Reihe psychologischer Verhältnisse teils als Grundlage für die eigentlich maßgebenden Betrachtungen, teils zur Sicherung gegenüber von Mißverständnissen und Verwechslungen geboten erscheint. Diese Verhältnisse sind es, die die Lösung der hier gestellten Aufgabe zu einer mehr oder weniger ausgedehnten und nicht überall einfachen Untersuchung gestalten [1]).

Von alters her ist die Einsicht geläufig, daß in jedem Urteil eine Anzahl verschiedener Vorstellungselemente irgendwie vereinigt seien.

[1]) Vgl. hierüber die Bemerkungen in Kap. 22.

Die Frage, welches diese im Urteil verknüpften Elemente und welches die Art ihrer Verbindung sei, glaubte die ältere Logik durch die Unterscheidung von Subjekts- und Prädikatsbegriff genügend beantwortet zu haben, wonach das Urteil eben darin bestünde, daß der Prädikatsbegriff vom Subjekt „ausgesagt" werde. Die Unzulänglichkeit dieser Anschauung hat sich in neuerer Zeit immer deutlicher herausgestellt und kann in der Tat nicht bezweifelt werden. Läßt sie doch nicht einmal erkennen, welcher Begriff von irgendeinem anderen überhaupt sinnvoll ausgesagt werden kann. Die Frage nach den im Urteil vereinigten oder in ihm zu unterscheidenden Elementen, die Frage, wie wir es auch ausdrücken können, nach dem formalen Bau des Urteils ist zurzeit wohl kaum in befriedigender Weise gelöst. Wie ich glaube, kann sie auch (soweit sie überhaupt eine bestimmte Lösung zuläßt) nur unter Berücksichtigung der vorhin entwickelten, auf die logische Natur oder den Behauptungsinhalt gehenden Unterscheidung mit Erfolg behandelt werden. Sie kann ferner, wie ich glaube, auch nicht unternommen werden, ohne dabei Natur und Bedeutung der in das Urteil eingehenden Elemente, das begriffliche Material, das wir überhaupt zur Bildung von Urteilen verwenden können, in spezieller Weise zu berücksichtigen. Und es wird daher unerläßlich sein, uns auch über dieses begriffliche Material eine gewisse Uebersicht zu verschaffen. Auf dieser Grundlage soll versucht werden, die Frage nach dem Bau und der Zusammensetzung des Urteils zu lösen, wobei freilich besonders auch zu erwägen sein wird, ob und wieweit diese Frage überhaupt eine ganz bestimmte Antwort gestattet.

Wir können diesen Teil unserer Untersuchung, der den Inhalt des zweiten Abschnittes bildet, wohl eine formale Urteilslehre nennen. Allerdings ist zu bemerken, daß, eben weil sich unsere Auffassung vom begrifflichen Bau des Urteils gegenüber früheren Anschauungen erheblich verschoben hat, auch die hier als eine formale bezeichnete Aufgabe sich nur teilweise mit dem deckt, was man als eine formale Behandlung des Urteils, insbesondere als formale Logik zu bezeichnen gewohnt ist.

Im dritten Abschnitt sollen endlich eine Anzahl von Wissensgebieten unter den aus der kritischen Urteilslehre sich ergebenden Gesichtspunkten einer etwas spezielleren Besprechung unterzogen werden. Es wird sich dabei hauptsächlich um die Fragen der Zusammenordnung unseres Wissens in einzelnen Disziplinen, zum Teil auch um kritische Erwägungen speziellerer Art, im ganzen aber um eine nicht einheitlich zu bezeichnende oder systematisch zu behandelnde Aufgabe, sondern um die Erörterung einer Anzahl einigermaßen willkürlich gewählter Gegenstände handeln, die mir als Erläuterung und Ergänzung der systematischen Darstellung empfehlenswert erschienen ist. — Endlich muß hier erwähnt werden, daß in unseren ganzen nachfolgenden Betrachtungen ein Gegenstand grundsätzlich ausgeschlossen ist, nämlich die

Werturteile. Die gesamten Urteile ästhetischer oder ethischer Billigung und Mißbilligung sind, wiewohl ja auch, namentlich im alltäglichen Sprachgebrauch, mit dem Namen der Urteile bezeichnet, doch von den oben erwähnten Urteilen im engeren Sinne in einer unmittelbar ersichtlichen Weise verschieden. Auch ist es eine der Erkenntnislehre seit geraumer Zeit geläufige und wohl anerkannte Tatsache, daß sie von jenen in jeder Hinsicht sorgfältig gesondert werden müssen. Wir werden uns im Folgenden mit ihnen, abgesehen von einigen kurzen, gerade diesen Gegensatz betreffenden Bemerkungen, nicht befassen.

Erster Teil.

Kritische Urteilslehre.

Erstes Kapitel.

Die Reflexions-Urteile.

Logische und mathematische Reflexions-Urteile. Urteile der Vergleichung und der psychologischen Analyse.

Wir wenden uns zu einer eingehenderen Besprechung der Reflexions-Urteile, die allerdings (der innere Zusammenhang der verschiedenen Gebiete bringt dies mit sich) an mehreren Stellen auch nur eine vorläufige sein kann. Dies gilt sogleich von der hier, wie oben, an die Spitze zu stellenden Art, den analytischen Urteilen. Das analytische Urteil entspricht naturgemäß einer synthetischen Begriffsbildung. Fügen wir irgendwelche Vorstellungselemente zur Bildung eines Begriffes zusammen, so kann wenigstens vielfach das einzelne jener Elemente von dem Begriffe in Form eines analytischen Urteiles ausgesagt werden. Wir können uns dies an der von der älteren Logik mit Vorliebe behandelten Art der Begriffsbildung leicht veranschaulichen. Nehmen wir die synthetische Begriffsbildung als eine Zusammenfügung von „Merkmalen", so kann irgend einem Begriffe jedes einzelne der Merkmale, aus denen er aufgebaut ist, analytisch zugesprochen werden. Bei einer systematisch fortschreitenden Einteilung kann man dabei für jeden Begriff genus proximum und differentia specifica angeben. Sind unter Säugern die Wirbeltiere verstanden, die lebendige Junge gebären, so kann einerseits gesagt werden: alle Säuger sind Wirbeltiere, anderseits: alle Säuger gebären lebendige Junge. Wir werden später zu zeigen haben, daß wir in der Annahme einer Aggregierung von „Merkmalen" nur eine sehr ungenügende Vorstellung von den Modalitäten einer synthetischen Begriffsbildung haben. Und es wird demgemäß zu fragen sein, welche Elemente überhaupt zur Bildung eines Begriffes zusammengefügt werden können, ob es sich um eine einfache Aggregierung untereinander gleichartiger und gleichwertiger Bestandteile oder um eine organische Verbindung von funktionell verschiedenen Bestandteilen handelt. Naturgemäß können gerade diese

Fragen nicht behandelt werden, ehe in Bezug auf die formalen Verhältnisse des Urteils eine Reihe von Ergebnissen gewonnen ist. Es kann daher hier nur konstatiert werden, daß es analytische Urteile, die von dem synthetisch gebildeten Begriff irgend ein einzelnes in diese Bildung einbezogenes Element aussagen, jedenfalls gibt. Auch genügt dies, um erkennen zu lassen, wie gerade im analytischen Urteil das, was wir als charakteristische Eigentümlichkeit des Reflexions-Urteils heraushoben, in besonders einfacher Weise gegeben ist: es besagt eine innere Beziehung, die zwischen dem synthetischen Begriff und den in seine Bildung eingehenden Elementen stattfindet; und diesem Umstande entspricht die unmittelbare Evidenz, mit der wir seine Richtigkeit einsehen.

Eine etwas eingehendere Besprechung erfordern die Inzidenz-Urteile, die wir hier als zweite Gruppe der Reflexions-Urteile anschließen. Betrachtet man ein Urteil der vorhin als Beispiel benutzten Art (diese Farbe ist rot), so sieht man, daß dieses zu der Bildung von Allgemeinvorstellungen in dem nämlichen Verhältnis steht, wie das analytische Urteil zur synthetischen Begriffsbildung. Es wird hier zunächst zu bemerken sein, daß diese Fähigkeit unserem gesamten Vorstellungsmaterial gegenüber die weitgehendste und mannigfaltigste Anwendung findet. Wohl überall, wo zwei Bewußtseinsinhalte in irgendeinem Sinne als gleichartig oder ähnlich aufgefaßt werden können, gelingt uns auch die Bildung einer allgemeineren Vorstellung, welcher sie beide als Spezimina angehören. Dies gilt nicht nur, wie im obigen Beispiel, von Empfindungen; es gilt ebenso auch von den zwischen Empfindungen bestehenden Verhältnissen und Beziehungen; es gilt nicht minder von den verwickelteren Vorgängen unseres Seelenlebens und Gegenständen des Denkens. Ebenso wie die Vorstellung Rot sich aus einer Anzahl mehr oder weniger ähnlicher Empfindungen entwickelt, so entwickelt sich auch der Begriff des Unfalls, des Urteils, der Störung usw. aus einer Reihe irgendwie untereinander verwandter psychologischer Vorgänge oder Funktionen. Und in beiden Fällen ist auch das Verhalten eines neuen, den früheren ähnlichen oder verwandten Elementes zu dem durch den allgemeinen Ausdruck bezeichneten Ergebnis das gleiche, eben dasjenige, was als der Eindruck der Zugehörigkeit in dem Inzidenz-Urteil ausgesagt wird.

Im Hinblick auf diese große Mannigfaltigkeit trage ich Bedenken, an dem oben benutzten Ausdruck der Allgemeinvorstellungen festzuhalten. Derselbe ist von Sigwart zunächst nur für den Fall eingeführt worden, daß einfache sinnliche Empfindungen der Gegenstand solcher psychischen Verarbeitung sind. Man kann aber dem, was Worte wie Staat, Geschichte, Unfall usw. bedeuten, die Bezeichnung als Begriff nicht wohl versagen, ohne sich mit hergebrachten Ausdrucksweisen zu sehr in Widerspruch zu setzen. Halten wir auch für sie die Bezeichnung als Begriff fest, so würden wir dies Wort in einem weiteren Sinne zu nehmen haben, und es wäre der synthetischen Art der Begriffsbildung eine andere gegenüberzustellen, die ich eine synchytische oder, um auch einen deutschen Namen zur Verfügung zu haben, eine verschmelzende nennen will. — Wenn wir demjenigen, der einen Begriff noch nicht besitzt, denselben zugänglich machen wollen, so werden wir, soweit es sich um synthetische Begriffsbildung handelt, dies durch die Mitteilung einer Definition, wo es sich um synchytische Begriffe handelt, dagegen durch die Aufweisung von Beispielen bewirken müssen. Und es ist zu beachten, daß die in dem einen und dem andern Falle gestellte Aufgabe eine sehr verschiedene ist. Wer die Bedeutung der einzelnen mathematischen Begriffe kennt, aus denen wir z. B. den Begriff der Parabel, der Gleichung vierten Grades usw. aufbauen, der wird im allgemeinen auch diese Begriffe nach der in der Definition enthaltenen Anweisung zu bilden und mit ihnen zu operieren vermögen. Die psychologische Aufgabe ist hier eine einfache und fest bestimmte, die, wie man auch annehmen darf, wohl von allen Personen in einer annähernd übereinstimmenden Weise gelöst wird. Wenn wir dagegen jemandem, um ihn zu der Bildung des Begriffes Rot zu veranlassen, eine Anzahl roter Gegenstände vorlegen, (wie das Kind die Bedeutung des Wortes erlernt), so ist hier offenbar noch auf ein besonders psychologisches Geschehen gerechnet, das ja im allgemeinen auch einzutreten pflegt, das aber doch auch sehr wohl ausbleiben kann, und von dem es namentlich auch fraglich ist, ob es überall in der gleichen Weise sich vollzieht. Denn wir brauchen nur an die vorhin erwähnten komplizierten Begriffe, wie „Unfall", zu denken, um zu übersehen, wie verwickelt die Bedingungen für die synchytische Entstehung solcher Begriffe sind. Eben aus diesem Grunde bleibt ihnen ja denn auch durchgängig die besondere Eigentümlichkeit einer gewissen Unbestimmtheit anhaften, eine Eigentümlichkeit, auf die sogleich noch zurückzukommen sein wird. Vorderhand sei hier noch darauf hingewiesen, daß, gerade wie hinsichtlich des analytischen Urteiles, so auch hier die Besprechung nur eine vorläufige ist, die eine Ergänzung und Vervollständigung erst nach den Erörterungen über das begriffliche Material der Urteile finden kann. Wie schon bemerkt, steht ja das Inzidenz-Urteil in der nämlichen Beziehung zu der synchytischen, wie das analytische zu der synthetischen Begriffsbildung. Mit diesen beiden Arten der Begriffsbildung sind die Funktionen bezeichnet, vermöge deren wir das begriffliche Material unseres Denkens aus irgendwelchen in anderer Weise gegebenen Elementen bilden. Wir sind aber nicht in der Lage, diese Elemente selbst ohne weiteres zu übersehen oder aufzuzählen. Und wir können demgemäß jene logischen Funktionen und die aus ihnen resultierenden Beziehungen zunächst nur an einzelnen Beispielen aufweisen. Ohne Schwierigkeit aber bestätigen wir auch hier die Eigentümlichkeiten des Reflexions-Urteiles. Denn (insofern sind ja die Verhältnisse denen des analytischen Urteils ganz ähnlich) auch hier ist es eine gewisse innere Beziehung zweier Vor-

stellungen, die durch den Inhalt oder die Natur dieser Vorstellungen unmittelbar gegeben ist, und in einem, demzufolge auch unmittelbar einleuchtenden und nicht weiter beweisbaren, Urteil ausgedrückt wird.

Es bleibt uns übrig, eine wichtige Eigentümlichkeit des Inzidenz-Urteils zu betrachten, die mit der psychologischen Eigenart der synchytischen Begriffsbildung zusammenhängt. Schon oben wurde bemerkt, daß diesen Begriffen ein gewisses Maß von *Unbestimmtheit* anhaftet. In der Tat sind wir ja meist nicht in der Lage, die Gesamtheit des Einzelnen, was ein solcher Begriff umfassen soll, übersichtlich darzustellen. Und wo wir, wie z. B. beim Begriffe Rot, eine systematische Darstellung der hierhergehörigen Empfindungs-Mannigfaltigkeit geben können, sind wir doch nicht in der Lage, irgendeine ganz bestimmte Empfindung zu fixieren, die die *Grenze* des rot zu nennenden ausmachte. Noch weniger können wir bei verwickelteren Begriffen, wie Unfall, Staat u. dgl., daran denken, sie als Zusammenfassung einer aufzählbaren Menge scharf angebbarer Beispiele zu betrachten. Alle synchytischen Begriffe sind also, wie das mit der ganzen psychologischen Natur ihrer Bildung zusammenhängt, mehr oder weniger unbestimmt. Diese Unbestimmtheit bringt es nun mit sich, oder, wie wir auch sagen können, sie dokumentiert sich gerade darin, daß die Beziehung des Einzelnen zum synchytischen Begriff nicht immer die scharfe der Zugehörigkeit oder Nicht-Zugehörigkeit ist.

Schon bei den sinnlichen Empfindungen ist ersichtlich, daß von denjenigen Fällen, in denen wir eine solche sogleich und mit Sicherheit einer Allgemeinvorstellung zurechnen, eine *stetige Abstufung* zu denjenigen führt, in denen die Berechtigung der Subsumtion mehr oder weniger zweifelhaft erscheint, und schließlich zu denjenigen, in denen sie vollkommen sicher verneint wird. Wir können eine im Augenblick empfundene Farbe dem Begriffe Rot anstandslos subsumieren, für eine zweite diese Zurechnung ebenso zweifellos verneinen, bei einer dritten werden wir vielleicht in dieser Richtung schon Bedenken empfinden, doch aber noch geneigt sein, sie als rot zu bezeichnen, während wir bei einer vierten völlig im Zweifel sein können, ob wir sie dem Rot zurechnen sollen oder nicht. Das gleiche gilt für verwickeltere synchytische Begriffe. Die Frage, ob ein Komplex von Ereignissen, der uns vollkommen bekannt ist, eine Revolution, eine Entwicklung, ob eine in concreto gegebene und uns bekannte Art menschlichen Zusammenlebens ein Staat sei usw.: solche Fragen werden in zahlreichen Fällen anstandslos bejaht, in anderen ebenso anstandslos verneint werden, in vielen aber mehr oder weniger zweifelhaft erscheinen. Die in der Form eines Urteils ausdrückbare innere Beziehung eines Einzelnen zu einem synchytischen Begriff ist also, sobald wir die Dinge in ihrer vollen Mannigfaltigkeit betrachten, nicht eine ganz bestimmte, deren Zutreffen lediglich bejaht oder verneint werden könnte, sondern eine mannigfaltig wechselnde und abstufbare; sie ist, wie wir es ausdrücken wollen,

atypisch, und wir können demgemäß auch die eine solche Beziehung ausdrückenden Urteile als *atypische* bezeichnen.

Ein richtiger Einblick in diese Verhältnisse ist vorzugsweise deswegen von Wichtigkeit, weil wir uns vor der Verwechslung hüten müssen, in den Fällen, die weder eine Bejahung noch eine Verneinung der Zugehörigkeit mit Sicherheit gestatten, die hier bestehende Unsicherheit für eine *reale*, die Frage der Zugehörigkeit als eine anzusehen, für die eine bestimmte Entscheidung in dem einen oder anderen Sinne gefordert und bei vollständigerer Kenntnis erwartet werden könnte. Ob eine im gegenwärtigen Augenblick bestehende Empfindung noch ein Rot ist oder nicht, das ist, sofern Rot eine Allgemeinvorstellung der hier in Rede stehenden Art ist, sobald es mir zweifelhaft erscheint, auch der Natur der Sache nach gar nicht bestimmt; es ist auch gar nicht diskutierbar. Wenn wir die Bedeutung des Wortes Unfall nicht als einen etwa noch zu suchenden und wissenschaftlich festzustellenden Begriff fassen, sondern sie nehmen wie sie von vornherein tatsächlich ist, als einen mehr oder weniger unbestimmten Begriff, so ist auch die Frage, ob das mir individuell bekannte Ereignis ein Unfall sei, keine, über deren Bejahung oder Verneinung eine sachliche Diskussion geführt werden könnte, sondern sie ist ihrer Natur nach unbestimmt und unentscheidbar [1]).

Als eine weitere Art von Reflexions-Urteilen hatten wir oben diejenigen bezeichnet, die einen *Geltungs-Zusammenhang* zwischen verschiedenen Urteilen ausdrücken. An erster Stelle sind hier diejenigen zu erwähnen, die die Geltung oder Nichtgeltung eines Urteils als zwingende logische Konsequenz an die Geltung eines oder mehrerer anderer knüpft. Wir sagen in dem einen Falle, daß ein Urteil oder mehrere in ihrer Vereinigung ein anderes *ausschließen*. Um auch für den anderen Fall eine entsprechende kurze Bezeichnung zu haben, will ich, wenn ein Urteil zwingendes Ergebnis eines oder einer Vereinigung von anderen ist, sagen, daß diese jenes logisch *fordern* [2]). Hierher gehören zunächst die ganz allgemeinen Sätze, die man an die Spitze der Logik zu stellen gewohnt ist. (Ein Urteil kann nicht zugleich richtig und falsch sein u. dgl. m.) Sodann sind, wie oben schon bemerkt, die in den Schlußregeln ausgedrückten Zusammenhänge hierher zu rechnen. Wenn wir aus den Sätzen „alle A sind B" und

[1]) Wir werden auf die hier berührten Verhältnisse der Atypie und der unentscheidbaren Fragen noch mehrfach zurückzukommen haben und finden, daß ihre richtige Würdigung für unser wissenschaftliches Denken vielfach von einiger Wichtigkeit ist. Vgl. namentlich die Darlegungen in Kap. 25.

[2]) Im Interesse einer möglichst einfachen und übersichtlichen Nomenklatur empfiehlt es sich, den Ausdruck des „Forderns" in einem weiteren, den hier vorliegenden als besonderen Fall einschließenden Sinn zu gebrauchen. Aus diesem Grunde ist denn dieser speziell als logisches Fordern zu bezeichnen, dem, wie später zu berühren, mathematisches, nomologisches Fordern u. a. angereiht werden kann. In der Regel übrigens können diese Zusätze fortgelassen werden, da der Zusammenhang es ohne weiteres ersichtlich macht, von welcher Art des Forderns die Rede ist.

„alle B sind C" den Schluß „alle A sind C" ziehen, so bedeutet dies die Statuierung eines logischen Zusammenhanges, der die Geltung des letzteren Satzes an die Geltung der beiden ersteren knüpft: die beiden Prämissen „f o r d e r n" den Schluß. Namentlich aber gehören hierher dann auch diejenigen Sätze, in deren Gewinnung und Darstellung, wie oben besprochen, die Aufgabe der kritischen Urteilslehre zu erblicken ist, Sätze, wie z. B. die, daß sich aus lauter Reflexions-Urteilen keine Real-Urteile als Folgerung ergeben können, daß die Gültigkeit der Reflexions-Urteile von beliebigen Real-Urteilen unabhängig ist usw.

Endlich sind hier auch diejenigen Geltungs-Beziehungen noch zu erwähnen, die den ebengenannten verneinend entgegengestellt werden können. Wir können auch sagen, daß ein Urteil ein anderes logisch nicht ausschließt oder nicht fordert, also mit ihm bzw. mit seiner Verneinung v e r e i n b a r ist. Im Interesse einer analogen Bezeichnungsweise soll in diesen Fällen gesagt werden, daß ein Urteil ein anderes g e s t a t t e t[1]).

Wie dem festen Sinn des analytischen Urteils der unbestimmte der atypischen Subsumtion anzureihen war, so können wir an den streng fixierten logischen Zusammenhang im deduktiven Schlusse auch Fälle eines nur unbestimmt zu bezeichnenden, mehr oder weniger schwankenden logischen Verhältnisses anreihen. Wo wir konstatieren, daß aus gewissen Urteilen sich eine größere oder kleinere W a h r s c h e i n l i c h k e i t für ein anderes ergibt, da müssen wir anerkennen, daß auch eine gewisse logische Beziehung vorliegt, welche aber, von Fall zu Fall variierend, nur durch jene unbestimmte, Verschiedenartiges zusammenfassende Bezeichnung ausgedrückt werden kann. Wir können demgemäß hier auch von a t y p i s c h e n G e l t u n g s - B e z i e h u n g e n reden. So ist z. B. das logische Verhältnis im Analogieschluß ein atypisches. Das gleiche gilt auch für die Induktion, sofern wir das Verhältnis des allgemeinen Satzes zu den Einzeltatsachen, aus denen wir ihn ableiten, ins Auge fassen. Er folgt nicht aus ihnen, aber sie dienen ihm doch zur Begründung; sie konstituieren eine gewisse Wahrscheinlichkeit für ihn. Auch hier fassen wir durch diese unbestimmte Bezeichnung alle die logischen Verhältnisse einzelner Induktionen zusammen, die untereinander zwar gleichartig sind, aber doch nicht genau übereinstimmen, wie sie denn ja schon im Wahrscheinlichkeitswert von Fall zu Fall sich unterscheiden.

Wir hatten vorhin mit Bezug auf die analytischen Urteile bemerkt, daß sie hier zunächst nur andeutungsweise behandelt werden können, während eine genauere und vollständigere Darstellung erst auf Grund der formalen Betrachtung des Urteils möglich ist. Eine ganz entsprechende Bemerkung ist auch hier anzuschließen. In einem sehr großen Teile derjenigen Urteile, die Geltungs-Zusammenhänge aussagen, wird

[1]) Auf diese Begriffe und ihre untereinander stattfindenden Beziehungen wird in der formalen Urteilslehre im Zusammenhange teils mit der Verneinung, teils mit dem Begriffe der Möglichkeit wiederholt zurückzukommen sein.

dieser Zusammenhang behauptet auf Grund von Beziehungen, die wiederum zwischen den in die einzelnen Urteile eingehenden Begriffen stattfinden. Auch diese Verhältnisse lassen sich also erst in Anknüpfung an die formale Betrachtung des Urteils genauer besprechen. Und zwar gilt dies sowohl für die festen Zusammenhänge des deduktiven Schlusses wie für die atypischen Wahrscheinlichkeits-Beziehungen. Wiewohl also gerade dieser Gegenstand dem Inhalt der kritischen Urteilslehre in mancher Hinsicht nahesteht, erscheint es doch geboten, seine genauere Besprechung zunächst hinauszuschieben; und wir werden sie zweckmäßig der formalen Urteilslehre einreihen dürfen.

Abgesehen hiervon ist aber auch noch zu erwähnen, daß neben den Geltungs-Zusammenhängen auch noch andere in speziellerer Weise mit dem Bau des Urteils verknüpfte Beziehungen den Gegenstand von Reflexions-Urteilen bilden können, Beziehungen von Begriffen untereinander, von Begriffen zu dem Urteil, in das sie irgendwie eingehen usw. Welche Formen hier etwa den Urteilen über Geltungs-Zusammenhänge noch ergänzend anzureihen sind, wird auch erst auf Grund der formalen Untersuchungen erwogen und dargestellt werden können. Gleich hier mag nur erwähnt werden, daß es in der Tat eine Reihe solcher, mit spezifisch logischen Verhältnissen, insbesondere dem Bau des Urteils und der synthetischen Begriffsbildung zusammenhängender Urteile gibt, und daß wir sie unter dem Namen der l o g i s c h e n R e f l e x i o n s - U r t e i l e zusammenfassen. Von ihnen bilden die einen Geltungs Zusammenhang betreffenden nur einen Teil, wenn auch freilich den interessantesten und wichtigsten.

Eine eingehendere Besprechung müssen wir hier den Sätzen der M a t h e m a t i k widmen, deren Stellung ja eines der meistumstrittenen Gebiete der Logik und Erkenntnistheorie ist. M. E. läßt eine sorgfältige Erwägung dessen, was diese Sätze besagen, keinen Zweifel darüber bestehen, daß sie eine Reihe eigenartiger innerer Beziehungen ausdrücken, die gewissen Bewußtseinsinhalten, den Vorstellungen der Zahlen, der Zeit und des Raums, zukommen, daß sie also in typischem Sinne R e f l e x i o n s - U r t e i l e sind, und daß eben hierauf auch die ihnen zukommende direkte, insbesondere von den Real-Urteilen unabhängige Evidenz beruht. Es ist dies eine Auffassung, die trotz mancher später zu behandelnder Abweichungen mit der Kantschen Bezeichnung der mathematischen Urteile als synthetischer Urteile a priori in der Hauptsache zusammentrifft. Sie gibt zugleich auf die Frage nach der Möglichkeit solcher Urteile durch den Hinweis auf ihre Natur als R e f l e x i o n s - U r t e i l e eine ganz bestimmte Antwort. Es wird zu ihrer Begründung am zweckmäßigsten sein, wenn wir von einer Prüfung der beiden anderen Anschauungen ausgehen, die man der Kantschen gegenüberzustellen gewohnt ist, und die auch wohl allein neben ihr noch in Betracht kommen würden. Die eine — sie mag für den Augenblick als die l o g i s c h e Auffassung der Mathematik bezeichnet wer-

den — erstreckt sich nur auf die Sätze der reinen Zahlenlehre; sie glaubt in der Bildung der Zahlbegriffe eine besondere Art synthetischer Begriffsbildung erblicken und die Sätze der Zahlenlehre als eine Art analytischer Urteile ansehen zu können, deren Evidenz und zwingende Gültigkeit denn auch der überall für die analytischen Urteile gegebenen ohne weiteres gleichzustellen wäre. — Die andere ist diejenige, die wir die empirische nennen können. Ihr zufolge sollte z. B. der Satz: $7 + 5 = 12$ nur eine Verallgemeinerung der an verschiedenen Gegenständen gemachten Erfahrung sein, daß durch die Zusammenfügung von 7 und 5, einen physischen Akt, eine Anzahl von 12 hervorgebracht werde. In dem allgemeinen, nicht auf bestimmte Gegenstände bezogenen mathematischen Satze läge also nichts anderes vor, als ein durch Induktion gewonnenes Real-Urteil von allerdings sehr weit erstreckter allgemeiner Geltung. Die gleiche Auffassung erblickt in den Sätzen der Geometrie nur zusammenfassende Aussagen über Beobachtungen, die das reale Verhalten betreffen, Messungen u. dgl.

Beginnen wir mit einer Prüfung derjenigen Auffassung, die wir als die logische bezeichneten, so wird unbedenklich davon ausgegangen werden dürfen, daß wir jede Zahl zu definieren haben (wie irgend einen anderen Begriff), und daß wir alsdann als analytisches Urteil das von ihr aussagen können, was in der Definition enthalten ist. Definieren wir, wie es üblich und das natürlichste ist, 7 als die auf 6 folgende Zahl oder als um eines mehr als 6, so wird in der Tat der Satz $7 = 6 + 1$ ein analytisches Urteil sein. Tun wir aber dies, so ist nunmehr der Satz $7 = 3 + 4$ selbstverständlich kein analytisches Urteil. Freilich können wir ja diese Definitionen willkürlich in sehr mannigfacher Weise wählen; so stünde nichts im Wege 7 als die Summe 3 und 4 zu definieren. Allein es ist klar, daß wir hiermit nichts ändern; denn wenn daraufhin nun der Satz $7 = 3 + 4$ sich als analytisches Urteil qualifizierte, so wird nunmehr die Aussage $7 = 6 + 1$ diese Eigenschaft eingebüßt haben. Es ist also klar, daß man nur auf Grund einer andersartigen Betrachtungsweise daran denken kann, die Sätze der Zahlenlehre als analytische zu behandeln. Eine solche kann man nun in der Tat versuchen, und wir kommen erst mit ihrer Prüfung auf den eigentlich entscheidenden Punkt. Man kann nämlich versuchen, jeden Zahlbegriff durch seine ihm ex definitione zukommende Bedeutung zu ersetzen, in dieser Weise überall bis auf die letzten Elemente oder richtiger bis auf die ersten Ausgangspunkte zurückzugehen; und man kann fragen, ob sich nicht bei dieser Auseinanderlegung auch ein Urteil, wie z. B. $7 = 3 + 4$, als analytisches resp. als Identität darstellen würde. Bei einer solchen Auseinanderlegung erhalten wir für 2 die Form $1 + 1$; für 3, welches ex definitione $2 + 1$ wäre, die Form $(1 + 1) + 1$, ebenso für 4 $[(1 + 1) + 1] + 1$ usf. Unser Satz $7 = 4 + 3$ nähme daher die Form an:

$$\Big[\Big[\{[(1+1)+1]+1\}+1\Big]+1\Big]+1 = \{[(1+1)+1]+1\}+([1+1]+1.)$$

Betrachtet man nun eine derartige Auseinanderlegung, so sieht man, daß sie zwar für das, was hier behauptet wird, die Gleichheit des einen und des anderen Gebildes, eine überzeugende Anschauung gibt (sofern wir wenigstens die sämtlichen Einheiten noch zu übersehen imstande sind), indem wir sie uns sukzessive paarweise miteinander korrespondierend denken und so jede Einheit des einen Gebildes einer bestimmten der anderen zuordnen können. Allein was hier deutlich wird, ist doch ganz und gar nichts, was wir als logische Beziehung der im gewöhnlichen analytischen Urteil gegebenen gleichstellen könnten. Logisch, das ist vor allem festzuhalten, ist der eine und der andere Ausdruck durch die Verschiedenheit der Zusammenfassung verschieden; und es geht auch in keiner Weise die eine auf die andere zurück. Was behauptet wird, ist daher auch keine logische Identität, es ist auch nicht das Zutreffen oder Gelten des einen vom andern, sondern es ist eben etwas durchaus andersartiges: die numerische Gleichheit.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, dies noch durch eine speziellere Betrachtung unseres Beispiels deutlich zu machen. Zu diesem Zwecke müssen wir berücksichtigen, daß rechter- und linkerseits die Zusammenfügungen übereinstimmen bis zu dem Punkte, der der Zahl Vier entspricht. Während wir dann in dem einen Falle von diesem Punkte noch dreimal um je eine Einheit fortschreiten und so zur Zahl Sieben gelangen, bilden wir in dem andern, von vorn anfangend, eine neue Zahl, Drei, durch die übereinstimmende Zahl von Schritten und fügen diese als Ganzes der Vier hinzu. Unser Satz besagt also, daß die Zahlen, zu denen wir gelangen, wenn wir von der Zahl Vier aus dreimal nacheinander um je eine Einheit fortschreiten und wenn wir zu der Vier die Drei hinzufügen, gleich sind: er besagt die Gleichheit zweier Zahlen, die nicht ex definitione übereinstimmen, wohl aber bezüglich ihrer Definitionen in einer gewissen Beziehung stehen.

In einer Auseinanderlegung der hier in Rede stehenden Art spricht sich also vor allem die ganz allgemeine Eigentümlichkeit unserer Vielheits-Vorstellungen aus, daß sie in mannigfaltiger Weise in Teile zerlegt werden können, daß wir uns Zahlen zusammengefügt, und daß zwischen Vielheitsvorstellungen, die nach der Art ihrer Bildung verschieden sind, die besondere Beziehung der numerischen Gleichheit bestehen kann. Wir haben es hier mit einem, in der Natur unserer Vielheits-Vorstellung gegebenen, logisch nicht ableitbaren und mit den Verhältnissen sonstiger synthetischer Begriffsbildung ganz unvergleichbaren inneren Zusammenhang zu tun. Wir dürfen uns also namentlich dadurch nicht täuschen lassen, daß wir den beiden als gleich behaupteten Zahlen dieselben anschaulichen Substrate geben können. In der Tat könnte man meinen, daß sowohl dem Begriffe Sieben wie dem Drei + Vier durch die Vorstellung von sieben Punkten zu entsprechen sei, daß der eine wie der andere in einer solchen zusammengesetzten Vorstellung sein eigentliches Substrat habe, und daß daher die Gleichheit nichts anderes

besage, als eben eine solche Identität der Substrate. Diese Betrachtung würde jedoch den eigentlichen Kern der mathematischen Begriffsbildung übersehen. Denn eben darauf kommt es an, daß wir von der *Zahl* solcher Elemente als etwas Besonderem sprechen können, welches sich von dem eben diese Zahl von Elementen umfassenden Bewußtseins-Inhalt unterscheiden und ablösen läßt.

Wir konstatieren also bei einer solchen Betrachtung keineswegs eine begriffliche Identität, sondern die Tatsache, daß derselbe Bewußtseins-Inhalt in zwei begrifflich verschiedenen Formen aufgefaßt werden kann. Und die hier versuchte analysierende Betrachtung führt nicht dazu, den mathematischen Satz als Identität zu erweisen, sondern lediglich sein Zutreffen an einem besonderen, in diesem Falle psychologischen Substrat zu bestätigen.

Ganz das gleiche, was wir hier an einem speziellen Beispiel erläuterten, bestätigen wir für die mannigfaltigsten anderen Fälle; es trifft insbesondere auch für die einfacheren allgemeinen Sätze zu, die wir als Axiome zu bezeichnen und als Ausgangspunkt für die Entwicklung der Zahlenlehre zu benutzen pflegen, mit dem alleinigen Unterschiede, daß die zwingende Evidenz bei den passend gewählten einfachsten Sätzen noch leichter zu übersehen ist als in dem obigen Falle. Als Beispiel sei hier der Satz $a + (b + 1) = (a + b) + 1$ erwähnt, in Worten: wenn wir von zwei zu einer Summe vereinigten Zahlen die eine um Eins vermehren, so vermehrt sich auch der Betrag der Summe um Eins. Auch hier bemerkt man, daß die beiden Vielheitsbegriffe, von denen die Rede ist, nicht identisch sind, sondern durch die Art der Zusammenfügung sich unterscheiden, und daß daher nicht die logische Identität ausgesagt wird, ebensowenig eine Geltung des einen vom anderen, die darauf beruhte, daß der eine als Attribut in die Definition des anderen einginge. Was behauptet wird und was gerade hier in einer absolut zwingenden Weise einleuchtet, ist vielmehr die *Gleichheit* zweier begrifflich verschiedener, jedoch hinsichtlich ihrer Bildung in einer bestimmten Beziehung stehender Begriffe [1]).

Berücksichtigt man, daß die Zahlen nach einem bestimmten Prinzip definiert sind, nämlich jede Zahl als die um Eins vermehrte vorausgehende, außerdem aber in beliebiger Weise Zahlen durch Zusammenfügung anderer gebildet werden können, so sieht man, daß in den Sätzen der Zahlenlehre die Gleichheit unter gewissen, auf die Bildungsverhältnisse bezüglichen Bedingungen behauptet wird; und man erhält für den Inhalt unserer Sätze die Form, daß sie eine in der Natur unserer Vielheitsvorstellung begründete und daher direkt einleuchtende *Ver-*

[1]) Daß, wie hier dargelegt, die mathematischen Sätze von ganz anderer Art sind und auf anderer Grundlage beruhen als die analytischen Urteile, tritt noch deutlicher und überzeugender zu Tage, sobald man diese letzteren und die Art synthetischer Begriffsbildung, an die sie geknüpft sind, des Genaueren verfolgt. Doch kann dies naturgemäß nicht an dieser Stelle geschehen; wir werden uns später im formalen Teile (Kap. 16) damit zu beschäftigen haben.

knüpfung von genetischen und Gleichheitsbeziehungen ausdrücken. Dies ist das Ergebnis, auf das wir später bei der formalen Betrachtung der mathematischen Sätze des Genaueren zurückzukommen haben.

Eine systematische oder erschöpfende Zusammenstellung derjenigen Sätze, denen eine solche zwingende Evidenz zukommt, der Axiome der Zahlenlehre, gehört hier nicht zu unserer Aufgabe. Doch möchte ich einen Punkt erwähnen, den gleich hier zu berücksichtigen ratsam erscheint. Es ist ein in vielen Hinsichten besonders wichtiger Umstand, daß wir die formalen Verhältnisse der mathematischen Begriffserzeugung selbst zum Gegenstande begrifflicher Bezeichnung machen, daß wir demgemäß auch Begriffe bestimmter mathematischer Operationen bilden, daß wir diese Operationen uns wiederholt ausgeführt und selbst zum Gegenstande der Zählung gemacht denken können. Damit hängt es zusammen, daß wir von genetischen Beziehungen nicht nur in dem vorhin zunächst herangezogenen Sinne reden können, sondern auch so, daß in unsern Aussagen Zahlen vorkommen, die in jener besonderen Weise, als Bezeichnungen für die Häufigkeit einer bestimmten Operation, in die Genese einer anderen Zahl eingehen. Hierher gehört es schon, wenn wir den Satz aufstellen, daß die Definition irgend einer Zahl n eben diese selbe Zahl an Begriffen, eben die Zahlen eins bis n enthalte, oder daß die Hinzufügung der Zahl n zu dem gleichen Betrage führt, wie die n mal wiederholte Hinzufügung der Einheit. Namentlich aber gehört hierher auch der Begriff der Multiplikation. Denn in dieser bedeutet ja der Faktor die Anzahl zusammenzufügender gleicher Posten; er geht also in einer ganz bestimmten Weise in die Genese der betreffenden Zahl ein. Demgemäß sei denn gleich hier betont, daß auch in Bezug auf die Multiplikation gewisse Sätze in endgültiger Evidenz feststehen, die wir entsprechend auch als einen Zusammenhang von genetischen und Gleichheits-Beziehungen bezeichnen können. In der Tat führt uns z. B. die Prüfung des kommutativen Prinzips für die Multiplikation, des Satzes $a \cdot b = b \cdot a$, auf Erwägungen, die den vorhin angestellten ganz ähnlich sind. Begrifflich ist $a \times b$ (die Zahl, die wir durch Zusammenfügung von a Posten erhalten, deren jeder $= b$ ist) und $b \times a$ (die Zahl, zu der wir gelangen, wenn wir b Posten zusammenfügen, deren jeder $= a$ ist) verschieden. Nicht eine begriffliche Identität, sondern eben die numerische Gleichheit wird behauptet. Und wiederum stützt sich die Geltung des Satzes auf eine besondere Art zwingender Evidenz.

Was die *empirische* Auffassung der Zahl-Urteile anbelangt, so ist diese durch den Umstand nahegelegt, daß — bei der tatsächlich gegebenen Beschaffenheit der mannigfaltigsten realen Gegenstände — numerische Verhältnisse in dem sie betreffenden Geschehen in größtem Umfange zum Ausdruck kommen. Es ist richtig: den Satz, daß $7 + 5 = 12$ ist, können wir daran bestätigt finden, daß, wenn wir zu 7 Nüssen 5 dazulegen, wir nun einen Haufen von 12 haben usw. Daß aber unser

Satz nicht eine Summe solcher Vorgänge oder ein aus ihnen zu entnehmendes allgemeines Gesetz des Geschehens bedeute, zeigt sich, wenn wir beachten, daß, wie überall, so auch hier ein von dem Gewohnten abweichendes Geschehen, wenn auch befremdend, sich doch als sehr wohl denkbar erweist, und wenn wir die aus einem derart abweichenden Verhalten sich ergebenden Konsequenzen erwägen. Denkbar ist ja ohne Zweifel auch, daß, wenn wir zwei Haufen von 5 und 7 Nüssen vereinigen, ihre Zahl nunmehr nicht 12, sondern 13 beträgt; denkbar wäre auch, daß, wenn wir 5 und 7 Nüsse vereinigen, wir deren 12, wenn wir dagegen 5 und 7 Aepfel zusammentun, wir deren 13 haben. Denkbar, wie gesagt, ist ein solches Geschehen ohne Zweifel. Aber wir würden aus ihm nur entnehmen, daß durch den Akt der Zusammenlegung in einer rätselhaften Weise die einen Objekte eine Vermehrung, die anderen eine Verminderung erfahren, hier eines oder mehrere sich neu bilden, dort eines oder mehrere verschwinden. Völlig ausgeschlossen bleibt aber der Gedanke, daß die Zahlen 7 und 5 auf ein Objekt angewandt eine andere Summe ergeben könnten als auf ein anderes, oder daß etwa überhaupt gar keine Zahl angebbar wäre, die der Summe jener beiden gleichkäme. In der absolut unabweisbaren Ueberzeugung, daß wir von der Summe zweier Zahlen als einem jedenfalls bestimmt angebbaren Wert reden dürfen, zeigt sich bereits, daß wir es hier mit einem Zusammenhang gegebener Vorstellungen zu tun haben, der vermöge der Natur eben dieser Vorstellungen evident ist; daß dagegen die Statuierung dieses Zusammenhanges von einer Aussage über ein reales Geschehen inhaltlich durchaus verschieden und entsprechend auch logisch ganz unabhängig ist.

So bedeutet denn auch die Zusammenfügung der beiden Zahlen keinen physischen Akt des Aneinanderlegens. Wir berühren hiermit einen Punkt, der uns zwar später bei der Besprechung des begrifflichen Materials der Urteile eingehender zu beschäftigen hat, in Bezug auf den jedoch einiges schon hier hervorzuheben zweckmäßig ist, daß nämlich, wie die Vorstellungen selbst, auf die die mathematischen Reflexions-Urteile sich in erster Linie beziehen, so auch alle in diese Urteile eingehenden Begriffe endgültige, einer Zurückführung auf etwas anderes nicht fähig, aber auch nicht bedürftig sind. So bedeutet, wie eben erwähnt, die Zusammenfügung zweier Zahlen keinen physischen Vorgang, sondern etwas mit der Natur unserer Vielheitsvorstellung endgültig Gegebenes. So bedeutet namentlich auch der Begriff der m a t h e m a t i s c h e n G l e i c h h e i t, der Gleichheit also von Zahlen, räumlichen oder zeitlichen Erstreckungen etwas, was wir durch keinerlei Zurückführung auf andere Begriffe erläutern können; er ist ein endgültiger.

In ganz entsprechender Weise zeigt sich nun auch die empirische Auffassung der auf Zeit und Raum bezüglichen Sätze undurchführbar. Nicht irgendwelche erfahrungsmäßig festgestellten Gesetze des Geschehens, sondern die Natur unserer Zeitvorstellung drückt sich darin

aus, wenn wir behaupten, daß sie sich nach Vergangenheit und Zukunft unbegrenzt erstreckt, daß an jeder Stelle ein einer bestimmten Strecke gleiches Stück abgegrenzt werden kann, durch Zusammenfügung gleicher Teile gleiche Summen erhalten werden usw.

Auch hier könnte man ja vielleicht daran denken, diese Sätze als Folgerungen aus vielfältig gemachten Erfahrungen anzusehen. Auch hier aber scheitert diese Auffassung daran, daß eine Gestaltung der Vorgänge, die auf den ersten Blick geeignet scheinen könnte, ein anderes als das uns geläufige Verhalten der Zeit herauszustellen, zwar sehr wohl denkbar ist, aber für eine genauere Betrachtung sich doch immer wieder nur als eine besondere Art des Geschehens herausstellen würde, welches mit der Natur der Zeitvorstellung selbst niemals in Widerspruch geraten könnte. So vermögen wir uns wohl vorzustellen, daß wir, in eine entfernte Zukunft vordringend, genau die nämliche Gestaltung der Dinge anträfen, die in einer frühen Vergangenheit schon einmal verwirklicht war, und daß von beiden Punkten aus der Lauf der Ereignisse ganz übereinstimmend sich abspielte. Niemals aber könnten wir dadurch auf den Gedanken kommen, die Zeit als etwas in sich Geschlossenes zu betrachten, ihr etwa ein „Krümmungsmaß" zuzuschreiben. Vielmehr würden wir den Sachverhalt ganz einfach in der Weise auffassen, daß die Gesamtheit der Ereignisse sich in regelmäßiger Folge periodisch wiederhole. Und ganz gleichermaßen drückt sich auch in den geometrischen Sätzen nur die Natur unserer Raumvorstellung, ihre Zusammensetzung, Zerlegbarkeit in Teile und die inneren Beziehungen dieser Teile aus. In der Natur der Vorstellung von der Geraden liegt es, daß sie nach beiden Seiten unbegrenzt verlängert gedacht werden kann, daß für jedes einzelne Stück an jeder anderen Stelle ein ganz bestimmtes, ihm gleiches vorhanden sein muß, daß die Zusammenfügungen gleicher Stücke gleiche Gesamtstrecken ergeben. — Auch hier ist es für unsere Zwecke nicht erforderlich und gehört nicht zu unserer Aufgabe, die direkt evidenten Sätze, die sich einer die Zeit und namentlich den Raum betreffenden Mathematik zugrunde legen lassen, systematisch oder erschöpfend aufzuführen. Doch ist auch hier ein besonderer Hinweis auf eine gewisse Gruppe solcher Axiome geboten, auf diejenigen nämlich, die die besondere Natur unserer Raumvorstellung, die Dreizahl und die gegenseitigen Beziehungen der Abmessungen betreffen. Und zwar läßt eine sorgfältige Prüfung dessen, was die geometrischen Sätze besagen, keinen Zweifel darüber, daß wir es auch hier mit direkt evidenten Reflexions-Urteilen zu tun haben. Daß in einem Punkte einer Geraden eine zweite r e c h t w i n k l i g gezogen werden kann, d. h. so, daß ihre Teile zu der einen und der andern Seite jener ersten in gleichem Verhältnis stehen, und daß eine dritte zu jenen beiden rechtwinklig möglich ist, daß die Erstreckungen in diesen verschiedenen Richtungen wiederum untereinander vergleichbar sind, das ist mit der Natur unserer Raumvorstellung ebenso unmittelbar und in

ebenso zwingender Weise gegeben wie die eben erwähnte Beschaffenheit der Geraden. Das Entsprechende gilt auch für die schrägen Erstreckungen, die wir uns zu zwei oder drei zunächst ins Auge gefaßten, untereinander rechtwinkligen, hinzugefügt denken können, und zwar für ihre eigene Beschaffenheit sowohl wie für die Beziehungen, in denen sie zu diesen stehen. So ist es vor allem ein Ergebnis der Anschauung, daß wir uns, wenn X und Y zwei zu einander rechtwinklige Gerade sind, eine schräg verlaufende denken können, in der sich diese beiden Erstreckungen kombinieren, so daß wir jedem in ihr gelegenen Punkt eine Projektion auf die eine und die andere zuordnen, einen bestimmten X- und Y-Wert zuschreiben können. Von der gleichen Beschaffenheit ist die Einsicht, daß auch jede schräg verlaufende Gerade sich aus Teilen zusammensetzt, die mit denen jener rechtwinkligen Koordinaten vergleichbar sind, daß also zu jeder Erstreckung, die jenen angehört, auch ihr streng gleiche schräge aufgewiesen werden können.

Sodann ist hier an das zu erinnern, was man etwa als die Umkehrbarkeit der Winkelbeziehung bezeichnen kann, jenes wichtige Verhältnis, demzufolge, wenn A und B zwei zueinander schiefwinklige Richtungen sind, die Erstreckungen in A sich zu ihren Projektionen auf B ebenso verhalten wie die Erstreckungen in B zu ihren Projektionen auf A. Es ist, wie bekannt, dieses Verhältnis, auf dem die speziellere Größenbeziehung einer schrägen Erstreckung zu zwei untereinander rechtwinkligen, aus denen sie sich zusammensetzt, der Pythagoreische Lehrsatz beruht. Denn aus ihm entnehmen wir die Zerlegung der Hypotenuse in zwei Stücke, die die Projektionen der beiden Katheten sind, und deren jedes sich zu der betr. Kathete verhält, wie diese zur ganzen Hypotenuse. Nennen wir also h die Hypotenuse, k_1 und k_2 die beiden Katheten, so ist

$$h = k_1 \cdot \frac{k_1}{h} + k_2 \cdot \frac{k_2}{h}$$ [1].

[1]) Die maßgebende Bedeutung jenes Anschauungsergebnisses tritt bei dieser einfachsten Form, in der der Pythagoreische Lehrsatz bewiesen werden kann, vollkommen klar zutage. Es versteht sich jedoch, daß auch jeder andere Beweis sich darauf stützen muß. Dies gilt namentlich auch für den ursprünglich herangezogenen und auch jetzt im Unterricht meist vorangestellten, der von den Flächeninhalten ausgeht. Und zwar deswegen, weil der Flächeninhalt einer nicht rechtwinkligen Figur überhaupt nur unter jener Voraussetzung als eindeutig bestimmt betrachtet werden kann. In der Tat können wir uns z. B. ein schiefwinkliges Parallelogramm durch Einteilung in unendlich kleine Quadrate ausgemessen denken, entweder so, daß die Seiten dieser Quadrate dem einen, oder so, daß sie dem andern Seitenpaare parallel liegen. Nennen wir die beiden Seitenpaare a und b, so erhalten wir in dem einen Falle eine Anzahl von Quadraten, die proportional ist der Länge a multipliziert mit der Höhe über a, d. h. der Projektion der Seite b auf die zu a senkrechte Richtung, also $= a\,(\beta\, b)$; im andern dagegen wird die Zahl proportional b und der Projektion der a-Seiten auf die zu b senkrechte sein, also $= b\,(\alpha\, a)$, wenn wir mit α und β die beiden der einen und anderen Projektion zugehörigen Koeffizienten bezeichnen. Daß wir in dem einen und anderen Falle die gleichen Werte erhalten, m. a. W., daß wir den Flächeninhalt als eine von der Orientierung der ausmessenden Quadrate unabhängige Größe betrachten dürfen, beruht darauf, daß die beiden Projektionskoeffizienten α und β gleich sein müssen. Diese Voraussetzung geht also als eine in der Regel freilich stillschweigend gemachte in den Begriff des Flächeninhalts schon ein, insofern wir diesen als einen jeder Figur eindeutig zukommenden Wert betrachten.

Auch dem vielbesprochenen Parallelensatz kommt unzweifelhaft die gleiche Art anschaulicher Evidenz zu. Man erkennt dies vielleicht am besten, wenn man an die Möglichkeit einer derartigen Verschiebung eines beliebigen räumlichen Gebildes denkt, daß jeder seiner Punkte in der gleichen Richtung um den gleichen Betrag fortbewegt wird, wobei die innere Konfiguration, insbesondere die Abstände zweier Punkte voneinander unverändert bleiben. Will man den Gedanken an eine Verschiebung oder Bewegung wegen der damit immer einigermaßen nahe gelegten Mißverständnisse vermeiden, so würde zu sagen sein, daß zu jedem räumlichen Gebilde ein anderes von solcher Beschaffenheit und in solcher Lage gedacht werden kann, daß jedem Punkte des einen ein bestimmter Punkt des andern korrespondiert und daß alle korrespondierenden Punktpaare durch Linien gleicher Länge und Richtung verbunden sind [1].

Ganz ähnlich, wie es vorhin für die Zahlenlehre gezeigt wurde, gilt auch hier, daß die in gewisser Hinsicht überaus einfachen und präzisen Verhaltungsweisen gewisser Realia uns gestatten, Vorgänge aufzuweisen, in denen die räumlichen Verhältnisse vorzugsweise einfach zur Geltung kommen, und daß so die Täuschung erweckt wird, als ob die geometrischen Sätze nichts anderes als diese aus der Erfahrung entnommenen Gesetze des Geschehens bedeuteten. Die geradlinige Fortpflanzung des Lichtstrahles, die unveränderliche Gestalt fester Körper gehören hierher. Daß wir aber in den geometrischen Sätzen nicht Real-Aussagen erklicken können, die sich auf den Gang der Lichtstrahlen oder die Bewegung bestimmter Gebilde beziehen, zeigt sich wiederum, sobald wir, was keinerlei Schwierigkeit hat, eine andersartige Gestaltung der tatsächlichen Vorgänge fingieren. Daß der Lichtstrahl, weiter und weiter sich fortpflanzend, wieder an seinem Ausgangspunkt eintrifft, ist natürlich denkbar. Aber nicht das würde daraus zu folgern sein, daß die gerade Linie in sich zurückläuft, sondern daß der Weg des Lichtstrahls keine gerade Linie ist. Ob es feste Körper gibt, die, im Raume beweglich, an allen Stellen kongruente Stücke einnehmen, kann nicht mit absoluter Sicherheit behauptet werden; und so ist es denn auch sehr wohl denkbar, daß die Körper X, Y, Z an einer Stelle des Raumes alle die gleiche Strecke A B ausfüllen, an eine andere gebracht aber X die Strecke C D, Y die größere $CD + \delta$, Z die kleinere $CD - \varepsilon$ einnähme. Wir würden daraus folgern, daß mindestens zwei dieser Körper in einer ungeklärten Weise regelmäßig mit dem Transport ihre Ausdehnung änderten. Aber diese Erfahrung (welche Schwierigkeiten hinsichtlich der Gesetze des Geschehens sie auch mit sich bringen mag)

[1]) Auf die Zulässigkeit mathematischer Betrachtungen, die sich von den hier zuletzt erörterten Grundlagen emanzipieren, insbesondere die Bedeutung der sog. nicht-euklidischen Räume, werden wir an späterer Stelle zurückzukommen haben. Vgl. Kap. 8 und Anhang 6.

würde uns doch nie auf den Gedanken bringen können, daß mehr als eine auf einer bestimmten Geraden gemessene Entfernung der Strecke AB gleich sei. — So können wir auch die eindeutige Größenbeziehung einer schrägen Erstreckung zu ihren Projektionen auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem nicht als eine Folgerung aus der Tatsache betrachten, daß ein sich drehender Körper nach Ausführung eines ganzen Umlaufes wieder den nämlichen Raum ausfüllt wie zu Anfang. Das Gegenteil ist sehr wohl denkbar. Fände es statt, so würden wir sagen, daß bei der Ausführung einer Umdrehung aus nicht bekannten Gründen die Körper Formveränderungen erfahren, stetig oder plötzlich sich ausdehnen oder schrumpfen. Aber daran, daß in jeder Richtung eine einer gegebenen Länge gleiche aufgewiesen werden kann, und daß eine Folge untereinander durchweg gleicher Längen nicht zu einer führen kann, die der Ausgangslänge ungleich ist, darüber schließt die Natur der Raumvorstellung jeden Zweifel aus. Allgemein kann man also sagen, daß, wenn etwa irgendwelche Messungen eine Ungültigkeit geometrischer Sätze zu ergeben schienen, wir doch niemals auf die Unrichtigkeit dieser, sondern eine gleichviel in welcher Weise bewirkte Veränderung der als Maßstäbe benutzten Körper schließen würden.

Die obigen Betrachtungen führen zu dem Resultat, daß die mathematischen Sätze in der Tat Reflexions-Urteile sind, daß sie gewisse innere Beziehungen ausdrücken, die unserer Vielheits-, Zeit- und Raumvorstellung eigentümlich sind, Beziehungen, die eine jede dieser Vorstellungen als mit zwingender Evidenz gegeben erkennen läßt. Es liegt in der Natur der Sache, daß für diese Auffassung ein eigentlicher Beweis nicht gegeben werden kann. Immerhin wird es möglich und nützlich sein, dies Ergebnis durch einige Hinzufügungen zu ergänzen, die der Anerkennung seiner Richtigkeit förderlich sein können. Zunächst ist klar, daß, wenn wir die Wirklichkeit in mathematischen Formen, insbesondere zeitlich und räumlich vorstellen, aus diesem Umstande einerseits, anderseits der von der Erfahrung logisch unabhängigen Geltung einer Reihe auf Zeit- und Raumverhältnisse sich erstreckender Urteile sich eine Anzahl eigenartiger logischer Folgen ergeben werden. Die genaue Darlegung dieser, die ganz vorzugsweise geeignet sein wird, manche hier etwa noch gebliebene Zweifel und Bedenken zu erledigen, wird uns an späterer Stelle eingehend zu beschäftigen haben. — Sodann müssen wir hier sogleich einer Verwechslung entgegentreten, die auf diesem Gebiete von jeher nahegelegen hat und einer Verständigung hinderlich gewesen ist. Was wir hier bezüglich der mathematischen Sätze dargelegt haben, hat zum Ausgangspunkt und zum Gegenstand gewisse Vorstellungen, die wir tatsächlich haben, besser gesagt, die das jeweils mit ihnen sich beschäftigende denkende Sukjekt hat. Finden wir nun, daß diese Vorstellungen, so wie sie eben sind, gewisse, ihre inneren Beziehungen betreffende Urteile zulassen, und schreiben wir diesen Urteilen eine direkte Evidenz und eine logische Unabhängigkeit

von Real-Urteilen zu, so dürfen wir diese Aussagen nicht mit denjenigen verwechseln, die sich auf das Vorkommen, Entstehen usw. dieser Vorstellungen beziehen und die nichts anderes sind als Real-Urteile psychologischen Inhalts. So können wir die Frage aufwerfen, ob tatsächlich alle Menschen eine Raumvorstellung von gleicher Beschaffenheit haben, ob wir selbst diejenige, die wir zurzeit haben, auch noch morgen oder in 5 Jahren haben werden, ob sie einer Abänderung fähig ist, eventuell wie wir sie uns entstanden denken können. Müssen wir auch zugestehen, daß bis jetzt nicht das Mindeste bekannt geworden ist, was eine Abänderung der Raumvorstellung wahrscheinlich machte oder für die Art ihrer Entstehung uns irgend einen Anhalt gäbe, und müssen wir es für wahrscheinlich halten, daß sie einen unabänderlichen und überall gleichermaßen gegebenen Bestand unseres Vorstellungsmaterials darstellt, so müssen wir doch betonen, daß es sich hier um ein Real-Urteil handelt, dem denn auch die vielleicht hohe, aber doch immer bedingte Sicherheit aller Real-Urteile zukommt. Hier müssen wir also an die Möglichkeit denken, daß sich uns neue Einblicke in die Verhältnisse psychologischen Geschehens eröffnen, und daß wir abweichende Vorstellungen, die wir uns zurzeit nicht zu denken vermögen, als möglich oder als verwirklicht kennen lernen. Noch ernsthafter ist mit der Möglichkeit zu rechnen, daß z. B. die Raumvorstellung zwar eine allemal gleiche und unveränderliche sei, daher auch nicht eigentlich irgendwie aus anderen entstehe, aber kein immer bestehendes Bewußtseins-Element darstelle, sondern z. B. erst durch irgendwelche sinnlichen Empfindungen ausgelöst werde. Von all diesen Verhältnissen ist das, was wir hier behaupten, ganz unabhängig. Unser Ergebnis gründet sich auf die strenge inhaltliche Scheidung der mathematischen Sätze von allen Real-Urteilen: sie beziehen sich auf Vorstellungen, die wir als denkende Subjekte tatsächlich haben; sie bedeuten etwas in Bezug auf diese Vorstellungen, als im Augenblick mit einer bestimmten Beschaffenheit gegebene; über ein diese Vorstellungen betreffendes psychologisches Geschehen sagen sie nichts aus [1]).

Die eigenartige und besonders weitgehende Entwicklung der Reflexions-Urteile auf dem Gebiete der Mathematik weist uns darauf hin, daß es sich hier um Vorstellungen handelt, denen ein besonderer Reichtum innerer Beziehungen zukommt; und es darf daher wohl die Frage aufgeworfen werden, ob es nicht gelingt, die hier zugrunde liegenden Eigentümlichkeiten der in Frage kommenden Vorstellungen, derjenigen der Zahl, des Raums und der Zeit, in irgendeiner Weise greifbar zu bezeichnen und damit für die hier bestehenden logischen Verhältnisse ein tieferes Verständnis zu gewinnen.

Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkt zunächst die Zahlvorstellungen. Die Art, wie wir hier im Reflexions-Urteil eine unmittel-

[1]) Auf gewisse Bedenken, die man dieser Auffassung gegenüber daraus herleiten könnte, daß auch das Reflexions-Urteil ein eine gewisse Zeit in Anspruch nehmender psychologischer Vorgang ist, kommen wir im Kap. 9 zu sprechen.

bar ersichtliche Beziehung ausdrücken, hat nichts besonderes Auffälliges, solange wir uns auf übersehbare, gleichzeitig vorstellbare Mengen beschränken. So können wir uns den Satz $2 + 2 = 4$ etwa in der folgenden Weise veranschaulichen

1 ○ 3 ○ (1)
2 ○ 4 ○ (2).

Wir erkennen hier, daß dieselbe Gruppe von Punkten, indem wir sie sukzessive den Zahlen 1—4 zuordnen, der Zahl Vier oder, indem wir die mit drei und vier bezeichneten wieder als eins und zwei benennen, dem Aggregat $2 + 2$ entspricht. Eine solche Verschiedenheit kombinierender Auffassung können wir zunächst als eine Eigentümlichkeit der zusammengesetzten, eine Anzahl von Teilen in sich schließenden Vorstellungen betrachten, die auch zunächst uns kein besonderes Problem stellt. Das Bemerkenswerte liegt aber nun in zwei Umständen. Der eine ist der, daß die hier dargestellte Beziehung, obwohl sie an einer bestimmten Gruppe von Objekten aufgewiesen ist und auch niemals anders als an bestimmten Objekten aufgewiesen werden kann, doch eine allgemeine, von der Natur dieser Objekte unabhängige Ueberzeugung begründet. Erst hierdurch wird die hier anschaulich gewonnene Einsicht zu einem Satz der allgemeinen Zahlenlehre. Der Grund hierfür liegt offenbar darin, daß, wenn wir auch tatsächlich Vielheiten irgendwelcher Objekte vorstellen können, wir doch sehr wohl den Begriff der Zahl von dem des gezählten Objektes abzusondern vermögen, daß wir die Wiederholung des nämlichen Vorstellens unmittelbar als etwas anerkennen, was zwar immer auf irgendwelche Objekte, aber auf beliebige Objekte ganz gleichermaßen angewendet werden kann, was wir daher aus der im Einzelfalle vorliegenden Vielheitsvorstellung heraussondern und unabhängig betrachten können. In dieser psychologischen Selbständigkeit des in jede Vielheitsvorstellung eingehenden, eben als Vervielfältigung oder als Wiederholung zu bezeichnenden Momentes liegt also der eine der hier in Betracht kommenden Umstände. — Wir können sogleich darauf hinweisen, daß für Zeit- und Raumvorstellung etwas in vieler Hinsicht Aehnliches zu bemerken ist. Die Heraushebung einzelner Raumteile (Punkte, Linien usw.), wie wir sie für die anschauliche Erweisung eines geometrischen Axioms machen müssen, ist nicht möglich, ohne diese Teile in irgend einer Weise sinnlich ausgezeichnet vorzustellen. Wir veranschaulichen uns einen Satz dieser Art durch eine Zeichnung; und wenn wir auf ein solches Hilfsmittel verzichten und die Vorstellung der Gebilde rein in der Phantasie versuchen, so wird doch irgend eine sinnliche Markierung als vorgestellt oder anklingend wohl immer zu konstatieren sein. Wir übersehen aber, daß z. B. die in einem räumlichen Gebilde bestehenden Gleichheitsbeziehungen ganz ohne Rücksicht auf die Natur der dort vorhandenen Objekte betrachtet und angegeben werden können, daß die Gleichheit oder Ungleichheit zweier Strecken ein Verhalten bedeutet, das von der Natur der dort befindlichen Objekte jedenfalls unabhängig ist. Wie wir also bei den Vielheitsvorstellungen jede anschauliche Evidenz nur an bestimmten Objekten aufweisen können, gleichwohl aber die Vorstellung der Zahl von der der gezählten Objekte absondern und die Evidenz als eine den Zahlen als solchen und allgemein zukommende erkennen: ebenso können wir, wiewohl die räumlichen Evidenzen nur in Verbindung mit irgendwelchen sinnlichen Qualitäten darstellbar sind, doch stets ohne weiteres in unserer Vorstellung die Orte von den an ihnen vorhandenen Objekten trennen, und erkennen auf diese Weise, daß das, was wir an dem betreffenden räumlichen Gebilde einsehen, von ihm selbst als solchem, unabhängig von den daselbst vorhandenen Objekten oder allgemein für beliebige Objekte, gilt. Die Absonderbarkeit der Zahlvorstellungen von den gezählten Objekten, der Raum- und Zeitvorstellung von den in sie eingeordneten Realien, also ihre psychologische Selbständigkeit, wie wir etwa kurz sagen können, ist das eine der hier in Betracht kommenden Momente.

Zu diesem Umstande kommt sodann ein zweiter, den wir auch zunächst wieder in Bezug auf die reinen Zahlvorstellungen erläutern wollen. Die Axiome der Zahlenlehre sind allgemein nicht nur insofern, als sie von der Natur der gezählten Objekte unabhängig sind, sondern auch insofern, als sie Beziehungen ganz beliebiger Zahlen ausdrücken. Den vorhin erwähnten Satz, daß, wenn wir einen Summanden um Eins vermehren, auch die Summe um Eins wächst, oder auch den ganz allgemeinen, daß die aus gleichen Zahlen in ungleicher Zusammenfügung gebildeten Summen gleich sind — kommutatives und assoziatives Prinzip: $a + b = b + a$ und $a + (b + c) = a + b + c$ — können wir ja immer nur an bestimmten Zahlen anschaulich erweisen. Gleichwohl finden wir, daß jede derartige Einsicht die unabweisbare Ueberzeugung in sich schließt, daß das hier für bestimmte Zahlen Geltende, allgemein für beliebige in der gleichen Weise zutreffe. — Versuchen wir auch diese, unzweifelhaft ja sehr merkwürdige Tatsache irgendwie verständlich zu machen, so werden wir sie offenbar mit dem Umstande in Verbindung bringen dürfen, daß das Fortschreiten zu größeren und größeren Zahlen nicht einen Uebergang zu völlig neuen Vorstellungen, sondern immer nur eine Wiederholung des nämlichen psychologischen Verhältnisses bedeutet: die Gesamtheit der Zahlvorstellungen ist nicht ein Komplex fertiger Teile, sondern eine durch ein Fortschritts-Gesetz charakterisierte Reihe, ein Fortschrittsgesetz der Art, daß von jedem erreichten Punkte immer wieder weiter in der gleichen Weise fortgeschritten werden kann. Hierauf beruht es schon, wenn wir die Reihe der natürlichen Zahlen als eine unbegrenzt fortzusetzende in Anspruch nehmen, ein Satz, in dem wir das einfachste und einleuchtendste Beispiel einer immer nur am Einzelnen anschaulich aufweisbaren, aber unmittelbar in allgemeiner Weise zwingenden Evidenz haben. Ge-

rade darin also dokumentiert sich die eigentümliche Natur der Vielheitsvorstellung, daß, wie wir unmittelbar und zwingend einsehen, jeder Punkt, zu dem wir fortschreitend gelangen, den weiteren Fortschritt wieder in der gleichen Weise gestattet.

Auch die Allgemeinheit der anderen hierhergehörigen Evidenzen werden wir mit dieser Eigentümlichkeit in Verbindung bringen dürfen. Denn in dem mehr erwähnten Satze $a + (b + 1) = (a + b) + 1$ drückt sich doch ein Zusammenhang zweier Modalitäten des Fortschreitens aus, ein Zusammenhang, von dem wir einsehen, daß er überall gelten muß, welche Zahlen wir auch zum Ausgangspunkte nehmen. Und dies bringt es mit sich, daß wir seine Gültigkeit als davon unabhängig einsehen, auf welche speziellen Zahlen wir ihn anwenden. — Wollen wir also für die hier in Frage kommenden Eigentümlichkeiten der Vielheitsvorstellungen einen kurzen Ausdruck haben, so werden wir sie etwa dahin bezeichnen können, daß sie nichts Abgeschlossenes, sondern ein nach seinem Bildungsgesetz Bezeichnetes bedeuten, daß sie einen Ausgangspunkt und ein Gesetz des Fortschreitens von der Eigentümlichkeit enthalten, daß die Möglichkeit des gleichen Fortschrittes von jedem erreichten Punkte ersichtlich ist.

Auch hier können wir auf das Analoge betr. der Zeit- und Raumvorstellung hinweisen. Als die wesentliche Eigentümlichkeit dieser beiden, vermöge deren die Anwendung der reinen Größenlehre auf sie zulässig wird, haben wir ihre Zusammensetzung aus Teilen hervorzuheben, die in einem ganz besonderen Sinne vollkommen gleichartig genannt werden können. Worin liegt nun der Grund dieser Erscheinung? Unzweifelhaft hängt sie damit zusammen, daß auch Raum- und Zeitvorstellung, so wie sie Gegenstand der mathematischen Betrachtung sind, nicht etwas Fertiges, in seiner Gesamtheit wirklich Vorgestelltes sind. Als das psychologisch Wesentliche erscheint vielmehr immer die Art, in der wir überhaupt gleichartige Teile aneinander gefügt denken können, und der zufolge von der so erreichten benachbarten Stelle immer wieder die gleiche Art des Fortschrittes möglich erscheint. Hierdurch resultiert die vollkommene Aehnlichkeit mit den Verhältnissen der Vielheitsvorstellung in ihrer einfachen Anwendung auf beliebige, als gleichartig gedachte und gezählte Objekte. Erscheinen so Raum und Zeit als Vorstellungen, die niemals im Ganzen fertig, wohl aber in jedem kleinsten Stückchen so zu sagen potentia gegeben sind, so müssen wir anderseits hervorheben, daß auch keine elementare Raum- oder Zeitvorstellung aufweisbar ist, die nicht, der gesamten gleichartig, diese schon in der gleichen Weise potentia oder in nuce enthielte. Dieses hervorzuheben ist wichtig namentlich gegenüber den viel gemachten Versuchen, die Raumvorstellung in eine Anzahl einzelner, in bestimmter Weise gegeneinander abgestufter Empfindungen, etwa der Reihe der Gehörsempfindungen vergleichbar, aufzufassen und somit auch die zwischen ihnen stattfindenden Beziehungen den durch Kombinierung und Vergleichung sich ergebenden empirischen Beziehungen solcher Empfindungsreihen gleichzustellen. Man kann, wie mir scheint, die charakteristischen Eigentümlichkeiten der Raum- und Zeitvorstellung nicht gründlicher verkennen als es in diesen Versuchen geschieht. Sie lassen außer acht, daß in der Raum- und Zeitvorstellung das Verhältnis der einzelnen Teile ein vollständig anderes ist, als in jedem System von Empfindungen. In jeder Vielheit von Empfindungen, die wir nach irgend einem Gesichtspunkt in eine Reihe ordnen, z. B. in der nach Höhe und Tiefe geordneten Reihe der Töne, erscheint das Einzelne stets als etwas vollkommen Selbständiges, von der Beziehung auf alle andern Teile der Reihe durchaus Ablösbares. Das Hören eines Tones von bestimmter Höhe vermögen wir uns sehr wohl als etwas rein für sich Gegebenes vorzustellen; das vergleichende Denken an andere Töne ist etwas für die sinnliche Bestimmtheit der Empfindung ganz Unwesentliches, etwas wohl häufig, aber auch keineswegs in irgendwie fixierter Weise Hinzutretendes, das wir uns sehr wohl auch als ganz fehlend denken können. In völligem Gegensatze hierzu ist ein einzelner Ort im Raum, ein einzelner Zeitpunkt für sich allein, eine ganz unmögliche Vorstellung; jeder Punkt ist nur als Einzelnes in einer Umgebung denkbar und die Erstreckung, in der er als Teil vorgestellt wird, ist bereits wieder von der Art, daß sie implicite den Raum, die Zeit in ihrer ganzen unbegrenzten Ausdehnung in sich enthält.

Auch hier beruht auf diesem Umstande das oben hervorgehobene Verhältnis des Einzelnen zum Allgemeinen, die allgemeine Gültigkeit des immer nur in individueller Form anschaulich zu machenden. Wenn das, was wir uns an der horizontalen Linie vorstellen, zugleich zwingend für die senkrechte und jede schräg verlaufende einleuchtet, wenn wir das an einem kleinen Dreieck Einleuchtende als etwas für Dreiecke jeder Größe Geltendes in Anspruch nehmen, so beruht dies offenbar darauf, daß es sich da nicht um lauter verschiedene, einander fertig gegenüberstehende Vorstellungsgebilde handelt, sondern daß wir uns bewußt sind, ähnlich wie bei dem an jeder beliebigen Stelle anzuknüpfenden Fortschritt in der Zahlenreihe, eine Vorstellung nach einem gleichermaßen anwendbaren Gesetz zu schaffen und fortzusetzen.

Ich wende mich zu einer Klasse von Reflexions-Urteilen, die an sich für die allgemeine Logik zwar minder bedeutungsvoll sind, deren Besprechung aber insofern von Wichtigkeit ist, als ihre Klarstellung auch für eine richtige Auffassung der andern oben behandelten, namentlich der mathematischen Sätze unerläßlich ist. Zum Ausgangspunkt möchte ich diejenigen Urteile nehmen, die man als Vergleichungs-Urteile bezeichnen kann. Wenn wir zwei Farben für ungleich erklären und dabei, wie wir annehmen wollen, nicht eine objektive Beschaffenheit der Gegenstände, sondern lediglich das Verhältnis zweier gleichzeitig, etwa nebeneinander gegebener Empfindungen meinen, so statuieren wir offenbar mit der Aussage der Ungleichheit

auch eine interne Beziehung zweier Bewußtseins-Inhalte. Auch hier liegt also ein Reflexions-Urteil vor. Auch erkennt man ohne weiteres, daß wir es hier mit einem ersten und einfachsten Beispiel eines umfangreichen Gebietes zu tun haben. Versuchen wir ein solches vollständiger zu übersehen, so zeigt sich, daß das Vergleichungs-Ergebnis ein sehr mannigfaltiges sein kann. Wir können die Farben gleich oder ungleich, wir können sie in höherem oder geringerem Grade ähnlich finden. Wir können auf anderen Gebieten eine Empfindung stärker oder schwächer, einen Unterschied zweier Empfindungen deutlicher oder wohl auch größer nennen als einen anderen usw. Auch die Vergleichungs-Urteile sind also, ganz ebenso wie diejenigen über eine Inzidenzbeziehung, a t y p i s c h. Sie sind es nicht nur insofern, als die Zahl der Begriffe, durch die wir das Verhältnis zweier verglichener Vorstellungen bezeichnen können, eine unübersehbar große ist, sondern vor allem auch insofern, als jeder einzelne dieser Begriffe ein mehr oder weniger unbestimmter ist. Besonders einleuchtend ist dies bei der Prädikation der Aehnlichkeit. Es kommt hier schon darin zum Ausdruck, daß wir von (nicht genauer zu bezeichnenden) G r a d e n der Aehnlichkeit reden. Ueberdies aber ist die Aehnlichkeit zweier sinnlichen Empfindungen und die zwischen zwei verwickelteren Vorgängen oder zwischen zwei logischen Verhältnissen bestehende doch eine, wie wir wiederum nur sagen können, zwar ähnliche, aber doch nicht dieselbe Beziehung. Auch der hier die Aussage bildende Begriff der Aehnlichkeit selbst ist also ein synchytischer und ein sehr unbestimmter.

Dasselbe gilt für die zahlreichen und mannigfaltigen Aussagen, in denen wir von einem Mehr oder Weniger sprechen. Wenn wir z. B. denselben Ton mit zwei im objektiven Sinne verschiedenen Intensitäten zu hören bekommen, so nennen wir die Differenz der beiden Empfindungen einen Stärkeunterschied. Aber wir können auch wohl dem akustischen Eindruck des Kanonenschusses eine größere Stärke zuschreiben, als einem nur mit Aufmerksamkeit wahrnehmbaren Geruche oder Lichtschein. Wir können ferner einen U n t e r s c h i e d zweier Empfindungen größer nennen als den zweier anderen. Sprechen wir in allen diesen Fällen von einem Mehr oder Weniger, so ist ersichtlich, daß der Vergleichungsbegriff, dessen sich das Urteil bedient, wiederum sehr mannigfaltiges Einzelne zusammenfaßt, also, wie der der Aehnlichkeit, selbst ein hochgradig unbestimmter synchytischer Begriff ist. Dasselbe gilt, wie besonders betont werden muß, auch hinsichtlich der in solchen Vergleichungs-Urteilen ausgesagten G l e i c h h e i t. Wir können z. B. dem Unterschied zweier roten und demjenigen zweier grünen Gegenstände den gleichen Betrag zuschreiben; nennen wir anderseits die Tonintervalle c_1—d_1 und c_2—d_2 gleich, so kann man sich der Einsicht nicht entziehen, daß die konstatierte Beziehung, wenn wir sie auch mit demselben Worte bezeichnen, doch in beiden Fällen keineswegs identisch ist. In vielen Fällen bedeutet die Aussage der Gleichheit

nichts anderes, als daß wir das Verhältnis einer Vorstellung zu einer zweiten weder als ein M e h r noch als ein W e n i g e r mit Sicherheit in Anspruch nehmen können. Und die außerordentlich weitgehende Anwendung des Gleichheitsbegriffes beruht auf der großen Mannigfaltigkeit der Fälle, in denen wir diese Begriffe anwenden, in denen wir von einem Mehr und Weniger reden können. Aber auch der Sinn der Gleichheitsprädikation ist, der unbestimmten Bedeutung jenes Mehr und Weniger entsprechend, ein überaus unbestimmter [1]).

Berühren wir mit einem Wort noch einen Punkt von formaler Bedeutung. Wir gingen bisher davon aus, daß das Vergleichungs-Urteil sich eines synchytischen Begriffes in seiner Aussage bedient. Mit einer leichten Modifikation der Auffassung können wir die Sache auch so ansehen, daß in allen Fällen das Vergleichungs-Ergebnis ein ganz bestimmtes ist, ein individuell gegebener Beziehungseindruck, wenn ich für den Augenblick so sagen darf. Es würde uns jedoch zunächst an der Möglichkeit einer Bezeichnung für diesen fehlen, und wir gelangen zu dem Vergleichungs-Urteil in begrifflicher Form erst, indem wir ihn unter einen der synchytischen Vergleichungs-Begriffe subsumieren. Die Atypie des Vergleichungs-Urteils besteht dann darin, daß das Verhältnis des individuell gegebenen Vergleichungs-Eindrucks zu dem synchytischen Vergleichungs-Begriff ein atypisches ist. Wir können also bemerken, daß die Atypie dem Vergleichungs-Urteil zukommt, sofern es ein begrifflich formuliertes ist, und daß sie auf der Atypie des Inzidenzverhältnisses beruht, da ein solches eben in jedes (begrifflich ausgedrückte) Vergleichungs-Urteil eingeht.

Die Unbestimmtheit der in den Vergleichungs-Urteilen auftretenden synchytischen Begriffe bringt es, wie wir auch hier in Analogie zu den obigen Ausführungen (S. 12) hervorheben müssen, mit sich, daß wir häufig das Verhältnis zweier Vorstellungen durch keinen der uns verfügbaren Vergleichungsbegriffe einwandfrei, und zwar weder bejahend noch verneinend, bezeichnen können, oder daß die Zurechnung des vorliegenden Beziehungseindruckes zu einem jener Begriffe weder glatt zu bejahen, noch glatt zu verneinen ist. So wird uns der Vergleich zweier Empfindungen, noch häufiger der zweier Unterschiede zwischen Empfindungen, zwar gelegentlich zu dem Ergebnis führen, daß wir eines gegenüber dem anderen als ein Mehr, ein Größeres bezeichnen dürfen. Oft aber wird dies auch weder im einen, noch im entgegengesetzten Sinne der Fall sein. Es ist also zu beachten, daß, wo in dieser Hinsicht Zweifel bestehen, auch die Frage, ob die eine Empfindung eine stärkere, der eine Unterschied ein größerer sei als der andere, dies

[1]) Ich habe früher schon an verschiedenen Stellen mich eingehend über die Natur dieser Art von Urteilen ausgesprochen und hauptsächlich den fundamentalen Unterschied des Sinnes betont, in dem einerseits auf diesem psychologischen Gebiete, anderseits in der Mathematik von Gleichheit gesprochen wird. Ich darf hier, wo sich insbesondere ein detailliertes Eingehen auf abweichende Ansichten verbietet, wohl auf jene früheren Auseinandersetzungen verweisen. (Zur Psychologie der Urteile, Vierteljahrsschrift für wissenschaftl. Philosophie XXIII. S. 11. Vgl. auch den Abschnitt Z u r P s y c h o l o g i e d e r S i n n e in Nagels Handbuch der Physiologie III S. 22.)

der Natur der Sache nach ganz unentscheidbar ist, die Frage vielmehr eben durch die Feststellung der atypischen, dem Zweifel Raum gebenden Beziehung erledigt wird [1].

Den Vergleichungs-Urteilen stehen in vieler Hinsicht nahe und mögen ihnen daher angeschlossen werden diejenigen, die ich als Urteile *psychologischer Analyse* bezeichnen will, die Urteile, die die Beziehung eines Elementes zu einem Komplex, in den es eingeht, besagen. Es ist einleuchtend, daß wir es auch bei Aussagen dieser Art mit der Konstatierung einer Beziehung zu tun haben, die mit der Natur der betreffenden Vorstellungen ohne weiteres gegeben ist, also mit direkt evidenten Reflexions-Urteilen. Von größerer Wichtigkeit ist es, daß die hier ausgedrückte Beziehung, wenn überhaupt jemals, so doch sicher nur ausnahmsweise die ganz einfache ist, an die man hier zunächst zu denken veranlaßt ist, die einer einfachen Zusammenfügung von Bewußtseins-Inhalten, so daß diese in vollkommener Unabhängigkeit nebeneinander und somit als Teile eines Aggregates gegeben wären. Bei dem gleichzeitigen Bestehen zweier Empfindungen verschiedener Sinnesgebiete mag wohl ein derartiges Verhältnis bestehen. In der Regel dagegen stehen die Bestandteile sowohl zu dem Komplex, dem sie angehören, wie zueinander in einem besonderen Verhältnis, das ich als eine *funktionelle Verknüpfung* bezeichnen will, einem Verhältnis, das nicht des weiteren zu erläutern, sondern nur von Fall zu Fall als ein gegebenes aufzuweisen ist [2]. Wir bestätigen dies am einfachsten an einem gerade für uns hier vorzugsweise bedeutsamen Beispiel, dem Urteil selbst und seinen begrifflichen Elementen. Stellt das Urteil, ganz allgemein gesprochen, jedenfalls etwas psychologisch Zusammengesetztes dar, an dem wir verschiedene Teile bemerken, so können wir eben diese Zusammengesetztheit des Urteils, das Eingehen eines einzelnen Teiles in dasselbe hervorheben, und sprechen damit einen Satz der uns hier beschäftigenden Art aus. So etwa, wenn wir, älterer Uebung entsprechend, sagen, daß ein Subjekts- und ein Prädikatsbegriff in das Urteil eingeht; oder wenn wir, später zu besprechenden Verhältnissen gemäß, bemerken, daß in jedes Real-Urteil eine Zeitbestimmung eingeht. Hier ist besonders leicht bemerkbar, daß der Komplex niemals das einfache Nebeneinander der in ihm zu bemerkenden Elemente darstellt, sondern eine besondere Verknüpfung derselben. — Das hier gerade für das Urteil Dargelegte

[1] Vorausgesetzt ist hierbei natürlich immer, daß die Sätze wirklich nur die Bedeutung von Vergleichungs-Urteilen in dem hier betrachteten subjektiven Sinne sind. Kann der Gleichheits-Aussage ein anderer, z. B. objektiv definierter Sinn gegeben werden, so kann dies natürlich unter Umständen wohl ein derart präziser sein, daß für jedes Gleichheits-Urteil Bejahung oder Verneinung gefordert werden darf.

[2] Wir berühren hier eben diejenigen psychologischen Verhältnisse, die Kant in ihrer fundamentalen Bedeutung gewürdigt hat, indem er als das charakteristische Merkmal der „Synthesis" bezeichnete, „daß dabei die mannigfaltigen Elemente trotz ihrer Vereinigung in ihrer ganzen Bestimmtheit aufrecht erhalten werden".

findet sich ähnlich in den mannigfaltigsten psychischen Erscheinungen wieder. Das Wert-Urteil enthält einerseits die Art der Beurteilung, ethische oder ästhetische Billigung oder Mißbilligung usw., anderseits dasjenige Objekt, dem diese Beurteilung gilt, und wiederum beide in einer nicht weiter zu erläuternden funktionellen Verknüpfung. Aber auch schon die Vereinigung von Helligkeit, Farbe und räumlicher Bestimmung in unseren Seheindrücken, die Verknüpfung von Zahl und Gezähltem bei einer Vielheits-Vorstellung wird hierher zu rechnen sein.

Die hier berührten psychologischen Verhältnisse sind in mancher Hinsicht von Bedeutung, und wir werden teils bei der begrifflichen Bezeichnung psychologischer Zustände (Kap. 13), teils bei der psychologischen Analyse des Urteils (Kap. 21) darauf zurückzukommen haben. Gleich hier sei ein Punkt betont, der in Bezug auf alle diese Verhältnisse von Bedeutung ist. Wären unsere Bewußtseins-Inhalte nur in dem Sinne zusammengesetzt, daß sie eine Anzahl unabhängig koexistierender Teile enthalten, so würden diese auch eine von Haus aus fest gegebene Zusammensetzung bedeuten; und wir könnten uns keine andere Aufgabe stellen, als eine Zerlegung in solche fest gegebenen Teile. Im Gegensatze dazu muß betont werden, daß durch die vergleichende Betrachtung mannigfaltiger Bewußtseins-Inhalte in größtem Umfange die Gelegenheit für die Bildung neuer (synchytischer) Begriffe gegeben ist, die nun an jenen Bewußtseins-Inhalten als an ihnen beteiligt oder in sie eingehend, also als Teilbestandteile in einem viel weiteren Sinne des Wortes aufgewiesen werden können. Hierdurch eröffnet sich für die Beschreibung und Bezeichnung von Bewußtseins-Inhalten ein viel weiteres Feld. Es hängt aber hiermit auch zusammen, daß die Zusammensetzung eines Bewußtseins-Inhaltes in diesem weiteren Sinne durchaus nichts fest Bestimmtes, sondern durch Betrachtungsweise und fortschreitende Begriffsbildung in mannigfaltiger Weise zu verändern und zu vermehren ist. Es handelt sich hier, wie ich glaube, um eine wichtige Quelle der Täuschung für diejenigen Bestrebungen, die sich als psychologische Analysen bezeichnen. Doch ist hier nicht der Ort, auf diese Verhältnisse des genaueren einzugehen [1]. Daß ihnen zufolge namentlich auch die analysierende Betrachtung des Urteils selbst nicht absolut fixiert, sondern in gewissem Maße willkürlich und veränderlich ist, wird uns an späterer Stelle noch beschäftigen.

Die obige Besprechung einer Reihe von Reflexions-Urteilen wird genügen, um es als gerechtfertigt erscheinen zu lassen, daß wir sie als eine besondere Urteilsklasse zusammenfassen. In der Tat ist ersichtlich, daß überall das zutrifft, was wir als Charakteristikum der Reflexions-Urteile schon eingangs hervorgehoben hatten: daß sie, ohne auf irgend ein Wirklichkeits-Verhalten Bezug zu nehmen, eine zwischen

[1] Vgl. hierüber die Bemerkungen in meinem Aufsatz „Ueber die Natur gewisser Gehirnzustände usw.", Zeitschrift für Psychologie 11, 1894 S. 18, sowie die Ausführungen in Nagels Handbuch der Physiologie III S. 26.

Vorstellungen bestehende, unmittelbar ersichtliche Beziehung ausdrücken. Hierauf beruht es, daß sie den Grund ihrer Geltung in sich selbst tragen; er liegt in einer nicht weiter erläuterbaren Weise in der Natur derjenigen Vorstellungen, deren Beziehungen festgestellt werden. — Wir haben, wie gesagt, dies Verhalten an einer Anzahl von Beispielen aufgewiesen. Diese haben wir aus der Gesamtheit unserer Denkgebilde zunächst in einer willkürlichen, durch keine bestimmte Regel geleiteten Weise entnommen. Es wird zum Abschluß dieser Betrachtung noch zu erwägen sein, ob es gelingt, von irgend einem bestimmten Gesichtspunkt aus alles, was überhaupt dieser Urteilsklasse angehören mag, erschöpfend anzugeben. Wäre dies der Fall, so würden wir eine solche systematische Darstellung als zu unserer Aufgabe gehörig hier in Angriff zu nehmen haben. Wir müßten, um darüber ein Urteil zu gewinnen, erwägen, welche Vorstellungs-Inhalte überhaupt von der Beschaffenheit sind, daß ihre Zusammenhaltung dazu führt, ihr gegenseitiges Verhältnis in der Form eines Reflexions-Urteils auszudrücken. Von diesem Standpunkt aus erkennen wir, daß der *einfachste* Fall dieser Art in der Vergleichung zu erblicken sein wird und in dem zufolge einer solchen abgegebenen Urteil der Gleichheit, Verschiedenheit usw. Schon auf Grund dieser Ueberlegung wird man es für unwahrscheinlich halten dürfen, daß es sich bei den Reflexions-Urteilen um eine bestimmt abgegrenzte, aus irgend einem Gesichtspunkt systematisch und erschöpfend zu übersehende Klasse handle. Denn schon bezüglich der einfachen Empfindungen ist nach keinem allgemeinen Prinzip anzugeben, welche elementare Begriffe auf ihr Verhältnis angewendet werden können; und wir dürfen nur behaupten, mit den oben angeführten (Gleich und Ungleich, Aehnlich, Stärker, Schwächer) die Gesamtheit des hier Vorkommenden nicht erschöpft zu haben. — Betrachten wir ferner die Reflexions-Urteile der Logik, so sehen wir, daß *eine* Art von Beziehung, der Geltungs-Zusammenhang, als Ergebnis gewisser anderer Beziehungen behauptet wird, die zwischen den in die Urteile eingehenden Elementen stattfinden. Man erkennt hier, daß als Basis für diese Arten der Reflexions-Urteile eine besondere Art der Verknüpfung in Frage kommt, vermöge deren psychologische Elemente sich in irgend einem Sinne zu einer Einheit verbinden, wie z. B. die einzelnen in ein Urteil eingehenden Begriffe zum Urteil selbst.

Aehnlich sind die Sätze der Zahlenlehre in letzter Instanz durch die eigentümliche Art bedingt, in der die Einzelelemente in die Vielheits-Vorstellung eingehen. Allgemein kann man also sagen, daß mit den besonderen Formen funktioneller Verknüpfung sich auch besondere, in der Form von Reflexions-Urteilen ausdrückbare Beziehungen ergeben werden. Jede neue Verknüpfung wird im allgemeinen neue psychologische Bildungen liefern und damit auch die Möglichkeit neuer Reflexions-Urteile ergeben. Nun besteht ja eine der wichtigsten Eigentümlichkeiten unseres Seelenlebens gerade in der mannigfaltigen Art,

in der verschiedene Elemente sich funktionell verknüpfen, und es erscheint zunächst wohl kaum möglich, diese Fälle nach einem allgemeinen Gesichtspunkt zu ordnen oder übersehbar zu machen. Man kann hiernach, wie mir scheint, auch hinsichtlich der Reflexions-Urteile nur zu dem entsprechenden negativen Ergebnis gelangen. So mannigfaltig die Bestandteile unseres Seelenlebens überhaupt, so mannigfaltig die Verbindungen, in die sie treten können, so mannigfaltig sind auch die Beziehungen, die sie untereinander darbieten, und die wir als Reflexions-Urteile aussprechen können.

Aus eben diesen Gründen wird es auch kaum möglich sein, soll jedenfalls hier nicht versucht werden, die Reflexions-Urteile in einer rationellen und erschöpfenden Weise einzuteilen. Ich möchte mich darauf beschränken, diejenigen beiden Gruppen derselben zusammenfassend herauszuheben, denen ein weitergehendes Interesse zukommt. Es sind dies zunächst die *mathematischen*, sodann aber diejenigen, die die allgemeinen Grundlagen unseres Denkens, wie das Verhältnis eines Begriffes zu seinen Elementen, des Urteils zu den in dasselbe eingehenden Begriffen, die Geltungs-Zusammenhänge von Urteilen usw., zum Gegenstand haben und für die oben schon die Bezeichnung der *logischen Reflexions-Urteile* festgelegt wurde. Die mathematischen und die logischen Reflexions-Urteile sind es, mit denen wir uns noch weiter des Genaueren, namentlich auch unter formalen Gesichtspunkten zu befassen haben, während von einer Verfolgung anderer, wie der Vergleichungs-Urteile und der Urteile psychologischer Analyse hier abgesehen werden darf und soll.

Zweites Kapitel.

Die Real-Urteile.

Die idiopsychischen Urteile. Naive Objektivierung. Theoretisches Wirklichkeits-Denken. Naiver Realismus. Gesetzmäßige Ordnung und Interpretation des theoretisch Gedachten. Das Transzendente. Scheinurteile.

Indem wir zu einer spezielleren Betrachtung der *Real-Urteile* schreiten, haben wir uns zunächst ganz im Allgemeinen darüber zu orientieren, was als „wirklich" erkennbar ist und ausgesagt wird. Wir werden dabei nicht umhin können, auch die Frage nach dem begrifflichen Material der Real-Urteile ins Auge zu fassen, worin übrigens nicht sowohl ein unerwünschtes Vorgreifen auf die Gegenstände des folgenden Abschnittes, als vielmehr die Gewinnung derjenigen Grundlagen zu erblicken ist, von denen dort ausgegangen werden kann.

In der Gesamtheit dessen, was wir eine Erfassung der Wirklichkeit nennen, wird eine ganz allgemeine Betrachtung passend etwa drei Stufen unterscheiden dürfen. Und zwar kann man als erste und ursprünglichste Art der Wirklichkeits-Auffassung diejenige an die Spitze stellen, bei welcher das empfindende, vorstellende, denkende Subjekt lediglich von diesen Zuständen oder Vorgängen als wechselnden Bestimmungen seiner selbst Akt nimmt. Wir können diese Art des Wirklichkeits-Denkens als eine *rein subjektive* bezeichnen. Wir nennen sie die ursprünglichste, nicht im psychologischen Sinne; denn es ist mindestens zweifelhaft, ob der Mensch auf irgend einer Stufe seiner psychologischen Entwicklung wirklich hiermit beginnt, und gewiß noch zweifelhafter, ob etwa auf irgend einer Stufe des Tierreiches Aehnliches sich in einer Ausbildung findet, die von einer Wirklichkeits-Auffassung überhaupt zu sprechen gestattet. In logischem Sinne aber ist diese Auffassung die ursprünglichste, weil sie sich auf das unmittelbar Gegebene und definitiv Sichere beschränkt, von jeder Deutung, jedem Schluß oder Zusatz absehend. Auch versteht sich, daß wir *jeden* Zustand unser selbst in dieser Weise zum Gegenstande eines ihn konstatierenden Urteils machen können. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn dieser Zustand in einem nicht auf uns selbst, sondern etwa die Außenwelt, bezüglichen Urteil besteht. Auch in diesem Falle können wir die Tatsache, *daß* wir im Augenblicke so urteilen, wahrnehmen usw., konstatieren und eben dies als ein Urteil der hier betrachteten Art aussprechen. Wir haben es hier mit einem Verhalten von fundamentaler Bedeutung zu tun, auf das wir bei verschiedenen Gelegenheiten zurückzukommen und uns zu stützen haben werden. Da es auch wünschenswert ist, für diese in vielen Hinsichten besonders wichtige Art von Urteilen eine besondere Benennung zu haben, so sollen sie im Folgenden als *idiopsychische* bezeichnet werden.

Kommt nun aber auch den unsere inneren Erlebnisse direkt darstellenden Real-Urteilen diese ausgezeichnete Bedeutung zu, so umfaßt doch der größere Teil unseres Wirklichkeits-Denkens etwas anderes. Wir heben sogleich diejenige Vorstellungsweise hervor, die, in gewissen Grundzügen übereinstimmend, die beiden anderen Stufen des Wirklichkeits-Denkens maßgebend bestimmt. Ihr wesentliches Charakteristikum ist das, was wir die *Objektivierung* nennen können, das Hinzudenken eines *Nicht-Ich* zu den direkt gegebenen Bestimmungen unseres eigenen Bewußtseins. Die Wirklichkeit ist also jetzt gedacht als eine Summe existierender Dinge oder als ein äußeres Verhalten, das mit den uns direkt gegebenen Bewußtseins-Tatsachen irgendwie in Verbindung gesetzt sein, dessen wechselnde Bestimmungen also in irgend einer Weise und in irgend einem Sinne uns erkennbar sein sollen.

Wir können sogleich bemerken, daß durch diesen Umstand unsere Wirklichkeits-Vorstellung vor Allem eine außerordentliche Ausdehnung und Vermehrung ihres Inhalts erfährt. Das eigene Bewußtseinsleben

bildet nunmehr nur einen relativ kleinen Teil der ganzen Wirklichkeit; und auch das, was wir wahrnehmen, bildet nur einen kleinen Bruchteil von all dem, was als reales Verhalten des Nicht-Ich vorgestellt wird. Denn immer ist mit der Objektivierung der Dinge zugleich die Vorstellung verknüpft, daß diese, selbständig existierend, nur gelegentlich und bruchstückweise in den Kreis unserer Wahrnehmungen gelangen. Die Wahrnehmung ergänzt sich also sogleich durch eine ausgedehnte Supplierung des nicht Wahrgenommenen.

Fassen wir nun die ganze Art eines solchen Wirklichkeits-Denkens genauer ins Auge und berücksichtigen wir dabei namentlich auch das begriffliche Material, dessen sich die Real-Urteile bedienen, so können wir als eine zweite Form oder Stufe des Wirklichkeits-Denkens zunächst die erwähnen, für die es charakteristisch ist, daß wir äußere Dinge und Vorgänge direkt nach Maßgabe gewisser in uns stattfindender Eindrücke bezeichnen. Ich will diese Art der Wirklichkeits-Bezeichnung eine *naive Objektivierung* nennen. Der geläufigste Fall derselben ist der, daß wir eine von einem Gegenstande in uns hervorgerufene sinnliche Empfindung direkt zur Bezeichnung einer dem Gegenstande zugeschriebenen *Eigenschaft* verwenden; so, wenn wir von einem roten oder dunkeln, süßen, kalten Gegenstande usw. reden. Aber auch, wenn wir Gegenstände selber ohne weiteres nach Maßgabe der durch sie hervorgerufenen sinnlichen Eindrücke und der von ihnen aufbewahrten Erinnerungsbilder benennen, folgt die Bezeichnung dem nämlichen Prinzip. Sprechen wir von einem Pferd, einer Rose, einem Brunnen, und verstehen wir darunter lediglich das Korrelat gewisser sinnlicher Eindrücke, die wir in unserer Erinnerung aufbewahrt haben, so benutzen wir ein Gedächtnisbild subjektiver Eindrücke als Gegenstands-Begriff von objektiver Bedeutung und verfahren daher in einer als naive Objektivierung zu bezeichnenden Weise. Ferner mag hier daran erinnert werden, daß es im Grunde auch nichts anderes ist, wenn wir z. B. den ästhetischen Eindruck, den uns irgend ein Vorgang macht, als Realbegriff zu seiner Beschreibung verwenden. — Bei der großen Mannigfaltigkeit der Betrachtung und Auffassung äußerer Vorgänge ergibt sich so eine Fülle von Begriffen, die alle nach gleichem Prinzip zur Beschreibung äußeren Verhaltens und Geschehens verwendet werden können. Auf sie genauer einzugehen, ist hier nicht erforderlich; wir werden uns mit der Aufgabe, über Natur und Art solcher Begriffe einen gewissen Ueberblick zu gewinnen, an späterer Stelle [1]) zu beschäftigen haben. Nur auf einen Punkt sei hier schon hingewiesen, der für die ganze Gestaltung dieses Begriffsmaterials von fundamentaler Bedeutung ist. Wir müssen nämlich beachten, daß zu dieser naiven Gewinnung des primitiven begrifflichen Materials stets auch eine in ähnlichem Sinne naiv zu nennende Verarbeitung desselben hinzukommt. Es handelt sich hier um nichts anderes als um die schon oben erörterte Art der Begriffs-

[1]) Im 13. Kapitel.

bildung, die wir eine synchytische genannt haben. Wie zur Bezeichnung unserer Zustände, so würde noch mehr zur Festhaltung der äußeren Gegenstände ein Gedächtnis untauglich sein, das nur die einzelnen Eindrücke in ihrer vollen individuellen Bestimmtheit fixierte. Eine ausgedehnte Möglichkeit für das ganze Verfahren der naiven Objektivierung ergibt sich erst daraus, daß dieselbe nach Maßgabe einer sehr weitgehenden synchytischen Begriffsbildung stattfindet und mit ihr Hand in Hand geht.

Berücksichtigen wir das beständige und auf allen Vorstellungsgebieten immer wieder zu konstatierende Mitwirken dieses Prozesses, so läßt sich, wie wir später sehen werden, in der Tat verständlich machen, daß in einer dem Prinzip naiver Objektivierung sich wesentlich anschließenden Weise eine überaus große Fülle von Begriffen sich entwickelt, die zur Wirklichkeits-Bezeichnung verwendet werden. Wir verzichten hier, wie gesagt, auf eine genaue Verfolgung dieser Verhältnisse und wenden uns zur Besprechung einer weiteren Form des Wirklichkeits-Denkens, die wir als dritte Stufe den beiden vorerwähnten anreihen können. Es versteht sich nämlich zunächst von selbst, daß die eben betrachtete naive Art des Wirklichkeits-Denkens jedenfalls nur eine provisorische Bedeutung besitzt, daß sie zu einer befriedigenden Erfassung der Wirklichkeit nicht führen kann. Ihre Unzulänglichkeit beruht dabei nicht in erster Linie auf dem logischen Fehler, der ihr, so wie sie sich ursprünglich darbietet, ja allerdings zugrunde liegt. Nehmen wir, wie es dem gewöhnlichen Sprachgebrauch entspricht, die sinnlichen Qualitäten schlechtweg als Bestimmung der äußeren Gegenstände, so macht uns die einfachste Ueberlegung klar, daß hier eine Verwechslung oder zum Mindesten eine Nachlässigkeit der Bezeichnung vorliegt, die der Berichtigung durch eine besondere Ueberlegung bedarf. Wir sagen uns, daß, was wir „süß" nennen, doch eigentlich ein Zustand unser selbst, nicht, wie naiv gemeint wird, eine Eigenschaft des Zuckers sei. Wir haben uns also zunächst klar zu machen, daß wir die Dinge vorstellen und begreifen nach gewissen Bestimmungen, die wir selbst durch sie erfahren.

Mit dieser Einsicht haben wir den Boden der naiven Objektivierung allerdings verlassen. Die dadurch bewirkte Veränderung unserer ganzen Vorstellungsweise brauchte aber an sich noch keine sehr tiefgreifende zu sein. Wir könnten, dieselben Begriffe nur mit einer leichten Modifikation ihres Sinnes weiter benützend, fortfahren, die Gegenstände nach Maßgabe des Eindrucks, den wir von ihnen erfahren, zu bezeichnen. Wir würden dabei von der stillschweigenden Voraussetzung ausgehen, daß in Bezug auf die Eindrücke, die wir durch äußere Gegenstände erfahren, eine feste Gesetzmäßigkeit besteht, und daß demgemäß dem bestimmten subjektiv definierten Eindruck jedesmal ein ganz bestimmtes Objektives entspricht. Und diese Voraussetzung würde, wenn unsere Begriffe auch zur Verständigung mit anderen geeignet sein sollen, noch dahin zu ergänzen sein, daß eine solche Gesetzmäßigkeit in einer nicht

nur für das denkende Subjekt selbst, sondern für alle Menschen mindestens ähnlich zutreffenden Weise gegeben wäre.

Tatsächlich nun lehrt schon die genauere Erwägung jener oben erwähnten ergänzenden Supplierung, daß diese Voraussetzungen durchaus keine ganz einfachen sind. Wir bezeichnen einen Gegenstand nach seinen sinnlichen Eigenschaften, haben dabei aber Erfolge im Auge, die unter gewissen Umständen, keineswegs immer, in uns hervorgerufen werden. Die naive Objektivierung ignoriert die hierin liegende Unsicherheit und begnügt sich mit der Annahme, daß es sich dabei um irgendwelche, jedenfalls häufig verwirklichte oder leicht zu verwirklichende Bedingungen handle. Jeder Versuch zu einer gründlichen Erfassung der Wirklichkeit wird sich aber mit dieser unbestimmten Angabe nicht begnügen können, sondern muß diese Bedingungen selbst ins Auge fassen. In noch höherem Grade gilt natürlich das Gleiche von den komplizierten Eindrücken ästhetischer und ähnlicher Art, durch die im naiven Verfahren die Wirklichkeit bezeichnet wird. Wir könnten sie für brauchbar halten, wenn wir annehmen dürften, daß in Bezug auf ihre Hervorbringung eine ganz strenge und einfache Gesetzmäßigkeit stattfände. Die wirkliche Durchführung der Aufgabe hat aber auch hier gelehrt, daß die Dinge so einfach nicht liegen. Wir finden tatsächlich, daß bei derartigen Eindrücken neben der Beschaffenheit der etwa durch sie zu bezeichnenden Dinge auch mannigfaltige und variable psychologische Faktoren eine große Rolle spielen. Auch hier zwingt uns also die genauere Betrachtung zu einer Berücksichtigung dieser zuerst außer Acht gelassenen Momente.

In bekannter Weise werden wir so dazu geführt, die Wirklichkeit in einer verwickelteren Form zu denken, bei der die Art, wie die äußeren Gegenstände auf uns einwirken, ebenso die besonderen Verhältnisse psychologischen Geschehens berücksichtigt werden. Namentlich in der ersteren Hinsicht treten an die Stelle einer direkten Bezeichnung der Gegenstände nach sinnlichen Qualitäten die Annahmen über ihre Einwirkung auf unsere Sinnesorgane, durch deren Funktionen wir uns dann anderseits unsere Bewußtseins-Erscheinungen wenigstens zum Teil bestimmt oder beeinflußt denken.

Ueberblicken wir die hierdurch bedingte Wandlung unserer Wirklichkeits-Vorstellung, so zeigt sich vor Allem, daß die Gesamtheit des Nicht-Ich nunmehr in einem anderen Begriffsmaterial gedacht wird. Bezeichnen wir Beschaffenheit und Verhalten der Gegenstände nicht mehr direkt nach Maßgabe unserer Empfindungen, so bleibt uns für ihre Charakterisierung nur ein weit einfacheres abstraktes Begriffsmaterial übrig: wir sprechen noch von im Raume beweglichen Körpern, deren Verhalten sich in ihren Anordnungen, deren Eigenschaften sich in den ihre Bewegungen bestimmenden Gesetzen zu erschöpfen scheinen[1]).

[1]) Ob auch noch andere Begriffe zu dem gleichen Zwecke herangezogen werden können, darf hier zunächst dahingestellt bleiben.

Eine Wirklichkeits-Vorstellung dieser Art umfaßt nun aber (hierauf allein beruht ihre Beziehung zu unserem Bewußtsein und ihre Erkennbarkeit) auch unsern Körper, unsere Sinnesorgane, unser Gehirn; und die in diesem stattfindenden Vorgänge denken wir uns in irgend einer Weise für die Bewußtseins-Erscheinungen bestimmend. W i e diese Anknüpfung schließlich des Genaueren vorzustellen ist, ob namentlich in der mit dem Schlagwort des Parallelprinzips bezeichneten Weise oder so, daß jene Vorgänge nach irgendwelchen bestimmten Regeln in die internen Vorgänge der „Seele" eingreifen, das kann hier zunächst auf sich beruhen bleiben. Wesentlich ist nur, d a ß eine solche Anknüpfung, sei es in dieser sei es in jener Form, jedenfalls denkbar erscheint und angenommen wird. Stellen wir uns die äußere Wirklichkeit in jener oben erwähnten unsinnlichen Form vor, schließen wir in sie aber unsern Körper samt Sinnesorganen und Gehirn ein, und denken wir uns schließlich die in diesem stattfindenden Vorgänge nach bestimmten Regeln unser Bewußtsein bestimmend oder in unser Seelenleben eingreifend, so haben wir hiermit eine Form vorgezeichnet, die von derjenigen einer naiven Objektivierung grundsätzlich verschieden ist. — Versuchen wir das, worauf es dabei ankommt, allgemein zu formulieren, so würde dies darin bestehen, daß nicht jedes Real-Urteil für sich genommen eine angebbare Bedeutung hinsichtlich unserer Bewußtseinserscheinungen besitzt, vielmehr die Gesamtheit derselben ein gesetzmäßig geordnetes Ganze bildet, von welchem irgendwelchen Teilen eine in jenem Sinne angebbare Bedeutung zukommt. Hiermit hängt zusammen, daß sich die Real-Urteile in Begriffen bewegen, die nicht im Einzelnen unter Bezugnahme auf unsere Bewußtseins-Erscheinungen definiert werden können, sondern, wie man sagen kann, zunächst als S y m b o l e funktionieren und lediglich in ganz bestimmten Urteilskombinationen eine in jenem Sinne angebbare Bedeutung besitzen. Ich will diese Art der Wirklichkeits-Vorstellung eine t h e o r e t i s c h e nennen. Sie ist es, die wir der rein subjektiven und der der naiven Objektivierung als dritte anreihen können. Wir können hinzufügen, daß in dieser Form, soweit wir gegenwärtig urteilen können, eine abschließende und befriedigende Wirklichkeits-Erfassung denkbar erscheint, und daß sie auch diejenige ist, der zur Zeit alle Versuche denkender Wirklichkeits-Erfassung zustreben.

Die logischen Verhältnisse einer solchen Wirklichkeits-Vorstellung haben wir in mehreren Richtungen noch des Genaueren zu verfolgen. Sie enthält einerseits die unmittelbar gegebenen inneren Erfahrungen, anderseits die eben erörterten, in theoretischer Form gedachten Aufstellungen über das Nicht-Ich. Der Sinn der ersteren bedarf keiner weiteren Erläuterung; die Frage aber, was die letzteren eigentlich besagen, erfordert größere Aufmerksamkeit.

Ganz ähnlich nämlich, wie wir es schon vorher bezüglich der sinnlichen Qualitäten zu erwähnen hatten, nur freilich mit einem viel zwingenderen und schwerer überwindbaren Schein, wird hier eine durch keine eindringendere Ueberlegung geleitete Betrachtung immer geneigt sein, in diesen Urteilen Angaben zu erblicken, die eben besagen, wie die außer uns vorhandene Wirklichkeit objektiv und tatsächlich sich verhält. Wir können diese Auffassung, geläufiger Bezeichnung uns anschließend, einen n a i v e n R e a l i s m u s nennen. Im Gegensatz zu ihm müssen wir die schon eingangs erwähnte und in ihrer fundamentalen Bedeutung betonte Tatsache im Auge behalten, daß nur unsere Bewußtseins-Erscheinungen uns als Grundlage aller Erfahrung gegeben sind, und daß alles, was wir kennen und erleben, eben auch unsere Bewußtseins-Erscheinung ist. Daraus ergibt sich dann sogleich, daß auch alles, was wir von einer Welt des Nicht-Ich aussagen oder wissen, nichts anderes sein kann, als u n s e r e Vorstellung von einer solchen Wirklichkeit, ein Verhalten, eine Funktion u n s e r e s Bewußtseins, die wir uns durch jene Wirklichkeit irgendwie bestimmt denken können, die wir aber nicht als eine ohne Rücksicht auf diese Subjektivität gültige, als eine schlechtweg den objektiven Sachverhalt wiedergebende Bezeichnung eines Wirklichkeits-Verhaltens nehmen dürfen. Diese Einsicht, die in Kants Lehre von der Unerkennbarkeit des „Dinges an sich", in Schopenhauers Satz: „Die Welt ist meine Vorstellung" ihre unübertreffliche Formulierung erhalten hat, und die ja seit lange zum Eckstein aller Erfahrungskritik und Erkenntnislehre geworden ist, sie muß auch uns für alles Weitere maßgebend sein. Tragen wir ihr Rechnung, so ergibt sich, daß von allen unsern Real-Urteilen nur diejenigen, die eine direkt gegebene Erfahrung, eine erlebte oder erlebbare Bewußtseins-Erscheinung besagen, einen unmittelbar verständlichen, einen endgültigen Sinn besitzen; ein Urteil dieser Art ist in der Tat irgend einer Erläuterung weder fähig noch bedürftig. Dagegen können wir sagen, daß alle Wirklichkeits-Angaben anderer Art, d. h. alle, die sich auf die Welt des Nicht-Ich beziehen, eine so einfach und direkt angebbare Bedeutung nicht besitzen. Erwägen wir, worauf die diesen Sätzen doch zukommende Bedeutung beruht, so ist ersichtlich, daß sie eine solche erhalten vermöge der gleichzeitig gemachten Annahmen über ihren Zusammenhang mit unseren Bewußtseins-Erscheinungen, Annahmen, die wir oben schon als einen unerläßlichen Bestandteil einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung hervorhoben. Im Zusammenhange mit diesen Annahmen ergibt das, was wir von der Außenwelt aussagen, ganz bestimmte Resultate hinsichtlich des uns wirklich Erfahrbaren oder von uns Erfahrenen, und in diesen Resultaten haben wir den endgültigen Sinn, den wir jenen Angaben zuschreiben können. Dem entspricht es, daß wir den hier benutzten Begriffen, wie es oben geschah, eine symbolische Bedeutung zuschreiben. Um das hier Gemeinte noch schärfer zum Ausdruck zu bringen, will ich jene, den Zusammenhang des Nicht-Ich (oder wie wir zunächst auch sagen können, des Materiellen) mit den Bewußtseins-Erscheinungen betreffenden Annahmen, durch welche die auf das

Nicht-Ich bezüglichen Real-Angaben ihren endgültigen Sinn erhalten, als deren Interpretation bezeichnen. Entsprechend schreiben wir den auf die Welt des Nicht-Ich bezüglichen Real-Angaben einen interpretierbaren oder, wie wir auch sagen wollen, einen theoretischen Sinn zu. Die Interpretation also bildet nicht nur das unerläßliche Bindeglied, durch das eine theoretische Wirklichkeits-Vorstellung sich zu einem bedeutungsvollen und verständlichen Ganzen zusammenschließt, sie bildet geradezu eine für den größeren Teil der Real-Urteile unerläßliche Ergänzung, in Ermangelung deren jene überhaupt keinen angebbaren Sinn besitzen würden [1]).

Es ist hier nun sogleich daran zu erinnern, daß jene als Interpretation bezeichnete Anknüpfung an die Bewußtseins-Erscheinungen im Allgemeinen ja nur einem kleinen Teil der ganzen Wirklichkeits-Vorstellung zukommt. Soweit wir jetzt wissen, werden wir sie wohl irgendwelchen Zuständen oder Vorgängen des Gehirns und nur diesen zuzuschreiben haben. Wenn durch diese nur für einen kleinen Teil gegebene Anknüpfung gleichwohl die ganze Wirklichkeits-Vorstellung Sinn und Bedeutung erhält, so beruht dies auf dem Umstande, daß die gesamte, Bewußtseins-Erscheinungen und Nicht-Ich umfassende Wirklichkeits-Vorstellung als eine gesetzmäßig geordnete, nach irgendwelchen allgemeinen Regeln zusammenhängende gedacht, daß sie als solche wenigstens angestrebt wird. Die genaueren Verhältnisse gerade dieser Beschaffenheit erfordern eine speziellere Darlegung und sollen im nächsten Kapitel behandelt werden. Wir beschränken uns hier darauf, eine solche zusammenfassende Ordnung in irgend einer Weise als gegeben vorauszusetzen. Sind gewisse Vorgänge (das materielle Geschehen des Gehirns) einerseits als Bestandteile einer gesetzmäßig geordneten Wirklichkeits-Vorstellung, anderseits als Korrelat gewisser Bewußtseinserscheinungen gedacht, so findet die ganze Wirklichkeits-Vorstellung auf diese Weise ihre Anknüpfung und ihren endgültigen Sinn. Gesetzmäßige Ordnung und Interpretierbarkeit sind also die logischen Erfordernisse des theoretischen Wirklichkeits-Denkens. Einer Wirklichkeits-Vorstellung, in der diese Anforderungen erfüllt sind, wird, wiewohl sie nur zu einem kleinen Teil unmittelbar interpretierbar ist, eine feste Bedeutung doch insofern gesichert sein, als sie vermöge ihrer Beschaffenheit als einer gesetzlich geordneten ein untrennbares Ganze bildet.

Relativ leicht können wir erledigen, was hinsichtlich der Geltung einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung hier noch hinzuzufügen ist. Wie ihren Sinn, so findet die Wirklichkeits-Vorstellung auch die logische Grundlage ihrer Geltung in den Bewußtseins-Erscheinungen,

[1]) Das hier dargelegte logische Verhältnis kommt besonders scharf darin zur Geltung, daß zwei verschiedene, hinsichtlich ihrer Interpretations-Ergebnisse aber sich allgemein deckende Wirklichkeits-Vorstellungen auch völlig gleichwertig und gleichberechtigt sind und die Frage nicht aufgeworfen werden kann, welche objektiv richtig ist. Vgl. hierüber die Ausführungen in Kap. 8.

die ja nicht nur etwas Verständliches, sondern etwas wirklich Erlebtes, etwas als erfahrungsmäßige Tatsache Gegebenes bedeuten.

Wir begegnen hier nochmals einem Punkte, der von grundlegender Bedeutung ist und besondere Beachtung erfordert. Als endgültig gewisse Real-Urteile sind uns die hier ganz zuerst berührten gegeben, die einen Zustand unser selbst, von ihm Akt nehmend, konstatieren. Die schon oben berührten Verhältnisse müssen wir hier unter dem etwas anderen Gesichtspunkte betrachten, daß diesen Urteilen und unter allen Real-Urteilen nur ihnen eine unmittelbare und zwingende Gewißheit zukommt. Insbesondere also da, wo sich uns z. B. in der Form der Wahrnehmung, der Erinnerung, oder gleichviel in welcher Weise sonst, ein Urteil über ein äußeres Verhalten sozusagen fertig aufdrängt, können wir jedesmal bemerken und müssen es uns auch klar machen, daß dieses Urteil als solches keine zwingende Geltung hat, seine Richtigkeit oder Unrichtigkeit sehr wohl erwogen werden kann. Unmittelbar gewiß ist nur die Tatsache, daß ich im gegenwärtigen Augenblicke so urteile, wahrnehme usw.

Die genauere Prüfung dieser Urteile nötigt uns sogleich, noch einige wichtige Umstände zu beachten. Offenbar besteht ja die Grundlage unseres Realwissens nur zum kleinen Teil in den eben erwähnten, gerade den gegenwärtigen Zeitpunkt betreffenden und unbedingt sicheren idiopsychischen Urteilen. Daneben aber kommt in ähnlicher Weise eine große Summe von Urteilen in Betracht, die sich auf frühere Zeitpunkte beziehen, etwas gedächtnismäßig Aufbewahrtes aussagen, sich auf unsere Erinnerung stützen und eine jedenfalls nicht unbedingte, übrigens mannigfach abgestufte Sicherheit besitzen. Es ist ratsam, von diesen Verhältnissen zunächst abzusehen. Wir wollen demgemäß hier voraussetzen, daß uns nicht nur das Erlebnis des gegenwärtigen Augenblickes, sondern auch eine gewisse Summe in der Erinnerung festgehaltener Erfahrungen als sichere Grundlage unseres empirischen Wissens gegeben sei. Und es soll auf diesen Punkt und die mit ihm zusammenhängenden Fragen an späterer Stelle des Genaueren eingegangen werden [1]). — Wir müssen uns ferner erinnern, daß das Material unserer unmittelbar gegebenen Erlebnisse ja kein abgeschlossenes, sondern ein im Fortgang der Zeit sich vermehrendes ist. Anderseits enthält eine Wirklichkeits-Vorstellung vermöge der allgemeinen Gesetzmäßigkeit, die sie annimmt, stets auch eine Reihe von Ergebnissen, nicht nur hinsichtlich dessen, was wir erfahren haben, sondern auch dessen, was wir erst erleben werden. Demgemäß kommt es denn für eine Wirklichkeits-Vorstellung nicht allein darauf an, daß sie mit unserer, der Vergangenheit angehörigen Erfahrung übereinstimmt, sondern vor Allem darauf, daß sie sich an unseren fortdauernd neu eintretenden Erfahrungen immer wieder bestätigt. Das Zutrauen, daß eine Wirklichkeits-Vorstellung, die wir haben, in diesem Sinne eine

[1]) Im 9. Kapitel.

richtige sei, daß sie auch das, was wir erleben *werden*, zutreffend ausdrücke, ist das, was ihr ihren praktischen Wert gibt. In logischer Beziehung ergibt sich hieraus, daß eine Wirklichkeits-Vorstellung stets eine mehr oder weniger ungewisse ist, daß sie über das unmittelbar Gegebene und endgültig Sichere hinausgeht, daher zu ihm auch in einem verwickelten logischen Verhältnis steht, das wir zunächst nur dahin bezeichnen können, daß ihr eine, je nach Umständen höher oder geringer zu bewertende Wahrscheinlichkeit zukommt.

Es bleibt uns übrig, über das begriffliche Material einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung noch Einiges hinzuzufügen. Die naturgemäße Entwicklung des wissenschaftlichen Denkens, der wir bei der obigen Darstellung folgten, führt dazu, aus derjenigen Vorstellungsweise der äußeren Vorgänge, die unserem reflektierenden Denken als etwas gewissermaßen fertig Gegebenes entgegentritt, die sinnlichen Qualitäten fortzulassen, dagegen zeitliche und räumliche Bestimmungen als allgemeine Grundlage unseres wissenschaftlichen Denkens beizubehalten. So gelangen wir zu einer Form des theoretischen Denkens, die wir zunächst, insofern sie auf die mathematischen Begriffe aufgebaut ist, eine *mathematische* nennen können. Sie knüpft überdies an das in der Wahrnehmung Vorbereitete auch insofern an, als sie aus ihr den Begriff des im Raume Beweglichen, den des Stoffes oder des Gegenstandes übernimmt, freilich in der Weise, daß derselbe aller sinnlichen Qualitäten entkleidet, auf eine rein formale Bedeutung beschränkt wird [1]). Ich will diese Form eine *mechanische* oder auch *materielle* nennen. Wir werden sie als die jedenfalls bedeutungsvollste Art mathematischen Wirklichkeits-Denkens bei der formalen Betrachtung der Real-Urteile zum Ausgangspunkt nehmen. — Eine ganz allgemeine Erwägung muß beachten, daß neben dieser Form, die sich, wie gesagt, in unmittelbarer Anknüpfung an das in der Wahrnehmung Gegebene gewissermaßen von selbst entwickelt, doch auch andere psychologisch möglich und logisch zulässig sind. Und zwar gewähren zunächst die mathematischen Begriffe die Möglichkeit noch mannigfaltiger weiterer Verwendungen, die als ein theoretisches Wirklichkeits-Denken in mathematischer, aber nicht mechanischer Form zu bezeichnen sind. Da es zurzeit nicht ausgeschlossen ist, daß die Naturwissenschaft Anlaß haben könnte, die eine oder andere dieser Formen neben oder statt der materiellen für unser Wirklichkeits-Denken heranzuziehen, so ist eine allgemeine Darlegung dieser Formen von einigem Interesse und soll an späterer Stelle (3. Anhang) gegeben werden. Daneben aber kommt auch die Verwendung ganz anderer, nicht mathematischer Begriffe zu einem theoretischen Wirklichkeits-Denken als jedenfalls zulässig in Frage. Auch auf Möglichkeiten dieser Art werden wir bei einigen Gelegenheiten geführt werden. — Die logische Form,

[1]) Späteren Ueberlegungen bleibt es vorbehalten, diesen rein formalen Begriff des Stoffes oder der Substanz noch etwas genauer zu beleuchten.

die wir als ein theoretisches Wirklichkeits-Denken bezeichnen, ist also, wie zusammenfassend nochmals betont sei, lediglich dadurch charakterisiert, daß das Verhalten der Wirklichkeit in irgend einem dazu geeigneten Begriffskreise gedacht wird, wobei der zunächst symbolische Sinn der so ausgedrückten Real-Urteile seine endgültige Bedeutung vermöge einer Interpretation findet. Als ihre wichtigste Modalität können wir allerdings die herausheben, bei der jenes Begriffsmaterial das mathematische ist; und als die wichtigste innerhalb dieser Formen wiederum diejenige, die zugleich den Begriff der Substanz zugrunde legt, die mechanisch-materielle.

Berühren wir schließlich noch einige, die Natur unseres Wirklichkeits-Denkens betreffende Punkte, bezüglich deren das Erforderliche sich zwar aus den obigen Darlegungen ohne weiteres ergibt, deren besondere Erwähnung aber nicht überflüssig sein wird. Durchweg, soweit wenigstens der erwachsene Mensch in Frage kommt, präsentiert sich uns die Außenwelt unmittelbar vermittels unserer Sinne in *räumlicher Ordnung*. Diese direkt wahrgenommenen räumlichen Verhältnisse unterscheiden wir von den „objektiv richtigen", d. h. von den in einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung anzunehmenden. Es besteht also hier das bemerkenswerte Verhältnis, daß wir eine Vorstellung, die man zunächst für das Ergebnis eines intellektuellen Prozesses halten sollte, gewissermaßen durch einen ohne unser Zutun sich abspielenden Vorgang antizipiert finden. Wir können hinzufügen, daß wir vermutlich nicht in der Lage sein werden, uns durch bewußte Erwägung eine theoretische Wirklichkeits-Vorstellung zu bilden, wenn wir nicht ein uns in anderer Weise direkt gegebenes, das Resultat in seinen Grundzügen schon festlegendes Vorbild besäßen. In psychologischer Beziehung, wie gesagt, ist dieses Verhältnis ohne Zweifel sehr merkwürdig. Doch liegen die Fragen, die sich hier erheben, außerhalb unserer Aufgabe. In logischer Hinsicht aber ist zu betonen, daß wir diejenigen räumlichen Verhältnisse und Anordnungen, die die Wahrnehmung enthält, von denen, die wir für die endgültig bedeutungsvollen halten, die wahrgenommenen von den theoretisch gedachten oder, wie wir im Sinne des gewöhnlichen Sprachgebrauchs auch sagen können, den objektiv richtigen, unterscheiden müssen. Demgemäß ist denn besonders hervorzuheben, daß uns niemals irgend ein, unserer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung zugehöriges, ein die objektiven Verhältnisse betreffendes Wissen als ein unmittelbar sicheres und unabweisbares „gegeben" ist. Gegeben ist vielmehr in diesem Sinne die ganze Wahrnehmung stets nur als eine Tatsache unseres Bewußtseins. Sehe ich einen roten und einen grünen Körper in unmittelbarer Berührung, so ist direkt und endgültig gewiß nicht dies, daß im objektiven oder theoretischen Sinne zwei solche Körper in dieser Anordnung vorhanden sind, wohl aber, daß ich diese Wahrnehmung habe. Wenn wir demnach den Inhalt der Wahrnehmung als ein aus der eigentlich gegebenen Erfah-

rung irgendwie abgeleitetes Ergebnis betrachten dürfen, so kann man weiter sagen, daß die denkende Wirklichkeits-Erfassung diesen unbewußt ausgeführten Schritt zunächst zurücktun muß, um ihn alsdann mit einem zwar im Allgemeinen ähnlichen, aber doch keineswegs durchgängig und genau übereinstimmenden Resultat nochmals auszuführen. Nicht mit dem Inhalt der sinnlichen Wahrnehmung übereinzustimmen, sondern diese selbst als psychologische Tatsache zu erklären, ist demgemäß die Aufgabe einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung [1]).

Sehr einfach, aber für die Art unseres tatsächlichen Denkens von weittragendster Bedeutung ist sodann ein anderer Punkt. Wie oben schon berührt, würden die einer naiven Objektivierung entsprechenden Begriffe ohne weiteres auch im Rahmen einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung in theoretisch definitivem Sinne verwendbar sein, wenn gewisse tatsächliche Voraussetzungen erfüllt wären, nämlich dem subjektiv einheitlich Bestimmten immer und genau auch ein und dasselbe theoretisch Bestimmte zugeordnet wäre. Wir wissen ja nun zwar, daß dies nicht der Fall ist, und eben hierauf beruht es, daß wir mit Notwendigkeit von der naiven zur theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung gedrängt werden. Aber die Erfahrung scheint doch zu lehren, daß jene Uebereinstimmung, wenn nicht überall und streng, so doch in großem Umfange mit einer gewissen Annäherung besteht. Tatsächlich erzeugen bestimmte äußere Gegenstände — wir dürfen dies auch im Sinne einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung behaupten — wenn auch nicht genau und ausnahmslos, doch in der Regel und mit Annäherung ähnliche sinnliche Eindrücke. Und tatsächlich stehen auch diese, den Gesetzen psychologischen Geschehens zufolge, meistens zu den nämlichen synchytischen Begriffen in einer unmittelbar evidenten Inzidenz-Beziehung. Ja wir müssen hier noch hinzufügen, daß alle diese Verknüpfungen nicht von individueller, auf das einzelne denkende Subjekt beschränkter Bedeutung sind, sondern größtenteils sich in einer wiederum freilich nicht strengen und durchgreifenden, aber doch angenäherten Weise an einer überaus großen Zahl ähnlich empfindender, zu den gleichen Begriffen gelangter Individuen wiederfinden. Diese Tatsache müssen wir berücksichtigen, um zu verstehen, daß, wiewohl wir ja im Grunde davon überzeugt sind, die Wirklichkeit endgültig und

[1]) Es handelt sich hier um einen Punkt, auf den zurückzukommen sich noch vielfach Anlaß bieten wird. Doch möchte ich gleich hier erwähnen, daß gerade diese Verhältnisse außer acht bleiben, wenn man, wie die meisten Vertreter der modernen theoretischen Physik tun, davon ausgeht, daß die Begriffe, in denen wir die Wirklichkeit denken, in letzter Instanz notwendig etwas direkt Wahrnehmbares bedeuten müssen. Eine Reihe von Schwierigkeiten und Widersprüchen, die sich hieraus ergeben, lösen sich, wenn man jenes verwickeltere Verhältnis im Auge behält, in dem unser objektives Wirklichkeits-Denken zu unsern unmittelbar gegebenen Erlebnissen steht. Ganz ähnliche Betrachtungen knüpfen sich, wie man leicht sieht, an eine ganze Reihe von Arten psychologischen oder, richtiger gesagt, psychophysischen Geschehens, so besonders an die Verhältnisse des Gedächtnisses.

zutreffend nur in der theoretischen Form denken zu können, wir doch von naiv gebildeten Begriffen in allergrößtem Umfang Gebrauch machen. Unser tatsächliches Wirklichkeits-Denken, das alltägliche sowohl wie das wissenschaftliche, stellt demgemäß eine mannigfaltige Durcheinandermischung theoretischer und naiver Begriffe dar; und es wird nicht überall möglich sein, die eine oder andere Auffassung mit Sicherheit zu unterscheiden und abzugrenzen. Sehr vielfach ist dies auch nicht erforderlich; und wie überhaupt ein Denken, das mehr oder weniger unbestimmter Begriffe sich bedient, in großem Umfange genügend sein kann, so ist auch die Unsicherheit naiver und theoretischer Auffassung vielfach ohne erheblichen Belang.

Wir haben mit den obigen Betrachtungen eine allgemeine Uebersicht über die logischen Verhältnisse unseres Wirklichkeits-Wissens und unserer Real-Urteile gewonnen. Sie gipfelt darin, daß wir in der *Interpretation* denjenigen Zusammenhang mit unseren Bewußtseins-Erscheinungen und daher auch mit den endgültig sicheren und endgültig verständlichen Erfahrungstatsachen aufweisen, durch den die Gesamtheit unseres Real-Wissens ihren Sinn und ihre Begründung erhält. Schon oben wurde angedeutet, daß eine naive Betrachtung unter Uebersehung dieses Umstandes unseren Urteilen über Wirklichkeit eine direkte objektive Bedeutung zuzuschreiben geneigt ist, eine Auffassung, die wir als einen naiven Realismus bezeichneten. Wir werden noch sehen, daß zufolge hier nicht weiter zu erörternder psychologischer Verhältnisse [1]) in großem Umfange Behauptungen aufgestellt und Fragen aufgeworfen werden können, die nicht interpretierbar sind, und die sich daher bei genauerer Prüfung als eines greifbaren Sinnes ermangelnd erweisen. Ich will unter Benutzung eines seit lange eingebürgerten Ausdrucks Realangaben und Realfragen, die keine im Wege der Interpretation angebbare Bedeutung besitzen, *transzendent* nennen. Transzendent wären somit alle Real-Urteile, die nicht in dem mehrerwähnten Sinne Bestandteile einer interpretierbaren Wirklichkeits-Vorstellung sind. Die obige Darstellung läßt erkennen, daß solche transzendenten Aussagen und Fragen sich bei genauerer Erwägung als eines greifbaren Sinnes überhaupt ermangelnd, als *Scheinurteile* und *Scheinfragen* erweisen. Ist, wie wir behaupten müssen, das unsere eigenen Bewußtseins-Erscheinungen darstellende Real-Urteile wie das einzig definitiv sichere, so auch das einzige, das einen unmittelbar und endgültig verständlichen Sinn hat, so werden wir folgern dürfen, daß einer Real-Aussage, die einen solchen Sinn nicht unmittelbar besitzt und mit solchem auch nicht mittelbar im Zusammenhang steht, eine greifbare Bedeutung nicht zukommt, daß sie ein uns lediglich irreführendes Scheinurteil ist [2]).

[1]) Vgl. darüber Kap. 24.

[2]) Ein Vorbehalt ist hier zu machen mit Bezug auf diejenigen Urteile, die die psychischen Vorgänge nicht des denkenden Subjektes selbst sondern anderer

Dies läßt sich an manchen besonderen Fällen unschwer bestätigen. Schon oben wurde auf den Fall als einen ganz wohl denkbaren hingewiesen, daß wir die Wirklichkeit in mehr als einer Form darstellen können, die jedoch hinsichtlich ihrer interpretativen Ergebnisse genau übereinstimmten. Die Annahme, daß alsdann doch nur eine dieser Formen die „objektiv richtige" sein könne, und die Frage, welche dies sei, werden wir als transzendent abzulehnen haben. Und man überzeugt sich auch leicht, daß eine Behauptung in dieser Richtung uns nichts lehrt, daß sie gar keinen Inhalt hat, dem wir eine endgültige Bedeutung zuschreiben könnten. Eine Frage ähnlicher Art ist die, ob dem Raume, abgesehen davon, daß er ein von uns vorgestellter sei, auch eine reale Existenz zugeschrieben werden dürfe oder müsse, ob der von uns vorgestellten räumlichen Ordnung eine ähnliche objektiv verwirklichte entspreche oder in welchem Verhältnis etwa diese zu der in unserer Vorstellung gegebenen stehe. Auch hier sagt uns eine leichte Erwägung, daß Behauptungen in dieser Hinsicht nichts im obigen Sinne Interpretierbares besagen, daß sie mit Bezug auf das von uns Erfahrbare oder zu Erlebende nichts bedeuten. Und wir werden jene Fragen daher auch als illusorische Scheinprobleme abzulehnen haben.

Wir werden im Weiteren sehen, daß transzendente Fragen und Behauptungen in unserem tatsächlichen Wirklichkeits-Denken keine ganz unbeträchtliche Rolle gespielt haben und noch spielen, daß es eine der wichtigsten Aufgaben kritischer Untersuchung ist, sie fernzuhalten und uns vor der Irreführung durch sie zu schützen. Diese Aufgabe ist auf Grund des hier festgelegten Kriteriums der Transzendenz im Allgemeinen ohne große Schwierigkeit lösbar. In einzelnen Punkten allerdings wird die Abgrenzung des Transzendenten vom sinnvollen Urteil eine gewisse Vorsicht und Aufmerksamkeit erfordern.

Drittes Kapitel.

Notwendigkeit und Gesetzmäßigkeit.

Chronogenetische Notwendigkeit. Gesetzmäßigkeit. Involvente und zirkumskripte Natur der Gesetze. Nomologische und ontologische Wirklichkeits-Bestimmungen. Der Satz vom zureichenden Grunde.

Als unerläßliches Merkmal einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung hatten wir oben eine zusammenhaltende gesetzmäßige Ordnung kennen gelernt, die genauere Erörterung dieses Kriteriums jedoch hinausgeschoben. Indem wir diese nunmehr in Angriff nehmen, wollen

Menschen oder überhaupt anderer Lebewesen betreffen. Die in mancher Hinsicht exzeptionellen logischen Verhältnisse dieser als heteropsychische zu bezeichnenden Urteile sollen an späterer Stelle besonders besprochen werden.

wir uns zuvörderst die Aufgabe stellen, eine Reihe von Anschauungen zu entwickeln, von denen wir unser gegenwärtiges und gewohntes Denken beherrscht finden. Erst später wird zu prüfen sein, ob und inwieweit dieselben als zwingend oder für eine Wirklichkeits-Vorstellung unentbehrlich bezeichnet werden können. Der Kreis von Begriffen, mit denen wir es hier zu tun haben, umfaßt in bekannter Weise denjenigen der Notwendigkeit, des Kausalgesetzes, des ursächlichen Zusammenhanges, des Wirkens usw. Versuchen wir das, was hier gemeint sein kann, übersichtlich darzustellen, so finden wir, daß vor Allem zwei in der populären Anschauung zwar vielfach vermischte, aber doch durchaus verschiedene Gedanken auseinandergehalten werden müssen [1]. Der erste besagt, wie wir es etwa kurz ausdrücken können, die d u r c h g ä n g i g e N o t w e n d i g k e i t d e s G e s c h e h e n s. Wir betonen „des Geschehens"; denn gemeint ist nicht, daß der gesamten Wirklichkeit ohne Unterschied eine Notwendigkeit zuzuschreiben sei; vielmehr soll für die Art der zeitlichen Aneinanderschließung etwas ausgesagt sein. Das reale Verhalten jedes Zeitpunktes soll notwendiges Ergebnis des vorausgegangenen sein, seinerseits das des folgenden mit Notwendigkeit bestimmen. Das hier Behauptete ist wohl eben das, was man im Allgemeinen als die k a u s a l e Notwendigkeit allen Geschehens zu bezeichnen pflegt. Wegen der Vieldeutigkeit des Ausdrucks Kausalgesetz, Kausalprinzip (wir kommen darauf zurück) mag es gestattet sein, für das hier Gemeinte einen direkt bezeichnenden Ausdruck einzuführen und von einer c h r o n o g e n e t i s c h e n N o t w e n d i g k e i t zu reden.

Es handelt sich, wie man sieht, um eine Anschauung, die mit der Natur unserer Zeitvorstellung verknüpft ist. Denn sie beruht ja in letzter Instanz auf dem in unserer Zeitvorstellung wurzelnden und durch sie gegebenen Unterschiede des Vergangenen als eines unabänderlich Festgelegten und des Zukünftigen als des noch nicht in gleichem Sinne Gegebenen oder Verwirklichten, dessen So- oder Anders-Eintreten daher wenigstens als denkbar in Betracht gezogen werden kann. Daß nun das Zukünftige, wenn auch in anderem Sinne, doch auch in seiner Weise bereits ein Bestimmtes, daß es ein in eigenartiger Weise durch das gegenwärtige implicite Festgelegtes ist: eben dies besagt der Gedanke der chronogenetischen Notwendigkeit. Für unsern gegenwärtigen Zweck haben wir die Begründung oder Berechtigung dieses Gedankens nicht zu prüfen, sondern nur sein Verhältnis zu der bisher ins Auge gefaßten Wirklichkeits-Vorstellung klar zu legen. Hier zeigt sich sogleich, daß es

[1]) Wir beschränken uns hier auf eine Besprechung der schärfsten und wichtigsten Bedeutungen, in denen die Begriffe der Notwendigkeit, des Gesetzes, der Möglichkeit usw. genommen werden können. Daß ihr Sinn im allgemeinen Sprachgebrauch ein sehr schwankender ist und noch mancherlei weiteres zu unterscheiden Anlaß gibt, darf hier einstweilen außer acht bleiben. Namentlich mit Bezug auf die Begriffe der Notwendigkeit und Möglichkeit werden wir darauf in Kap. 15 zurückkommen.

etwas sui generis ist, was zu jener, sie mag im Uebrigen sein wie sie will, als etwas Eigenartiges dazukommt und auch unter allen Umständen hinzugedacht werden kann. In der Tat, welche Abfolge des Geschehens die Wirklichkeit auch aufweisen mag, niemals kann etwas der Auffassung entgegenstehen, daß das Verhalten eines Zeitpunktes sich aus dem des vorigen mit Notwendigkeit ergeben oder entwickelt habe. Niemals ist auch eine Entscheidung darüber denkbar, ob der tatsächliche Gang der Dinge ein in diesem Sinne notwendiger war oder nicht. Es handelt sich eben um etwas inhaltlich anderes, was wir dem eigentlichen Real-Wissen auf Grund einer besonderen allgemeinen Ueberzeugung hinzufügen.

Diesem Gedanken der chronogenetischen Notwendigkeit können wir als zweiten den einer Gesetzmäßigkeit anreihen. Unter einer solchen würde, wie wir zunächst sagen können, jedenfalls irgend eine durchgängige Gleichartigkeit zu verstehen sein, die uns gestattet, das Wirklichkeits-Verhalten, sei es nun ganz, sei es teilweise in allgemeiner Form auszudrücken. Auf die genauere Prüfung dieses Gedankens kommen wir sogleich zurück. Heben wir hier zunächst hervor, was sich in der Tat schon an dieser sehr unbestimmten Formulierung erkennen läßt, daß er von dem vorher besprochenen Notwendigkeitsgedanken durchaus zu trennen ist. Die Unabhängigkeit der beiden Prinzipien geht vor Allem daraus hervor, daß wir uns sehr wohl ein keinerlei Gesetzmäßigkeit aufweisendes, völlig regelloses Geschehen denken können, ohne daß sich daraus ein Hindernis ergäbe es als ein notwendiges anzusehen. Schon vorhin wurde darauf aufmerksam gemacht, daß wir unter allen Umständen das verwirklichte Geschehen, wie es auch gestaltet sein mag, als ein notwendiges auffassen können. Wäre es ein völlig regelloses, so würde uns dies nicht hindern, in jedem Augenblick den Dingen diejenigen, im übrigen nicht weiter bekannten Beschaffenheiten zuzuschreiben, vermöge deren sie die Gestaltung des folgenden Zeitpunktes mit Notwendigkeit ergeben. Nur zu der Annahme würde uns die Regellosigkeit des Geschehens nötigen, daß jene Beschaffenheiten, wie wir sie gemäß dem Notwendigkeits-Prinzip anzunehmen hätten, in keinem geordneten Zusammenhang mit dem sonstigen Verhalten der Dinge stehen oder etwa selbst ganz regellos wechseln.

Ziehen wir zur Darstellung der Wirklichkeit Begriffe heran, die ex definitione irgendwelche Verhältnisse des Geschehens bedeuten, wie etwa diejenigen der Kraft, der wirkenden Eigenschaft o. dgl., so würde der Mangel der Gesetzmäßigkeit in der Form zum Ausdruck kommen, daß diese Kräfte als regellos wechselnde, weder konstante, noch auch von den sonstigen Verhaltungsweisen in geordneter Form abhängige anzunehmen wären.

Neben dem Gedanken der chronogenetischen Notwendigkeit also und wie gesagt ganz unabhängig von ihm ist uns die Vorstellung einer in der Wirklichkeit zum Ausdruck kommenden oder, wie man auch

wohl sagt, sie beherrschenden Gesetzmäßigkeit geläufig. Erwägen wir des Genaueren, was hier gemeint sein kann, so finden wir wiederum Mehreres zu unterscheiden. Als ein erster und der einfachste Gedanke ist der zu erwähnen, der in den Gesetzen lediglich Aussagen von irgendwie allgemeiner Bedeutung erklicken will. Es ist klar, daß die Aufstellung allgemeiner Sätze stets auf der gleichartigen Wiederholung irgend eines Verhaltens beruht, mag diese nun als eine zeitliche oder räumliche, eine Wiederholung an verschiedenen existierenden Gebilden oder in welcher Art sonst immer gegeben sein. Nicht minder ist deutlich, daß wir solche Wiederholungen, sofern sie gegeben sind, eben in der Form des allgemeinen Satzes ausdrücken werden. Man kann daher ohne Zweifel unter der der Wirklichkeit zugeschriebenen Gesetzmäßigkeit eine solche den Ausdruck in allgemeinen Sätzen gestattende Gleichartigkeit verstehen. Hiernach würde denn auch die Erfassung dieser Gesetzmäßigkeit lediglich darauf hinauslaufen, daß wir in möglichst großem Umfange diese der Wirklichkeit innewohnenden Gleichartigkeiten bemerken und zur Bildung allgemeiner Sätze verwenden. Das Gesetz wäre nichts anderes als eine in irgend einem Sinne allgemeine Aussage. Heben wir noch hervor, daß, wenn wir in diesem Sinne der Wirklichkeit eine Gesetzmäßigkeit zuschreiben, hierin eine äußerst unbestimmte und die mannigfaltigsten Einzelmodalitäten zulassende Anschauung liegt. Denn es ist hier nur gesagt, daß überhaupt irgendwelche, den Ausdruck in allgemeinen Sätzen zulassende Gleichartigkeiten gegeben sind; unbestimmt bleibt aber, welcher Art diese sein sollen, ob es ihrer viel oder wenig, von durchweg gleicher oder von verschiedenen Bedeutungen sein sollen usw.

Dieser ersten und einfachsten Auffassung kann nun jedenfalls eine andere gegenübergestellt werden. Mit ihrer Klarlegung werden wir uns etwas eingehender beschäftigen müssen, da sie es ist, die nicht nur unser alltägliches, sondern auch unser wissenschaftliches Denken in gewissem Umfange beherrscht, und da demgemäß auch, wie sich später zeigen wird, die Prüfung ihrer Berechtigung und Bedeutung eine Aufgabe von hervorragender Wichtigkeit ist. Daß die eben an erster Stelle erwähnte Anschauung von der Bedeutung der Wirklichkeits-Gesetze mit der uns geläufigen in Widerspruch tritt, zeigt sich schon darin, daß wir doch keineswegs jeden allgemeinen Satz als „Gesetz" anzunehmen gewohnt sind. Insbesondere ist selbstverständlich, daß eine genaue und lückenlose Kenntnis des realen Verhaltens uns in der mannigfaltigsten Weise und ganz unbegrenzt gestatten würde, allgemeine Sätze zu bilden, die wir in keiner Weise als Gesetze betrachten würden. Um klarzulegen, worauf es hier ankommt, fassen wir sogleich eine bestimmte Art von Sätzen ins Auge, die die in Rede stehende Anschauung als Gesetze in ihrem Sinne gelten zu lassen gewohnt ist, etwa solche, die wir als Gesetze des Geschehens bezeichnen können. Erwägen wir, was in diesen ausgesagt ist, so finden wir, daß sie bestimmen, wie alle Vor-

gänge ablaufen, wenn in irgend einem Zeitpunkt eine bestimmte Anordnung, ein bestimmtes Verhalten der existierenden Dinge gegeben ist. Dagegen würde das in irgend einem Zeitpunkt verwirklichte Verhalten, isoliert betrachtet, durch jene Gesetze und, wie uns jedenfalls denkbar erscheint, vielleicht überhaupt durch Gesetze nicht bestimmt, vielmehr als ein rein tatsächliches gegeben und zu ermitteln sein.

Im Gebiete mechanischen Geschehens sind diese Dinge besonders einfach zu übersehen. Wir nehmen hier an, daß Gesetze des Geschehens, etwa Anziehungsgesetze, es bestimmen, wie sich die im Raum verteilten Massen bewegen, wenn sie in irgend einem Zeitpunkt in einer bestimmten Anordnung sich befinden. Um aber ihre wirklichen Orte zu erfahren, bedarf es noch der Kenntnis, welche Anordnung in irgend einem Zeitpunkt bestanden hat; erst in diesen, ihrerseits einer gesetzlichen Ordnung nicht mehr unterworfenen Bestimmungen gewinnen wir den *Ausgangspunkt*, aus dem wir nach Maßgabe der Bewegungsgesetze die räumlichen Bestimmungen für beliebige andere Zeitpunkte sich ergebend denken und ableiten können.

Zu ähnlichen Ergebnissen, wie wir sie hier an den Gesetzen des Geschehens entwickelten, führt die Verfolgung anderer Sätze, die wir gleichfalls als Gesetze gelten zu lassen gewöhnt sind; es sind diejenigen, in denen wir eine *Gleichartigkeit* der Dinge in dem Sinne aussagen, daß mit gewissen Eigenschaften stets auch eine bestimmte Reihe anderer verknüpft ist, oder daß die existierenden Dinge in eine gewisse Anzahl fest bestimmter Kategorien sich ordnen lassen, deren jede eine kleinere oder größere Zahl untereinander vollkommen gleichartiger Einzelexemplare aufweisen würde. Diese uns in der Chemie vorzugsweise geläufigen Gesetze, wir wollen sie *Gegenstandsgesetze* nennen, bringen es mit sich, daß wir bei der Angabe der Gesetze des Geschehens uns genereller Bezeichnungen bedienen können, daß wir angeben können, welche Vorgänge sich ergeben, wenn sich z. B. Wasserstoff und Sauerstoff in bestimmter gegenseitiger Anordnung befinden, nicht aber unsere Angaben auf die einzelnen individuell bezeichneten Dinge zu beziehen genötigt sind.

Auch hier ist nun durch die Summe der Gesetze solcher Art die Wirklichkeit nur insofern bestimmt, als sie angeben, welche Arten von Dingen überhaupt vorkommen, und welche Eigenschaften jede derselben aufweist. Daneben aber wäre es Sache einer rein tatsächlichen Feststellung, nicht nur in welcher Anordnung, sondern auch in welcher Zahl die Dinge einer jeden Kategorie überhaupt vorhanden sind. Und diese Bestimmungen scheinen wieder einer allgemeinen gesetzmäßigen Festlegung entzogen zu sein.

Die Verfolgung unserer Anschauungen sowohl über die Gesetze des Geschehens wie über die Gegenstandsgesetze führt uns also auf einen anderen, der vorhin erwähnten Auffassung von der Natur der Gesetze wenigstens scheinbar entgegengesetzten Gedanken. Ihm zufolge wären

an unserer ganzen Wirklichkeits-Darstellung zweierlei Dinge scharf zu sondern: die Gesetze einerseits, eine Reihe rein tatsächlicher, den Gesetzen nicht unterworfener Bestimmungen anderseits. Die Gesetze würden demzufolge nicht einfach allgemeine Sätze sein, die ein in der Wirklichkeit in zahlreichen Wiederholungen Gegebenes zusammenfassend ausdrückten. Es würde ihnen vielmehr eine besondere, allerdings nicht ohne Weiteres angebbare Bedeutung zukommen, derzufolge wir sie dem durch sie nicht Bestimmten, dem rein tatsächlich Gegebenen gegenüberstellen.

Zweierlei können wir an der so gedachten Gesetzmäßigkeit hervorheben. Das eine besteht darin, daß die Wirklichkeits-Gesetze nicht nur insofern allgemein sind, als sie eine Summe von Gleichartigem eben in der Form allgemeiner Sätze zusammenfassen, sondern auch insofern, als sie neben dem tatsächlich Verwirklichten eine unbegrenzte Menge anderer Gestaltungen umfassen und zulassen. Wir können eine solche, die Wirklichkeit als einen Spezialfall einschließende Gesetzmäßigkeit eine *involvierende* nennen. — Das andere ist dies, daß wir uns die Wirklichkeits-Gesetze als eine fest bestimmte streng abgegrenzte Summe von Festlegungen denken, die demgemäß auch dem rein Tatsächlichen einen, wenn auch vielleicht nicht übersehbaren, doch scharf bestimmten Spielraum lassen würde. Wir wollen, um auch hierfür eine feste Bezeichnung zu besitzen, die der Wirklichkeit zugeschriebene Gesetzmäßigkeit eine *zirkumskripte* nennen. Auch können wir gleich hinzufügen, daß wir im Allgemeinen wohl geneigt sind, den Grund dieser scharfen und präzisen Abgrenzung darin zu finden, daß den Wirklichkeits-Gesetzen eine besondere, sie als Gesetze auszeichnende Bedeutung zukommen würde. Wir können, um auch für diesen Gedanken eine kurze technische Bezeichnung zu haben, von einer *spezifischen* Gesetzmäßigkeit reden.

Die ganze Anschauung findet einen einfachen Ausdruck in einer von mir vor längerer Zeit gegebenen Formulierung, indem wir von einer Wirklichkeits-Bestimmung und einer Wirklichkeits-Ermittlung einerseits in *nomologischer*, anderseits in *ontologischer* Hinsicht reden[1]). Die erstere beträfe die Gesamtheit in der Wirklichkeit ausgedrückter Gesetze, die ontologische dagegen die durch diese Gesetze nicht bestimmten, rein tatsächlichen Verhaltungsweisen. Die ganze Wirklichkeits-Gestaltung würde sich somit aus der Vereinigung dieser beiden streng auseinander zu haltenden Bestimmungen ergeben; auch unsere Aufgabe der Wirklichkeits-Ermittlung würde sich in diese beiden verschiedenartigen Teile zerlegen.

Es ist leicht, zu zeigen, in welchem Umfange unser Denken, alltägliches wie wissenschaftliches, von dieser Anschauung beherrscht wird.

[1]) Gelegentlich verknüpft sich hiermit wohl noch die weitere Meinung, daß das den Wirklichkeits-Gesetzen nicht Unterworfene auch überhaupt keinerlei Regel mehr erkennen lasse, daß also das Ontologische ein gänzlich Ungeordnetes, ein Anomisches sei.

Auf sie müssen wir uns überall stützen, wenn wir statt einfach eine Aussage über das Verwirklichte zu machen, die Zugehörigkeit irgendwelcher gedachter Verhaltungsweisen zu jener von den Wirklichkeits-Gesetzen zugelassenen oder ihnen konformen Gesamtheit von Gestaltungen behaupten oder verneinen. Aufs sie geht es also zunächst zurück, wenn wir die Frage erwägen, welches der Gang der Dinge bei irgendwelchen von dem Wirklichen abweichenden Bedingungen gewesen wäre. Bei einer solchen Betrachtung setzen wir voraus, daß ein Andersverhalten in gewissen Beziehungen ohne Abweichung von den Wirklichkeits-Gesetzen denkbar sei, und daß anderseits die Wirklichkeits-Gesetze nunmehr das aus einem solchen gedachten Verhalten sich entwickelnde Geschehen ebenso wie das tatsächlich verwirklichte eindeutig bestimmen. Diese Erwägungen haben also ihren ohne weiteres verständlichen Sinn, wenn man von der Vorstellung einer zirkumskripten Gesetzmäßigkeit ausgeht, während ohne diese Annahme allen Erwägungen über nicht Verwirklichtes eine sichere Grundlage zu fehlen scheint.

Die gleiche Betrachtung liegt auch allen Angaben über objektive Möglichkeitsverhältnisse zu Grunde; die objektive Möglichkeit bedeutet die Konformität mit den Wirklichkeits-Gesetzen, und irgend etwas nicht Verwirklichtes in einem objektiven Sinne möglich zu nennen, hat dann, aber auch nur dann eine völlig bestimmte und klar angebbare Bedeutung, wenn wir annehmen, daß die Wirklichkeits-Gesetze neben dem Verwirklichten einen bestimmten Umfang anderer Verhaltungsweisen zulassen, also unter der Annahme einer involventen und zirkumskripten Gesetzmäßigkeit. Es ist also auf dieser Grundlage verständlich und berechtigt, wenn wir ganz allgemein das Eintreten einer Folge unter irgend welchen allgemein bezeichneten, also Verwirklichtes und Nichtverwirklichtes bedeutenden Bedingungen als möglich bezeichnen [1]).

Vor Allem aber beruht es auch hierauf, wenn wir irgend ein Verhalten als durch die Wirklichkeits-Gesetze gefordert oder sein Fehlen als mit den Wirklichkeits-Gesetzen im Widerspruch bezeichnen. Auch hierfür ist uns der Ausdruck der Notwendigkeit geläufig; und wir müssen beachten, daß diese, wie wir kurz sagen können, nomologische Notwendigkeit von der vorhin erörterten, der chronogenetischen, durchaus zu sondern ist [2]).

[1]) Auf die besonders weitgehende Bedeutung, die derartigen Aussagen noch durch die Hereinziehung quantitativer Bestimmungen zukommt, die Begriffe einer größeren oder geringeren Möglichkeit, des begünstigenden Umstandes usw. einzugehen, ist an dieser Stelle nicht erforderlich. Vgl. darüber v. Kries, Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung, Freiburg 1886. S. 87 und 91; ferner Ders. Ueber den Begriff der objektiven Möglichkeit; Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie XII. S. 182.

[2]) Dagegen wäre es unrichtig, zu meinen, daß daraufhin alle Real-Urteile in solche nomologischen und solche ontologischen Inhaltes zerlegt werden könnten. Wir kommen auf diesen Punkt, der in mancher Hinsicht von Bedeutung ist, zweck-

Den Zwang, mit dem wir uns die Gestaltung eines Augenblickes an die des voraufgehenden geknüpft denken, und die Unterordnung eines Einzelnen unter etwas allgemein Geltendes: beide bezeichnen wir mit dem Worte der Notwendigkeit. Werden wir uns der Unabhängigkeit der beiden Prinzipien und der doppelten Bedeutung des Notwendigkeitsbegriffes meist nicht bewußt, so beruht dies auf den besonderen Umständen, deren Betrachtung wir uns jetzt zuzuwenden haben. Wir hatten im Bisherigen den Gedanken der chronogenetischen Notwendigkeit und den einer Gesetzmäßigkeit, insbesondere einer spezifischen Gesetzmäßigkeit als zwei Annahmen kennen gelernt, die in dem uns geläufigen Wirklichkeits-Denken angetroffen werden und in gewisser Weise für dasselbe bestimmend sind. Wir hatten betont, daß diese besonderen Anschauungen oder Annahmen voneinander durchaus unabhängig sind, und wir hatten zunächst die Bedeutung einer jeden für sich darzulegen versucht. Es wird nunmehr in Erwägung zu ziehen sein, welche Folgen sich aus der Vereinigung beider Vorstellungen ergeben. Diese Folgen sind im Grunde mit einem Wort zu bezeichnen. Sie bestehen darin, daß wir mit Rücksicht auf jenen Gedanken der chronogenetischen Notwendigkeit ganz bestimmten Formen der Wirklichkeits-Gesetze eine ausgezeichnete Bedeutung zuzuschreiben veranlaßt sind, insbesondere gerade sie als endgültige betrachten, während wir für andere eine Zurückführung auf jene verlangen. Es ist leicht, dies an einigen Beispielen ersichtlich zu machen. Wir können uns z. B. die Bewegung eines Körpers, etwa eines Planeten, durch einen allgemeinen, für alle Zeitpunkte gültigen Satz beschrieben denken. Eine solche Darstellung (ein Integralgesetz in der Ausdrucksweise der theoretischen Physik) erscheint uns im Allgemeinen nicht als eine endgültig befriedigende Einsicht in die Verhältnisse der Bewegung. Entsprechend der Anschauung, daß die Anordnung in jedem Zeitpunkt als ein Ergebnis derjenigen anzusehen ist, die unmittelbar zuvor bestand, verlangen wir vielmehr die Angabe einer diesen Aneinanderschluß bestimmenden Regel, als deren abgeleitetes Ergebnis dann jenes Integralgesetz aufzufassen wäre.

Auch diejenige Form, in der es uns am allergeläufigsten ist, empirische Regeln auszudrücken, führt zu einem gleichen Ergebnis. Sie be-

mäßig aber erst auf Grund einer Darlegung des begrifflichen Materials und der formalen Verhältnisse des Real-Urteils besprochen wird, weiter unten zurück. Hier mag es genügen, darauf hinzuweisen, was ohne weiteres ersichtlich ist, daß wir allerdings auf dem Boden der obigen Vorstellungsweise uns diejenigen Sätze ausgesondert denken können, die wir im strengen und endgültigen Sinne als Wirklichkeits-Gesetze ohne jede Einmischung rein tatsächlicher (ontologischer) Verhältnisse zu betrachten hätten, die also rein nomologisch genannt werden könnten, ebenso vielleicht auch solche, die in ähnlicher Weise rein ontologisch zu nennen wären, daß wir uns aber daneben natürlich in unbegrenzter Menge auch solche gebildet denken können, in denen zwar Wirklichkeits-Gesetze zum Ausdruck kommen, aber durch die Einbeziehung ontologischer Bestimmungen mehr oder weniger spezialisiert, Sätze, die dann also in Bezug auf diesen Gegensatz gemischten Charakters sind.

steht ja darin, daß wir eine bestimmte Folge als regelmäßiges Ergebnis gewisser voraufgehender Bedingungen bezeichnen. Das, was wir als Folge und das, was wir als Bedingung ins Auge fassen, ist dabei im Allgemeinen um endliche Zeitbeträge voneinander getrennt. Auch hier jedoch sagt eine zwingende Ueberlegung, daß die Gestaltung der Dinge im gegenwärtigen Zeitpunkt sich nicht direkt aus derjenigen ergeben kann, die um einen endlichen Zeitwert zuvor bestand, sondern daß ihr Zusammenhang in zeitlicher Kontinuität durch die Zustände und Vorgänge der zwischenliegenden Zeit vermittelt sein muß. Als die Form, in der uns ein Gesetz des Geschehens endgültig angebbar erscheint, stellt sich somit ein Satz heraus, der den Zusammenhang zwischen dem in einem Augenblick stattfindenden Verhalten und der im gleichen Augenblick stattfindenden Veränderung und zwar in allgemeiner Weise ausdrückt. Wir können Gesetze dieser Form Veränderunggesetze[1]) nennen. Ihnen also würde gegenüber allen anderen, einen Zusammenhang zeitlich auseinanderliegender Verhaltungsweisen darstellenden Sätzen eine ausgezeichnete Bedeutung zuzuschreiben sein; und zwar ist es der Gedanke der chronogenetischen Notwendigkeit, auf den wir ihren Vorzug im Vergleich mit zeitlich anders formulierten allgemeinen Aussagen begründen, die an sich zu einer Wirklichkeits-Erfassung oder Wirklichkeits-Darstellung ebenso geeignet sein können [2]).

Für die Veränderungsgesetze ergibt sich nun weiter, dem gleichen Gedanken zufolge, eine ganz bestimmte Auffassung und Darstellung. Ist die Veränderung, das Geschehen des gegenwärtigen Augenblicks, das notwendige Ergebnis eines jetzt stattfindenden Verhaltens, so können wir auch in die Beschreibung eines gegenwärtigen Verhaltens Begriffe einführen, die ex definitione die Erzeugung oder Hervorbringung solcher Veränderungen bedeuten, formell aber als Bezeichnungen eines jeweiligen Verhaltens behandelt werden. Begriffe wie etwa derjenige der Kraft, eine Reihe von Eigenschaftsbegriffen, u. a. würden hierher gehören. Unter Benutzang solcher Begriffe wird das Veränderungsgesetz sich als die Aussage eines allgemeinen Zusammenhanges zwischen den

[1]) Die vollkommen befriedigende begriffliche Form eines solchen ist die Differentialgleichung, ein Satz, der eine allgemeine Beziehung zwischen den ein gegenwärtiges Verhalten charakterisierenden Bestimmungen und ihren nach der Zeit genommenen Differentialquotienten, zwischen dem jeweils Bestehenden und seinen Veränderungen ausdrückt. In ihr findet das alte Problem, ob die Folge der Ursache gleichzeitig sei oder ihr nachfolge, seine einzige, aber auch völlig genügende Lösung durch die Heranziehung des mathematischen Grenzbegriffs.

[2]) Sätze dieser letzteren Art, die einen allgemeinen Zusammenhang zwischen zeitlich auseinanderliegenden Gestaltungen angeben, lehren übrigens auch besonders deutlich, wie eine Gesetzmäßigkeit der Wirklichkeit sehr wohl unter völliger Absehung von der chronogenetischen Notwendigkeit gedacht werden kann. Wie also schon oben in der Denkbarkeit einer chronogenetischen Notwendigkeit ohne Gesetzmäßigkeit, so zeigt sich hier nochmals die Unabhängigkeit der beiden Gedanken darin, daß auch eine Gesetzmäßigkeit ohne chronogenetische Notwendigkeit durchaus denkbar ist.

Bestimmungen der einen und der anderen Art darstellen, zwischen denjenigen, die ein jeweiliges Wirklichkeits-Verhalten im übrigen charakterisieren und denjenigen, die ex definitione das Hervorbringen einer Veränderung bedeuten.

Hiermit sind wir nun zu einer Form der Veränderungsgesetze gelangt, bei der sie einen allgemeinen Zusammenhang von lauter gleichzeitig gegebenen Bestimmungen besagen, einer Form, die wenigstens unter dem Gesichtspunkt der Chronogenese eine weitere Zurückführung nicht mehr verlangt und gestattet, und insofern als eine endgültige bezeichnet werden darf. Ob und inwiefern wir berechtigt sind, gerade diese Form zu fordern, das wird im Zusammenhange mit der ganzen kritischen Prüfung der hier erwähnten Begriffe uns später zu beschäftigen haben. Jedenfalls aber ist dieses die Form, in der es uns am geläufigsten ist und am befriedigendsten erscheint, die Gesetze des Geschehens aufzufassen und darzustellen.

Bei dieser Betrachtung kann nun in der Tat alles Geschehen ein in doppeltem Sinne notwendiges genannt werden, einerseits insofern das Geschehen jedes Augenblickes durch die Gestaltung des voraufgehenden zwingend hervorgebracht wird, anderseits insofern die das Geschehen in solcher Weise ergebenden Beschaffenheiten allgemeinen Regeln unterzuordnen sind. Können wir tatsächlich mindestens einen großen Teil der Wirklichkeits-Gesetze in solcher Form darstellen, so ist deutlich, daß wir in eine gewisse Gefahr kommen können, diese doppelte Bedeutung des Notwendigkeits-Begriffes zu übersehen. Und in gewissem Umfange wird dies auch ohne praktischen Nachteil geschehen können. Für die genauere kritische Prüfung aber ist die Auseinanderhaltung der beiden Prinzipien und somit der beiden Arten der Notwendigkeit doch unerläßlich. Auch versteht sich, daß sie gelegentlich von großer Bedeutung werden kann, so z. B. schon im Hinblick auf nomologische Ordnungen, die keine Gesetze des Geschehens, sondern Gegenstands- oder etwa noch andere Gesetze bedeuten.

Mit den Begriffen der Notwendigkeit und der Gesetzmäßigkeit ist nun die Summe der hierhergehörigen, unserem alltäglichen Denken geläufigen Begriffe nicht erschöpft. Wir können leicht bemerken, daß z. B. der Begriff des Wirkens auf die obigen Begriffe zurückgeführt, daß er aber auch wohl in einem anderen, über jene hinausgehenden Sinne genommen werden kann. Indessen handelt es sich hier bereits um Begriffe, deren Auffassung einigermaßen schwankend und umstritten ist, deren Erörterungen wir also nicht wohl von der strengeren kritischen Behandlung des Gegenstandes absondern können. Für diese sollten diese ersten Darlegungen nur einen Ausgangspunkt und eine Grundlage abgeben, was mit dem Obigen in genügender Weise erreicht sein wird.

Absichtlich komme ich an letzter Stelle auf die Form zu sprechen, in welche die Philosophie seit lange die hier in Frage stehenden Anschau-

ungen zu bringen gewohnt ist. Sie formuliert sie als Satz *vom zureichenden Grunde des Geschehens*. Dieses Gesetz besagt, daß Nichts „ohne zureichenden Grund", ohne eine gerade dies Geschehen mit Notwendigkeit bewirkende Ursache sich ereigne. Gerade diese Formulierung ist besonders geeignet, die verschiedenen Gedanken, auf deren Auseinanderhaltung Gewicht zu legen war, zu vermischen, und zwar deswegen, weil über die Art, *wie* der zureichende Grund eines bestimmten Geschehens angegeben werden soll oder worin er gefunden werden darf, stillschweigend speziellere Voraussetzungen gemacht werden, ohne die besondere Bedeutung gerade dieser Voraussetzungen genügend zu beachten und hervorzuheben. Unter dem Grund eines Ereignisses X können wir zunächst ein Verhalten verstehen, das jenes Ereignis mit Notwendigkeit herbeiführte. Nehmen wir den Satz vom zureichenden Grunde lediglich in diesem Sinne, so wird er besagen, daß, sofern X eingetreten ist, jedenfalls auch ein solches Verhalten bestanden hat, das X mit Notwendigkeit herbeiführte. Bei dieser Auffassung besagt das Prinzip offenbar nichts anderes, als was wir unter dem Namen einer durchgängigen chronogenetischen Notwendigkeit behandelten. Im Allgemeinen aber ist man ohne Zweifel, über diesen Sinn hinausgehend, der Ansicht gewesen, es müßte irgend ein bestimmtes Verhalten der Wirklichkeit als zureichender Grund eines jeden Ereignisses nachweisbar sein; d. h. er müsse *angebbar* sein in denjenigen Begriffen, in denen wir das in einem jeden Augenblick stattfindende Verhalten beschreiben können, nicht aber in einem Begriff, der ex definitione eine notwendige Herbeiführung eben jenes Ereignisses bedeutet.

Auch bei dieser Formulierung hängt nun die Bedeutung des Prinzips in hohem Maße davon ab, ob und was über die Natur des Grundes und die Art, wie er anzugeben sein soll, vorausgesetzt wird. Trifft man in dieser Hinsicht *gar keine* Bestimmung (und es läßt sich wohl nicht bestreiten, daß die herkömmliche Formulierung irgend etwas Bestimmtes in dieser Beziehung nicht erkennen läßt), so wird der Satz nur genügen, um den Fall auszuschließen, der allerdings unter allen Umständen einen Widerspruch zu ihm darstellen würde, den nämlich, daß bei wiederholtem Eintreten genau desselben Verhaltens an dasselbe sich einmal ein, das andere Mal ein anderes Geschehen anschlösse. Hier in der Tat würde für die Verschiedenheit des Geschehens kein zureichender Grund aufzuweisen sein. Dagegen würde dem in diesem Sinne genommenen Satze Genüge geschehen, wenn wir beim Vergleich des Verhaltens und der Veränderungen in ganz beliebigen Zeitpunkten stets bei einer Differenz des Geschehens auch eine Differenz des Verhaltens nachweisen könnten. Denn wir werden alsdann jedesmal eben jene Differenz des Verhaltens als den zureichenden Grund des ungleichen Geschehens in Anspruch nehmen können.

Der Satz vom zureichenden Grund würde also in dieser Auffassung besagen, daß zwischen dem jeweiligen Verhalten und den sich aus

ihm ergebenden Veränderungen (dem sich daran schließenden Geschehen) irgend ein Zusammenhang stattfindet, und zwar ein Zusammenhang von der Art, daß jedenfalls gleichem Verhalten auch allemal gleiches Geschehen zugeordnet sein oder eine Ungleichheit des Geschehens jedesmal das Ergebnis ungleichen Verhaltens sein muß [1]).

Man sieht, daß das Prinzip, in diesem Sinne genommen, über den Gedanken der chronogenetischen Notwendigkeit allerdings hinausgeht, dagegen den weiteren Gedanken der Gesetzmäßigkeit nur indirekt und andeutungsweise, also in einer, wie man wohl sagen darf, äußerst unzulänglichen Formulierung darstellt. Wir werden später noch Gelegenheit haben, dies des Genaueren zu bestätigen.

Viertes Kapitel.

Logik und Mathematik im Realwissen.

A-priori-Geltung logischer und mathematischer Sätze. Endgültige Bedeutung der mathematischen Grundbegriffe. Unabhängigkeit empirischer Definitionen.

Die Auseinandersetzungen, mit denen wir begannen, hatten uns veranlaßt, eine Reihe von Urteilen, und zwar vornehmlich die der Logik und Mathematik denjenigen, die ein Verhalten der Wirklichkeit bezeichnen, die Reflexions- den Real-Urteilen gegenüberzustellen. Die ersteren unterscheiden sich von den letzteren durch ihren andersartigen Behauptungsinhalt; sie haben zugleich eine andere, eine von der Erfahrung unabhängige direkte Evidenz. Wenn es sich bei den Reflexions-Urteilen einer- und den Real-Urteilen anderseits um vollständig voneinander getrennte Erkenntnisgebiete handelte, so hätte, wie die Ungleichheit des Sinnes, so auch die Unabhängigkeit der Geltung wohl kaum jemals übersehen werden können. Auch würde sich an diese zweifache Art der Urteile kaum noch irgend ein weiterer Erörterung bedürftiges Problem knüpfen. Tatsächlich ist dies ja nun aber nicht der Fall. Die beiden Erkenntnisgebiete stehen vielmehr in dem innigsten und mannigfaltigsten Zusammenhang. Der Grund hierfür liegt darin, daß eben jene Vorstellungen, auf deren gegenseitige Beziehungen die Reflexions-Urteile gerichtet sind, zugleich das Material unserer Real-Urteile darstellen. Diese *sind* Urteile, sie bewegen sich in Begriffen, sie bedienen sich speziell des Begriffskreises der Mathematik. Die Allgemeinheit der logischen und mathematischen Einsichten, zum Teil auch schon die Art und Weise, wie Raum und Zeit in

[1]) Es ist dies ganz derselbe Gedankengang, in dessen Verfolgung Schopenhauer zu der Formulierung kam, daß jede Veränderung die Ursache der folgenden sei oder jedes Geschehen durch eine voraufgegangene Veränderung bewirkt sei.

die Wirklichkeits-Vorstellung eingehen, bringt es so mit sich, daß an dem Wissensgebiet der Real-Urteile überall die Besonderheiten aufzuweisen sind, die durch jene Reflexions-Urteile ausgedrückt werden.

Was für Urteile und Begriffe allgemein evident ist, ist in immer derselben Weise auch für beliebige Urteile empirischen Inhalts, für Begriffe von empirischer Bedeutung zwingend gültig. Was für räumliche und zeitliche Verhältnisse mit anschaulichem Zwange gilt, bleibt gültig, was auch immer wir über das im Raum Vorhandene oder Bewegliche, über das in der Zeit sich Ereignende hinzudenken. Allgemein können wir sagen: das, was hinsichtlich irgendwelcher Vorstellungen mit unabhängiger Evidenz feststeht, das gilt auch in zwingender, von der speziellen Gestaltung der Erfahrung unabhängiger Weise für jede Wirklichkeits-Vorstellung, jedes Real-Urteil, das sich in jenen Vorstellungen bewegt. Die Bedeutung, die auf diese Weise das unabhängig Evidente gewinnt, können wir zutreffend mit dem Begriff des A-priori bezeichnen. Denn in den mannigfaltigen Wandlungen und Modifikationen, die der Begriff des A-priori erfahren hat, erkennt man doch als das, worauf immer am meisten Gewicht gelegt worden ist, das logische Verhältnis, die direkte Evidenz, die von der Erfahrung unabhängige Gültigkeit. Namentlich ist unverkennbar, daß schon bei Kant dies der leitende Gedanke gewesen ist, wenn auch freilich bei ihm namentlich in Bezug auf die Raum-Vorstellung die psychologischen Gesichtspunkte nicht immer streng ferngehalten worden sind. Hier mag nochmals betont werden, daß die von der Erfahrung unabhängige direkte Evidenz gewisser auf den Raum sich beziehender Sätze als etwas anzusehen ist, was unserer Raum-Vorstellung, wie sie nun einmal ist, zugeschrieben werden darf, daß die Konstatierung dieses Verhaltens aber mit der Frage, wie diese Raum-Vorstellung etwa entstanden sein mag, ob oder wie sie veränderlich ist, in keiner Weise zusammenhängt. Wir können also, jener fundamentalen Bedeutung des A-priori-Begriffes uns anschließend, das, was hinsichtlich irgend welcher Vorstellungen unabhängig evident ist, als a priori gültig für jedes Wirklichkeits-Denken bezeichnen, sofern (eine Bedingung, die, wie sich zeigen wird, nicht ganz außer Acht gelassen werden darf) in unser Wirklichkeits-Denken jene Vorstellungen eingehen.

Trotz des überaus einfachen Verhältnisses, das sich so herausstellt, und demzufolge wir die Sätze der Logik und Mathematik als für die Erfahrung a priori gültig zu bezeichnen hätten, erscheint es doch wünschenswert, die ganze Art, wie sich der Zusammenhang des a priori Gültigen zu dem empirischen Inhalt gestaltet, noch genauer darzulegen, und eine Reihe von Zweifeln, die sich hier erheben können, zu erledigen. Auch der Bedeutung jener eben zuletzt erwähnten Bedingung werden wir dabei unsere Aufmerksamkeit zuwenden müssen.

Sehr kurz kann ich mich bezüglich der im engeren Sinne des Wortes logischen Reflexions-Urteile fassen, derjenigen, die

aus den Verhältnissen des Denkens und der Begriffsbildung selbst resultieren. Auf die selbständige Evidenz eines analytischen, eines Inzidenz-Urteils oder eines den logischen Zusammenhang bezeichnenden brauchen wir hier nicht wiederum zurückzukommen. Ebenso ist ohne Weiteres ersichtlich, daß diese Verhältnisse in größtem Umfange auf Begriffe und Urteile von empirischer Bedeutung zur Anwendung kommen. So kann man denn allerdings von einer überall bemerkbaren Einmischung des A-priori in die Erfahrung reden. Auf der andern Seite jedoch ist hier auch am allereinfachsten und klarsten ersichtlich, wie dies zusammenhängt und wie sich der scheinbare Widerspruch löst, daß wir in Betreff der doch außer uns stehenden Wirklichkeit irgend etwas „im Voraus" nach Maßgabe unserer Subjektivität bestimmen sollen. Sofern wir die Wirklichkeit denkend erfassen, ist es verständlich, daß wir auch hier eine Reihe der unserem Denken überhaupt eigentümlichen Verhältnisse, Formen usw. aufweisen können; und es kann daher auch nicht überraschen, daß alles, was über diese Formen selbst allgemein ausgesagt wird, in einem andern Sinne einleuchtet und feststeht, als irgend etwas zur Wirklichkeits-Vorstellung selbst Gehöriges, auf ihr eigentliches Material Bezügliches. — Aber auch der andere Gesichtspunkt, unter dem die Frage des A-priori zu betrachten war, erledigt sich hier sozusagen von selbst. Denn die Wirklichkeits-Vorstellung soll ja jedenfalls eine denkende Erfassung der Wirklichkeit sein; wir verstehen unter ihr eben eine ganz bestimmte Art von Urteilen, von bestimmtem Sinn, von bestimmtem begrifflichem Material und Bau. So versteht es sich denn auch von selbst, daß das, was wir von Urteilen überhaupt in unabhängig evidenter Weise aussagen können, in jeder Wirklichkeits-Vorstellung seine Anwendung finden muß. Das A-priori der Logik ist also nicht bloß für jede Wirklichkeits-Vorstellung maßgebend und bindend, sondern es muß auch in jeder zur Geltung kommen; es kann keine geben, an der nicht die unabhängige Evidenz eines analytischen Urteils, der bindende logische Zusammenhang eines Schlusses mit seinen Prämissen usw. bemerkt und aufgewiesen werden könnte.

Während sich also hier ernsthafte Schwierigkeiten nicht ergeben und auch Zweifel kaum jemals geltend gemacht worden sind, liegen die Dinge verwickelter für die Apriorität der Mathematik. Auch hier zwar sind abweichende Auffassungen nur selten hinsichtlich der reinen Zahlenverhältnisse vertreten worden. Denn die Anwendung der Zahlbegriffe auf irgendwelche zählbare Objekte erscheint so unmittelbar als etwas nur Hinzugefügtes, wovon die Gleichheitsbeziehungen der Zahlen naturgemäß völlig unabhängig sind, daß für denjenigen, der sich die direkte Evidenz der Zahl-Urteile einmal deutlich gemacht hat, auch aus deren Anwendung auf diese oder jene zählbare Objekte keine Schwierigkeiten erwachsen werden. Vielmehr liegt, wie wir oben sahen, ein besonders scharfer Beweis für die unem-

pirische Natur der numerischen Gleichheitsbeziehungen gerade in dem Umstande, daß uns der Gedanke, die Summe zweier Zahlen sei auf *ein* Objekt angewandt = n, bei Zählung eines andern Objektes = n + 1, absolut ausgeschlossen erscheint. So ist denn der Zahlenlehre eine von der empirischen verschiedene Geltung in der Regel selbst von denjenigen Denkern zugestanden worden, die der Annahme einer A-priori-Gültigkeit im Allgemeinen im höchsten Maße abgeneigt waren. Und ähnliches gilt für die *Zeit*. Dagegen ist, wie bekannt, die Apriorität der auf den *Raum* bezüglichen mathematischen Sätze vielfach bezweifelt und sogar lebhaft bestritten worden. Es dürfte daher nützlich sein, uns mit den hierher gehörigen Fragen eingehender zu befassen. — Im Grunde, wird man sagen dürfen, ist das Verhältnis auch hier sehr einfach. Sofern die Wirklichkeit räumlich gedacht wird, steht eine Reihe von Verhältnissen, die in der Natur der Raum-Vorstellung begründet sind, in unmittelbarer Evidenz für sie fest. So gut es nach der Natur unserer Vielheits-Vorstellung undenkbar ist, daß die Zahl a + b, auf ein Objekt bezogen, = n, auf ein anderes angewandt aber = n + 1 sei, so gut sind die Urteile, die irgendwelche Beziehungen an räumlichen Gebilden besagen, unabhängig davon, welche Objekte wir uns an den betreffenden Orten vorhanden denken. Und es ergibt sich hieraus eine Reihe an unserer Wirklichkeits-Vorstellung aufzuweisenden Verhältnisse, die logisch nicht auf der tatsächlichen Gestaltung unserer Erlebnisse, sondern auf der Natur der Raum-Vorstellung selbst beruhen, Verhältnisse, die demgemäß denn auch in unserer Wirklichkeits-Vorstellung (sofern sie eine räumliche ist) unter allen Umständen gegeben sein werden, welches auch immer ihr eigentlicher Inhalt sein mag. Eine abweichende Auffassung ist nun aber gerade hier durch eine Anzahl besonderer Umstände nahegelegt worden. Zunächst ist daran zu erinnern, daß die auf den Raum bezüglichen Urteile eben in der Natur der Raum-Vorstellung eine besondere, von den reinen Vielheits-Vorstellungen unabhängige, zu diesen hinzukommende Grundlage besitzen. Es hängt hiermit zusammen, daß wir, wovon an späteren Stellen noch eingehender zu sprechen ist, abstrakte *mathematische Denkgebilde* erzeugen können, die in manchen Beziehungen mit der Raum-Vorstellung übereinstimmen, in anderen von ihr abweichen. Es sind dies die durch eine Anzahl stetiger Größenverhältnisse bestimmten Mannigfaltigkeiten, unter denen unsere Raum-Vorstellung durch gewisse besondere Merkmale (als eine dreidimensionige und ebene) charakterisiert ist. Durch diese Verhältnisse ist eine gewisse Gefahr herbeigeführt worden, die Evidenz der auf unsere Raum-Vorstellung bezüglichen Urteile zu übersehen. Indem nämlich die Mathematiker (mit Recht) behaupteten, daß die Axiome der Geometrie sich aus der reinen Zahlenlehre nicht ableiten lassen, diese vielmehr Mannigfaltigkeiten von anderen inneren Beziehungen denkbar erscheinen läßt, wurden sie in die Gefahr gebracht, die zwar andersartige, aber gleichwohl

direkt evidente Geltung der auf den Raum bezüglichen Urteile zu übersehen oder zu bestreiten und diesen eine empirische Geltung zuzuschreiben. Wir können uns demgegenüber auf unsere frühere Darlegung von der Evidenz der gerade die Raum-Vorstellung betreffenden Urteile berufen; wir haben dort gesehen, wie eben die besondere Natur dieser Vorstellung darin besteht, eine Reihe innerer Beziehungen zu besitzen, die in unmittelbar zwingender Weise urteilend ausgedrückt werden. Auch die zwingende Evidenz gerade desjenigen Satzes, der unsere Raum-Vorstellung als *eben* charakterisiert und den eine von der abstrakten Zahlenlehre ausgehende Betrachtung als ungewiß glaubte betrachten zu dürfen, des *Parallelensatzes*, ist dort bereits besonders betont worden. So werden wir denn die Denkbarkeit abstrakter Mannigfaltigkeiten zugeben, die, dem Raume ähnlich, eine Anzahl durch stetige Größen ausdrückbarer Bestimmungen aufweisen, deren Größenbeziehungen aber andere als die des Raumes sind (die ein von Null verschiedenes Krümmungsmaß besitzen). Nur werden wir betonen müssen, daß es sich dabei um keine *Raum-Vorstellung* handelt, auch um nichts, was wir als Modifikation unserer Raum-Vorstellung irgendwie in der Einbildungskraft erzeugen können, sondern um *unanschauliche Denkgebilde*. Ihre Möglichkeit schließt also die Evidenz der auf den Raum bezüglichen Sätze in keiner Weise aus. Und sie kann daran nichts ändern, daß für jede in räumlicher Form gegebene Wirklichkeits-Vorstellung[1]) auch die aus der Natur der Raum-Vorstellung sich ergebenden Sätze in einer von dem besonderen Erfahrungsinhalt unabhängigen Weise, also im obigen Sinne a priori gültig sind.

Noch etwas eingehender müssen wir uns mit einer anderen Quelle der Täuschung befassen. Die direkte Evidenz der auf den Raum bezüglichen Urteile hängt, wie wir oben sahen, untrennbar damit zusammen, daß auch das begriffliche Material dieser Urteile ein unmittelbar und endgültig mit jener Vorstellung gegebenes, insbesondere auch der Gleichheitsbegriff ein irgendwelcher Erläuterung weder fähiger noch bedürftiger, ein Begriff von endgültig klarer Bedeutung ist. In dieser Beziehung nun ist insbesondere dem diese Probleme erwägenden Naturforscher eine abweichende Meinung dadurch nahegelegt, daß die naturwissenschaftliche Untersuchung in großem Umfange die Gleichheit räumlicher Erstreckungen empirisch (durch Messung) festzustellen veranlaßt und in der Lage ist. Hierdurch entsteht die Gefahr, den eigentlichen Sinn des Gleichheitsbegriffes ganz außer Augen zu verlieren und zu meinen, es sei darunter gar nichts anderes zu denken, als daß der nämliche „feste Körper" die eine und die andere Strecke ausfülle; oder,

[1]) Allerdings eröffnet die Erwägung solcher Denkgebilde den Ausblick auf Wirklichkeits-Vorstellungen, die auf die Raum-Vorstellung ganz verzichteten und etwa als unanschaulich gedachte zu bezeichnen wären. Wir kommen auf die Möglichkeit und Berechtigung solcher Wirklichkeits-Vorstellungen an späterer Stelle zurück.

allgemeiner gesprochen, die Gleichheit bedeute ein objektives Verhalten, das sich unter diesen oder jenen herzustellenden Bedingungen in bestimmter Weise unseren Sinnen erkennbar macht. Bekanntlich hat insbesondere Helmholtz im obigen Sinne von einer „physischen Gleichheit“ zweier räumlicher Gebilde gesprochen und die Anschauung vertreten, daß ein anderer Gleichheitsbegriff (transzendentale Gleichheit, wie Helmholtz sagte) bedeutungslos und illusorisch sei. — Es ist unbestreitbar, daß hier ein Schein vorliegt, dem man sich bei gewissen Betrachtungsweisen nur schwer entzieht. Die Gleichheit zweier realer (empirisch definierter) Strecken bedeutet ohne Zweifel ein Verhalten, das sich in einer Reihe angebbarer Beobachtungen kundgibt; weshalb ist es notwendig, unter der Gleichheit noch etwas anderes zu verstehen, als eben die objektiven Grundlagen eines bestimmten wahrnehmbaren Geschehens, also eben eine „physische Gleichheit“? — Daß dies in der Tat notwendig ist, wird aber sogleich ersichtlich, wenn wir uns der bedingten Sicherheit erinnern, mit der wir alles empirische Geschehen erkennen, und ihr die zwingende Evidenz gewisser auf die Verhältnisse räumlicher Gleichheit bezüglicher Einsichten gegenüberstellen. Denkbar erscheint vor Allem, daß es eine physische Gleichheit überhaupt nicht gäbe, daß einer Strecke AB in manchen Hinsichten eine andere CD, in anderen dagegen eine längere $CD + \delta$ gleichwertig wäre. Gerade in der unabweisbaren Einsicht, daß zu einer gegebenen Strecke an jeder Stelle und in jeder Richtung eine und nur eine ganz bestimmte gleiche vorhanden sein muß, zeigt sich, wie wir schon oben betonten, besonders deutlich die Natur unserer Raum-Vorstellung und die in ihr begründete, nicht weiter erläuterbare Bedeutung des Gleichheitsbegriffes.

Der irreführende Schein, der in der obigen Fragestellung liegt und durch die auch Helmholtz in diesem Punkte getäuscht worden ist, beruht darauf, daß ausschließlich die Bedeutung von Real-Urteilen ins Auge gefaßt wird, in die der Begriff der Gleichheit irgendwie eingeht, Aussagen also, die z. B. die Gleichheit zweier empirisch definierter Strecken besagen. Wir müssen in dieser Hinsicht zunächst daran erinnern, daß ein Urteil dieser Art sich niemals aus der Natur der Raum-Vorstellung allein ergeben kann. Aus ihr kann niemals die Gleichheit zweier empirisch definierter Strecken gefolgert werden; sie ergibt vielmehr nur gewisse Zusammenhänge zwischen einer Anzahl von Gleichheitsbeziehungen. — Erwägen wir ferner, was die Gleichheit zweier empirisch definierter Strecken oder räumlicher Gebilde an wirklich Erfahrbarem bedeute, so müssen wir sagen, daß ihr, für sich ganz allein betrachtet, eine angebbare Bedeutung überhaupt nicht zukommt. Sie gewinnt sie vielmehr erst im Zusammenhange mit einer großen Reihe von Vorstellungen über das Verhalten der Körper im Raume, über die Art, wie unsere sinnlichen Eindrücke durch die räumlichen Anordnungen bestimmt werden usw. Bezeichnet man nun alle in solcher Weise an die Gleichheit der Strecken geknüpften Beziehungen des Geschehens als ihre „physische Gleichheit“, so ist allerdings klar, daß die Gleichheit an wirklich Erfahrbarem oder Wahrnehmbarem eben nur diese physische Gleichheit bedeutet und besagt. Insofern also war Helmholtz vollkommen im Recht, wenn er immer betonte, der Sinn eines derartigen Urteils werde dadurch, daß wir der Gleichheit neben dem physischen noch einen andersartigen Sinn zuschreiben, in keiner ersichtlichen Weise vermehrt oder verändert. Dies schließt aber keineswegs aus, daß dem Gleichheitsbegriffe doch noch eine andere Bedeutung zukomme. Dies wird der Fall sein, wenn von ihm irgendwelche Bestimmungen gelten, vermöge deren auch die Urteile, in die er eingeht, in einen ihre Geltung bedingenden oder beschränkenden Zusammenhang treten. Eben dies aber ist der Fall. Es sind die in der Natur der Raum-Vorstellung begründeten Gleichheitsbeziehungen, durch die alle räumlichen Real-Urteile in solchen Zusammenhang gerückt werden. Die unempirische Bedeutung des Gleichheitsbegriffes kommt also nicht darin zum Ausdruck, daß das einzelne Real-Urteil, in dem er figuriert, ihr zufolge etwas mehr besagte, sondern darin, daß sich aus ihr ganz bestimmte formale Bedingungen ergeben, an die unsere räumlich gedachten Real-Urteile unter allen Umständen gebunden sind.

Auf zum Teil sehr ähnliche Erwägungen führen uns gewisse methodische Bestrebungen der modernen theoretischen Physik, die darauf gerichtet sind, ihre Begriffe in einer streng systematischen Weise zu ordnen und zu entwickeln. Gemäß einem teils stillschweigend zugrunde gelegten, teils wohl auch ausdrücklich ausgesprochenen Prinzip sollen dabei alle physikalischen Begriffe in der Weise definiert werden, daß sie auf etwas unmittelbar sinnlich Wahrnehmbares zurückgehen. Jeder Begriff, der in die Bezeichnung äußerer Verhaltungsweisen eingeht, sollte also entweder ohne Weiteres etwas direkt Wahrnehmbares bedeuten, oder etwas, was wir unter gewissen, wieder in der gleichen Weise zu definierenden Bedingungen (die wir herzustellen imstande sind) wahrnehmen oder beobachten können. In einer kleinen oder größeren Zahl solcher etwas direkt Erkennbares bedeutenden Begriffe würde also das ganze Begriffssystem seine endgültige Grundlage finden.

An diese Aufgabestellung und an die ihr zufolge gegebenen Entwicklungen knüpft sich im gegenwärtigen Zusammenhange ein Interesse zunächst insofern, als die Forderung einer Definition, soweit mir bekannt, durchgängig auch auf die mathematischen Grundbegriffe, wie namentlich den der Gleichheit, erstreckt worden ist. Man bemerkt, daß hier ganz die gleiche Anschauung zugrunde liegt, die auch für den Helmholtzschen Begriff der physischen Gleichheit maßgebend ist, die Anschauung, daß die mathematischen Begriffe nur das an Sinn enthalten, was sie an Wahrnehmbarem besagen, nicht aber noch in irgend einer anderen Weise etwas endgültig Gegebenes bedeuten. Ist dies der Fall,

so wird es jedenfalls zulässig und bei gewissen methodischen Anforderungen geboten sein, sie in einer auf solche Verhältnisse zurückgehenden Weise zu definieren. So wird zunächst die räumliche Gleichheit durch Erscheinungen definiert, die wir beim Transport „starrer Körper", die als „Maßstäbe" dienen, beobachten können. Aehnlich werden in der Regel, im Hinblick auf das Beharrungsgesetz, gleiche Zeiten als solche definiert, in denen sich selbst überlassene Körper gleiche räumliche Strecken durchlaufen [1]) Bei dem von uns eingenommenen und festgehaltenen Standpunkt in Bezug auf den ganzen Begriffskreis der Mathematik würde demgegenüber zu betonen sein, daß wir in den gegebenen Sätzen jedenfalls keine Definitionen im üblichen Sinne erblicken dürfen, keine Angabe der Bedeutung, die jenen Grundbegriffen in unserem Denken tatsächlich zukommt, oder einer Bedeutung, die wir als die wissenschaftlich wertvollere etwa einer anderen vulgären substituieren könnten. Vielmehr ist in erster Linie daran festzuhalten, daß jene Begriffe einen endgültig deutlichen Sinn besitzen, den wir weder zu erläutern Anlaß haben, noch beseitigen oder fallen lassen können. Wollen wir die Bedeutung eines solchen, als Definition bezeichneten Satzes zutreffend angeben, so werden wir vielmehr sagen müssen, daß er gewisse Verhältnisse realen Geschehens bezeichnet, die geeignet sind, die Gleichheit räumlicher oder zeitlicher Strecken mit voller Sicherheit und Genauigkeit zu erkennen.

Trotz dieser grundsätzlichen Abweichung versteht sich jedoch, daß auch in unserem Sinne hier eine Aufgabe von hoher Bedeutung vorliegt, deren Lösung von methodischem Wert ist. Ja es versteht sich, daß die Verkennung ihrer eigentlichen Bedeutung, wenigstens unter gewissen Voraussetzungen, ohne praktischen Nachteil sein wird. Können wir Beobachtungen angeben, mittels deren eine objektive Gleichheit mit voller Sicherheit und Genauigkeit erkennbar ist, so werden wir offenbar in gewissem Umfange ohne Nachteil diesen physischen oder empirischen Gleichheitsbegriff dem endgültigen, rein mathematischen substituieren dürfen. Die Zulässigkeit einer empirischen Auffassung der mathematischen Begriffe erweist sich, dem Gesagten zufolge, in erster Linie an die Voraussetzung geknüpft, daß wir die durch bestimmte Begriffe dieser Art zu bezeichnenden Verhaltungsweisen mit einer absoluten, jeden Zweifel ausschließenden Sicherheit feststellen können. Wir kommen hiermit zu dem andern Punkt, in dem die uns beschäftigende Formulierung der methodischen Aufgabe eine Beanstandung hervorzurufen geeignet ist. Er besteht darin, daß die unmittelbare Erkennbarkeit irgendwelcher objektiver Verhältnisse ohne Weiteres als selbstverständlich zugrunde gelegt wird. Mit Recht kann man dem entgegenhalten, daß uns im strengen Sinne direkt erkennbar nur unsere eigenen Erlebnisse eben als Zustände oder Vorgänge unseres Bewußtseins sind. Eine streng gesetzmäßige Verknüpfung mit diesen können wir als ein aus der ganzen Natur unseres Erkennens sich ergebendes Postulat höchstens für gewisse Zustände des Gehirns verlangen. Dagegen ist jedes Urteil über äußere Vorgänge oder Verhaltungsweisen ein niemals ganz sicherer Schluß aus jenem unmittelbar Gegebenen, ein Schluß, der nur berechtigt ist auf Grund gewisser Annahmen über die Natur der unsere Sinne affizierenden Vorgänge, über die Funktion der Sinnesorgane selbst, über die Art, wie diese auf das Gehirn einwirken und unter dessen Vermittlung Bewußtseins-Erscheinungen bestimmen usw.

[1]) S. z. B. Maxwell, Substanz und Bewegung. Deutsch von Fleischl, Braunschweig 1879. S. 35.

Auch hier indessen scheint es sich doch um Verhältnisse zu handeln, die eine strenge logische Betrachtung zwar berücksichtigen muß, denen aber eine erhebliche praktische Bedeutung nicht zukommt, und die daher ohne Nachteil ignoriert werden können. Und zwar ist zunächst daran zu erinnern, daß, wie schon früher berührt wurde und noch mehrfach zu erwähnen sein wird, unsere sinnlichen Wahrnehmungen uns ganz direkt den Eindruck bestimmter räumlicher und zeitlicher Anordnungen geben. Weiter aber ist zu beachten, daß dieses Wahrgenommene wenigstens vielfach mit dem theoretisch zu Denkenden übereinstimmt. Wir können in diesem Sinne kurz von einer vollkommenen Zuverlässigkeit unserer Wahrnehmungen reden, die in der Tat in gewissem Umfange wohl ohne Zweifel gegeben ist. So erkennen wir nach Maßgabe optischer Gesetze und der Funktionsweise unseres Sehorgans durch den Gesichtssinn eine Reihe einfacher Verhältnisse räumlicher Anordnung mit einer Sicherheit, die einen nennenswerten Zweifel kaum gestattet. Auch kann gerade die Physik ihre Beobachtungen so einrichten und ist aus guten Gründen gewohnt, dies zu tun, daß eine solche Konstatierung einfachster räumlicher Anordnungen dabei ganz überwiegend benutzt wird. In einer ähnlich direkten und sicheren Weise kann die zeitliche Ordnung mancher äußerer Vorgänge mittels verschiedener Sinneseindrücke, namentlich auch der akustischen, erkannt werden.

Hiermit hängt es nun offenbar zusammen, daß jene uns beschäftigende Aufgabe sich in gewissem Umfange tatsächlich als lösbar erwiesen hat und gelöst worden ist, so daß sich die Aussicht auf eine völlig konsequente Durchführung und damit auf eine vorzugsweise elegante und befriedigende Entwicklung zu eröffnen scheint.

Von unserem theoretischen Standpunkte aus erscheint ja nun die ganze Aufgabestellung an gewisse Voraussetzungen geknüpft, ihre Ergebnisse gewisser Modifikationen bedürftig; und es ergeben sich daraus eine Anzahl nicht unwichtiger Ueberlegungen. Halten wir zunächst an der Annahme fest, daß jene Voraussetzungen gegeben und eine Definition der physikalischen Begriffe etwa in der soeben angedeuteten Weise durchgeführt worden sei. Es kann nicht bestritten werden, daß, wenn wir uns z. B. die Begriffe räumlicher und zeitlicher Gleichheit in der angegebenen Weise definiert denken dürfen, dadurch noch stärker als

durch die vorhin im Anschluß an Helmholtz verfolgten allgemeinen Betrachtungen über physische Gleichheit der Schein gegeben sein wird, als ob die nicht-empirische Auffassung dieser Begriffe jedenfalls entbehrlich würde. Wir erwähnten vorhin schon in diesem Sinne, daß wenn wir empirische Kriterien kennen, die zu einer völlig sicheren und genauen Ermittlung räumlicher Gleichheiten geeignet sind, in gewissem Umfange jedenfalls die Ersetzung des eigentlichen Gleichheitsbegriffes durch diesen empirischen ohne Nachteil wird geschehen können. Im gleichen Sinne ist namentlich von Helmholtz mit besonderem Nachdruck betont worden, daß die Annahme eines anderen Sinnes neben dem physisch-empirischen mindestens überflüssig sei. Sind also, kann man fragen, die mathematischen Begriffe als solche für unser Wirklichkeits-Denken überhaupt erforderlich? Können wir nicht alle unsere Aussagen in der Weise, wie es durch solche empirischen Definitionen geschehen würde, in Aussagen über eine ganz bestimmte Art räumlicher oder zeitlicher Beziehungen, nämlich eben die unmittelbar erkennbaren auflösen? — Es bedarf einiger einfacher und nicht uninteressanter Ueberlegungen, um sich klar zu machen, daß dies zwar in gewissem Sinne, aber doch keineswegs in vollem Maße und uneingeschränkt zutrifft. Wir brauchen zu diesem Ende uns nur zu vergegenwärtigen, wie sich die Beschreibung irgend eines zusammengesetzten Vorganges, etwa der Bewegung einer Gruppe von Körpern, bei der hier verlangten Auffassung gestalten würde. Während die herkömmliche Betrachtung in allen hier auftretenden quantitativen Beziehungen eine direkte Bezeichnung des Wirklichkeits-Verhaltens erblickt, würden wir sie bei der hier geforderten empirisch-physischen Auffassung des Gleichheitsbegriffes als Aussage eines Verhaltens zu nehmen haben, das indirekt dadurch bezeichnet wird, daß unter gewissen Bedingungen, nämlich bei der tatsächlichen Ausführung von Messungen, bestimmte Ergebnisse zu beobachten gewesen wären oder sein würden. Die alltägliche Betrachtung wird dem zunächst die Bemerkung entgegenstellen, daß wir zu einer mindestens viel e i n f a c h e r e n Auffassung gelangen, wenn wir in der gewöhnlichen Weise davon ausgehen, daß einerseits gewisse Größenbeziehungen objektiv in der Bewegung jener Körper gegeben sind, anderseits aber das Verhalten der als Maßstäbe benutzten Gegenstände gewissen allgmeinen Regeln sich unterordnet, denen zufolge sie als starre zu bezeichnen sind, wobei nun aus diesen Voraussetzungen alle jene Messungsergebnisse sich herleiten lassen. — In noch höherem Grade wird dieser Vorzug größerer Einfachheit gegeben sein, wenn es sich um Bewegungen handelt, die selbst einer gewissen Gesetzmäßigkeit unterstellt werden können, so etwa, wenn die Bewegung einer Körpergruppe durch ein Anziehungsgesetz bestimmt wird. Das, was wir in mathematischer Formulierung relativ einfach ausdrücken können, würde hier durch eine unübersehbare Menge von Behauptungen über Messungsergebnisse zu ersetzen sein. — Man kann freilich sagen, daß diesem Ge-

sichtspunkte einer größeren oder geringeren Einfachheit keine entscheidende Bedeutung beizumessen sei. Wir können jedoch sogleich noch einen Schritt weiter gehen und fragen, worauf sich denn die Berechtigung jener Behauptungen gründet. Von den unzählbaren Größenbeziehungen, die die Beschreibung einer derartigen Bewegung umfaßt, ist ein verschwindend kleiner Teil tatsächlich durch Messung festgestellt. Was berechtigt uns zu der Annahme aller übrigen, also zur Aufstellung einer unbegrenzten Menge von Sätzen, die alle von der Form sind, daß unter gewissen (nicht verwirklichten) Bedingungen etwas eingetreten wäre? Auch hier ist der alltäglichen Ueberlegung geläufig, daß etwas Derartiges nur behauptet werden kann auf Grund eines allgemeinen Zusammenhanges, der das Bedingte an die Bedingung knüpft, daß Sätze solcher Art eine erklärende Zurückführung auf andere verlangen, die ihrerseits als endgültige in Anspruch genommen werden dürfen. Verfolgen wir diesen Gedanken des Genaueren, so finden wir als seinen berechtigten Kern den, daß uns nur gewisse, formell bestimmte Arten des Wirklichkeits-Denkens als endgültig befriedigende erscheinen, und daß auch gerade den Sätzen dieser Form hinsichtlich ihres Wahrscheinlichkeits-Wertes eine ausgezeichnete Bedeutung zukommt. Auch ohne eine genauere Untersuchung der formalen Verhältnisse können wir sagen, daß es die A l l g e m e i n h e i t ist, auf die es dabei ankommt, und daß diejenigen Sätze, die eine vollkommen scharf zu bezeichnende und auf einen genau bestimmten Kreis von Einzelnem sich erstreckende Uebereinstimmung besagen, den hier zu stellenden Forderungen in der vollkommensten Weise entsprechen. Diese auszeichnende Eigenschaft kommt den Sätzen der Mathematik selbst und sie kommt in gleicher Weise einem in mathematischen Begriffen formulierten Wirklichkeits-Denken zu, sofern die mathematischen Begriffe, insbesondere auch der der Gleichheit in direkter und endgültiger Bedeutung genommen werden. So können wir uns denn auch eine in mathematischen Begriffen sich bewegende Wirklichkeits-Vorstellung als eine in diesen Hinsichten abschließende und endgültige denken und demgemäß erstreben. Wenn wir anderseits einen Teil der mathematischen Begriffe ausgeschaltet und durch jene indirekten Bezeichnungen ersetzt denken, so werden wir auf verwickelte Formen geführt, von deren genauerer Darlegung wir absehen dürfen, die aber jedenfalls nicht in ähnlicher Weise zu einer völlig befriedigenden und durchsichtigen Allgemeinheit sich ausgestalten lassen. Sind wir daher in der Lage, das Verhalten der Wirklichkeit in dieser Form zutreffend, d. h. mit unseren Beobachtungen übereinstimmend, darzustellen, so werden wir die mathematischen Begriffe nicht durch das, was sie an Beobachtbarem besagen, ersetzen können, ohne dabei zugleich das fallen zu lassen, worin das wichtigste formale Merkmal eines solchen Wirklichkeits-Denkens besteht. — Müssen wir uns also auch vor der Täuschung des naiven Realismus hüten, mit den mathematischen Begriffen ein objektives Ver-

halten, das der Regelmäßigkeit unserer Erfahrungen zugrunde liegt, in einer von unserem Denken unabhängigen Weise erfasst zu haben, so müssen wir doch auf der anderen Seite betonen, daß wir mit ihnen und zwar gerade dadurch, daß wir sie im strengen und endgültigen Sinne nehmen, zu einem freilich auch subjektiven, aber eben nach Maßgabe unserer Subjektivität vollkommeneren und logisch höher zu bewertenden Wirklichkeits-Denken gelangen können, zu einem solchen nämlich, das eine völlig strenge gesetzmäßige Ordnung darbietet [1]).

Was wir hier behaupten, steht nicht im Widerspruche damit, daß auch unserer Auffassung zufolge, wie es schon früher formuliert wurde und noch öfter zu betonen sein wird, unser Wirklichkeits-Denken seine endgültige Bedeutung ausschließlich in dem findet, was es an Erfahrbarem besagt. Denn hiermit ist ja nur gemeint, daß jedes allgemeinere und über unsere Erfahrungen hinausgehende Wirklichkeits-Denken immer nur eine subjektive Bezeichnung für etwas an sich Unerkennbares ist, daß daher, worauf wir sogleich auch hier zurückzukommen haben, verschiedene Bezeichnungen dafür zulässig und gleichwertig sind, wenn sie an Erfahrbarem das Nämliche bedeuten. Ist also auch das, was unsere Erfahrungen betrifft, das Einzige, was einen endgültig verständlichen Sinn besitzt, so können wir unser Wirklichkeits-Denken doch nicht darauf beschränken; und jene hinzugedachten Teile sind, wenn auch ihre Bedeutung symbolischer Natur ist und nichts unmittelbar oder endgültig Verständliches besagt, doch nicht in dem Sinne überflüssig, daß wir sie aus unserem Wirklichkeits-Denken einfach weglassen könnten, wie dies geschehen würde, wenn wir die mathematischen Begriffe per definitionem in solche von empirischer Bedeutung auflösen wollten.

[1]) Freilich sind wir mit diesen Betrachtungen an der Grenze dessen angelangt, was sich in zwingender Art erweisen läßt, oder wovon man einen anders Denkenden zu überzeugen mit einiger Sicherheit erwarten kann. In der Tat könnte ja wohl Jemand sagen, daß er das Bedürfnis einer solchen logischen Form für sich bestreiten müsse, daß er keinen Anlaß empfände, über die Behauptung jener hypothetisch gedachten Messungsergebnisse hinauszugehen. Wir werden damit vor einer eine weitere Diskussion nicht mehr gestattenden Verschiedenheit der Auffassung und Denkweise stehen. Immerhin läßt sich mit einigem Recht wohl behaupten, daß psychologisch betrachtet auch die Wahrscheinlichkeit und Ueberzeugungskraft eines Wirklichkeits-Denkens mit jener Gestaltung zusammenhängt. Schwerlich würden wir, was wir über die Gestaltung der Vorgänge auszusagen in der Lage sind, mit der Sicherheit behaupten, wie wir es tatsächlich tun, wenn wir alle Sätze, in denen quantitative Verhältnisse in allgemeiner Weise fixiert werden, in der hier geforderten Weise in hypothetische Aussagen über gewisse, unter diesen oder jenen (nicht verwirklichten) Bedingungen zu machende Beobachtungen aufzulösen genötigt wären. — Die Dinge liegen hier einigermaßen ähnlich wie bei allgemeinen Sätzen und ihren einzelnen Anwendungen. Mit scheinbarem Recht könnte man wohl auch sagen, der allgemeine Satz sei überflüssig und bedeutungslos, da ja doch das greifbar zu Bestätigende immer nur einzelne Fälle wären; so sei auch die induktive Verallgemeinerung überflüssig, da man ja aus den gegebenen Grundlagen ebensogut den Analogieschluß auf jeden einzelnen neuen Fall machen könne. Auch diese Betrachtung würde die Bedeutung der streng zu formulierenden Allgemeinheiten übersehen und die logischen Verhältnisse in willkürlicher Weise verschieben.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß unter den hier zunächst festgehaltenen Voraussetzungen eine empirische Auffassung gewisser mathematischer Begriffe, unter Absehung von ihrer eigentlichen und endgültigen Bedeutung, sich allerdings durchführen läßt, ohne daß sich daraus eigentliche Widersprüche oder Unmöglichkeiten ergäben, daß aber doch dabei wichtige logische Verhältnisse außer Acht bleiben und der ganze logische Aufbau unseres Wissens verdunkelt wird. Ist demnach schon hier eine zutreffende Auffassung nicht ohne Wichtigkeit, so wird eine solche von noch größerer Bedeutung, sobald wir die zunächst gemachten Voraussetzungen fallen lassen. Wir können dies zunächst in dem Sinne tun, daß wir annehmen, es seien jene empirischen Definitionen mathematischer Begriffe zwar an sich in der bisher vorausgesetzten Weise möglich, wir seien jedoch zufolge der Unvollständigkeit oder Unsicherheit unseres jeweiligen Wissens nicht imstande, sie anzugeben. Im Allgemeinen wird die Lage dann die sein, daß wir auf Größen-Verhältnisse aus mancherlei Beobachtungen mehr oder weniger sichere Schlüsse ziehen, deren Ergebnisse zuweilen übereinstimmen, zuweilen voneinander abweichen. An die Stelle einer Ermittlung durch ein fest bestimmtes Verfahren werden alsdann verwickelte methodische Erwägungen über die Zuverlässigkeit und Genauigkeit der einen und anderen Beobachtungsweise treten. Es ist aber zu beachten, daß ein solcher Stand unseres Wirklichkeits-Denkens sich zwar als unfertiger und provisorischer kennzeichnen würde, keineswegs aber in der Benutzung eines undefinierten Begriffes ein fundamentaler logischer Verstoß zu erblicken wäre, durch den die Gesamtheit unserer Real-Urteile sinnlos wird.

Vor Allem wird aber zu fragen sein, ob wir solche Definitionen überhaupt erstreben müssen, ob diese Aufgabe als eine unbedingt zu stellende und als eine sicher lösbare betrachtet werden darf. Tatsächlich ist dies keineswegs der Fall. Sobald wir die eigentliche Bedeutung der mathematischen Begriffe im Auge behalten, gelangen wir vielmehr zu einer viel allgemeineren Form des Wirklichkeits-Denkens, innerhalb deren sich der zunächst betrachtete Fall als ein an besondere Voraussetzungen geknüpfter darstellt. Und wir müssen als Hauptsache die einwandfreie Zulässigkeit auch anderer Gestaltungen behaupten, bei denen jene Voraussetzungen nicht erfüllt und nicht erfüllbar sind. Diese ganz allgemeine Form ist keine andere als diejenige, die wir schon an früherer Stelle für ein theoretisches Wirklichkeits-Denken gekennzeichnet hatten. Die in irgend welchen hierfür geeigneten, in diesem Falle also in mathematischen Begriffen gedachte Wirklichkeit muß in erster Linie ein gesetzmäßig geordnetes Ganzes darstellen; überdies aber muß ihr oder einem Teile von ihr in der Form, die wir als Interpretation bezeichnet hatten, die Bedeutung eines bestimmten Zusammenhanges mit psychischen Erscheinungen zugeschrieben werden; sie muß in dieser Form eben diejenigen Bewußtseins-Erscheinungen aufweisen, die uns

als tatsächlich erlebte gegeben sind, so daß dergestalt diese als Teil eines gesetzmäßig geordneten Ganzen verständlich gemacht werden. — Man übersieht, daß hierdurch ein sehr viel weiterer Rahmen gegeben ist, als durch die Forderung jener an das unmittelbar Erkennbare anknüpfenden Definitionen. Zweckmäßig werden wir die hieraus sich ergebenden Unterschiede gegenüber jener Forderung, namentlich auch solche Verhältnisse, in denen die letztere nicht erfüllt ist, etwas genauer verfolgen. Als Hauptsache ist hier festzuhalten, daß die äußeren Verhaltungsweisen in keiner Hinsicht direkt erkennbar zu sein brauchen. Gehen wir davon aus, daß äußere Vorgänge auf unsere Sinnesorgane, diese auf unser Gehirn in bestimmter Weise einwirken, und daß die Zustände des Gehirns in einer gleichfalls bestimmten, regelmäßigen Weise in unseren Bewußtseins-Erscheinungen bemerkbar werden, so ist es nicht erforderlich, daß die zu denkenden Verhaltungsweisen, diejenigen, die wir dem gewöhnlichen Sprachgebrauch nach die objektiv verwirklichten nennen dürfen, mit den in der Wahrnehmung direkt gegebenen Eindrücken über räumliche oder zeitliche Anordnungen mit Genauigkeit oder Vollständigkeit übereinstimmen [1]). Als unmittelbar erkennbar können, wie dies ja wiederholt als fundamental betont wurde, nur unsere eigenen psychischen Zustände oder Vorgänge als solche in Anspruch genommen werden, während die objektive Richtigkeit unserer Wahrnehmungen eine besondere, weder selbstverständliche noch unerläßliche Voraussetzung bedeutet. — In Anbetracht dieses Umstandes könnte ja nun die Forderung einer systematischen Definition der Real-Begriffe zunächst in dem modifizierten Sinne gestellt werden, daß als letztes und endgültiges Material, auf das die Definitionen zurückzugehen haben, nicht, wie es von seiten der Physiker geschieht, direkt erkennbare äußere Verhaltungsweisen, sondern lediglich subjektiv bestimmte psychische Vorgänge zugrunde gelegt würden. Wäre, wie wieder zunächst angenommen werden mag, die Aufgabe in dieser Weise lösbar, könnten wir also für jeden zur Bezeichnung äußerer Verhaltungsweisen benutzten Begriff die subjektiven Eindrücke angeben, an denen er einwandfrei erkannt werden kann, so wäre damit ein Ergebnis erreicht, das dem vorhin ins Auge gefaßten ganz ähnlich wäre. Auch hier würde wieder zu betonen sein, daß es sich nicht um Definitionen sensu proprio handelt, und daß die mathematischen Begriffe in ihrer eigentlichen Bedeutung nicht nach Maßgabe solcher Definitionen ersetzt werden können, ohne auf die gesetzmäßige Ordnung

[1]) Es sei betont, daß mit dieser Auffassung die tatsächliche Bedeutung des in der Wahrnehmung Gegebenen keineswegs unterschätzt wird. Schon früher wurde bemerkt (und es wird uns noch mehrfach beschäftigen), daß die Gewinnung eines theoretischen Wirklichkeits-Denkens, wie wir es hier im Auge haben, psychologisch unmöglich sein würde, wenn dasselbe nicht in den uns durch die Sinne gegebenen Eindrücken mit einer weitgehenden Annäherung vorbereitet wäre. Dies hindert nicht, daß wir zwischen dem Wahrgenommenen und dem im Anschluß an die Wahrnehmungen Gedachten einen grundsätzlichen Unterschied machen müssen.

zu verzichten, die wir für ein mathematisch formuliertes Wirklichkeits-Denken mindestens anstreben können.

Von größerer Wichtigkeit ist es aber, daß die Möglichkeit solcher Definitionen gar nicht gegeben zu sein braucht, daß auch in dieser Hinsicht unsere obige Formulierung eine weit mannigfaltigere Gestaltung der logischen Verhältnisse zuläßt. Und wir tun gut, auch auf diesen Punkt hier einzugehen, wenngleich es dabei mehr auf später zu besprechende Verhältnisse methodischer Natur als auf die empirische oder nicht empirische Bedeutung der mathematischen Begriffe ankommt. In der Tat läßt sich ja auch bei der letzteren Auffassung die analoge Forderung als eine wenigstens auf den ersten Blick berechtigte erheben. Zugegeben, daß es sich nicht um eigentliche Definitionen handelt, und weiter, daß wir in letzter Instanz nicht auf direkt erkennbare äußere Verhältnisse, sondern auf subjektive Bestimmungen unser selbst zurückzugehen haben, so könnte man ja gleichwohl die Festlegung bestimmter Kriterien verlangen, vermöge deren jedes mathematisch bezeichnete Verhalten erkannt werden kann, Kriterien, die dann doch eine ähnliche Bedeutung wie jene Definitionen besitzen würden. Behaupten wir z. B. die Gleichheit zweier räumlicher Strecken, so muß dies dem allgemeinen logischen Prinzip gemäß doch etwas Erkennbares besagen, und es scheint die Frage berechtigt, was denn dies sei. Die Dinge stellen sich jedoch anders dar, sobald wir die methodischen Verhältnisse in allgemeinerer Weise ins Auge fassen. Das freilich ist selbstverständlich, daß jeder Begriff, der in unser Wirklichkeits-Denken eingeht, mit dem, was in letzter Instanz dessen Bedeutung ausmacht, irgendwie in Verbindung gesetzt sein muß. Es kann aber recht wohl der Fall sein, daß von einem Begriffe eine Fülle von Beziehungen mit anderen gilt, ohne daß es angängig, mindestens ohne daß es notwendig wäre, einen bestimmten Teil derselben als seine Definition festzulegen. Auch für den Begriff der Gleichheit trifft Aehnliches zu. Seine empirische Bedeutung wird gegeben durch die Gesamtheit aller Real-Urteile, in die er eingeht, also durch die Summe alles dessen, was wir über quantitative Verhältnisse der Bewegung von Körpern im Raume, von der Art, wie diese auf unsere Sinnesorgane einwirken usw., wissen und annehmen. Mit Recht kann man auch sagen, daß die Behauptung, zwei empirisch bestimmte Strecken (etwa der Abstand zweier Körper A und B und der zweier anderer B und C) seien gleich, für sich allein betrachtet keine greifbare oder verifizierbare Bedeutung besitzt. Sie gewinnt sie aber im Zusammenhange mit einer Reihe anderer, unserer Wirklichkeits-Vorstellung eigenen Annahmen über das Verhalten fester Körper, die Ausbreitung des Lichtes, die Funktion unserer Sinnesorgane usw. Daß wir aber ganz bestimmte Beobachtungen festlegen können, vermöge deren jene Gleichheiten mit einer jeden Zweifel ausschließenden Sicherheit erkannt werden können, ist keineswegs selbstverständlich. Und so bedeutet jene Aufgabe einer

systematischen Definition der Real-Begriffe auch in diesem Punkte eine Forderung, deren Erfüllbarkeit nicht ohne Weiteres vorausgesetzt werden darf, vielmehr an besondere Gestaltungen geknüpft ist, und deren Nichterfüllung ein allen logischen Erfordernissen durchaus genügendes Wirklichkeits-Erkennen keineswegs ausschließt.

Eine allgemeinere Erwägung lehrt, daß gerade in diesen Hinsichten die allerverschiedensten Gestaltungen unseres Wirklichkeits-Erkennens denkbar erscheinen. Es wird genügen, hier zwei Umstände zu berühren, denen insofern ein größeres Interesse zukommt, als sie in der Gestaltung unseres Natur-Erkennens tatsächlich gegeben sind. Auf den ersten kommen wir, sobald wir z. B. die Verhältnisse des Genaueren prüfen, die für die Definition der räumlichen Gleichheit bestimmend sind. Der entscheidende Vorgang besteht darin, daß wir einen Maßstab erst an eine, dann an eine andere Stelle legen, seine Enden oder Teilstriche erst mit einem, dann mit einem andern Paare von Orten zur Deckung bringen. Die Korrektheit der Messung ist daran gebunden, daß der als Maßstab benutzte Körper *starr* ist. Körper aber, die dieser Anforderung in absolut strenger Weise genügen, gibt es vermutlich nicht. Alle Maßstäbe ändern, um nur Eines zu erwähnen, ihre Ausdehnung mit der Temperatur. So erfordert die Messung, wenn sie eine absolute Genauigkeit ergeben soll, eine Vergleichung der Temperatur. Führen wir diese mit Hilfe eines Thermometers aus, so wird zu beachten sein, daß die Angaben z. B. eines Quecksilberthermometers auch vom Druck abhängig sind. Wir werden daher genötigt sein, auch eine Beobachtung des Drucks an den verschiedenen Orten unter die Bedingungen aufzunehmen. Behält man diese Dinge im Auge, so erhellt zunächst, daß eine absolut strenge Angabe derjenigen Kriterien, an denen eine räumliche Gleichheit erkannt werden kann, sich ins Unbegrenzte ausdehnen, jedenfalls derart komplizieren würde, daß auf ihre Festlegung als unersprießlich verzichtet werden wird. — Hierzu kommt ferner die durchgängig begrenzte Genauigkeit unserer Wahrnehmungen. Daraus, daß für unser Auge zwei Punkte sich zu berühren, ein Strich die Fortsetzung eines anderen zu sein scheint usw., folgt nur, daß dies mit einer gewissen, durch die Natur unserer Sinne bestimmten Annäherung der Fall ist.

Alle diese Verhältnisse bringen es mit sich, daß es in der Tat unmöglich ist, Beobachtungen anzugeben, aus denen ein objektives Verhalten mit absoluter Sicherheit und mathematischer Genauigkeit entnommen werden kann. Schon im Hinblick hierauf muß man sagen, daß etwas, was wir als eine Definition des Begriffes räumlicher Gleichheit in Anspruch nehmen könnten (auch nur in dem beschränkten Sinne, der wegen seiner endgültigen Bedeutung allein in Frage kommt), tatsächlich nicht, wenigstens nicht in voller Strenge, gegeben werden kann. Was wir als eine solche Definition erstreben können, ist vielmehr die Angabe von Kriterien, mittels deren eine Gleichheit mit einem

Höchstmaß von Genauigkeit und Sicherheit ermittelt werden kann; was die Physik als solche Definition aufführt, wird die Bedeutung haben, uns darüber zu unterrichten, auf welchem Wege Gleichheiten in einer für unsere Zwecke genügenden Weise erkannt werden können [1].

Von vielleicht noch größerem Interesse sind andere hierhergehörige Verhältnisse, mit denen gewisse, in neuerer Zeit vielbeachtete Probleme der theoretischen Physik zusammenhängen. Wir kommen auf die hier maßgebenden Punkte am besten, wenn wir von einer etwas andersartigen Ueberlegung ausgehen. Sind wir im Besitze eines begrifflichen Materials, das zur Entwicklung einer Wirklichkeits-Vorstellung überhaupt geeignet ist, und haben wir an eine solche in letzter Instanz keine andere Anforderung zu stellen als die einer gesetzmäßigen Ordnung und daß sie nach Maßgabe einer Interpretation mit unseren tatsächlich gegebenen Erlebnissen übereinstimmen, so leuchtet ohne Weiteres die Möglichkeit ein, daß dieser Forderung durch mehr als eine, vielleicht eine kleine Zahl, vielleicht auch unendlich viele Wirklichkeits-Vorstellungen gleichermaßen genügt werden kann.

Es scheint nun in der Tat, daß unsere optischen Wahrnehmungen zwar in gewissen Hinsichten zuverlässig und genau, daß sie aber nicht *eindeutig* sind, vielmehr eine (unendliche) Anzahl von Vorstellungen über räumlich-zeitliche Anordnung der Gegenstände ergeben, die insofern gleichermaßen zulässig und berechtigt sind, als sie alle mit unseren Beobachtungen im Einklange stehen, überdies in ihnen allen dieselbe gesetzmäßige Ordnung gegeben ist [2]. — Wir werden hierin bei der für uns maßgebenden und auch hier wieder bestätigten Auffassung unseres Wirklichkeits-Denkens, insbesondere auch der Rolle und Bedeutung, die den mathematischen Begriffen dabei zukommt, nichts Unzulässiges oder besonders Auffälliges, ja nicht einmal eine Lückenhaftigkeit oder Unvollständigkeit unseres Wirklichkeits-Erkennens erblicken dürfen. Denn wir müssen ja beachten, daß, wenn alle unsere Darstellungen äußeren Verhaltens nur subjektive Bezeichnungen für ein an sich Unerkennbares sind, deren endgültige Bedeutung in dem liegt, was sie an Erfahrbarem besagen, wir alle jene Wirklichkeits-Vorstellungen in vollem Sinne als gleich zutreffend in Anspruch nehmen können, keineswegs aber die Frage aufzuwerfen haben, welche von ihnen eigentlich die objektiv richtige ist.

[1] Wie ich glaube, ist gerade diese Formulierung auch durchaus geeignet, die positive Bedeutung jener von den Physikern als Definitionen bezeichneten Festlegungen richtig würdigen zu lassen. Es wäre, wie vorhin schon angedeutet wurde, sehr verkehrt, wenn wir, indem wir sie nicht als Definitionen gelten lassen, sie damit zugleich als überhaupt wertlos ablehnen wollten. Vielmehr versteht sich, daß sie auch bei der hier vertretenen Auffassung als methodisch wichtig und nützlich in Anspruch genommen werden müssen.

[2] Die Tatsachen, um die es sich hier handelt, sind diejenigen, die von den Physikern als Relativitäts-Prinzip bezeichnet werden. Es genügt hier, die für die Beurteilung dieses Gegenstandes maßgebenden logischen Verhältnisse allgemein zu bezeichnen. Etwas genauer soll auf ihn an späterer Stelle (Anhangskapitel 5) noch eingegangen werden.

Dagegen sind, wenn sich die Dinge so verhalten (und es ist dies nach Allem, was zurzeit bekannt ist, mindestens sehr wahrscheinlich), jene mehrerwähnten Voraussetzungen in eigenartiger Weise n i c h t erfüllt und auch damit die gestellte Aufgabe einer systematischen Definition der Real-Begriffe nicht lösbar. In der Tat kann man einen Widerspruch gegen das ihr zugrunde gelegte Prinzip darin erblicken, wenn von zwei (oder mehreren) Wirklichkeits-Vorstellungen gesprochen wird, die, begrifflich verschieden, doch hinsichtlich des Erfahrbaren das Nämliche besagten. Mit Recht würde man sagen können, daß eben diejenigen Begriffe, mittels deren wir den Unterschied bezeichnen, etwas Unerkennbares bedeuten, also etwas, was dem ganzen Prinzip gemäß aus unserem Wirklichkeits-Denken ferngehalten werden soll. Wir können mit einer etwas anderen Wendung auch sagen, daß, wenn wir ein Verhalten der Wirklichkeit behaupten, das sich nicht als eindeutig bestimmtes Ergebnis aus den Wahrnehmungen ableiten läßt, in seine Charakterisierung jedenfalls irgend welche Begriffe eingehen, die etwas nicht Erkennbares bedeuten und somit, jenem Prinzip zufolge, in unserem Wirklichkeits-Denken nicht auftreten dürften. In der Regel ist daher von seiten der Physiker teils als selbstverständlich vorausgesetzt, teils wohl auch ausdrücklich gefordert worden, daß Alles, was wir über ein äußeres Verhalten angeben, sich als e i n d e u t i g bestimmtes Ergebnis unserer Wahrnehmungen ableiten muß. Die eben berührten Tatsachen lehren aber, daß diese Forderung nicht erfüllbar ist. Das zugrunde gelegte Prinzip führt also auf den eigenartigen Widerspruch, daß sich die Unlösbarkeit einer Aufgabe ergibt, deren Lösung anderseits als ein unumgängliches Postulat unseres Wirklichkeits-Erkennens erscheint. Wir werden dem gegenüber zu betonen haben, daß es sich dabei keineswegs um ein begründetes Postulat handelt, und daß auch Formen, die ihm nicht genügen, sondern nur einer andern, viel weiter gefaßten Anforderung entsprechen, als ein zulässiges und befriedigendes Wirklichkeits-Erkennen in Anspruch zu nehmen sind. Die Nichtberechtigung jener Forderung wird gerade durch den Umstand ganz besonders anschaulich gemacht, daß ihr, wie es scheint, tatsächlich nicht genügt werden kann, dadurch aber die Möglichkeit eines geordneten Wirklichkeits-Erkennens keineswegs abgeschnitten wird.

Nach all dem darf man sagen, daß bei der uns beschäftigenden Aufgabe, alle physikalischen Begriffe, einschließlich der spezifisch mathematischen, wie desjenigen der Gleichheit, auf direkt erkennbare Verhältnisse per definitionem zurückzuführen, namentlich wenn sie ohne Einschränkung und mit der Selbstverständlichkeit einer logischen Forderung gestellt wird, wichtige Eigentümlichkeiten unseres Wirklichkeits-Denkens sowohl hinsichtlich seines begrifflichen Materials wie hinsichtlich seines logischen Aufbaues außer Acht gelassen werden. Es sind eben diejenigen, die wir festzulegen wünschten, indem wir die Form, der unser Erkennen sich annähert und die wir als eine abschließende und befriedigende anstreben können, als ein t h e o r e t i s c h e s Wirklichkeits-Denken, und zwar in m a t h e m a t i s c h e n B e g r i f f e n bezeichneten. Um die in dieser Richtung wichtigsten Punkte hier nochmals kurz zu berühren, sei zunächst daran erinnert, daß eine unmittelbare Erkennbarkeit nur für unsere psychischen Vorgänge als solche, nicht aber für irgend welche äußere Verhaltungsweisen als selbstverständlich vorausgesetzt werden kann, daß die logische Berechtigung aller Aussagen der letzteren Art in der Annahme eines das äußere Verhalten und unsere subjektive Erfahrung umfassenden gesetzmäßigen Zusammenhanges ihre Berechtigung findet. Auch brauchen wir uns nur die Vorstellungen, auf die uns die Erfahrung geführt hat, genauer und vollständiger zu vergegenwärtigen, um zu sehen, daß sie diesem Prinzip folgen. Denn wir stellen uns ja vor, daß die äußeren Vorgänge in einer bestimmten Weise unsere Sinne, diese das Gehirn affizieren und dessen Zustände oder Vorgänge in einer bestimmten Weise in die Gestaltungen des Bewußtseins eingreifen. So gelangen wir zu einer Form des Wirklichkeits-Denkens, die zunächst dadurch charakterisiert ist, daß in irgend welchen Begriffen einerseits das Verhalten der Wirklichkeit als ein gesetzmäßig geordnetes gedacht, anderseits gewissen, in eben diesen Begriffen bezeichneten Verhaltungsweisen eine bestimmte Bedeutung hinsichtlich des Psychischen zugeschrieben wird. Es ist diese Art des Wirklichkeits-Denkens, die wir eine theoretische nannten. Die Möglichkeit eines solchen ist naturgemäß daran gebunden, daß wir im Besitze von Begriffen sind, die für eine geordnete Bezeichnung der äußeren Verhaltungsweisen geeignet sind. Dies trifft jedenfalls für die mathematischen Begriffe in ausgezeichneter Weise zu. Und für ein volles Verständnis dieser ganzen Art des Wirklichkeits-Denkens ist daher auch ein richtiger Einblick in die psychologische Natur der mathematischen Begriffe, insbesondere auch der Zeit- und Raum-Vorstellung unerläßlich. Gerade dadurch, daß räumliche und zeitliche Bestimmungen sich zu geordneten und übersehbaren Gesamtheiten zusammenschließen, daß sie sich als etwas Selbständiges und Unveränderliches aus den sinnlichen Wahrnehmungen absondern lassen, bilden sie ein begriffliches Material, das einem geordneten Wirklichkeits-Denken zugrunde gelegt werden kann. Für ein solches werden zwar die in unseren Wahrnehmungen unmittelbar gegebenen Eindrücke in Bezug auf räumlich-zeitliche Anordnungen die Grundlage abgeben; aber es ist nicht notwendig, daß das zu denkende Verhalten mit dem Wahrgenommenen in irgend welchen Hinsichten genau übereinstimmt. Eine absolute Zuverlässigkeit unserer Wahrnehmungen oder eine unmittelbare Erkennbarkeit äußerer Verhaltungsweisen braucht nicht gegeben zu sein. Da ferner jede in solchen Begriffen sich bewegende Aussage über unsere Verhaltungsweisen mehr und anderes als das direkt Erkennbare behauptet, so kann auch als logische Grundlage unseres Real-Wissens nur gefordert werden, daß es sich in unsern tatsächlich

gemachten Erfahrungen *bestätigt*, diese im Rahmen eines gesetzmäßig geordneten Ganzen verständlich macht, nicht aber, daß es sich als zwingendes oder eindeutig bestimmtes Ergebnis aus ihnen herleiten läßt.

Behält man diese Dinge im Auge, so kann man sagen, daß jene Aufgabe systematischer Definitionen zwei Forderungen einschließt, deren Vereinbarkeit nicht ohne Weiteres vorausgesetzt werden darf. In der Tat können wir, ganz allgemein gesprochen, an unser Wirklichkeits-Denken zwei Anforderungen stellen; die eine ginge dahin, unsere Aussagen auf das unmittelbar Gewisse und direkt Erkennbare zu beschränken. In diesem Falle ist es aber durchaus problematisch, ob wir über Aussagen hinausgelangen, die unsere eigenen psychischen Zustände betreffen, und ob es gelingt, die Wirklichkeit als ein gesetzmäßig geordnetes Ganze und in diesem Sinne etwas zu Begreifendes darzustellen. Wir können anderseits uns die Aufgabe stellen, die Wirklichkeit als etwas in mathematischen Begriffen zu Bezeichnendes zu denken. In diesem Falle sind wir in erster Linie an die inneren Zusammenhänge dieser Begriffe gebunden, eben jene Zusammenhänge, deren Darlegung den Inhalt der Mathematik ausmacht. Ueberdies aber müssen wir, wenn auch der Inhalt unserer Wahrnehmungen für das zu Denkende die Grundlage abgibt, doch ein Abweichen von ihnen und ein Hinausgehen über sie als zulässig in Aussicht nehmen. Hierzu gehört, daß der Inhalt unseres Wirklichkeits-Denkens nicht notwendig das zwingende, insbesondere auch nicht das eindeutige Ergebnis unserer Erfahrungen zu sein braucht. Wenn dagegen als selbstverständlich zugrunde gelegt wird, daß die Wirklichkeit als eine nach räumlichen und zeitlichen Verhältnissen zu beschreibende dargestellt werden soll, anderseits aber die Zurückführung aller Real-Begriffe auf etwas unmittelbar Erkennbares gefordert wird, so wird dem nur genügt werden können, wenn in Bezug auf den ganzen Zusammenhang äußerer Verhältnisse mit unseren Wahrnehmungen besondere Verhältnisse obwalten, die wir nicht ohne Weiteres voraussetzen dürfen. Tatsächlich dürften nun diese Voraussetzungen wohl in gewissem Umfange und wenn nicht mit absoluter Strenge, doch mit weitgehender Annäherung zutreffen. Eben damit ist die Gefahr gegeben, sie als selbstverständlich in Anspruch zu nehmen. Dies tut die das alltägliche Denken beherrschende Anschauung, der das Wahrgenommene als endgültig sicher und als die Grundlage alles Erkennens gilt. Aber auch in den hier verfolgten, in der theoretischen Physik herkömmlichen Betrachtungen muß man wohl den Einfluß einer ähnlichen Anschauung erkennen. Sie erweist sich einer strengeren Prüfung gegenüber unter allen Umständen als unzutreffend und mindestens unvollständig. Sind aber die Voraussetzungen, die dabei stillschweigend gemacht werden, in irgend einer Richtung nicht verwirklicht, so wird sie geeignet sein, uns in positive Täuschungen zu verwickeln und auf Widersprüche zu führen.

Ich möchte endlich nicht unterlassen, in diesem Zusammenhang noch eine Komplikation zu berühren, die einigermaßen geeignet ist, zu Verwechslungen zu führen, und tatsächlich wohl namentlich die Anschauungen von *Helmholtz* in eigenartiger Weise beeinflußt hat. Bekanntlich hatten diesen großen Naturforscher seine Studien über die Sinnesorgane dazu geführt, die Verhältnisse der räumlichen Wahrnehmung als etwas in hohem Grade Veränderliches, durch Erfahrung und Einübung Bestimmbares und Modifikationsfähiges zu betrachten, eine Anschauung, die mit dem Schlagwort einer *empiristischen Theorie* bezeichnet wurde. Es ist nun eine ebenso merkwürdige wie bedauerliche Tatsache, daß Helmholtz durch diese Verhältnisse dazu geführt wurde, die Raum-Vorstellung selbst als ein wechselndes und modifizierbares Gebilde anzusehen, ohne zu beachten, daß gerade bei einer ein für allemal gegebenen Raum-Vorstellung die Bedingungen für die Einordnung der Sinneseindrücke in sie das Veränderliche sein können. Denkbar erscheint ja allerdings (ganz allgemein gesprochen) auch eine Erzeugung oder Modifikation der Raum-Vorstellung selbst durch sinnliche Eindrücke. Aber man wird zugeben müssen, daß Alles, was Helmholtz als Bedeutung von Erfahrungsmomenten in der Sinneswahrnehmung ermittelt und uns kennen gelehrt hat, keinerlei Hinweis hierauf enthält, sondern daß es lediglich die Verhältnisse der *Lokalisation*, der Einordnung unserer Sinneseindrücke in den Raum sind, die einer weitgehenden Modifikation unterworfen zu sein scheinen. Und sobald man die Dinge einmal in diesem Lichte betrachtet, sieht man, daß diese Modifikationen sogar am einfachsten verständlich sind, wenn wir die Raum-Vorstellung selbst als ein unveränderlich gegebenes voraussetzen. Eine empiristische Theorie der räumlichen Wahrnehmungen ist also nicht nur mit der Annahme einer unveränderlich gegebenen Raum-Vorstellung und einer A-priori-Gültigkeit der auf den Raum bezüglichen Urteile vereinbar, sondern sie findet sogar in ihr ihre sicherste Unterlage. So beruht denn der Gegensatz, in dem Helmholtz sich zu Kant stellen zu müssen glaubte, wenigstens in gewissem Umfange auf einer Täuschung.

Dagegen ist diejenige Theorie der räumlichen Wahrnehmung, die Helmholtz als nativistische bezeichnete und bekämpfte, und die er als eine an Kant sich anschließende betrachtete, in Wirklichkeit mit dem, worin wir den unbestreitbar richtigen Kernpunkt der Kantschen Lehre erblicken müssen, völlig unvereinbar. Denn jene nativistische Anschauung geht gerade dahin, in dem Orte des wahrgenommenen Gegenstandes ein Merkmal der Empfindung zu sehen, das von ihren anderen Attributen in keiner Weise verschieden ist. Sie betrachtet so die Raum-Vorstellung, unter Verkennung ihrer eigentlich charakteristischen Besonderheit, als eine Summe einzelner Ortsempfindungen. Wäre aber die Raum-Vorstellung wirklich nichts als ein solches Aggregat, so könnte von einer A-priori-Gültigkeit irgend welcher auf sie bezüglichen Ur-

teile keine Rede sein. Denn diese beruhen ja gerade auf dem eigenartigen inneren Zusammenhang der Raum-Vorstellung, demzufolge ein einzelner Ort etwas völlig Unvorstellbares ist.

Da in Bezug auf die hier behandelten Punkte auch gegenwärtig noch vielfach eine gewisse Verwirrung herrscht, so möchte ich hier ausdrücklich betonen, daß, wenn ich mich in Bezug auf die Psychologie der Raum-Vorstellung selbst und namentlich die Geltungsverhältnisse der Geometrie auf einen der Helmholtzschen Lehre entgegengesetzten Standpunkt stellen muß, ich anderseits ebenso entschieden der Meinung bin, daß Helmholtz die große Bedeutung der Erfahrungsmomente für die Lokalisation vollkommen zutreffend veranschlagt hat. In der Beurteilung der physiologischen Verhältnisse also hat er, wie ich glaube, mit dem weiten Blick, der ihm als Naturforscher eigen war, durchaus das Richtige getroffen. Dagegen darf man wohl sagen, daß ihm für die uns hier vornehmlich interessierenden Fragen der Geltung und des logischen Zusammenhanges Sinn und Interesse einigermaßen abgegangen ist, und daß hierin eine, ja keineswegs ungewöhnliche, Einseitigkeit seiner Denkweise zum Ausdruck kommt. Vgl. über diese Verhältnisse meine Ausführungen in der dritten Ausgabe von Helmholtz' Physiologischer Optik, 3. Band, Anhangskapitel „Ueber die räumliche Ordnung des Gesehenen, insbesondere ihre Abhängigkeit von angeborenen Einrichtungen und von der Erfahrung". Auch sei hier auf die Ausführungen von Riehl hingewiesen (Hermann v. Helmholtz in seinem Verhältnis zu Kant, Berlin 1904), mit denen ich durchaus übereinstimme.

Wir hätten schließlich noch auf die letzten, für eine A-priori-Gültigkeit der mathematischen Sätze in Betracht kommenden Bedingungen kurz einzugehen und die Frage zu erwägen, ob die Vorstellungen, hinsichtlich deren die unabhängig evidenten Sätze der Mathematik gelten, unerläßliche Bestandteile einer jeden Wirklichkeits-Vorstellung bilden. Es dürfte ohne Weiteres einleuchten, daß dies in erster Linie jedenfalls für die Zeit-Vorstellung zu bejahen ist; und ein genaues Eingehen auf diesen Punkt darf hier um so mehr unterbleiben, als die ganze Frage uns in anderem Zusammenhange, bei Behandlung der formalen Verhältnisse der Real-Urteile noch eingehend beschäftigen wird. Auch über die abstrakten Zahlenverhältnisse brauchen wir unter diesem Gesichtspunkte nicht ausführlich zu werden; es ist nicht zu bezweifeln, daß auch sie in jeder uns denkbaren Wirklichkeits-Vorstellung ein Gebiet ihrer Anwendung finden müssen. Allerdings könnte man ja sagen, daß von ihnen nur insofern die Rede sein kann, als unsere Wirklichkeits-Vorstellung Elemente aufweist, die in dem Sinne gleichartig sind, daß sie uns Anlaß geben, sie in den Begriff einer Vielheit zusammenzufassen und zu zählen. Man kann aber bemerken, daß, von allem andern ganz abgesehen, jedenfalls die Zeit-Vorstellung selbst uns die Objekte dieser Art bietet. Schon in den gleich großen Zeitteilen ist den Begriffen des Numerischen ein Anwendungsgebiet jedenfalls gesichert. Wir dürfen mit Rücksicht hierauf die Frage unerörtert lassen, ob es

sich auch im Uebrigen von selbst versteht, daß die Wirklichkeits-Vorstellung zählbare Objekte aufweisen muß, oder bei welcher besonderen Beschaffenheit es etwa an solchen überhaupt mangeln könnte. Die Vielheitsbegriffe in genere, die Zeitgrößen als Anwendungsgebiet derselben, somit auch der noch allgemeinere Begriff der stetigen Größe, sind jedenfalls Bestandteile, die in unsere Wirklichkeits-Vorstellung eingehen; und so bildet denn auch alles, was über ihre Beziehungen und Zusammenhänge unabhängig feststeht, ein aprioristisches Element in der Erfahrung.

Was endlich die Raum-Vorstellung anbelangt, so liegen allerdings die Dinge vielleicht nicht ganz so einfach. In der Tat werden wir bei späteren Gelegenheiten Anlaß finden, Wirklichkeits-Vorstellungen in Betracht zu ziehen, die nicht räumlich gedacht wären. Da indessen diese Vorstellungen doch nur als logische Fiktionen zu betrachten sind, denen eine praktische Bedeutung für unser Wirklichkeits-Erkennen kaum zukommen wird, so genügt es hier, als Ergebnis festzustellen, daß für den, praktisch wohl allein in Betracht kommenden Fall einer räumlich gedachten Wirklichkeits-Vorstellung auch die Sätze der Geometrie a priori gültig sind.

Neben der von der Erfahrung unabhängigen Geltung der logischen und mathematischen Sätze haben wir dann hier noch einen Punkt zu besprechen, der gleichfalls damit zusammenhängt, daß wir die Wirklichkeit in logischen und mathematischen Formen denken. Gehen diesem Umstande zufolge überall in die Real-Urteile logische und mathematische Beziehungen in mannigfaltiger Weise ein, können auch, wie später noch besonders zu betonen sein wird, gerade diese Beziehungen sprachlich als Gegenstand der Aussage hervorgehoben werden, so kann man die Frage erheben, ob es denn eigentlich zutreffend sei, diese ganze Klasse von Urteilen Real-Urteile zu nennen, ob sie nicht zutreffender als Urteile gemischten Inhalts und kombinierter Bedeutung zu bezeichnen wären. Es sei in dieser Hinsicht zuvörderst bemerkt, daß es sich hier lediglich um eine Frage mehr oder minder zweckmäßiger Benennung handelt. Denn das, worauf es hauptsächlich ankommt, ist, daß wir die Urteile überhaupt in zwei voneinander streng zu sondernde Klassen zerlegen können. Hieran ändert sich durch die hier berührten Umstände nichts. Denn wir müssen beachten, daß wir die Reflexions-Urteile durch das Fehlen des den Real-Urteilen eigentümlichen Wirklichkeits-Gedankens charakterisiert hatten. Dieser fundamentale unseren ganzen Betrachtungen zugrunde liegende Unterschied wird also durch die hier berührten Verhältnisse weder verwischt noch in Frage gestellt. Wenn wir ferner die auf die Wirklichkeit bezüglichen Urteile trotz des Eingehens mathematischer und logischer Beziehungen doch schlechtweg als Real-Urteile bezeichnen, so hat auch dies noch seine besonderen Gründe. Zunächst ist nämlich zu bemerken, daß, je nach Umständen, bald diese, bald jene mathematischen oder logischen Beziehungen in

diese Urteile eingehen, ohne daß damit ein tiefer greifender oder in irgend welcher Richtung bedeutungsvoller Unterschied verknüpft wäre. So kann es auch nicht in Frage kommen oder würde mindestens durchaus ungeeignet sein, etwa nach der besonderen Art der mit einbezogenen mathematischen oder logischen Verknüpfungen verschiedene Arten der Real-Urteile zu sondern. Schon im Hinblick hierauf erscheint die einheitliche Bezeichnung als Real-Urteile ratsamer. Hierzu kommt jedoch ein anderer, noch wichtigerer Umstand. Dieser besteht darin, daß die mathematischen und logischen Beziehungen, die in die Real-Urteile eingehen, im Allgemeinen als durchweg bekannt und auch als vollkommen sicher angesehen werden können, und daß anderseits auch die Möglichkeit gegeben ist, sie selbständig für sich zu entwickeln und darzulegen, während keinerlei Anlaß besteht, sie gerade in Verbindung mit realen Verhältnissen in Betracht zu ziehen. Dagegen sind alle Urteile gemischten Inhaltes (wenn wir für den Augenblick diesen Ausdruck gebrauchen wollen) nur von bedingter Sicherheit. Aber gerade das reale Verhalten ist dasjenige, was an ihnen nur mit mehr oder minder großer Wahrscheinlichkeit behauptet werden kann, namentlich auch das, was im Falle der Unkenntnis den Gegenstand der Frage bildet. Alle diese Umstände also machen es begreiflich, daß bei den Urteilen, in die überhaupt ein reales Verhalten eingeht, gerade dieses uns von Interesse ist und als der eigentliche Gegenstand des Urteils erscheint, ein Verhalten, dem wir Rechnung tragen, indem wir schlechtweg von Real-Urteilen sprechen [1]).

Allerdings erleidet das Gesagte eine Ausnahme, da es eine Klasse von Reflexions-Urteilen gibt, für die der als maßgebend betonte Umstand, ihre völlig sichere und einwandsfreie Geltung, nicht oder wenigstens nicht immer zutrifft. Dies sind die Urteile über Inzidenz, jene also, welche die durch den Sinn eines Allgemeinbegriffes gegebene Zugehörigkeit eines Einzelnen zu ihm besagen. Wie früher schon bemerkt [2]), ist diese Beziehung atypischer Natur, und so kann die Frage einer solchen Zugehörigkeit zweifelhaft und unentscheidbar werden. Tatsächlich ergeben sich denn auch eigenartige Verwicklungen, sobald in Real-

[1]) Das hier bestehende Verhältnis ist im Grunde nicht anders als dasjenige, welches auch durch das Eingehen logischer Beziehungen in die mathematischen Sätze gegeben ist. Da synthetische und synchytische Begriffsbildungen im mathematischen Begriffskreise überall vorkommen, demgemäß auch analytische und Inzidenzbeziehungen vielfältigst aufzuweisen sind, so kann man mit einer der obigen ganz ähnlichen Betrachtung sagen, daß auch die mathematischen Sätze nicht allein die spezifisch mathematischen Beziehungen enthalten, sondern daneben auch allgemein logische, und daß man ihnen daraufhin eigentlich einen gemischten, diese beiden Beziehungen vereinigenden Inhalt zuschreiben darf. Das ist auch durchaus zutreffend. Trotzdem, wie es allgemein üblich ist, schlechtweg von mathematischen Sätzen zu reden, erscheint aber gerechtfertigt auf Grund von Erwägungen, die den obigen ganz ähnlich sind. Im mathematischen Satze sind es eben die mathematischen, nicht aber die logischen Beziehungen, die uns von Interesse sind. Die Bezeichnung als mathematisch-logische Sätze würde also, wiewohl sachlich zutreffend, doch eine überflüssige Pedanterie darstellen.

[2]) S. o. S. 12.

Urteile unbestimmte Begriffe eingehen, die zu solchen zweifelhaften Inzidenz-Beziehungen Anlaß geben, Verwicklungen, die eine besondere, nicht unwichtige und nicht ganz einfache Verfolgung erheischen. Da es sich dabei jedoch um exzeptionelle Fälle handelt, bei deren Besprechung es überdies auch auf das begriffliche Material der Real-Urteile ankommt und wir uns daher auf die Ergebnisse der formalen Urteilslehre stützen müssen, so dürfen wir diesen Gegenstand einem späteren Kapitel (25) vorbehalten, zunächst aber von diesen Verhältnissen absehen.

Fünftes Kapitel.

Das Kausal-Prinzip.

Gültigkeits-Bereich. Die Begriffe der Freiheit und des Zwecks. Abschliessende Formulierung. Art der Geltung. Herleitung aus dem Begriffe der Erfahrung.

Die Philosophie ist seit lange gewohnt, der Frage nach der Apriorität der Logik und Mathematik die nach der Apriorität des Kausal-Gesetzes oder Kausal-Prinzips anzureihen und sie unter ähnlichen Gesichtspunkten zu behandeln. Auch ohne uns auf eine ganz präzise und allgemein anerkannte Formulierung des hier Gemeinten zu stützen, dürfen wir doch jedenfalls den Sinn jenes Prinzips dahin angeben, daß alles Geschehen notwendig und in gewisser Weise einer gesetzlichen Ordnung unterworfen sei. Die hierher gehörigen Probleme bestimmen sich also für uns durch die Erörterungen des 3. Kapitels, und es ist darnach sogleich ersichtlich, daß die Verhältnisse hier nicht so einfach sind wie für Logik und Mathematik, schon deswegen, weil, wie dort dargelegt wurde, vor allem der Gedanke der chronogenetischen Notwendigkeit von dem einer die Aufstellung von Gesetzen gestattenden Regelmäßigkeit getrennt werden muß. Für die beiden sich so ergebenden Probleme liegen die Dinge, wie sich zeigen wird, keineswegs gleich.

Beginnen wir mit der Prüfung einiger Bedenken, die sich der Gültigkeit **beider** Anschauungen entgegenzustellen scheinen. Der erste hier zu erwähnende Punkt betrifft den Widerspruch, in den sich die Annahme eines notwendigen und gesetzmäßig festgelegten Geschehens mit dem bei unserem eigenen Handeln bestehenden Eindruck der **Freiheit**, des So- und Anders-Könnens setzt. Daß hier ein gewisser Widerspruch zu bestehen scheint, ist unbestreitbar. Das naive Bewußtsein sträubt sich gegen die Meinung, daß ein Geschehen, über das ich die Entscheidung noch in der Hand habe, das ich im gegenwärtigen Augenblick noch nach meiner Willkür eintreten lassen oder verhindern, so oder so gestalten kann, doch ein schon jetzt bestimmtes sein und aus

dem gegenwärtig verwirklichten sich mit strenger Notwendigkeit ergeben soll. Besteht aber hier auch ein Widerspruch gegen eine Forderung des naiven Bewußtseins, so hat doch eine tiefere Erwägung seit lange und in einwandfreier Weise gelehrt, daß dieser Widerspruch nur ein scheinbarer ist, daß die aus der Reflexion über unser eigenes Handeln sich ergebenden Forderungen dem Prinzip der kausalen Bestimmung keineswegs widersprechen. In der Tat kann man, sobald die Frage in dieser Weise gestellt wird, sich der Einsicht nicht verschließen, daß weder unsere Selbstbeobachtung noch die Konsequenzen sittlicher Forderungen uns dazu führen, die Willensentscheidung als ein jeder Regel, jeder Voraussicht entzogenes und somit rein zufälliges Geschehen anzusehen. Alles steht vielmehr mit der Vorstellung im Einklange und nötigt uns sogar zu ihr, daß wir in jedem Handeln, in jeder Willensentscheidung ein folgerichtiges Ergebnis der Beschaffenheit und des Verhaltens unserer eigenen Persönlichkeit samt den Bedingungen, unter die sie jeweils gestellt ist, zu erblicken haben [1]). Man darf daher sagen, daß hier ein wirklicher Widerspruch zweier Ueberzeugungen, die sich etwa beide mit unabweisbarem Zwange aufdrängten, keineswegs vorliegt.

Hiermit ist freilich nicht ausgeschlossen, daß in den Verhältnissen unserer ethischen Werturteile irgend welche mit dem Kausal-Prinzip zusammenhängende Schwierigkeiten bestehen. Dies ist, wie ich glaube, in der Tat der Fall; und es wird gestattet sein, auf diesen Punkt, wiewohl er nicht eigentlich zu unserem Gegenstande gehört, hier mit einigen Bemerkungen einzugehen, weil gerade diese Schwierigkeiten der Täuschung, in diesem Gebiete das Kausal-Prinzip bestreiten zu müssen, ganz besonders Vorschub geleistet haben. Erwägen wir, was für uns eigentlich den Gegenstand der ethischen Beurteilung bildet, so bemerken wir sogleich die Einmischung von Betrachtungen, die auf die ursächlichen Zusammenhänge gerichtet sind. Die Beurteilung z. B. einer verbrecherischen Handlung führt uns stets auf die Prüfung der Bedingungen, unter denen sie geschah, insbesondere dessen, was wir ihre Motive nennen. Es zeigt sich hierin, daß wir uns veranlaßt fühlen, das, was wir als eine relativ konstante oder generelle Beschaffenheit der Persönlichkeit betrachten dürfen, von den Bedingungen, unter denen sie sich zeitweilig befand, abzusondern. Nur das erstere machen wir zum Gegenstande unserer sittlichen Beurteilung; nur da glauben wir mißbilligen, verurteilen, strafen zu sollen, wo in der verbrecherischen Handlung eine Qualifikation von der entsprechenden (Strafe oder Mißbilligung verdienenden) Art zum Ausdruck zu kommen scheint. Nun zeigt sich aber sogleich, daß die durch jeweilige Umstände herbeigeführten Verhaltungsweisen ohne eine scharfe Abgrenzung in solche übergehen, die, durch länger dauernde äußere Beeinflussungen hervorgerufen, auch

[1]) Vgl. hierüber u. a. die vortrefflichen Ausführungen W i n d e l b a n d s in seinen Vorlesungen über die Willensfreiheit. S. 74 f.

ihrerseits sich länger erhalten, also eine annähernd konstante Beschaffenheit darstellen. Die haßerfüllte Erregung des Augenblickes z. B. wird sich, unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, in stetigem Anschluß mit einer durch lange Mißhandlungen erzeugten Verbitterung, einer durch Mangel an Erziehung und schlechtes Beispiel bedingten sittlichen Verwahrlosung in Verbindung bringen lassen. Ganz folgerichtig sind wir denn auch geneigt, Umstände der eben erwähnten Art wenigstens insoweit in Rechnung zu bringen, daß wir sie als Milderungsgründe der sittlichen Verurteilung gelten lassen. Wollten wir daher für das ethische Werturteil zu einem ganz scharfen Prinzip gelangen, so könnte es kein anderes sein als dies, die v ö l l i g k o n s t a n t e B e s c h a f f e n h e i t der Persönlichkeit zum Gegenstand der Beurteilung zu machen, alles aber, was sich auf die Mitwirkung der äußeren Umstände im weitesten Sinne des Wortes zurückführen läßt, auszuscheiden. Allein dieses Prinzip erweist sich sogleich als völlig undurchführbar. Denn was wir als solche konstante Beschaffenheit der Persönlichkeit in Anspruch nehmen dürfen, ist völlig zweifelhaft. Wir würden, diesem Prinzip folgend, vermutlich die überwiegende Mehrzahl unserer sittlichen Beurteilungen als unbegründet kassieren müssen. Ueberdies aber werden wir gerade da, wo eine Verwerfung nach jenem Prinzip als berechtigt erschiene, bei einer von Haus aus schlechten Veranlagung, nicht minder fragen, mit welchem Rechte dem Betreffenden diese Veranlagung „zuzurechnen“ sei, für die er doch erst recht nichts kann.

So ist denn nicht darüber hinwegzukommen, daß unsere sittliche Beurteilung insofern eines ganz scharfen und sicheren Prinzips ermangelt, als nicht in präziser Weise angegeben werden kann, in welchem Umfange und Maße die Umstände zu berücksichtigen sind, die zu einer bestimmten psychischen Beschaffenheit geführt haben. Unsere Beurteilungen sind — und zwar in durchaus zwingender Weise — von einer Betrachtung abhängig, die bei ganz radikaler Durchführung jede ethische Bewertung aufhebt, während doch anderseits durch kein scharfes und einleuchtendes Prinzip festzulegen ist, wo sie ihre Grenze finden soll. Ja es kann mindestens scheinen, als ob bei einer, den ursächlichen Zusammenhängen völlig Rechnung tragenden Betrachtung uns der Gegenstand der sittlichen Beurteilung sozusagen unter den Händen zerrinnt, ein Ergebnis, das in dem bekannten Satze „Tout comprendre c'est tout pardonner“ einen zutreffenden Ausdruck findet, wenigstens wenn wir ihn im weitesten (über die Meinung seines Urhebers vielleicht hinausgehenden) Sinne nehmen.

Haben wir nun die hier liegende Schwierigkeit rückhaltlos anzuerkennen, so müssen wir doch weiter betonen, daß wir ihr überhaupt nicht, am wenigsten aber dadurch entgehen können, daß wir die menschlichen Handlungen als dem Kausal-Prinzip entzogene und in diesem Sinne als freie betrachten. Denn eine Betrachtung, die die kausalen

Verhältnisse einer bestimmten Handlung ganz außer Acht ließe, würde sich mit unseren sittlichen Forderungen erst recht in Widerspruch setzen. Ja, die Bewertung eines Tuns, das wir in jenem Sinne als etwas völlig Zufälliges, mit generellen Eigenschaften der Persönlichkeit gar nicht in Verbindung zu Bringendes anzusehen hätten, würde vollkommen fragwürdig erscheinen. Vor Allem aber werden wir jene Schwierigkeiten zwar, wie gesagt, nicht übersehen oder bestreiten, aber auch in ihrer Bedeutung nicht überschätzen dürfen. Ihre Lösung liegt zwar nicht in einem nach rein intellektuellen Gesichtspunkten deduzierbaren Prinzip, wohl aber in der Natur der ethischen Beurteilung selbst. Müssen wir das Gewicht, das wir auf die kausalen Verhältnisse legen, irgendwie willkürlich bemessen, so können wir das eben auch tun. Und wir müssen uns des Rechtes, hier irgend welche Grenzen zu ziehen, als eines integrierenden Bestandteiles der ethischen Bewertung bewußt sein. Sobald wir dies tun, werden wir für unsere Beurteilungen auch wieder festen Boden unter den Füßen haben.

Aehnlich, wie für die sittliche Beurteilung fremder Handlungen, scheint sich auch für die Grundlage der unser eigenes Tun bestimmenden Erwägungen aus der strengen Gültigkeit des Kausal-Prinzips eine Gefährdung zu ergeben. Wenn, so ist man wohl versucht zu argumentieren, schon im Voraus angebbar ist und somit objektiv feststeht, welches das Ergebnis meiner Erwägungen sein, zu welchem Entschlusse ich gelangen werde, ist es dann nicht überflüssig, daß ich solche Erwägungen überhaupt anstelle, daß ich Anstrengung und Selbstüberwindung anwende, Vorsätze fasse, die sittlichen Kräfte anspanne usw.? Sind nicht im Hinblick auf das bereits fixierte Ergebnis diese Bemühungen illusorisch und vergeblich? — Diese Betrachtung würde jedoch übersehen, daß gemäß den Gesetzen psychologischen Geschehens der Ausfall einer Entschließung doch gerade von solchen Ueberlegungen und Abwägungen in weitgehender Weise abhängt. Sie zu unterlassen, weil das schließliche Ergebnis bereits feststeht, wäre also ganz ebenso verkehrt wie wenn wir eine bestimmte, auf äußere Gegenstände gerichtete Handlung unterlassen wollten, weil das Eintreten des von ihr zu erwartenden Erfolges ohnehin schon feststehe. Vielmehr werden wir jene psychologischen Vornahmen, eben weil sie geeignet sind, sittlich zu billigende Entschließungen herbeizuführen oder mindestens zu begünstigen, auch ihrerseits schon als etwas Löbliches und sittlich Gutes bewerten und diese Bewertung als Motiv, jenen Erwägungen Raum zu geben, in Anschlag bringen müssen. — Richtig ist nur, daß, wenn wir selbst das Ergebnis dieser verwickelten Vorgänge im Voraus mit voller Sicherheit kennten, dieselben alsdann nicht sowohl überflüssig als vielmehr unmöglich werden würden. Das Schwanken der Entschließung und der Kampf der Motive würde, wie durch eine ideale sittliche Vollkommenheit, so auch durch ein Höchstmaß intellektueller Eigenschaften ausgeschlossen werden. Mit den der Gottheit zugeschriebenen höchsten Eigenschaften z. B. wären psychologische Vorgänge solcher Art nicht vereinbar; sie sind ein Merkmal unserer in beiden Hinsichten unvollkommenen Natur. Und unser ganzes Verhalten in sittlicher Hinsicht ist daher von dieser intellektuellen Unvollkommenheit nicht trennbar. Aber eben diese dürfen und müssen wir doch wiederum als etwas tatsächlich Gegebenes in Anspruch nehmen. Ueberall da, wo unsere Entschließung noch schwankt, namentlich da also, wo der unmittelbare Eindruck der Freiheit, des So- und Anders-Könnens besteht, drückt sich darin die Unkenntnis des bevorstehenden Erfolges aus. Sie ist es, was wir als den wahren Kern, als das Zutreffende in jenem Eindruck festhalten können. Wenn Jemand daher (wie es ja ohne Zweifel vorkommt) sich in den schwächlichen Gedanken einlebt, er wisse es ja schon im Voraus, daß ihm im entscheidenden Augenblick die Kraft für den sittlich geforderten Entschluß fehlen werde, und wenn er daraufhin auf Kampf und Anspannung der sittlichen Energie verzichten zu dürfen glaubt, so bedeutet dies eine Benachteiligung des sittlichen Verhaltens, die, wie man zugeben kann, mit der Ueberzeugung von der gesetzmäßigen Ordnung unseres Wollens und Tuns in gewisser Weise zusammenhängt, aber keineswegs durch sie geboten ist oder sich aus ihr als notwendige Folgerung ergibt. Wir werden uns solchen Gedankengängen gegenüber nicht darauf zu berufen haben, daß die Entschließung frei und aus diesem Grunde der Voraussicht überhaupt entzogen sei, sondern darauf, daß sie uns im Voraus nicht bekannt und nach Maßgabe menschlicher Einsicht auch gar nicht erkennbar ist. Hierin liegt der Grund, weshalb wir jene vorbereitenden psychologischen Vorgänge als etwas unter ethischem Gesichtspunkte Wertvolles zu nehmen, sie von uns selbst wie von anderen zu fordern berechtigt sind.

Der zweite in diesem Zusammenhange zu berührende und aufzuklärende Begriff ist der des Zwecks. Einer verbreiteten Anschauung gemäß soll die ganze Betrachtung der Wirklichkeit unter dem Gesichtspunkt der kausalen Notwendigkeit eine einseitige und unzulängliche sein, der wir eine ganz andersartige, auf Zweck, Sinn und Bedeutung gerichtete anzureihen oder gegenüberzustellen hätten. Es wäre demnach nicht bloß nach einer kausalen, sondern daneben auch nach einer finalen Erklärung, einem finalen Verständnis der Wirklichkeit zu streben. Vielfach ist damit wohl auch die Meinung verknüpft gewesen, daß diese beiden Auffassungen der Wirklichkeit sich ausschlössen und zwischen ihnen ein gewisser Widerstreit bestünde. — Versucht man den Gedankeninhalt dieser Aufstellungen auseinanderzulegen, so findet man, daß es sich um mehrerlei verschiedene Dinge handelt. Erstlich können wir, wenn die Wirklichkeit ein zeitlich geordnetes Geschehen aufweist und demgemäß in zeitlichem Fortschritt von den früheren zu den späteren Gestaltungen führt, in diesen letzteren etwas Wert- und Bedeutungsvolles erblicken. Und wir können dies wohl so ausdrücken, daß wir

sagen, in ihnen liege der Zweck, der Sinn jenes Geschehens, das zeitlich voraufgehende sei als Mittel zur Erreichung jenes Zweckes, als Vorbereitung dafür zu betrachten. Eine Behauptung dieses Inhalts ist, wie man sieht, von der eigentlichen Wirklichkeits-Darstellung, von dem, was wir Real-Wissen nennen, durchaus unabhängig. Sie bewegt sich in Werturteilen, die jener fremd sind, und sie ist daher ebensowenig geeignet, jene zu ersetzen, wie etwa in der Gefahr, mit ihr in Widerspruch oder Gegensatz zu kommen. Im Gegenteil: sie setzt eine kausal zusammenhängende und mit Notwendigkeit sich entwickelnde Wirklichkeit voraus. Nur in einer solchen können wir den voraufgehenden Stadien jenen bedingten Wert zuschreiben, Vorbereitung, Vorstufe oder Wurzel jener eigentlichen höheren Werte zu sein, in denen wir ihren letzten Zweck erblicken wollen. Betrachtungen dieser Art sind also in keiner Weise geeignet, bezüglich der allgemeinen Gültigkeit des Kausal-Prinzips Bedenken zu begründen; sie sind in jeder Weise mit ihm vereinbar; ja sie setzen im Grunde seine Anerkennung voraus.

Von diesen Zweckaussagen müssen wir gewisse andere sorgfältig unterscheiden, denen wir einen gleichfalls leicht angebbaren, völlig deutlichen Sinn, jedoch einen ganz andern zuschreiben können. Sagen wir z. B., daß ein bestimmter Teil einer Maschine diesen oder jenen Zweck hat, so bedeutet dies im Allgemeinen nicht die beifällige oder lobende Beurteilung einer ihm zukommenden Wirkung. Es besagt vielmehr, daß jener Teil in der Absicht, den genannten Erfolg zu erreichen, erdacht und hergestellt worden ist[1]). Es handelt sich hier nicht um ein Wert-, sondern um ein Real-Urteil. Es wird angegeben, daß unter den, ein gewisses Verhalten herbeiführenden Vorgängen Bewußtseins-Erscheinungen ganz bestimmter Art sich befunden haben. Ein Zweck in diesem Sinne ist etwas, was tatsächlich von irgend Jemand gewollt und beabsichtigt worden ist. — Es versteht sich, daß die Angabe von Zwecken in dieser Bedeutung ebensowenig mit dem Gedanken der Notwendigkeit und Gesetzmäßigkeit in Widerspruch steht wie in der ersterwähnten. Auch hier wird vielmehr ein geordnetes und notwendiges Geschehen vorausgesetzt, nur eben ein solches, in dem bewußtes Wollen, Absicht und dadurch bestimmtes Tun einen Bestandteil bilden. Demgemäß sind denn die in Bezug auf diese Verhältnisse etwa bestehenden Meinungsunterschiede und Widersprüche nicht irgendwie prinzipiell logischer, sondern rein realwissenschaftlicher Natur. Darüber natürlich können die Anschauungen auseinandergehen und tun es tatsächlich, ob in dem zur Entwicklung gewisser Gestaltungen führenden Geschehen bewußtes Wollen und eine auf bestimmte Erfolge gerichtete Absicht eine Rolle gespielt habe oder nicht. Wir haben es dabei mit einem Unterschiede der Ansichten zu tun, wie er bei der durchgängig begrenzten Sicherheit unseres Realwissens überall vorkommt. Er ist, im logischen Sinne, nicht von anderer Natur, wie wenn wir darüber verschiedener Meinung wären, ob ein über einem Bache liegendes Brett dort absichtlich als Brücke hingelegt worden oder ohne eine solche Absicht, zufällig, dahin geraten ist. Nirgends wird die Annahme solchen bewußten und absichtlichen Handelns, in welchem Umfange oder in welcher besonderen Weise wir es auch annehmen mögen, sich mit der Vorstellung eines kausal geordneten Geschehens in Widerspruch setzen oder auch nur in ihr eine Schwierigkeit finden.

1) Demgemäß kann man denn gelegentlich auch sagen: der Maschinenteil hat diesen Zweck, der jedoch durch ihn nur unvollkommen oder auch gar nicht erreicht wird.

Erwähnen wir schließlich noch eine letzte, allerdings wohl mit etwas größeren Schwierigkeiten behaftete Form des Zweckbegriffes; es handelt sich hier um das, was wir in der belebten Natur als die Zweckmäßigkeit ihrer Einrichtungen und Bildungen hervorzuheben und zu bewundern pflegen. Erwägen wir, was diese bedeutet, so finden wir, daß in einer für den unmittelbaren Eindruck jedenfalls überraschenden und merkwürdigen Weise eine Fülle verschiedener Verhaltungsweisen gerade so geordnet ist, daß bestimmte Erfolge in möglichst großem Umfange oder mit möglichst großer Sicherheit erreicht werden. Die Dinge verhalten sich, wie man ja auch vollkommen zutreffend zu sagen pflegt, gerade so, als ob ein auf die Erreichung jener Erfolge gerichteter Wille sie gestaltet und bestimmt hätte. — Eine logische Schwierigkeit insbesondere mit Bezug auf das Kausal-Prinzip wird sich nun auch hier jedenfalls dann nicht ergeben, wenn wir die Mitwirkung eines solchen bewußten Wollens annehmen. Allein auch dann, wenn wir dies, gleichviel aus welchem Grunde, nicht tun, trotzdem aber eine besondere Erklärung jener Zweckmäßigkeit verlangen, wird jede Auffassung, die wir uns hier etwa bilden, bei genauer Durchdenkung niemals eine Abweichung vom Kausal-Prinzip darstellen oder fordern, sondern sich stets als im Rahmen desselben bleibend erweisen. Gewiß ist vom rein logischen Standpunkt aus nichts dagegen einzuwenden, wenn gesagt wird, die Zweckmäßigkeit der belebten Natur sei durch blind wirkende Naturkräfte nicht verständlich zu machen. Sehen wir uns jedoch daraufhin veranlaßt, dem Belebten, abgesehen von den nach dem Begriffskreise der Mechanik sich bestimmenden, noch andere Verhaltungsweisen, etwa „Entwicklungstendenzen" o. dgl. zuzuschreiben, so werden wir doch nicht umhin können, diese Tendenz als eine in den Anfängen der Entwicklung bereits gegebene Beschaffenheit zu denken. Wir würden also keineswegs dazu geführt, das Geschehen zu irgend einem Teile oder in irgend einer Hinsicht als nicht kausal geordnet uns zu denken, sondern lediglich dazu, in die Bezeichnung des zu irgend einer Zeit bestehenden Wirklichkeits-Verhaltens gewisse weitere Begriffe einzuführen. Es ist dies eine Erscheinung, die uns noch mehrfach begegnen wird; wir werden uns mit ihr in allgemeinerer Weise an späterer Stelle zu beschäftigen und die logische Zulässigkeit solcher „Ergänzungsbegriffe" zu prüfen

haben. Hier genügt es, darauf hinzuweisen, daß die Einführung eines solchen oder einer Klasse von solchen nichts an der Aufgabe ändern würde, den Gang des Geschehens als einen gesetzmäßig geordneten darzustellen. Nur würde eben jene „Tendenz“ oder etwas ähnlich Bezeichnetes als eine vorhandene Beschaffenheit in die Angabe solcher Gesetze einzubeziehen sein, nicht anders wie bei anderer Auffassung die Mitwirkung bewußten Wollens.

Meinungsverschiedenheiten können also, wie wir zusammenfassend zu sagen hätten, wohl darüber bestehen, welches Wirklichkeits-Verhalten (im empirischen Sinne) besteht oder bestanden hat, auch darüber, in welchen Begriffen wir überhaupt die Wirklichkeit denken müssen, ob also ein bestimmter Begriffskreis dafür ausreichend ist oder nicht. Nirgends aber stoßen wir auf Probleme, die die Annahme eines durchgängig notwendigen und gesetzmäßig geordneten Geschehens in Frage zu stellen geeignet wären.

Wenn wir uns nach Erledigung dieser Vorfragen einer spezielleren Betrachtung zuwenden und diese mit dem Begriffe der chronogenetischen Notwendigkeit beginnen, so hätten wir zunächst daran zu erinnern, daß sich in ihr, wie oben schon gezeigt, eine Auffassung ausdrückt, die wir auf jede Wirklichkeits-Gestaltung, mag sie im übrigen sein von welcher Art sie will, anwenden können. Die Ueberzeugung, daß alles Geschehen ein in diesem Sinne notwendiges sei, ist von dem besonderen Verhalten der Wirklichkeit, der Detail-Gestaltung der Erfahrung oder dem besonderen Inhalt unserer Erlebnisse logisch durchaus unabhängig. Berühren wir sogleich ein Bedenken, das sich gerade an diese Verhältnisse zu knüpfen scheint. Wenn wir mit der Behauptung der Notwendigkeit etwas aussagen, was von unserer Erfahrung logisch unabhängig, durch sie weder zu widerlegen, noch auch wahrscheinlich zu machen ist, überhaupt also bezüglich des uns Erfahrbaren keinerlei Konsequenzen ergibt, liegt dann nicht hierin eine Aussage über das Wirklichkeits-Verhalten, die eben jener Begründung entbehrt, die wir doch für alle Wirklichkeits-Angaben als unerläßlich kennen gelernt hatten, eine Behauptung, die wir deshalb den früher entwickelten Grundsätzen gemäß als typisch transzendent, allerdings unwiderlegbar, aber auch eines greifbaren Sinnes ermangelnd, als gegenstandslos und illusorisch ablehnen müssen? — Dieses Bedenken, in gewissem Sinne wohl begründet, führt uns bei strenger Erwägung doch nur dazu, Sinn und Bedeutung des Notwendigkeitsgedankens genauer festzulegen und mißverständliche Auffassungen fernzuhalten. Die Ablehnung jenes Gedankens als transzendent würde allerdings gerechtfertigt sein, wenn wir ihn als Aussage über eine der Wirklichkeit an sich, unabhängig von unserer Vorstellung zukommende Beschaffenheit betrachten wollten. Und wir würden uns auf den Boden des Transzendenten und Illusorischen in der Tat begeben, wenn wir fragen wollten, ob wohl auch tatsächlich alles Geschehen ein

notwendiges sei. Dem gegenüber werden wir betonen müssen, daß die Notwendigkeit des Zusammenhanges zwischen den sich zeitlich folgenden Wirklichkeits-Gestaltungen eine Eigentümlichkeit unserer Wirklichkeits-Vorstellung ist; sie stellt ein Merkmal derselben dar, das ihr in der gleichen Weise zukommt wie die zeitliche Form, ein Merkmal, dem wir eben wie dieser eine subjektive, auf unsere Wirklichkeits-Vorstellung sich erstreckende, nicht eine von dieser unabhängige Bedeutung zuschreiben dürfen [1]. Die Notwendigkeit gehört nicht zu dem besonderen Inhalt unseres Wirklichkeits-Denkens, sondern ganz ebenso wie die zeitliche Form zu dessen allgemeinen subjektiven Bestimmungen. Sobald wir dies im Auge behalten und die Notwendigkeit in diesem Sinne nehmen, schwindet auch der Schein einer Behauptung, die als transzendent zu beanstanden wäre, wie ja auch anderseits die zeitliche Form uns auf den Boden des Transzendenten führen würde, wenn wir etwa glaubten, fragen zu müssen, ob die Wirklichkeit unabhängig von unserer Vorstellung, an sich, ein in der Zeit sich abspielendes Geschehen darstelle.

Erscheint hiernach der Gedanke der Notwendigkeit als eine Auffassung, die wir unbedenklich, ohne uns in logische Fehler zu verwickeln, einführen dürfen, so können wir sogleich auch weiter hinzufügen, daß er ein unerläßliches und entbehrliches Merkmal zum mindesten jeder umfassenden und befriedigenden Wirklichkeits-Vorstellung bedeutet. Denn ohne Weiteres ist ersichtlich, daß eine Wirklichkeits-Vorstellung, die, über das im gegenwärtigen Augenblick Erlebte und das etwa in der Erinnerung Festgehaltene hinausgehend, sich auf zukünftige Gestaltungen erstreckt, in einer mit der Natur unserer Zeit-Vorstellung unmittelbar gegebenen Weise an den Gedanken der Notwendigkeit geknüpft und durch ihn bedingt ist. In der Tat: sobald wir, den Notwendigkeitsgedanken fallen lassend oder auch nur bezweifelnd, ein zukünftiges Verhalten nicht als Ergebnis des unmittelbar voraufgegangenen und solchergestalt auch mit dem gegenwärtigen verknüpft ansehen, es also als ein noch unbestimmtes betrachten wollten, wird eine Aussage darüber undenkbar sein. Die chronogenetische Notwendigkeit ist also diejenige Modalität einer zeitlichen Wirklichkeits-Vorstellung, an die die Erkennbarkeit des noch nicht Verwirk-

[1]) Die subjektive Natur des Notwendigkeitsgedankens tritt besonders deutlich in seinem schon früher berührten untrennbaren Zusammenhange mit der Zeitvorstellung zutage, ein Verhältnis, an das hier nochmals erinnert sei. Die Notwendigkeit in dem uns hier beschäftigenden Sinne bezieht sich naturgemäß auf eine in zeitlicher Form vorgestellte Wirklichkeit. In dem Augenblick, wo wir versuchen wollten, uns von dieser Form zu befreien, Vergangenes und Zukünftiges als ein gleichermaßen Wirkliches zu nehmen, uns von der Anschauung zu emanzipieren, daß nur das Gegenwärtige das eigentlich Verwirklichte ist, aus dem sich das Zukünftige erst ergeben soll: in diesem Augenblick erschüttern wir auch die Basis, auf der der Gedanke der Notwendigkeit ruht, und dieser wird hinfällig oder doch völlig modifikationsbedürftig werden. In einer Wirklichkeits-Vorstellung, die die zeitliche Form abgestreift hätte, wird auch für den Notwendigkeitsgedanken kein Platz mehr sein.

lichten und die Zulässigkeit von Aussagen darüber geknüpft ist. Sie ist ein unerläßlicher Bestandteil einer in zeitlicher Form gegebenen und Zukünftiges mitumfassenden Wirklichkeits-Vorstellung [1]).

Wenn wir dies Ergebnis, der Uebung folgend, so ausdrücken, daß wir dem Notwendigkeitsgedanken eine Geltung a priori zuschreiben, so wird allerdings sogleich hervorzuheben sein, daß die hier gegebenen logischen Verhältnisse mit denen der Logik und Mathematik doch keineswegs zu identifizieren sind, und daß eine solche Bezeichnung eine gewisse Erweiterung des A-priori-Begriffes voraussetzt. Wir werden auf diesen Punkt zurückzukommen haben, sobald wir die in vieler Hinsicht ähnlichen, aber doch auch nicht ganz übereinstimmenden Verhältnisse erörtert haben, die für die Annahme einer der Wirklichkeit innewohnenden Gesetzmäßigkeit bestehen.

Es ist dieser Gedanke, der der *Gesetzmäßigkeit*, den wir oben demjenigen der chronogenetischen Notwendigkeit angereiht, in gewisser Weise aber auch als etwas anderes gegenübergestellt hatten, und den wir nun in ähnlichem Sinne wie jenen mit Bezug auf seine Berechtigung und Geltung zu prüfen haben. Eine direkte und zwingende Evidenz können wir ihm schon aus dem Grunde nicht zuschreiben, weil wir uns ohne Zweifel einen Ablauf des Geschehens, der keinerlei Regelmäßigkeit erkennen läßt, ganz wohl vorzustellen vermögen. Denkbar ist eine solche Gestaltung unserer Erlebnisse unbedingt. Und so fest wir davon überzeugt sein mögen, daß das Geschehen jedes Augenblickes das *notwendige* Ergebnis des vorausgehenden ist, so wenig wird die Annahme als widerspruchsvoll zu bezeichnen sein, daß dies Geschehen in keinem Punkte und in keiner Weise sich festen Regeln einordnen ließe.

Ist nun dies auch zuzugeben, so werden wir doch bemerken müssen, daß, wie dies bereits oben ausführlich dargelegt wurde, eine über unsere eigenen Erlebnisse hinausgehende Wirklichkeits-Vorstellung überhaupt nur in der ihr innewohnenden gesetzmäßigen Ordnung ihre Begründung und Berechtigung findet, und daß daher, wie wir es auch bereits ausdrückten, eine solche gesetzmäßige Ordnung ein unerläßliches Merkmal jeder Wirklichkeits-Vorstellung ist. Der eben erwähnte Fall einer völligen Regellosigkeit ist allerdings nicht undenkbar; wäre er aber gegeben, so würden wir zu etwas, was man eine Erfahrung oder eine

[1]) Ganz Entsprechendes gilt auch für jene Form der Veränderungs-Gesetze, auf die wir, wie vorhin dargelegt, durch die Anschauung des notwendigen zeitlichen Aneinanderschlusses geführt werden. Ist ein Veränderungs-Gesetz zunächst in der Form gegeben, daß es gewisse Veränderungen als Funktion des jeweiligen Verhaltens angibt, so können wir dies so ausdrücken, daß mit dem betreffenden Verhalten die Befähigung verknüpft ist, eben jene Veränderungen zu erzeugen oder hervorzubringen. Auch dieser Formulierung wird ein transzendenter Behauptungsinhalt nicht innewohnen, solange wir nur darüber im klaren sind, daß es sich nur um eine unserer Zeitvorstellung in bestimmter Weise angepaßte Auffassung und Darstellung handelt. Als transzendent werden wir dagegen die Frage abzulehnen haben, ob wirklich die Gestaltung des folgenden Augenblickes sich zufolge einer bestimmten Befähigung des voraufgehenden entwickle, worin diese bestehe usw.

Wirklichkeits-Vorstellung nennen kann, überhaupt nicht gelangen. Gehen wir hiervon aus, so können wir mit Recht sagen, daß die Gesetzmäßigkeit „im Begriffe der Erfahrung liege". Auch dieses Verhältnis können wir eine A-priori-Gültigkeit nennen, sofern es sich um ein Merkmal handelt, das wir unserer Wirklichkeits-Vorstellung unabhängig von dem speziellen Inhalt unseres Erfahrungswissens zuschreiben dürfen. Allerdings aber wird hier noch mehr als in Bezug auf die Notwendigkeit zu betonen sein, daß wir die hier gegebene Apriorität mit der der Logik und Mathematik nicht identifizieren dürfen, und daß daher Sinn und Bedeutung derselben, wie dort schon erwähnt, noch zum Gegenstande genauerer Besprechung zu machen sein wird.

Ehe wir dies tun, werden wir jedoch die uns beschäftigende Ueberlegung in anderer Richtung zu vervollständigen haben. Können wir eine gesetzmäßige Ordnung als unerläßliches Merkmal einer Erfahrung (im prägnanten Sinne) oder einer Wirklichkeits-Vorstellung bezeichnen, so erhebt sich die Frage, ob es gelingt, diese Bestimmung noch irgendwie des genaueren zu fixieren. Auf den ersten Blick kann es scheinen, als ob hierfür keine Möglichkeit bestünde. In der Tat kann man zunächst nur sagen, daß eine Wirklichkeits-Vorstellung den allgemeinen, an sie zu stellenden Anforderungen um so besser entspricht, je mehr und durchgreifendere Allgemeinheiten sie aufweist, und je mehr ihr also das Kriterium der Uebersichtlichkeit und Ordnung zukommt, in dem ihre Berechtigung überhaupt liegt. Eine Festlegung des in dieser Hinsicht zu Verlangenden, eine Sonderung verschiedener Arten oder Fälle, verschiedener Beziehungen, in denen sie allgemein Angebbares enthalten soll, erscheint zunächst nicht möglich. Eine bestimmte Forderung ergibt sich nun aber, wie man bei genauerer Prüfung bemerkt, doch aus den zeitlichen Verhältnissen und dem fundamentalen Umstande, daß unsere Erfahrung zunächst und unmittelbar nur das Gegenwärtige und Teile des Vergangenen umfaßt. Nehmen wir an, daß die Wirklichkeits-Vorstellung gleichwohl von der Art sein soll, daß sie auch eine Vorausangabe künftigen Geschehens gestattet, so ergibt sich daraus eine ganz bestimmte Forderung, die zu formulieren ohne besondere Schwierigkeiten gelingt. Soll das Zukünftige irgendwie aus dem Vergangenen ersichtlich sein, so müssen die in der Wirklichkeit enthaltenen Allgemeinheiten von der Art sein, daß sie das Zukünftige auf Grund des Vergangenen *eindeutig bestimmen*. Das hiermit Verlangte wird anschaulicher, wenn wir auch zugleich den Gedanken der chronogenetischen Notwendigkeit heranziehen und der Forderung die Form geben, die sich unter seiner Berücksichtigung ergibt. Das im obigen Sinne unerläßliche Merkmal der Erfahrung läßt sich dann folgendermaßen bezeichnen: *Zwischen dem in irgend einem Zeitpunkt bestehenden Wirklichkeits-Verhalten und den im gleichen Augenblicke sich als notwendige Folge desselben entwickelnden Ver-*

änderungen besteht ein allgemeiner, die Veränderungen als Funktion des Verhaltens (im mathematischen Sinne) eindeutig bestimmender Zusammenhang. Es wird gestattet sein, für das in diesem Satze Ausgedrückte den Namen des Kausal-Prinzips in Anspruch zu nehmen. Es besagt, wie man sieht, einen allgemein angebbaren Zusammenhang zwischen Verhalten und Veränderung, läßt aber die besondere Art dieses Zusammenhanges offen. Einen Satz, der diesen Zusammenhang angibt, können wir, gleichfalls der Uebung uns im Wesentlichen anschließend, ein kausales Gesetz, ein Gesetz kausaler Form[1]) oder, wo es wünschenswert ist, diese Form ganz direkt zu bezeichnen, wohl auch, mit Benützung der oben schon eingeführten Ausdrücke, ein Veränderungsgesetz, ein Gesetz des Geschehens nennen. Das Kausal-Prinzip würde also das Bestehen oder Gelten von kausalen Gesetzen behaupten und ihre logische Form vorzeichnen, ihren besonderen Inhalt dagegen unbestimmt lassen. — Wir haben es hier nur mit dem Kausal-Prinzip zu tun und es liegt uns zunächst ob, das Verhältnis der hier gewonnenen Formulierung zu anderen denkbaren und insbesondere auch zu früher gegebenen, mehr oder weniger üblichen und anerkannten, etwas genauer zu beleuchten. Zunächst sei bemerkt, daß, wenn wir auf die Anforderung der Chronogenese verzichten, die für die Erkennbarkeit des Zukünftigen sich ergebende Bedingung in der allgemeineren Form auszudrücken sein würde, daß zwischen ungleichzeitigen Wirklichkeits-Gestaltungen ein allgemeiner, jede zukünftige als Funktion irgend welcher vergangener, nicht gerade der unmittelbar voraufgehenden, eindeutig bestimmender Zusammenhang bestehe. Man sieht leicht (es war schon früher davon die Rede), daß solche Zusammenhänge in der Tat sehr wohl angegeben werden können und sogar sehr vielfach angegeben werden. Aber wie dort schon berührt, bringt unsere Anschauung von dem zeitlichen Aneinanderschluß des Geschehens es mit sich, daß sie uns nicht als endgültige erscheinen, sondern als Ergebnis anderer. Auch wurde dort schon gezeigt, daß die Verfolgung dieser Forderung uns schließlich auf die, mathematisch als Differentialgleichung sich darstellende Form eines Zusammenhanges zwischen dem in einem bestimmten Augenblick bestehenden Verhalten und der im gleichen Augenblicke stattfindenden Veränderung führt. Auch hier also zeigt sich, daß Gesetzmäßigkeit und chronogenetische Notwendigkeit auseinanderzuhalten sind. Und es wird vollkommen durchsichtig, wie wir durch die Berücksichtigung beider zu der obigen Formulierung gelangen.

[1]) Dagegen will ich den Ausdruck Kausalgesetz ganz vermeiden, da dem üblichen Gebrauche desselben eine gewisse Zweideutigkeit anhaftet, indem es zuweilen in einer Bedeutung genommen wird, die sich mit der eines bestimmten Gesetzes kausaler Form deckt, zuweilen aber auch in einer, die etwa auf die obige des Kausal-Prinzips hinausläuft.

Es ist ferner hier zu erwähnen, daß das Prinzip in der obigen Formulierung den „Satz vom zureichenden Grunde des Geschehens“ zwar einschließt, aber über ihn hinausgeht, und daß gerade hierin die Unzulänglichkeit jener älteren Formulierung sich herausstellt. In der Tat versteht sich, daß, wenn die Veränderungen in eindeutiger Weise sich aus dem jeweiligen Verhalten ergeben, bei gleichem Verhalten keine ungleichen Veränderungen eintreten können, worauf, wie oben gezeigt, der Satz vom zureichenden Grunde hinausläuft. Daß dagegen zwischen Verhalten und Veränderungen ein allgemein angebbarer Zusammenhang bestehen müsse, ist im Satz vom zureichenden Grunde nicht, mindestens nicht in deutlicher Weise angegeben. Man sieht dies am besten, wenn man bedenkt, daß mit ihm auch ein regelloses, aber fortdauernd neue Zustände herbeiführendes Geschehen nicht in Widerspruch kommen würde. Nichts würde hindern, den zureichenden Grund eines jeden Geschehens eben in dem besonderen, gerade nur in diesem Zeitpunkte gegebenen Verhalten zu erblicken. Gleichwohl würde hier die Grundlage für irgendwelche, auf die Zukunft bezüglichen Wirklichkeits-Angaben fehlen.

Erst in der obigen Formulierung also kommt das vollständig zum Ausdruck, was wir als Voraussetzung für ein Wirklichkeits-Erkennen, als unerläßliches Merkmal unserer Wirklichkeits-Vorstellung, in Anspruch nehmen müssen. Durch das hier formulierte Prinzip ist, wie erwähnt, die allgemeine Form der kausalen oder Veränderungs-Gesetze festgelegt. Ueber die speziellere begriffliche Gestaltung derselben sei hier auch noch sogleich einiges hinzugefügt. Wie schon berührt, gestattet die mathematische Form zunächst durch Heranziehung der Grenzbegriffe, nämlich der nach der Zeit genommenen Differentialquotienten, einen völlig befriedigenden Ausdruck für den funktionellen Zusammenhang zwischen dem in einem Zeitpunkt gegebenen Verhalten und seiner in gleichem Zeitpunkt stattfindenden Veränderung. Und es löst sich hierdurch die verfängliche Frage, ob die Ursache der Folge gleichzeitig sei oder ihr vorangehe. — Als in diesem Zusammenhange besonders wichtig müssen wir dann ferner hervorheben, daß, wie dies mit später zu erörternden Eigentümlichkeiten der mathematischen Begriffe zusammenhängt, ein mathematisch formuliertes Gesetz auf eine unbegrenzte Menge durchweg verschiedener Einzelfälle angewendet werden, dabei für jeden etwas nach Maßgabe seiner individuellen Verhältnisse Verschiedenes, doch aber völlig genau Bestimmtes bedeuten kann. Daraus ergibt sich, daß die mathematischen Begriffe eine in jeder Hinsicht befriedigende Formulierung der Veränderungs-Gesetze auch für den Fall gestatten, daß der Ablauf der Wirklichkeit niemals die Wiederholung genau gleicher Gestaltungen, sondern fortwährend neue darbietet. Ob dies auch für andere Begriffe zutreffen kann, wieweit oder in welchen Hinsichten diese hinter der Deutlichkeit und Präzision der

mathematischen zurückbleiben, dies zu erwägen mag einer späteren Gelegenheit vorbehalten bleiben.

Die obigen Untersuchungen hatten gelehrt, daß sowohl für den Gedanken einer allgemeinen Notwendigkeit des Geschehens wie für den einer der Wirklichkeit zuzuschreibenden Gesetzmäßigkeit, wie endlich für die diese beiden in bestimmter Weise verknüpfende, als Kausal-Prinzip bezeichnete Anschauung eigenartige logische Verhältnisse bestehen, Verhältnisse, die es zulässig erscheinen ließen, jenen Vorstellungen in hergebrachter Weise eine A-priori-Gültigkeit zuzuschreiben. Wir hatten uns jedoch vorbehalten, diese logischen Verhältnisse und somit die Bedeutung des hier zu meinenden A-priori noch des Genaueren klarzulegen. Vergegenwärtigen wir uns, um auf diesen Punkt nunmehr zurückzukommen, was sich in Bezug auf jene Annahmen eigentlich herausgestellt hatte, so war es ja dies gewesen, daß sie unerläßliche Merkmale einer Wirklichkeits-Vorstellung bilden. Eine Erfahrung, die auf den Notwendigkeitsgedanken verzichtete oder davon absähe, die in ihr angenommenen Verhaltungsweisen als gesetzlich geordnete darzustellen, ist nicht denkbar. Heben wir vor allem die logische Natur derjenigen Urteile hervor, in denen sich unsere Erwägungen hier bewegen. Es sind jedenfalls Reflexions-Urteile, und zwar solche, die die allgemeinen logischen Beziehungen unserer Wirklichkeits-Vorstellung, ihr gesamtes logisches Gefüge, wie man wohl sagen kann, betreffen, Reflexions-Urteile, die denn auch die direkte Evidenz anderer auf logische Zusammenhänge gerichteter Reflexions-Urteile in völliger Uebereinstimmung teilen. Auch hier handelt es sich also um eine Gruppe von Reflexions-Urteilen, deren Geltung von den einzelnen Real-Urteilen, d. h. also von unseren besonderen Erlebnissen oder von dem besonderen Inhalt der Erfahrung logisch unabhängig ist.

Zu beachten ist ferner, daß auch keine Gestaltung unserer Erlebnisse denkbar ist, die mit jenen Anschauungen in Widerspruch träte. In der Tat, mögen jene sein welcher Art sie wollen, niemals kann aus ihnen hervorgehen, daß das Geschehen irgendwo ein nicht notwendiges gewesen sei, oder daß sie die Einordnung in eine gesetzmäßige Ordnung nicht gestatten, daß also der Versuch, zu einer Wirklichkeits-Vorstellung zu gelangen, durch sie als ein unmöglicher ausgeschlossen werde. Wenn insbesondere unter scheinbar gleichen Bedingungen sich ungleiche Folgen ergeben sollten, so wird es stets zulässig und geboten sein, zu folgern, daß die Bedingungen eben tatsächlich nicht gleich waren, nach ihrem Unterschiede zu suchen und über ihn irgend welche Annahmen zu machen. Und ebenso versteht sich, daß jede Gesetzmäßigkeit, die etwa nicht von chronogenetischer Form wäre, sich als eine abgeleitete auffassen und auf eine chronogenetische zurückführen lassen muß. Eine direkte gesetzmäßige Verknüpfung eines Verhaltens mit einem anderen, das um endliche Zeitabstände vor oder auch hinter ihm liegt, kann natürlich sehr wohl angegeben werden; und unser Wirklichkeits-Erkennen führt uns gar nicht selten auf derartige Formen. Aber stets werden wir uns die Aufgabe stellen müssen, auch die Gestaltung der ganzen Vorgangsreihe, durch die sich das eine aus dem anderen Verhalten in zeitlicher Kontinuität entwickelt, anzugeben und als eine gleichfalls gesetzmäßig fixierte darzustellen, somit jenes Zusammenhangsgesetz auf ein in chronogenetischer Form ausgedrücktes zurückzuführen. Und wiewohl es natürlich denkbar ist, daß wir diese Aufgabe nicht ohne Weiteres oder daß wir sie gar nicht lösen können, so ist doch keine Gestaltung denkbar, die ihre Lösung ausschlösse.

Man sieht also, daß hier mindestens sehr ähnliche Verhältnisse vorliegen, wie wir sie auch für die Sätze der Logik und Mathematik kennen gelernt hatten. Und verstehen wir unter der Apriorität diese direkt evidente, von dem besonderen Inhalt der Erfahrung oder unseren einzelnen Real-Urteilen logisch unabhängige Geltung, so werden wir für Notwendigkeit und Gesetzmäßigkeit oder für das Kausal-Prinzip eine A-priori-Gültigkeit ebenso wie für Logik und Mathematik in Anspruch nehmen dürfen. Allerdings aber müssen wir immer im Auge behalten, daß es sich dabei um die Charakterisierung eines Erfahrungswissens handelt; und wir kommen hiermit auf einen noch etwas genauerer Erörterung bedürftigen Punkt. Was wir über das logische Gefüge der Erfahrung aussagen, hat für eine Erfahrung unbedingte Geltung. Aber daß es überhaupt für uns etwas bedeutet, das wird freilich daran geknüpft sein, daß wir im Besitze einer Erfahrung oder wenigstens eine solche zu gewinnen bestrebt sind. Und wir müssen beachten, daß diese Voraussetzung hier nicht in einfacher und selbstverständlicher Weise erfüllt ist.

Wie oben schon erwähnt, ist in Bezug auf ein ganz bestimmtes Gebiet, die menschlichen Willensentscheidungen, immer wieder daran gezweifelt worden, ob wir sie als notwendige betrachten dürfen. Wir können diese Anschauung durch Beseitigung einer Anzahl von Mißverständnissen, auf denen sie ohne Zweifel vielfach beruht, bekämpfen. Wir können auch zeigen, daß nur unter der Annahme einer Notwendigkeit auch das menschliche Tun Gegenstand der Erfahrung, eines auch auf die Voraussicht des Zukünftigen abzielenden Wissens sein kann. Wenn aber Jemand die Nichtnotwendigkeit behauptet und die hieraus sich ergebende Konsequenz, menschliches Handeln aus dem Gegenstand einer Erfahrung in diesem Sinne auszuscheiden, wirklich zieht, wenn er alles Handeln als ein jeder Berechnung entzogenes betrachtet wissen will, so werden wir keine Möglichkeit haben, die entgegengesetzte Annahme in irgend einem Sinne zu begründen oder zu beweisen. Die Herleitung aus dem Begriffe der Erfahrung läßt uns naturgemäß im Stiche, sobald eine solche überhaupt oder ihre Erstreckung auf bestimmte Gebiete in Frage gestellt wird. Ganz das Gleiche gilt auch für die Gesetzmäßigkeit. Sind wir im Besitze einer Erfahrung (in jenem prägnanten Sinne des Wortes), so werden wir das Merkmal der Gesetz-

mäßigkeit ihrem besonderen Inhalt, der logisch von dem Inhalt der einzelnen direkt gegebenen Erlebnisse abhängt, gegenüberstellen dürfen. Aber wir werden es dann doch als eine keineswegs selbstverständliche Tatsache hervorheben dürfen, daß wir im Besitze einer solchen Erfahrung sind, da im Gegensatze dazu eine Gestaltung unserer Erlebnisse, die zu einer Erfahrung nicht führt, eine Reihe keiner Regel unterzuordnender Einzelerlebnisse, doch auch vorstellbar ist.

Man sieht hieraus, daß Sinn und Bedeutung der Apriorität einerseits für die Sätze der Logik und Mathematik, anderseits für das Kausal-Prinzip neben gewissen Uebereinstimmungen doch auch beachtenswerte Unterschiede aufweisen. Diejenigen Vorstellungen, von deren inneren Beziehungen die Sätze der Logik und Mathematik handeln und in direkt evidenter Weise gelten, besitzen wir tatsächlich; und schon in dem Denken des betreffenden Urteils ist diese Unterlage seiner Geltung eo ipso gegeben. Der Satz $2 \times 2 = 4$ besitzt eine direkte und zwingende Evidenz; für seine Geltung ist es nicht nur gleichgültig, ob wir ihn auf irgend welche Erfahrungsobjekte oder Erfahrungstatsachen anwenden können, er ist nicht nur von dem besonderen Inhalt unserer Erfahrungen logisch unabhängig, sondern er gilt auch zwingend für die Zahl-Vorstellungen, auf die er sich bezieht, und ohne deren Besitz wir ihn gar nicht denken und aussprechen könnten. Was wir über die logischen Verhältnisse einer Erfahrung aussagen, ist zwar auch von dem besonderen Inhalt unserer Erlebnisse logisch unabhängig. Aber es bezieht sich auf einen Gegenstand, den wir nicht als gegebenen Bewußtseins-Inhalt aufweisen können, sondern einen, den wir erstreben und in gewissem Sinne erwarten. Insofern ist es auch gerechtfertigt, zu sagen, daß wir es hier nicht sowohl mit einer in zwingender Evidenz feststehenden Ueberzeugung zu tun haben, als mit einer Voraussetzung, einer Voraussetzung allerdings, die zu machen wir nicht umhin können und die fallen zu lassen wir auch niemals gezwungen werden können. Unbedingt sicher ist, daß eine Erfahrung das Merkmal der Gesetzmäßigkeit aufweisen muß. Daß aber die Wirklichkeit von der Art sei, eine Erfahrung zu ermöglichen, davon haben wir keine mit der Evidenz der Mathematik vergleichbare Ueberzeugung; es ist nur die Voraussetzung, von der wir immer ausgehen müssen, wenn eine Erfahrung solchen das Ziel unseres Erkenntnisbestrebens bildet.

Behält man diese Verhältnisse im Auge, so schwindet auch eine Täuschung, derzufolge man die Apriorität des Kausal-Prinzips immer wieder in Zweifel zu ziehen wohl einigermaßen versucht ist. Es kann befremden, daß in der Gesetzmäßigkeit eine Bestimmung des Wirklichkeits-Verhaltens a priori gegeben oder postuliert zu sein scheint, während doch eben das, was wir erleben und worin das Wirklichkeits-Verhalten erkennbar wird, uns in jedem Augenblick als etwas Fremdes entgegentritt, was, ohne außerhalb der durch unsere Subjektivität vorgeschriebenen Formen zu fallen, auch ganz anders sein könnte. Die zeitliche und räumliche Form scheint durch ganz bestimmte, einfach angebbare Beschaffenheiten unser selbst vorgezeichnet, und es überrascht uns daher nicht, daß alle unsere Erlebnisse in dieser Form gegeben sind. Was wir aber erleben, ist durch keine angebbare Beschaffenheit unser selbst vorgezeichnet. Wenn wir durch die Aussage der Gesetzmäßigkeit des Wirklichkeits-Verhaltens auch in dieser Beziehung etwas Bestimmtes behaupten oder verlangen, so könnte man meinen, daß sich hier nun doch wieder jene verpönte A-priori-Konstruktion des realen Verhaltens eingeschlichen habe, die sich vermißt, im Voraus anzugeben, was sich zu ereignen hat.

Dieser Schein wird, wie gesagt, schwinden, sobald man beachtet, daß wir in der Tat bezüglich unserer Real-Urteile, also der Erfahrung im spezielleren Sinne, irgend eine A-priori-Behauptung aufzustellen nicht in der Lage sind. Nur auf das, was wir als Erfahrung erstreben, beziehen sich unsere a priori gültigen Aussagen. Daß unsere Erlebnisse von der Art sind, sich zu einer Erfahrung in jenem Sinne des Wortes ergänzen zu lassen, können wir nicht a priori und können wir überhaupt nicht als etwas in zwingender Evidenz Feststehendes behaupten.

Bei dieser Betrachtung wird auch das Unzutreffende einer noch weitergehenden Parallelisierung zwischen den räumlichen und zeitlichen Formen einerseits, der Gesetzmäßigkeit anderseits einleuchten. Man hat, wie bekannt, nicht selten gemeint, hier eine vollständige Analogie auch in dem Sinne behaupten zu dürfen, daß es sich überall in gleicher Weise um die der Wirklichkeit durch unsere Subjektivität aufgeprägten Formen handle. Ebenso wie Zeit und Raum unsere subjektiv gegebenen Vorstellungsformen sind und demgemäß die von uns vorgestellte Wirklichkeit an diese Formen gebunden ist, ebenso sei auch die Gesetzmäßigkeit eine Eigentümlichkeit unseres Wirklichkeits-Denkens und demgemäß auch ein Merkmal, das der von uns gedachten Wirklichkeit auf Grund unserer Subjektivität notwendig und selbstverständlich zukomme; es sei der menschliche Intellekt, der die Gesetzmäßigkeit der Wirklichkeit aufpräge oder in sie hineintrage. — Wir werden, wie aus dem Obigen hervorgeht, dem um so nachdrücklicher widersprechen müssen, als hier allerdings ein Schein besteht, der uns irre zu führen einigermaßen geeignet ist. Unsere Wirklichkeits-Vorstellung, soweit sie über unsere direkt gegebenen eigenen Zustände und Erlebnisse hinausgeht, ist ja allerdings etwas, was sich jenen nach Maßgabe unserer Subjektivität hinzufügt. Und wenn wir nun davon ausgehen, daß unsere ganze Vorstellung von der Welt unter der Annahme eines gesetzmäßigen Zusammenhanges gebildet wird, so kann es einen Augenblick scheinen, als ob nun der in solcher Weise entstandenen Wirklichkeits-Vorstellung selbstverständlich dieses Merkmal zukommen müsse, daß wir es „in sie hineingedacht“ haben. Bei dieser Betrachtung ist aber außer Acht gelassen, daß es sich doch in keiner Weise von selbst

7*

versteht, vielmehr von dem besonderen Inhalt unserer Erlebnisse abhängt, **ob** sie sich in ein solchermaßen geordnetes Ganze einfügen oder zu einem solchen erweitern lassen. Die Bedeutung dieses Umstandes tritt besonders scharf hervor, wenn wir in Rücksicht ziehen, daß unsere Erfahrungen nichts Abgeschlossenes sind, sondern sich beständig vermehren, und daß unsere Wirklichkeits-Vorstellung uns bezüglich des noch Kommenden zu ganz bestimmten Erwartungen führt. Wenn diese sich bestätigen, so zeigt sich darin vorzugsweise deutlich, daß unsere Erlebnisse selbst hinsichtlich ihres speziellen Inhaltes von einer Beschaffenheit sind, die wir nicht als selbstverständliches Ergebnis eines bestimmten Merkmals unserer Subjektivität, ähnlich der räumlichen oder zeitlichen Form betrachten dürfen.

Stellen wir also gewissen konstanten Bestimmungen unserer Wirklichkeits-Vorstellung, wie insbesondere ihrer räumlichen und zeitlichen Form als in besonderem Sinne **subjektiven** den besonderen Inhalt unserer Erlebnisse als ein nicht allein subjektiv Bestimmbares sondern in anderer Weise Gegebenes entgegen, so werden wir betonen müssen, daß die Gesetzmäßigkeit jener ersteren Kategorie nicht ohne weiteres zugerechnet werden darf. Freilich stellt sie ein durch unsere Subjektivität fest bestimmtes Merkmal jeder Erfahrung dar. Ob wir aber zu einer Erfahrung in diesem Sinne gelangen, das hängt von der besonderen Beschaffenheit unserer Erlebnisse ab. Und so beruht denn die Gesetzmäßigkeit, die wir etwa aufweisen können, stets in gewisser Weise auch auf der besonderen Beschaffenheit unserer tatsächlichen Erlebnisse, also auf gewissen, jener zweiten Kategorie zuzurechnenden Verhältnissen.

Erweisen sich hier ältere Anschauungen über die Apriorität des Kausal-Prinzips gewisser Modifikationen und Einschränkungen bedürftig, so müssen wir allerdings mit noch größerem Nachdruck denjenigen Anschauungen entgegentreten, die unter Verkennung der bedeutungsvollen und eigenartigen logischen Verhältnisse, die hier doch bestehen, irgend etwas als Apriorität zu bezeichnendes ganz bestreiten und das Kausal-Prinzip den empirischen Naturgesetzen gleichstellen wollten. Eine Richtung, die logischen Betrachtungen überhaupt abhold und gegen alles mit dem Begriffe des A-priori Zusammenhängende stark voreingenommen war, hat sich ja in der Behauptung gefallen, es fehle jeder Grund, dem Kausal-Prinzip irgend eine besondere Stellung oder Bedeutung zuzubilligen; ebenso wie wir aus einer Reihe einzelner Erfahrungen diese oder jene allgemeinen Sätze ableiten, so erwachse aus der Einsicht in eine Anzahl besonderer Regelmäßigkeiten allmählich die allgemeinere Ueberzeugung von der gesetzlichen Ordnung alles Geschehens überhaupt. Die Betrachtungen dieser Art haben aber jederzeit die

Ziele und die Bedeutung der logischen Untersuchung überhaupt verkannt und sich auf dem Boden rein psychologischer Fragestellung gehalten. In diesem Sinne allerdings mag zugegeben werden, daß mit der Einsicht in eine Reihe bestimmter Naturgesetze, nach Maßgabe deren sich vorgebildete Erwartungen immer wieder bestätigen, auch die Zuversicht in die Erkennbarkeit der Wirklichkeit und insbesondere die Ueberzeugung von der Gesetzmäßigkeit alles Geschehens beständig wachsen. Jedenfalls sehen wir, daß im Allgemeinen entgegengesetzte Anschauungen, die, wenn auch vielleicht nur in einzelnen Fällen, sich mit jener Ueberzeugung in Widerspruch setzen, allmählich mehr und mehr schwinden, und zwar wohl sicherlich unter dem Einfluß der sich vervollständigenden speziellen Einsichten. Je mehr man dies als zutreffend anerkennt, um so schärfer muß auf der andern Seite betont werden, daß damit ein psychisches Geschehen gekennzeichnet ist, daß aber das, worauf es uns ankommt, etwas ganz anderes, daß es ein logisches Verhältnis ist. Daß die Gesetzmäßigkeit der Wirklichkeit durch die Natur unserer Erlebnisse niemals ausgeschlossen werden kann, daß ein keine Gesetzmäßigkeit aufweisendes Real-Wissen überhaupt des Sinnes ermangeln würde, daß daher die Gesetzmäßigkeit niemals in dem Sinne wie ein Naturgesetz zum Gegenstande eines Beweises gemacht werden kann, sondern wenn nicht eine unumstößlich feststehende Ueberzeugung, mindestens eine unter allen Umständen zu machende Voraussetzung bedeutet: dies ist es, was uns hier beschäftigt und interessiert. Und es ist nur das mangelnde Verständnis für die Bedeutung logischer Verhältnisse überhaupt, was in jener, das Kausal-Prinzip den Naturgesetzen gleichstellenden Betrachtung zum Ausdruck kommt.

Sechstes Kapitel.

Die Wirklichkeits-Gesetze.

Formal-empirische und transzendente Auffassung des Gesetzesbegriffs. Die Begrenzung des gesetzlich Fixierten. Empirische Geltung der Wirklichkeits-Gesetze.

Die Untersuchungen des vorigen Kapitels hatten uns dazu geführt, der Wirklichkeits-Vorstellung eine ganz bestimmte Art der Gesetzmäßigkeit, nämlich die durch das Kausal-Prinzip gegebene, als eine notwenige oder a priori zu fordernde zuzuschreiben, und wir hatten insbesondere den Sinn dieser Apriorität des Genaueren erläutert. Wir werden hiermit jedoch die Gesamtheit der Aufgaben, die sich an den Begriff der Gesetzmäßigkeit knüpfen, nicht für erledigt halten dürfen. Ein

Blick auf die tatsächliche Gestaltung unseres Real-Wissens zeigt uns neben den jener Form sich einfügenden Gesetzen des Geschehens eine Reihe von anderen Aufstellungen, die wir gleichfalls als Gesetze zu bezeichnen und in Anspruch zu nehmen gewohnt sind, so namentlich die schon oben berührten Gegenstands-Gesetze. Sodann aber begegnen wir noch einer Reihe weiterer Begriffe, wie z. B. dem des Wirkens, des ursächlichen Zusammenhanges usw., die mit den hier behandelten in engem und jedenfalls einer gewissen Aufklärung bedürftigem Zusammenhange stehen. So ergibt sich denn noch eine ganze Reihe von Problemen, die wir unter den hier festgelegten Gesichtspunkten zu betrachten haben, und an deren befriedigender Erledigung sich die Zulänglichkeit unserer Grundanschauungen bewähren muß.

In erster Linie wollen wir hier die ganz allgemeinen Eigentümlichkeiten ins Auge fassen, mit denen wir uns oben (Kap. 3) beschäftigt hatten und die, wie wir sahen, eine unser gegenwärtiges Denken mehr oder weniger beherrschende Anschauung den Wirklichkeits-Gesetzen zuzuschreiben geneigt und gewohnt ist. Wir betrachten, wie dort gezeigt wurde, die Gesetzmäßigkeit einerseits als eine involvente, anderseits als eine spezifische und demgemäß fest begrenzte (zirkumskripte). Dies sind, wie erinnerlich, die Anschauungen, die namentlich auch der Unterscheidung nomologischer und ontologischer Wirklichkeits-Bestimmungen zugrunde lagen.

Wir wollen hier die Frage nach der spezifischen Bedeutung der Wirklichkeits-Gesetze als die wichtigste voranstellen; würde doch mit ihrer Bejahung auch die scharfe Umgrenzung ohne Weiteres gegeben sein. Zur Beurteilung dieser Frage können wir davon ausgehen, daß die Behauptung eines Wirklichkeits-Gesetzes, der nomologische Satz, ja jedenfalls auch irgend ein Wirklichkeits-Verhalten bezeichnen soll, also ein Real-Urteil sein muß. Auch auf ihn können wir also zunächst in Anwendung bringen, was oben bezüglich der Bedeutung der Real-Urteile überhaupt dargelegt wurde. Für die Bedeutung aller Real-Urteile (wenigstens derjenigen, die nicht einen Zustand des denkenden Subjektes selbst, sondern ein äußeres oder objektives Wirklichkeits-Verhalten besagen) ist, wie dort gezeigt, die Grundlage die, daß erstlich die Gesamtheit solcher Urteile ein in sich geordnet zusammenhängendes Ganze darstellt, und daß anderseits ein gewisser Teil desselben den in der Erfahrung gegebenen Tatsachen entspricht. Die Bedeutung jedes Real-Urteils also, wie man auch kurz sagen kann, besteht in letzter Instanz in dem, was es an Erfahrbarem oder Erlebbarem besagt. — Auch ohne uns auf speziellere Untersuchungen über den Bau und das begriffliche Material solcher Urteile zu stützen, können wir ferner als selbstverständlich davon ausgehen, daß innerhalb dieses Rahmens eine Reihe verschiedener Formen möglich sind und vorkommen. So wird namentlich die Allgemeinheit eine einem Teil dieser Sätze zukommende, übrigens sehr verschiedener Modalitäten fähige Eigentümlichkeit darstellen. Hiernach wird denn die uns beschäftigende Frage nach der spezifischen Natur der Wirklichkeits-Gesetze auf die Entscheidung zwischen zwei Fällen hinauslaufen. Der eine wäre der, daß auch für die Bedeutung der Wirklichkeits-Gesetze keine andere als diese, den Real-Urteilen insgesamt zukommende Grundlage in Betracht kommt. Die nomologischen Sätze würden dann nichts anderes sein als eine Gruppe durch gewisse, eventuell noch genauer zu prüfende und festzustellende formale Eigentümlichkeiten ausgezeichneter Real-Urteile. Bei dieser Auffassung würde denn insbesondere auch der gesetzmäßige Zusammenhang, den wir als eine unerläßliche Bedingung für die Bedeutung des gesamten Realwissens forderten, nichts anderes bedeuten, als eine Reihe logischer Zusammenhänge, wie sie zwischen dem Allgemeinen und dem ihm sich unterordnenden Einzelnen, als einem aus ihm zu folgernden oder von ihm zugelassenen bestehen. — Der andere Fall dagegen wäre der, daß dem nomologischen Satze noch eine besondere, von der aller übrigen Real-Urteile qualitativ verschiedene Bedeutung zukäme, daß also der nomologische Satz ein besonders objektives Wirklichkeits-Verhalten bezeichnete, auf das die Aussagen der übrigen Real-Urteile sich nicht erstrecken. Dies wäre es, was wir als eine spezifische Bedeutung der Wirklichkeits-Gesetze der ersteren Auffassung gegenüberstellen könnten.

Man braucht nun die Frage nur in dieser Weise zu klären und zuzuspitzen, um zu übersehen, daß sie jedenfalls im ersteren Sinne zu beantworten ist, daß von einer spezifischen Bedeutung der Gesetze in der letzteren Meinung keine Rede sein kann. In der Tat würde ja ein andersartiger besonderer Sinn der nomologischen Sätze eben jener Grundlage ermangeln, die wir doch für die Bedeutung von Wirklichkeits-Aussagen unerläßlich fanden. Und so bestätigen wir auch leicht, daß eine derartige besondere Bedeutung etwas nicht mehr Verifizierbares darstellen würde, daß wir mit dieser Auffassung einer nomologischen Aussage, wie es oben ausgedrückt wurde, den Boden des Transzendenten betreten würden. Man sieht dies am besten, wenn man von der Fiktion einer völlig abgeschlossenen, sicheren und erschöpfenden Wirklichkeits-Vorstellung ausgeht, dabei aber ein Verhalten voraussetzt, das die Zurechnung zum Gesetze zweifelhaft erscheinen läßt. Umfaßte z. B. die Wirklichkeit zehn Arten von Körpern, deren jede durch zehn Exemplare vertreten wäre, so würde es offenbar völlig gegenstandslos und illusorisch sein, zu fragen, ob in diesen Zahlen sich ein Gesetz ausdrücke oder ob sie als ein rein tatsächliches, ontologisches Verhalten zu betrachten wären. Der Sinn eines solchen Satzes wird dadurch, daß wir ihn als Gesetz bezeichnen oder ihm diesen Charakter absprechen, keine angebbare Aenderung erfahren. Es ist weder abzusehen, wie wir darüber etwas in Erfahrung bringen sollen, noch was eine Angabe darüber uns lehren würde. Hiernach ist

denn die Frage nach der spezifischen Bedeutung der Wirklichkeits-Gesetze unbedingt zu verneinen; der spezifische Sinn, den wir dem Wirklichkeits-Gesetz zuzuschreiben geneigt sein könnten, erweist sich bei genauerer Erwägung als ein transzendenter. Wir können daher auch diese, den Wirklichkeits-Gesetzen eine spezifische Bedeutung zuschreibende Anschauung als eine transzendente Auffassung der Wirklichkeits-Gesetze bezeichnen und als solche ablehnen. — Da, wenn wir den Wirklichkeits-Gesetzen einen derartigen besonderen Sinn absprechen, die Qualifikation eines Realsatzes als Gesetz nur in seinen formalen Eigentümlichkeiten, insbesondere Art und Umfang seiner Allgemeinheit gesucht werden kann, so möchte ich die ganze Auffassung der Wirklichkeits-Gesetze, zu der wir hier gelangen, im Gegensatze zu jener transzendenten, eine empirisch-formale nennen. Es wird, ehe wir von ihr weiter Anwendung machen, geboten sein, einige Punkte aufzuklären, in denen sie einem Bedenken begegnen könnte.

Zunächst sind wir selbstverständlich in größtem Umfange veranlaßt und berechtigt zu fragen oder zu erwägen, ob in einem bestimmten realen Verhalten sich ein Gesetz ausdrückt. Die hier zu erwägende Frage ist dabei stets die, ob ein bestimmtes, mehr oder weniger allgemeines Verhalten, aus dem sich das betreffende besondere als Folgerung ergeben würde, tatsächlich besteht. Bei den Fragen dieser Art handelt es sich also nicht darum, ob ein bestimmtes Real-Urteil als Gesetz anzusehen ist, sondern einfach darum, ob ein in Anknüpfung an ein bestimmtes Verhalten gedachtes (allgemeines) Urteil zutrifft oder nicht. Aber auch die Frage, ob ein bestimmtes Real-Urteil ein Gesetz darstelle oder nicht, kann allerdings unter gewissen Voraussetzungen sinnvoll aufgeworfen werden. Wir können nämlich erwägen, ob ein bestimmter Satz sich überhaupt noch aus irgend einem anderen als Folgerung herleiten läßt oder aber in dem Sinne etwas Endgültiges darstellt, daß eine solche Herleitung nicht mehr stattfinden kann. Auch die hiermit aufgeworfene Frage wird durch ein Real-Urteil zu beantworten sein, und zwar durch eines, das, wie wir etwa kurz sagen können, die Wirklichkeits-Gesamtheit betrifft und sich auf das bezieht, was sich an ihr in allgemeiner Weise aussagen läßt. Auch eine derartige Fragestellung ist also mit der formalen Auffassung des Gesetzesbegriffes durchaus vereinbar. Nur müssen wir beachten, daß die Qualifikation eines bestimmten Satzes als Wirklichkeits-Gesetz sich nicht allein nach seiner logischen Form zu richten braucht, daß es vielmehr dabei auf seine Beziehung zu anderen Sätzen und insbesondere zu dem, was überhaupt in Bezug auf das Wirklichkeits-Verhalten ausgesagt werden kann, ankommt. Die uns geläufigen und auch unabweisbaren Betrachtungsweisen sind also mit der formal-empirischen Auffassung des Gesetzesbegriffes durchaus vereinbar.

Das hiermit gewonnene Resultat ist nun insofern von Bedeutung, als sich damit der Standpunkt der weiteren Untersuchung erheblich verschiebt. Können wir eine besondere spezifische Bedeutung des Wirklichkeits-Gesetzes nicht anerkennen, so werden wir auch den Begriff eines solchen nicht als einen endgültig deutlichen in Anspruch nehmen dürfen; sind die Wirklichkeits-Gesetze Real-Urteile von irgend welchen formalen Eigentümlichkeiten, so werden wir fragen müssen, welches diese sind, und eine Verständigung hierüber wird insbesondere auch die unerläßliche Vorbereitung für die Beurteilung der uns hier beschäftigenden weiteren Fragen nach der involventen und zirkumskripten Natur der Wirklichkeits-Gesetze sein müssen. Die Frage läuft etwa auf das hinaus, was man herkömmlicher Weise wohl eine Bestimmung des Begriffes der Wirklichkeits-Gesetze zu nennen pflegt, und zwar würden wir den Gesetzesbegriff auf solche elementare Begriffe zurückzuführen haben, die sich auf den Bau des Urteils und sein Material beziehen und in diesem Sinne von endgültiger Bedeutung sind [1]).

Eine solche Aufgabe kann in doppeltem Sinne gestellt werden, und wir müssen auch, um uns nicht ins Illusorische zu verlieren, die entsprechenden beiden Forderungen auseinanderhalten. Wir können zunächst fragen, was gemäß dem durch allgemeine Uebung festgelegten Sinn des Wortes als Wirklichkeits-Gesetz bezeichnet wird; wir können aber auch erwägen, ob eine, und eventuell welche Festlegung dieser Bedeutung sich etwa aus methodischen Gründen empfiehlt. Schlagen wir zunächst den ersteren Weg ein, so begegnen wir vor allem dem überaus weiten Sinn, in dem das Wort „Gesetz" im alltäglichen Sprachgebrauch genommen wird. Die Wirklichkeit zeigt uns in mannigfaltiger Weise Gleichartigkeiten, Ordnungen usw., die zusammenfassende Angaben ermöglichen, Angaben, die herkömmlicher Weise als Gesetze bezeichnet werden. So spricht der Biologe von Vererbungs-, Korrelations- und Wachstums-Gesetzen, der Sprachforscher von einem Gesetze der Lautverschiebung, der Meteorologe von einem Gesetze der Winddrehungen usw. Sätze dieser Art besitzen nur einen beschränkten Geltungsbereich; vielfach sind sie auch insofern nicht vollkommen allgemein, als sie ein nicht ausnahmslos, sondern „in der Regel" verwirklichtes Verhalten behaupten; vielfach endlich ist das, was sie besagen, nicht nur in diesen beiden, sondern auch noch in manchen anderen Hinsichten durch mehr oder weniger unbestimmte Begriffe bezeichnet. Ich möchte Sätze dieser Art, mit denen wir uns noch mehrfach zu beschäftigen haben, als Gesetze im vulgären Sinne oder Vulgär-Gesetze

[1]) Die Behandlung der mit dem Begriffe der Wirklichkeits-Gesetze zusammenhängenden Probleme kann an dieser Stelle noch keine ganz abschließende und erschöpfende sein. Ist das Wirklichkeits-Gesetz ein durch gewisse formale Kriterien ausgezeichnetes Real-Urteil, so können naturgemäß einige hierher gehörige Punkte erst auf Grund gewisser, die formalen Verhältnisse des Urteils betreffenden Darlegungen erledigt werden.

bezeichnen. — Auch für die alltägliche Anschauung steht es nun aber fest, daß wir es hier mit einem erweiterten und überaus unbestimmten Gesetzesbegriff zu tun haben. Und die Meinung wird im Allgemeinen dahin gehen, daß die hier angegebenen allgemeinen Verhaltungsweisen auf Gesetzen in einem engeren und präziseren Sinne beruhen, daneben jedoch durch eine Reihe besonderer, den Gesetzen nicht zuzurechnender Verhältnisse bestimmt sind. Die Frage nun, von welcher Art jene Gesetze im strengeren Sinne seien, könnte man wohl zunächst geneigt sein, im Anschluß an die Untersuchungen des vorigen Kapitels zu beantworten und zu sagen, daß Gesetze im strengeren Sinne die dort als unerläßliche Voraussetzung des Wirklichkeits-Erkennens dargetanen *Gesetze des Geschehens* seien. Auch der alltäglichen Betrachtung ist in erster Linie geläufig, daß das *Geschehen* ein gesetzmäßig geordnetes sein soll. Allein schon die Form, in der wir diese Gesetze des Geschehens auszudrücken oder mindestens zu erwarten gewohnt sind, lehrt, wie oben schon berührt, daß hierzu noch etwas anderes kommt. Wir gehen von der Voraussetzung aus, daß die existierenden Dinge sich in Gruppen ordnen, deren einzelne Repräsentanten vollkommen gleichartig sind und namentlich hinsichtlich der Gesetze des Geschehens übereinstimmen. Demgemäß sind denn diese nicht mit individueller Erwähnung der einzelnen realen Gegenstände, sondern wiederum generell in einer für alle Exemplare einer Gattung geltenden Weise anzugeben. Und auch das, worauf die Möglichkeit dieser Form beruht, pflegen wir ein Gesetz zu nennen; wir hatten für diese vorzugsweise wichtige Art den Namen der *Gegenstands-Gesetze* festgelegt. Sie können auch in noch direkterer Weise zum Ausdruck gebracht werden, indem wir sagen, daß mit gewissen (auf die Gesetze des Geschehens sich beziehenden) Eigenschaften eines Gegenstandes stets auch gewisse andere verknüpft sind. Ob wir die Gegenstandsgesetze in der ersteren Weise implicite (durch die Form der Veränderungsgesetze) oder in der letzteren Form darstellen, die ihre Bedeutung unmittelbar kenntlich macht, ist hier ohne Belang. Jedenfalls zeigt sich, daß wir hier eine zwar mit den Gesetzen des Geschehens zusammenhängende, aber doch von ihnen zu unterscheidende und andersartige Ordnung der Wirklichkeit gleichfalls dem Gesetzesbegriff zurechnen. — Ferner müssen wir bedenken, daß auch weitere, formal wieder andere Wirklichkeits-Gesetze denkbar erscheinen, oder, etwas anders ausgedrückt, allgemeine Gleichartigkeiten in anderen Beziehungen vorkommen können, die wir keinen Anlaß haben, nicht mit dem Namen der Gesetze zu bezeichnen. Dahin wäre z. B. zu rechnen (wir kommen unten noch etwas genauer darauf zurück) eine Gesetzmäßigkeit in Bezug auf die Anordnung der Körper im Raume u. dgl. Da diesen allen gemeinsam sein würde, daß sie sich nicht wie die Gesetze des Geschehens, auf den zeitlichen Aneinanderschluß der Verhaltungsweisen, sondern auf ein gleichzeitig gegebenes Verhalten beziehen, so können sie im Gegen-

sätze zu diesen als *Simultan-Gesetze* bezeichnet werden. Von ihnen würden die zunächst ins Auge gefaßten Gegenstands-Gesetze eine, aber vielleicht nicht die einzige Art darstellen. Sollen allgemeine Ordnungen dieser und anderer Art mit einbegriffen sein, so werden wir als Kriterium des Gesetzes lediglich seine Allgemeinheit festhalten können, und wir würden somit zu dem Ergebnis gelangen, daß wir als Gesetze diejenigen Realsätze zu bezeichnen hätten, die durch eine möglichst ausgedehnte Allgemeinheit ausgezeichnet sind, also für eine möglichst große Zahl einzelner Verhaltungsweisen einheitlich zutreffen.

Diesem Kriterium, dessen Heraushebung übrigens mit verbreiteten Anschauungen etwa zusammentreffen dürfte, müssen wir nun aber doch noch ein zweites hinzufügen. Schon oben wurde erwähnt, daß die Sätze, die wir Wirklichkeits-Gesetze zu nennen pflegen, nicht nur allgemein, sondern zugleich in gewissen Hinsichten unbestimmt sind. Wir können die Gestaltung der Wirklichkeit aus ihnen allein nicht entnehmen; vielmehr umfassen oder gestatten sie außer dem tatsächlich verwirklichten noch eine unbegrenzte Menge anderer Gestaltungen. Wir hatten dies als involvente Natur der Wirklichkeits-Gesetze bezeichnet.

Ohne Zweifel steht ja nun diese Unbestimmtheit mit der Allgemeinheit in engstem Zusammenhange. Ist die Gestaltung der Wirklichkeit so, daß sie für verschiedene Zeiten, Orte oder auch Gegenstände nicht die Wiederholung genau übereinstimmender Verhaltungsweisen darbietet, sondern nur solche, die in *gewisser Hinsicht* übereinstimmen, *an denen* wir etwas Gleichartiges bemerken und herausheben können, so wird der Fortschritt zu allgemeineren Aufstellungen sich meist nicht vollziehen können, ohne daß dabei zugleich die Unbestimmtheit in diesem Sinne auftritt. Man könnte hiernach meinen, daß es überflüssig sei, neben der Allgemeinheit noch eine weitere Besonderheit ins Auge zu fassen. Indessen zeigt die Erwägung von Fällen, die theoretisch wenigstens denkbar sind, daß doch jener Zusammenhang kein ganz strenger und regelmäßiger ist. Wir können uns z. B. Bewegungsgesetze (von der Art der Anziehungsgesetze) in der Form eines Systems von Differentialgleichungen gegeben denken. Nehmen wir an, es existierte eine zwar beträchtliche, aber doch übersehbare Anzahl von Körperarten, deren jede durch eine gleichfalls zwar erhebliche, aber übersehbare Zahl von Exemplaren vertreten wären. Das System der Differentialgleichung wird sich unter diesen Umständen für die tatsächlich existierenden Gebilde aufstellen lassen und in dieser Form zwar ziemlich verwickelt, aber doch von begrenzter Ausdehnung sein. Weit einfacher gestaltet es sich aber, wenn wir, diese besonderen Bestimmungen fallen lassend, es so ausdrücken, daß es für beliebige Körperzahlen gilt [1]). Ueblichen Anschauungen gemäß werden wir in

[1]) Wir werden zu diesem Zwecke etwa Symbole einzuführen haben, die jede beliebige Zahl bedeuten können.

dieser Darstellung das eigentliche Wirklichkeits-Gesetz zu erblicken haben, während die zahlreichen, einer angebbaren Regel nicht unterworfenen Bestimmungen in Betreff der einzelnen Körper dem Gebiete des rein Tatsächlichen zuzurechnen wären. Vergleicht man nun hier die zuerst in Betracht gezogene mit der zweiten Darstellung der Differentialgleichungen, so kann man die letztere freilich auch eine verallgemeinerte nennen. Sie ist es jedoch nur insofern, als sie neben den tatsächlich verwirklichten eine unbegrenzte Menge anderer nicht realisierter mit zuläßt, nicht jedoch in dem Sinne, daß sie einen weiteren Kreis oder eine größere Zahl realer Verhaltungsweisen mit umfaßte. Sie lehrt uns nicht mehr, sondern im Gegenteil sogar weniger als die erste. Hiernach erscheint es geboten, diese umfassende und in gewissem Maße unbestimmte Natur der Wirklichkeits-Gesetze neben ihrer Allgemeinheit als ein besonderes, zwar in der Regel, aber doch nicht ganz durchgängig mit diesem verknüpftes Merkmal des Gesetzesbegriffes namhaft zu machen. Und zwar können wir bemerken, daß mit dieser umfassenden Natur der Wirklichkeits-Gesetze eine andere formale Eigentümlichkeit stets parallel geht, und daß in ihr der denkpsychologische Vorzug besteht, den das Wirklichkeits-Gesetz gerade in Fällen, wie den soeben betrachteten, vor der gleich allgemeinen, jedoch jene Summe von Detailbestimmungen noch mitführenden besitzen würde. Es ist die Vereinfachung. Durch die Ausscheidung bekannter und angebbarer Detailbestimmungen gelangen wir offenbar zu Sätzen, die einfacher, dabei aber minder bestimmt, also in dem erwähnten Sinne umfassender sind.

Hiernach würden wir also die Wirklichkeits-Gesetze, in strengerem oder endgültigem Sinne, als Real-Urteile zu betrachten haben, die durch zwei, allerdings meist im Zusammenhange stehende formale Kriterien ausgezeichnet sind. Das erste bestünde in einer möglichst weitgehenden Allgemeinheit, darin also, daß der betreffende Satz etwas aussagt, was für eine sehr große Zahl einzelner Verhaltungsweisen zutrifft. Das andere bestünde darin, daß die Sätze durch die Nichtberücksichtigung ungeordneter Detailverhältnisse im obigen Sinne erweitert und zugleich vereinfacht sind.

Daß eine solche Formulierung allgemeiner Anschauung und feststehendem Gebrauche etwa entspricht, tritt noch deutlicher hervor, wenn wir uns in einigen besonderen Beziehungen auf den Standpunkt der alltäglichen Betrachtung stellen und daraufhin jene Formulierung in entsprechender Weise modifizieren. Wenn wir nämlich zunächst, was für diesen Zweck gestattet ist, von einer kritischen Erwägung Abstand nehmen und uns der Bezeichnungsweise eines naiven Realismus bedienen, so könnten wir sagen, daß die Wirklichkeits-Gesetze eine Summe einfachster und allgemeinster, in der Wirklichkeit gegebener Verhaltungsweisen angeben.

Sodann muß daran erinnert werden, daß nach einer in gewissem Sinne, wenn auch nicht unbedingt zulässigen Annahme unser Wirklichkeits-Erkennen von gewissen Real-Urteilen objektiver Bedeutung auszugehen hat, die als unmittelbar gegeben und gesichert betrachtet werden, und von denen wir dann in einem bestimmten methodischen Fortschritt zu der Aufstellung von Wirklichkeits-Gesetzen gelangen. Auf dem Boden dieser Auffassung würde das endgültige Gesetz als das Ergebnis einer bestimmten methodischen Verfahrungsweise erscheinen, die als eine fortschreitende Verallgemeinerung und als Abstraktion von ungeordneten und unübersehbaren Detailverhältnissen zu charakterisieren wäre.

Indem wir die Erwägung, ob es möglich und ratsam ist, einen anderen und präziseren Begriff des Wirklichkeits-Gesetzes zu bilden, zunächst verschieben, wenden wir uns sogleich der Frage zu, was sich auf der hier zunächst gewonnenen Grundlage über die involvente und über die zirkumskripte Natur der Gesetze ergibt.

Was zunächst die Frage nach der involventen Natur der Wirklichkeits-Gesetze angeht, so läuft sie, wie man sieht, darauf hinaus, ob das hier soeben an zweiter Stelle erwähnte Merkmal des Gesetzesbegriffes, die durch Absehung vom Detail erzielte Vereinfachung, ein unerläßliches ist, oder ob etwa Fälle denkbar sind, in denen es in Wegfall kommen würde. Betrachtet man die Dinge unter diesem Gesichtspunkt, so überzeugt man sich, daß, rein theoretisch genommen, allerdings Wirklichkeits-Gestaltungen denkbar sind, die uns die Aufstellung nicht involventer Gesetze ermöglichen würden. Es würde sich dabei um allgemeine Sätze handeln, die das gesamte Verhalten in seiner Detailgestaltung erschöpfend bezeichneten, eine Gesetzmäßigkeit, die wir im Gegensatz zu der involventen, etwa eine kongruente nennen könnten. Nehmen wir z. B. an, es existierten nur 4 Körper, die sich mit konstanten Geschwindigkeiten und in Abständen von je 90° in der nämlichen Kreisbahn bewegten. Wir könnten alsdann die gesamte Bewegung in 4 Gleichungen darstellen, womit zugleich auch das ganze Verhalten der Wirklichkeit durch eine kleine Zahl allgemeiner Sätze erschöpfend und in voller Genauigkeit festgelegt wäre.

Es versteht sich jedoch, daß wir uns hiermit auf einem rein fiktiven Gebiete bewegen. Tatsächlich können wir als unbedingt sicheres Ergebnis unserer Erfahrung jedenfalls das in Anspruch nehmen, daß die Wirklichkeit eine solche Fülle des Detailverhaltens bietet, daß, falls eine allgemeine Darstellung dieser Art möglich sein sollte, sie sicher eine überaus verwickelte und gänzlich unübersehbare sein würde. Der Forderung einer gewissen Einfachheit kann also sicher nur genügt werden, wenn in der Festlegung der Gesetze von den Detailgestaltungen abgesehen wird. Eine Summe von Wirklichkeits-Gesetzen, die eine relativ einfache Darstellung gestattet, wird also unter allen Umständen eine involvente sein müssen.

Auf interessantere, aber auch schwierige Probleme führt uns die Frage nach der zirkumskripten Natur der Wirklichkeits-Gesetze. Allerdings haben wir ja hier zunächst nur einen sehr unbestimmten Begriff des Gesetzes zugrunde gelegt; und so könnte man es zunächst für selbstverständlich halten, daß sich das ihm Zuzurechnende nicht mit Sicherheit werde abgrenzen lassen. Indessen versteht sich doch, daß es neben der Natur oder Bedeutung des Gesetzesbegriffs auch auf die Gestaltung unserer Real-Urteile oder, wie wir auch sagen können, auf das Verhalten der Wirklichkeit selbst dabei sehr wesentlich ankommen wird. So ist es nicht schwierig, Verhaltungsweisen der Wirklichkeit zu ersinnen, die in dieser Hinsicht keinerlei Zweifel oder Unsicherheit lassen würden. Wären, um an das vorhin benutzte Beispiel nochmals anzuknüpfen, die einzelnen Körper in sehr großen, jedenfalls ganz unübersehbaren Zahlen vorhanden, wäre auch hinsichtlich ihrer räumlichen Anordnung keinerlei bestimmte Ordnung erkennbar, so würde in der Tat das Anziehungsgesetz das einzige sein, was sich in der allgemeinen Form eines Gesetzes aussagen ließe. Ihm würde sich die Gesamtheit anderer Bestimmungen als etwas Ungeordnetes und Unübersehbares gegenüberstellen; es würde, wie wir mit einem schon oben berührten Ausdruck sagen können, das Ontologische zugleich in vollem Sinne anomisch sein, wodurch die beiden Gebiete sich in fester Weise gegeneinander abgrenzen.

Auf der andern Seite versteht sich freilich, daß in mannigfaltiger Weise auch andere Gestaltungen der Wirklichkeit denkbar sind, die eine reinliche Abgrenzung des Nomologischen nicht gestatten würden. Es ist nicht ohne Interesse, den verschiedenen in dieser Hinsicht denkbaren Fällen nachzugehen und ihre Bedeutung im Hinblick auf das tatsächlich gegebene Verhalten zu erwägen. Ein einfachster Fall ergibt sich schon aus rein numerischen Verhältnissen. Und zwar gilt dies in den beiden Beziehungen, die hier in Betracht kommen, für die Verallgemeinerung wie für die Vereinfachung. Stoßen wir auf eine s e h r g r o ß e Zahl von Verhaltungsweisen, die eine zusammenfassende allgemeine Bezeichnung gestatten, so unterliegt es keinem Zweifel, daß wir unserem methodischen Gang gemäß diese Verallgemeinerung auszuführen haben und uns so dem annähern, was wir Wirklichkeits-Gesetze nennen. Handelt es sich um eine kleine Zahl, so wird es, je kleiner sie ist, um so mehr zweifelhaft werden, übrigens auch in keinem Sinne entscheidbar sein, ob wir in der vorliegenden Uebereinstimmung noch ein Gesetz erblicken sollen. Ganz ebenso werden wir, wenn die zunächst zu gewinnenden Sätze eine g r o ß e Zahl gleichartiger Detailbestimmungen enthalten, als Gesetze die vereinfachten Aufstellungen betrachten, die sich aus der Offenlassung dieser Bestimmungen ergeben. Wiederum aber werden sich Zweifel erheben können, sobald es sich um eine kleine Zahl derartiger Bestimmungen handelt.

Von noch größerer Bedeutung ist ein anderer Umstand. In dem vorhin benutzten Beispiel beruht die vollkommen sichere Abgrenzung des Nomologischen zum Teil auch darauf, daß in den den Bewegungsgesetzen nicht unterstehenden Beziehungen bestimmte Regeln nicht mehr erkennbar sein, das Ontologische, wie wir es kurz ausdrückten, zugleich anomisch sein sollte. Ohne weiteres leuchtet nun ein, daß ein derartiges Verhalten am allerwenigsten als selbstverständlich vorausgesetzt werden darf, daß vielmehr gerade in dieser Beziehung ein ganz anderes Verhalten der Wirklichkeit als denkbar in Betracht gezogen werden muß. Denken wir, um das hier Gemeinte zu erläutern, etwa an die Anordnung und Bewegung der Himmelskörper. Wir stellen uns hier vor, daß in erster Linie die Verhältnisse des kosmischen Geschehens, d. h. die Bewegungen, durch bestimmte Gesetze von der Form der Anziehungsgesetze geregelt sind. Diese lassen Zahl und Anordnung der Massen, Anfangsgeschwindigkeiten usw. offen. Nun ist es aber sehr denkbar, daß auch diese Bestimmungen keine völlig regellosen wären, sondern eine gewisse Uebersichtlichkeit und Ordnung zeigen, wie wir dies z. B. im Sinne der Kant-Laplaceschen Hypothese anzunehmen hätten.

Verhältnisse dieser und ähnlicher Art führen uns auf allgemeine Sätze, die jedoch von anderer Form sind als die in erster Linie ins Auge gefaßten generellen Gesetze des Geschehens. So würden wir in dem vorliegenden Falle etwas aussagen können, was von allen in konkreter Weise durch ihren Ort definierten Körpern gilt. Auch ohne daß wir uns auf spezielle Tatsachen in Bezug auf den begrifflichen Bau der Urteile stützen, leuchtet ein, daß sich nach solchen Gesichtspunkten eine ungemein große, wohl kaum übersehbare Menge verschiedener allgemeiner Sätze als möglich ergibt, und es erscheint zum mindesten sehr denkbar, daß auch hierdurch eine scharfe Absonderung des als Gesetz zu Bezeichnenden unmöglich wird.

Läßt uns gegenüber solchen Fällen die durch den üblichen Gebrauch bestimmte Bedeutung des Gesetzesbegriffes im Stich, so können wir uns nunmehr der anderen Betrachtung zuwenden, die, wie vorhin erwähnt, hier noch möglich ist: wir können erwägen, ob eine vom Gebrauch abweichende oder über ihn hinausgehende Festlegung des Gesetzesbegriffes angängig und ratsam erscheint. Dieselbe müßte versuchen, ganz bestimmte formale Merkmale als die in dieser Hinsicht maßgebenden zu fixieren. Wir sahen ja, daß jene zu Zweifeln Anlaß gebenden Sätze sich von den zunächst als Gesetze in Betracht gezogenen, den Bewegungsgesetzen, durch die Art ihres begrifflichen Materials in ganz bestimmter Weise unterscheiden; und es kann daher die Frage aufgeworfen werden, ob sich hier nicht doch eine ganz bestimmte Abgrenzung als möglich und angezeigt herausstellt. — Bei allen Versuchen dieser Art wird nun, wie wir zunächst vorausschicken müssen, zu beachten sein, daß sie nur im Anschluß an unser empirisches Wissen und auf Grund desselben unternommen werden können. Freilich versteht sich, daß wir jene zunächst nur mehr oder weniger unbestimmt be-

zeichneten Kriterien der Allgemeinheit und Einfachheit ganz wohl durch präzis anzugebende formale Eigentümlichkeiten ersetzen können. Wenn wir uns indessen in dieser Weise einen Gesetzesbegriff unabhängig von der tatsächlichen Gestaltung der Erfahrung festlegen, so wird es nun problematisch bleiben, ob derselbe irgendwie zur Anwendung gelangt. Es ist nicht ohne Wichtigkeit, sich dies klar zu machen gerade mit Bezug auf eine Form des Gesetzesbegriffes, die man wohl am meisten als eine nach logischen Gesichtspunkten gebotene zu fordern geneigt ist. Der in dieser Richtung beachtenswerteste Gedanke ist ohne Zweifel der, daß die im endgültigen und strengsten Sinne so zu nennenden Gesetze von ganz unbeschränkter Allgemeinheit sein sollten. Diese nicht selten ausgesprochene, oft wohl auch als selbstverständlich betrachtete Forderung wäre etwas greifbarer wohl dahin zu formulieren, daß in die Gesetze lediglich Begriffe von genereller, aber keinerlei Begriffe von konkreter, individueller Bedeutung eingehen sollten. Die Gesetze würden sich also auf Gesamtheiten gleichartiger Dinge zu beziehen haben, die nur durch Eigenschaften von wiederum genereller Bedeutung definiert zu denken wären; und sie müßten namentlich auch bezüglich der Zeit und des Ortes völlig allgemein sein, also keine Beziehung auf die zeitlichen und örtlichen Bestimmungen des denkenden Subjekts selbst enthalten. Von allen Formen des Gesetzesbegriffes, die man aufstellen kann, dürfte dies wohl die bedeutungsvollste und interessanteste sein. Auch werden wir sie später einer Reihe speziellerer, mit dem Gesetzesbegriffe zusammenhängender Erörterungen wenigstens in erster Linie zugrunde legen können. Hier ist jedoch der Ort, zu betonen, daß wir dieser Festlegung des Begriffes doch nur eine bedingte Bedeutung zugestehen können. Denn obwohl als wahrscheinlich zugegeben werden kann, daß die allgemeinsten Sätze, auf die unser Wirklichkeits-Erkennen uns führt, einmal von dieser Form sein werden, müssen wir doch im Auge behalten, daß wir es hier mit keinem logischen Postulat, sondern mit einer Annahme zu tun haben, die sich nur auf die tatsächliche Gestaltung der Erfahrung stützen kann. Denkbar ist, wie hier wiederum hervorzuheben ist, auch eine Wirklichkeits-Gestaltung, bei der die existierenden Dinge sich nicht als Gruppen gleichartiger Gebilde zusammenordneten. Hier würden dann die Gesetze des Geschehens als Individualgesetze unter konkreter Bezeichnung der einzelnen Gebilde anzugeben sein. Das Real-Wissen würde dabei eine Form erhalten, die logischen Anforderungen in jeder Weise entspräche und, wenn die Zahl jener Gebilde nicht gar zu groß wäre, auch nicht einmal denkpsychologisch unmöglich zu nennen wäre. — Aehnliches gilt aber auch für die zeitlichen und räumlichen Verhältnisse. Daß in die Gesetze des Geschehens irgend ein Wert einginge, der eine bestimmte Funktion der Zeit oder des Ortes wäre und sich nach Maßgabe konkreter Verhältnisse bestimmt, ist eine uns zwar ungewohnte und befremdende, aber nicht als logisch unmög-

lich abzuweisende Vorstellung. Es ist also Sache der Erfahrung, uns auch darüber zu unterrichten, von welcher Form die in der Wirklichkeit gegebenen Gleichartigkeiten und von welcher Form demgemäß auch die als Gesetze zu bezeichnenden Real-Urteile sind oder sein werden.

Als der einzige Punkt, für den in Bezug auf den Begriff der Wirklichkeits-Gesetze noch eine präzisere Fassung möglich und angezeigt erscheint, dürfte hiernach der übrig bleiben, der sich aus dem Kausal-Prinzip ergibt: wir haben ihnen jene allgemeinen Sätze, die die Veränderungen als Funktion des jeweiligen Verhaltens bestimmen, jedenfalls zuzurechnen, und wir werden diese also unter allen Umständen als Gesetze des Geschehens zu bezeichnen haben.

Einer besonderen Hervorhebung bedarf dies deshalb, weil hierdurch unter Umständen dem Prinzip einer fortschreitenden Vereinfachung eine gewisse Grenze gesetzt sein könnte: Nehmen wir z. B. an, die Bewegungen einer großen Zahl von Körpern erfolgte durchweg in der Weise, daß wir sie, üblicher Bezeichnung nach, durch Anziehungskräfte bestimmt denken könnten. Und zwar sei die zwischen gewissen Körperpaaren bestehende Anziehungskraft dem Quadrate, zwischen andern der dritten, zwischen wieder andern der vierten, fünften, sechsten usw. Potenz des Abstandes umgekehrt proportional. Hier könnten wir, von den zahlreichen Details absehend, als ein umfassendstes Gesetz eben dies konstatieren, daß überall Anziehungskräfte bestehen, die irgend einer Potenz der Entfernung direkt oder umgekehrt proportional sind. Dieser Satz würde zufolge seiner Unbestimmtheit nicht mehr genügen, um das Geschehen eindeutig zu bestimmen. Soll daher durch das oder die Wirklichkeits-Gesetze das Geschehen als Funktion des jeweiligen Verhaltens eindeutig bestimmt sein, so werden wir als Gesetz des Geschehens eine speziellere, alle jene besonderen Exponenten im Detail aufführende Aufstellung zu bezeichnen haben. Und ohne Zweifel haben wir hierin die zutreffendere und zweckmäßigere Fixierung des Gesetzesbegriffes. Die Einfachheit und die gesetzliche Ordnung gerade des Geschehens würde hier auseinanderfallen. Aber gerade die gesetzmäßige Ordnung des Geschehens ist als die unerläßliche Bedingung für ein Wirklichkeits-Erkennen von so überragender Bedeutung und demgemäß auch für den Begriff des Gesetzes so sehr in erste Linie zu stellen, daß man nicht daran denken würde, zu sagen, das Geschehen sei hier keiner vollen gesetzmäßigen Ordnung unterworfen. Vielmehr wird es immer zutreffender erscheinen, zu sagen, daß hier die Gesetze des Geschehens von sehr verwickelter Natur seien.

Wenn es, dem Gesagten zufolge, unmöglich ist, eine bestimmte begriffliche Form für die Wirklichkeits-Gesetze rein nach logischen Gesichtspunkten und unabhängig von der Erfahrung festzulegen, so kann nun weiter die Frage erwogen werden, ob nicht auf Grund der Erfahrung sich schließlich eine ganz bestimmte, wenn auch im Voraus nicht angebbare Form der Wirklichkeits-Gesetze ergeben müsse, m. a. W. ob nicht bei einem abschließenden und erschöpfenden Stande des Real-Wissens sich naturgemäß und von selbst eine bestimmte Summe

durch gewisse formale Eigentümlichkeiten charakterisierter Sätze absondern werde, deren Bezeichnung als Wirklichkeits-Gesetze dann selbstverständlich und einwandfrei ist. Man wird diese Frage, wie mir scheint, dahin beantworten müssen, daß ein solches Verhalten allerdings sehr denkbar ist, vielleicht als wahrscheinlich gelten darf, daß aber doch wohl nicht mit voller Sicherheit darauf gerechnet werden kann. Es sei hier nochmals an die, wie oben schon berührt, ganz unbegrenzte Mannigfaltigkeit von Formen erinnert, in denen die Wirklichkeit Regelmäßigkeiten und Ordnungen darbieten könnte, und in denen demgemäß die solche Ordnungen ausdrückenden Sätze sich darstellen würden. Bei der ganz unabsehbaren Vielgestaltigkeit formaler Bildungen, mit der von vornherein zu rechnen ist, könnte es doch recht wohl auch sein, daß jede derartige Abgrenzung als eine einigermaßen willkürliche sich darstellt. Eine Grenzziehung, die gewisse logische Formen aus dem Gesetzesbegriffe ausschließt, wird überdies um so mehr als eine willkürliche erscheinen, wenn wir uns klar machen, daß wir bei andern Wirklichkeits-Gestaltungen gerade diese Formen als endgültige Gesetze in Anspruch zu nehmen genötigt sein könnten.

Berühren wir hier schließlich noch kurz einen Gedanken, den man, wenn ich nicht irre, öfter zu einer strengeren Festlegung des Begriffes der Wirklichkeits-Gesetze heranzuziehen versucht hat. Er knüpft an die schon oben kurz berührten Verhältnisse jenes methodischen Fortschrittes an, durch den wir zu den Wirklichkeits-Gesetzen gelangen, und besteht darin, in ihnen die *letzten* Sätze zu erblicken, zu denen wir, immer in dieser bestimmten Richtung fortschreitend, gelangen können. Es kann scheinen, als ob sich hierdurch das, was wir als Wirklichkeits-Gesetze in einem höchsten und endgültigen Sinne in Anspruch nehmen könnten, in einer ganz strengen Weise fixieren müßte. Allein bei dieser Erwägung ist doch stillschweigend von einer irrtümlichen Voraussetzung ausgegangen. Allerdings versteht sich, daß der Fortschritt zu immer allgemeineren und einfacheren Sätzen irgendwo einen Abschluß finden muß und nicht ins Unbegrenzte fortgesetzt werden kann. Es versteht sich aber nicht von selbst, daß sich für diesen Abschluß gerade ein ganz bestimmter Punkt als der selbstverständlich und einwandsfrei fixierte ergibt. Vor allem aber ist zu beachten, daß von einer viel zu einfachen und schematischen Vorstellung in Betreff der Gestaltung und des Zusammenhanges unserer Real-Urteile ausgegangen ist. Eine eindeutige Bestimmung des als Gesetz zu Bezeichnenden würde sich hieraus doch nur dann ergeben, wenn der Fortgang vom Einzelnen zum Allgemeinen ein ganz bestimmtes, überall gleichartiges Verfahren darstellte, so etwa, wenn wir eben dasselbe, was zunächst für eine kleinere Gesamtheit realer Gebilde (Vorgänge, Verhaltungsweisen usw.) behauptet wird, dann auf größere Gesamtheiten ausdehnten, die außer jenen noch eine Anzahl weiterer ähnlicher Elemente umfaßten. Gerade dies aber ist ja meist nicht der Fall. Von den Sätzen beschränkter Allgemeinheit, zu denen wir zunächst gelangen, unterscheiden sich die endgültigen Gesetze zumeist nicht nur dadurch, daß sie sich auf eine ausgedehntere Gesamtheit erstrecken, sondern vor allem auch dadurch, daß sie von diesen Elementen etwas ganz anderes aussagen. Diejenigen Aussagen dagegen, die in jenen Sätzen von einer beschränkten Gesamtheit gemacht werden, lassen sich auf größere oder völlig unbegrenzte meist gar nicht ausdehnen. Figürlich gesprochen gleicht daher die ganze Verfahrungsweise nicht dem Fortgange auf einem bestimmten Wege. Vielmehr bietet sie, wenn wir uns dieses Vergleiches bedienen dürfen, das Bild einer Fülle verschiedenartiger Wege, von denen die einen weiter, andere weniger weit führen, wobei aber auch die letzteren ihre bestimmten, nicht überschreitbaren Endpunkte finden. Hiernach wird aber die Entscheidung darüber, was als Gesetz zu bezeichnen sei, doch nur auf eine vergleichende Erwägung der sehr mannigfachen, sich in dieser Weise ergebenden Satzformen stützen können. Und wenn auch zuzugeben ist, daß wohl immer gewissen Formen in dieser Hinsicht eine extreme Stellung zukommen dürfte, so wird die Entscheidung doch von einer Reihe vergleichender Erwägungen abhängen müssen, für die sich ein ganz fester Anhaltspunkt nicht geben läßt.

Nach all dem gelangen wir somit zu dem Ergebnis, daß eine völlig scharfe Abgrenzung dessen, was als Wirklichkeits-Gesetze zu bezeichnen ist, eben das also, was wir früher die zirkumskripte Natur dieser Gesetzmäßigkeit genannt hatten, einigermaßen zweifelhaft ist, jedenfalls nicht mit Sicherheit behauptet werden kann. Und zwar gilt dies gleichermaßen, mögen wir nun die Frage im Hinblick auf den im alltäglichen Denken festgelegten oder mit Bezug auf einen zweckmäßig zu suchenden oder zu bildenden Begriff des Wirklichkeits-Gesetzes erwägen.

Unsere Betrachtung des Gesetzesbegriffes ist etwas weitschichtig geworden, konnte aber bei der Wichtigkeit und den mannigfaltigen Beziehungen des Gegenstandes nicht wohl kürzer gestaltet werden. Doch wird es nun zweckmäßig sein, die Hauptresultate, zu denen wir gelangten, nochmals in kurzem Ueberblick zusammenzustellen.

Der Begriff des Wirklichkeits-Gesetzes besitzt keine spezifische Bedeutung, d. h. keine, die als endgültig und nicht weiter erläuterbar in Anspruch genommen werden könnte. Er bezieht sich vielmehr auf die formalen Verhältnisse des Urteilsbaues: *die Wirklichkeits-Gesetze sind eine Summe durch gewisse formale Eigentümlichkeiten ausgezeichneter Real-Urteile.* Demgemäß besteht denn auch die gesetzmäßige Ordnung, die sich als unerläßliches Erfordernis jeder über die unmittelbar gegebenen Selbsterfahrungen hinausgehenden Wirklichkeits-Vorstellung herausgestellt hatte, in den *logischen* Zusammenhängen der in ihr enthaltenen einzelnen Real-Urteile. Zu jenen formalen Eigentümlichkeiten gehört in erster Linie eine besonders weitgehende *Allgemeinheit*, sodann aber auch eine gewisse *Vereinfachung*, wie sie durch

den Verzicht auf die Darstellung unübersehbarer Einzelverhältnisse erreicht werden kann. Entsprechend stellt sich jener Zusammenhang vor allem als die Unterordnung des Einzelnen unter allgemeine Zusammenfassungen dar. In Bezug auf die genauere begriffliche Form jener Sätze läßt sich als Ergebnis logischer Erwägungen nur das ableiten, daß sie ein Gesetz des Geschehens enthalten, d. h. das Geschehen jedes Augenblicks als Funktion des in dem gleichen Augenblicke bestehenden Verhaltens eindeutig bestimmen müssen. Dies ist die Forderung des Kausal-Prinzips, die eine unerläßliche Voraussetzung des Wirklichkeits-Erkennens ist. Abgesehen hiervon hängt es dagegen durchaus von der besonderen Gestaltung der Wirklichkeit und unserer Erfahrungen ab, von welcher Art und welcher begrifflichen Form die tatsächlich gegebenen Gleichartigkeiten und die sie ausdrückenden allgemeinen Sätze sind.

Auf dieser Grundlage dürfen wir mit Sicherheit behaupten, daß solche allgemeine Sätze wenigstens in relativ einfacher Form nur so erhalten werden können, daß ihre Gesamtheit das Wirklichkeits-Verhalten nicht erschöpfend bestimmt, vielmehr eine weit größere Mannigfaltigkeit anderer Gestaltungen zuläßt, die, wiewohl nicht verwirklicht, doch den Gesetzen konform sind: die Gesetzmäßigkeit ist eine involvente. Hiermit ist zugleich auch die Berechtigung der oben angeführten Unterscheidung nomologischer und ontologischer Wirklichkeits-Bestimmungen gegeben.

Als mehr oder weniger wahrscheinlich darf es ferner vielleicht gelten, daß ein fortschreitendes Wirklichkeits-Erkennen uns zur Aufstellung von Sätzen jener vorhin erwähnten allgemeinsten Form führen wird, die durch den Mangel aller konkreten Bestimmungen in formaler Hinsicht ein gewisses Extrem darstellt. Allein wir haben hierin kein logisches Postulat zu erblicken, und auch die Wahrscheinlichkeit, die sich in dieser Hinsicht aus der tatsächlichen Gestaltung unseres empirischen Wissens entnehmen läßt, werden wir nicht gar zu hoch veranschlagen dürfen. Auch darauf endlich, daß bei einem abgeschlossenen und erschöpfenden Wirklichkeits-Erkennen eine bestimmte Summe allgemeiner Sätze sich nach Maßgabe ihrer formalen Eigentümlichkeiten als Gesetze scharf und ohne Willkür abgrenzt, können wir nicht mit voller Sicherheit rechnen. Denkbar erscheint vielmehr auch wohl, daß ein erschöpfendes Real-Wissen allgemeine Aufstellungen sehr mannigfaltiger und vielfach abgestufter Art aufweisen oder wenigstens gestatten würde, so daß die Abgrenzung einer solchen Gruppe nicht oder doch nicht ohne Willkür möglich sein würde.

Daß, wie vorher schon bemerkt wurde, die Behandlung des Gesetzesbegriffes und der mit ihm zusammenhängenden Probleme an dieser Stelle noch keine ganz abschließende sein kann, tritt nach den obigen Erörterungen noch deutlicher hervor. So wird namentlich an späterer Stelle zu zeigen sein, durch welchen begrifflichen Bau die Ge-

setze den beiden hier hervorgehobenen Kriterien der Allgemeinheit und der Involvenz genügen. Auch die begriffliche Form der Gesetze des Geschehens, die wir hier zunächst dahin angegeben haben, daß sie die in einem Augenblicke stattfindenden Veränderungen als Funktion des jeweiligen Verhaltens eindeutig bestimmen, wird dort noch eine genauere Präzisierung zu finden haben. Nicht minder wird die vorhin berührte Anschauung, nach der die Wirklichkeits-Gesetze den Endpunkt eines bestimmten methodischen Fortschreitens darstellen sollten, nach Grund und Berechtigung des Genaueren zu prüfen sein. Endlich versteht sich, daß, wenn wir auch auf Grund formaler Merkmale einen ganz präzisen Begriff des Wirklichkeits-Gesetzes nicht festlegen können, doch eine detaillierte Betrachtung formaler Verhältnisse in dieser Hinsicht mancherlei Beachtenswertes lehrt, und namentlich auch eine Charakterisierung von Sätzen gestattet, die, wiewohl in formalem logischem Sinne allgemein, doch den Wirklichkeits-Gesetzen sicher nicht zuzurechnen sind. Auch hierauf werden wir an späterer Stelle zurückzukommen haben.

Gelangen wir zu dem Ergebnis, daß den Wirklichkeits-Gesetzen ein besonderer, sie streng und eigenartig charakterisierender Sinn nicht zukommt, und daß es auch zweifelhaft ist, ob sie sich in einer präzisen Weise abgrenzen, müssen wir, wie es oben formuliert wurde, ihre spezifische Bedeutung unbedingt verneinen, die zirkumskripte Natur der der Wirklichkeit eigenen Gesetzmäßigkeit als mindestens zweifelhaft bezeichnen, so wird sich nun die Frage erheben, wie dies mit der Bedeutung jener oben erwähnten Betrachtungen zu vereinbaren ist, die auf dieser Beschaffenheit der Wirklichkeits-Gesetze zu beruhen und sie vorauszusetzen scheinen. Sahen wir doch, daß eine große Zahl unzweifelhaft bedeutungsvoller Erwägungen sich auf den Begriff des Möglichen als dessen, was den Wirklichkeits-Gesetzen konform ist, des Notwendigen als dessen, was von den Wirklichkeits-Gesetzen gefordert wird, stützt. Diese Begriffe selbst und die sich ihrer bedienenden Erwägungen sind vollkommen deutlich und einwandsfrei unter Voraussetzung einer spezifischen und zirkumskripten Beschaffenheit der Wirklichkeits-Gesetze, erscheinen dagegen mehr oder minder in Frage gestellt, wenn wir diese nicht mehr voraussetzen dürfen.

Erledigen wir zunächst dasjenige Bedenken, das sich an den Mangel einer spezifischen Bedeutung zu knüpfen scheint. Besitzen die Wirklichkeits-Gesetze nur eine formal-empirische Bedeutung, sind sie also allgemeine Sätze, die das Verwirklichte als besonderen Fall einschließen, so ist das Mögliche, das ihnen Konforme, lediglich etwas, was in gewissen Hinsichten mit dem Verwirklichten übereinstimmt oder ihm gleichartig ist. Bei dieser Auffassung darf man mit einigem Recht fragen, was den Anlaß gibt, uns mit dem Möglichen zu befassen, und aus welchem Grunde es uns von Interesse ist, ob irgend ein gedachtes Verhalten in diesen oder in irgend welchen anderen Beziehungen mit dem Verwirklichten übereinstimmt oder von ihm abweicht. Ebenso kann man wohl die Frage aufwerfen, welches Interesse

sich eigentlich an die Erwägungen darüber knüpft, was unter irgend welchen nicht verwirklichten Bedingungen den Gesetzen des Geschehens zufolge sich hätte ereignen müssen usw. Diese Schwierigkeiten lösen sich, sobald wir die Verhältnisse unseres Wirklichkeits-Erkennens etwas genauer ins Auge fassen. Wir müssen zunächst bedenken, daß die Wirklichkeits-Gesetze ein Gebiet darstellen, das im Vergleich zu der unübersehbaren Detailfülle des durch sie nicht Bestimmten relativ beschränkt ist, und dessen erschöpfende Kenntnis wenigstens nicht völlig ausgeschlossen erscheint, sondern angestrebt werden kann. Hieraus ergibt sich sogleich, daß all das, was wir durch keine allgemeine Regel ausschließen können, was den Wirklichkeits-Gesetzen konform ist, auch im Fortgange der Erfahrung für uns immer wieder in Frage kommt, daß, wie wir es kurz ausdrücken können, das im nomologischen Sinne Mögliche auch für das s u b j e k t i v Mögliche zwar keineswegs allein bestimmend, aber doch von höchster Bedeutung ist.

Es ist ferner zu beachten, daß bei einem unfertigen Stande unseres Erfahrungswissens ja auch die Wirklichkeits-Gesetze nur unvollständig und ungenau bekannt sind. Ist dies der Fall, so wird jede Angabe darüber, was unter gewissen Bedingungen den Wirklichkeits-Gesetzen zufolge geschehen w ä r e , als eine, wenn auch unvollkommene, doch keineswegs wertlose Charakterisierung der Gesetze selbst sich darstellen und hierin ihre Bedeutung finden. Man bestätigt leicht, daß wir von Sätzen dieser Art eben die Anwendungen machen können und machen, die wir auch von den Gesetzen des Geschehens machen würden, wenn diese in strengerer Weise bekannt wären. Daß der Kranke nicht gestorben, die Brücke nicht eingestürzt wäre, wenn die bedingenden Umstände sich in diesem oder jenem Punkte anders verhalten hätten, das ist uns von Bedeutung, weil wir die Beurteilung anderer ähnlicher Fälle darauf stützen können. Aussagen solcher Art können wir also geradezu als unvollkommene und provisorische Darstellungen der Gesetze des Geschehens bezeichnen. Besäßen wir in dem betreffenden Gebiete eine genaue und sichere Kenntnis dieser Gesetze, so würde solchen Erwägungen in der Tat auch kein Interesse mehr zukommen. Können wir also den Wirklichkeits-Gesetzen eine spezifische Bedeutung im transzendenten Sinne nicht zubilligen, so kommt ihnen doch nach Maßgabe ihrer Erkennbarkeit und der ganzen Rolle, die sie im Zusammenhange unseres Wirklichkeits-Denkens spielen, eine Bedeutung zu, die die Anwendung, die wir von ihnen machen und den Wert, den wir auf diese Anwendung legen, durchaus verständlich erscheinen läßt.

Etwas eingehender müssen wir uns mit denjenigen Bedenken befassen, die sich aus der nicht zirkumskripten Natur der Gesetzmäßigkeit zu ergeben scheinen. Und wir gelangen hiermit zu einem Punkt, der nicht ohne Wichtigkeit ist, weil wir erst hier einen vollkommen deutlichen Einblick in eine Reihe von Bedingungen bekommen,

denen die Anwendung jener in unserem Denken eine so große Rolle spielenden Begriffe tatsächlich unterworfen ist. Wir müssen zunächst bedenken, daß, wenn wir auch den Umfang des durch Wirklichkeits-Gesetze Fixierten nicht sicher abgrenzen können, wir jedenfalls einen Kreis von Sätzen angeben können, den die Wirklichkeits-Gesetze jedenfalls enthalten müssen. Dies sind die Gesetze des Geschehens. Dem Kausal-Prinzip zufolge muß jedenfalls durch allgemeine Sätze eindeutig bestimmt sein, was in der Folge geschieht, wenn das gegenwärtige Verhalten irgend ein bestimmtes ist. Erinnern wir uns nun der oben berührten Anwendungen, die wir von dem Begriffe der Wirklichkeits-Gesetze und den zugehörigen machen, so bemerken wir, daß sie sich in erster Linie auf die Gesetze des Geschehens stützen. Sie sind demgemäß auch zunächst nur davon abhängig, daß wir uns alles Geschehen im Sinne des Kausal-Prinzips als ein gesetzmäßig fixiertes denken dürfen. So wenn wir erwägen, welches der Gang der Dinge bei irgend welchen gedachten (nicht verwirklichten) Bedingungen gewesen wäre. So auch, wenn wir von der Möglichkeit sprechen, die ein generell bezeichnetes Verhalten für einen bestimmten Erfolg darstellt u. dgl. Nicht minder können wir einen Vorgang, der einem uns bekannten Gesetze des Geschehens widerspricht, einwandsfrei als unmöglich bezeichnen. Daneben gibt es nun freilich auch andere Betrachtungen, bei denen die G e s a m t h e i t der Wirklichkeits-Gesetze ins Spiel kommt, und denen also die sichere Grundlage zu fehlen scheint, wenn es fraglich ist, ob von einer solchen, als einer fest bestimmten, die Rede sein kann. Erwägen wir die Möglichkeit irgend eines Verhaltens, so wird es nicht darauf ankommen, ob es irgend einem Teil der Wirklichkeits-Gesetze, sondern darauf, ob es ihnen in toto konform ist. Und auch wenn wir z. B. fragen, ob ein Erfolg unter irgend welchen generell bezeichneten Bedingungen möglich ist, würde dies des Interesses ermangeln, wenn wir dabei lediglich die Gesetze des Geschehens im Auge hätten, und die Frage auf Gestaltungen der bedingenden Umstände erstreckten, die ihrerseits durch irgend welche andere Wirklichkeits-Gesetze ausgeschlossen wären. Auch bei diesen Erwägungen wird also immer stillschweigend vorausgesetzt, daß die Verhaltungsweisen, die jener generelle Begriff bezeichnet, durchweg in dem prägnanten, auf die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze bezüglichen Sinne möglich sind. — Müssen wir hiernach anerkennen, daß diese Betrachtungen mit einem Begriff operieren, dessen scharfe Abgrenzbarkeit mindestens zweifelhaft ist, so wäre es doch sehr unrichtig, wenn wir daraus folgern wollten, daß sie überhaupt wert- und nutzlos sind. Auch der Begriff „Rot“ ist ein unbestimmter. Daher rührt es, daß wir in manchen Fällen die Frage, ob ein Körper rot sei, d. h. ob wir die ihm eigene Farbe dem Begriffe Rot noch zurechnen sollen oder nicht, als unentscheidbar ablehnen müssen. Gleichwohl können wir uns dieses Begriffes doch sehr vielfach mit

Nutzen und ohne Unsicherheit bedienen, da es zahlreiche Objekte gibt, von denen er, selbst wenn wir ihn im engsten Sinne nehmen, einwandsfrei ausgesagt, andere von denen er, selbst wenn wir ihn möglichst weit nehmen, unbedenklich verneint werden kann. Ist die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze keine bestimmt abzugrenzende, so wird die Frage, ob irgend ein Verhalten ihnen konform sei, nicht immer eine bestimmte Beantwortung gestatten. Aber wir werden, ungeachtet jener Unbestimmtheit, ein Verhalten möglich nennen dürfen, sofern es den Wirklichkeits-Gesetzen konform ist, selbst wenn wir diese im weitesten, irgend in Frage kommenden Sinne nehmen. Auf den ersten Blick wird es zweifelhaft erscheinen, ob wir tatsächlich irgendwo in die Lage kommen, von einer Möglichkeit in diesem Sinne zu reden. Eine genauere Erwägung zeigt aber, daß dies doch der Fall ist. Und zwar sind es hauptsächlich zwei Fälle, die hier in Betracht kommen. Der eine, minder wichtige, besteht darin, daß wir gänzlich fingierte Bedingungen ins Auge fassen, die so einfach gestaltet sind, daß wir sie in erschöpfender Weise übersehen und von denen wir selbst auf Grund einer unsicheren Kenntnis der Wirklichkeits-Gesetze anzunehmen uns berechtigt halten, daß sie mit ihnen im Einklang sind. Dies ist der Fall, wenn wir ein physikalisches Gesetz, wie das Anziehungsgesetz, auf einfach gedachte Verhältnisse anwenden, etwa berechnen, wie sich jenen Gesetzen zufolge zwei Weltkörper von bestimmten Massen bei einer bestimmten Anfangsanordnung bewegen. Eine Betrachtung dieser Art wird nicht zu beanstanden sein, da wir wohl mit einiger Sicherheit übersehen können, daß die Wirklichkeits-Gesetze, welcher Art sie auch seien, und auch wenn wir sie im weitesten Sinne nehmen, Bedingungen dieser Art nicht ausschließen werden [1]).

Der bei weitem wichtigere andere Fall besteht darin, daß wir Verhaltungsweisen in Betracht ziehen, die in unmittelbarem Anschluß an das tatsächlich Verwirklichte, als eine bestimmte Abänderung desselben gedacht sind. Von solchen dürfen wir unter Umständen in der Tat mit Sicherheit annehmen, daß sie selbst bei weitester Fassung der Wirklichkeits-Gesetze mit ihnen nicht in Widerspruch sind. Es wird dies namentlich da der Fall sein, wenn die Wirklichkeit die sehr zahlreiche Wiederholung von Fällen bietet, die in gewisser Hinsicht gleichartig sind, in gewissen Beziehungen aber variieren, und zwar so, daß eine Reihe individueller Verhaltungsweisen zwar überall innerhalb eines begrenzten Bereiches liegen, innerhalb dieses aber in einer regellosen Weise wechseln. Hier zeigt uns die vergleichende Betrachtung der Fälle direkt ein Gebiet von Wirklichkeits-Bestimmungen, das einer an-

[1]) Man kann überdies bemerken, daß Betrachtungen dieser Art in erster Linie in der Absicht angestellt werden, ein bestimmtes Gesetz zu erläutern und zu verfolgen, so daß die Frage, ob etwa die zugrunde gelegten Bedingungen irgend einem andern Gesetze widersprechen und in strengerem Sinne unmögliche sind, nicht einmal von hervorragender Bedeutung ist.

gebbaren Regel nicht unterworfen, das anomischer Natur ist. Ziehen wir nun Fälle in Betracht, die sich in jeder Hinsicht zwischen die tatsächlich verwirklichten einreihen, so dürfen wir annehmen, daß sie in keiner aus einer allgemeinen Regel abzuleitenden Weise von der Wirklichkeit differieren, daß sie auch bei der weitesten Fassung des Gesetzes-Begriffes als möglich zu bezeichnen sein werden. Ganz ebenso wird, wenn wir aus einer großen Anzahl tatsächlich verwirklichter Fälle einen generellen Begriff bilden, dieser eine gewisse Gesamtheit durchweg als möglich zu bezeichnender Verhaltungsweisen umfassen; und es wird somit auch korrekter Weise erwogen werden können, ob und welche Möglichkeiten er den Gesetzen des Geschehens zufolge für einen bestimmten Erfolg darstellt.

Durch die Unbestimmtheit, die dem Begriffe der Wirklichkeits-Gesetze anhaftet, werden also die uns hier beschäftigenden, an ihn anknüpfenden Betrachtungen zwar keineswegs wertlos gemacht; wohl aber wird ihre Zulässigkeit in gewisser Weise begrenzt und an beschränkende Bedingungen geknüpft. Diese Einschränkungen decken sich nun aber ganz genau mit denjenigen, die auch ein durch keine theoretischen Erwägungen geleiteter Eindruck ohne Weiteres als erforderlich herausgestellt hat, und die einzuhalten wir gewohnt sind. Wir erwägen wohl, was geschehen wäre, wenn ein Kranker, statt mit Chinin, mit Antipyrin behandelt worden wäre, wenn ein Schuß, der tatsächlich fehl ging, getroffen hätte. Die Frage dagegen, wie sich die wirtschaftlichen Verhältnisse gestaltet hätten oder gestalten würden, wenn Amerika in seiner ganzen Ausdehnung tropisches Klima hätte, empfinden wir unmittelbar als bedeutungslos und illusorisch. Und wenn wir diejenigen Fragestellungen, die uns als berechtigt erscheinen, des Genaueren prüfen, so können wir überall bestätigen, daß sie auf der soeben besprochenen Grundlage beruhen. Wir können wohl nach den Folgen gedachter Verhaltungsweisen fragen; aber wir müssen uns bei solchen Fiktionen auf Modifikationen des tatsächlich Verwirklichten beschränken, die von gleicher Art und gleichem Betrage sind, wie wir sie in andern Fällen verwirklicht sehen, deren Ausschließung durch eine allgemeine Regel daher nicht wohl denkbar erscheint. Wir können die Möglichkeit erwägen, die ein generell bezeichnetes Verhalten für einen Erfolg darstellt. Aber es wird dies nur dann zulässig sein, wenn der allgemeine Begriff aus einer Mannigfaltigkeit in regelloser Weise differierender Einzelfälle abstrahiert ist, so daß wir den ganzen Bereich der von ihm umfaßten Verhaltungsweisen als einen mit den Wirklichkeits-Gesetzen vereinbaren betrachten dürfen. Dagegen würden wir z. B. die Aufgabe, in ganz allgemeiner Weise den Umfang des Möglichen anzugeben, als eine, deren strenge Lösbarkeit durchaus dahinsteht, ablehnen müssen.

Können wir von dem Begriff der Wirklichkeits-Gesetze, trotzdem seine völlig scharfe Abgrenzbarkeit zweifelhaft ist, eine Reihe wert-

voller Anwendungen machen, so beruht dies, wie wir zusammenfassend sagen können, darauf, daß wir einerseits ein Gebiet kennen, das sicher innerhalb, anderseits aber auch eines, das sicher außerhalb seines Bereiches liegt. Das erste sind die Gesetze der Geschehens; das andere sind die abgestuften Verhaltungsweisen, in denen wir eine große Zahl von gleichartigen Fällen regellos differieren sehen. Auch im Folgenden darf und soll daher der Begriff der Wirklichkeits-Gesetze festgehalten und verwendet werden, ebenso die damit zusammenhängenden Begriffe, namentlich der der Notwendigkeit und Möglichkeit, ferner auch die Unterscheidung der nomologischen und ontologischen Wirklichkeits-Bestimmungen. Daß alle diese Begriffe in gewisser Richtung sich vermutlich nicht ganz scharf abgrenzen lassen, wird dabei im Auge zu behalten sein; daß aber ihre Bedeutung dadurch keineswegs aufgehoben wird, geht schon aus den obigen Ausführungen hervor, und wird sich auch im Weiteren bestätigen.

Es bleibt uns übrig, uns hier noch mit einigen Begriffen zu beschäftigen, die mit den soeben behandelten Problemen in nahem Zusammenhange stehen. Obgleich wir dabei zum Teil genötigt sind, vorhin Ausgeführtes mit geringen Modifikationen zu wiederholen, so kann doch auf diese Erörterungen hier nicht wohl verzichtet werden, weil es sich gerade darum handelt, zu zeigen, daß jene Begriffe in bestimmter Weise auf den der Wirklichkeits-Gesetze zurückgeführt werden können und müssen. Von diesen Begriffen können wir am einfachsten den erledigen, der schon durch seine generelle Bedeutung in gewisser Weise auf den des Gesetzes hinweist und demgemäß auch ohne Schwierigkeit mit ihm in Verbindung gebracht werden kann, den der K r a f t, in demjenigen Sinne, in dem dieses Wort in der theoretischen Naturwissenschaft gemeint und verwendet wird.

Wir werden die Aussage, daß einem Körper eine gewisse Kraft zukommt, oder daß zwischen zwei Körpern eine Anziehungskraft von bestimmter Größe stattfinde u. dgl., lediglich als einen Ausdruck für ein bestimmtes Veränderungsgesetz zu betrachten haben. Auch ist deutlich, daß es sich hier um eine Auffassung oder Bezeichnung handelt, die auf Grund ganz derselben Erwägungen und in ganz demselben Sinne zulässig ist, wie wir früher schon angängig fanden, jedem gegenwärtigen Verhalten die Befähigung zur Erzeugung des folgenden zuzuschreiben, eine aus dem Gedanken der Chronogenese hervorgehende und auf ihm beruhende Betrachtungsweise. Ganz entsprechend dem dort Ausgeführten ist auch hier zu beachten, daß wir uns dann und nur dann auf den Boden transzendenter Fragestellungen begeben würden, wenn wir glaubten, noch ermitteln zu sollen, worin eine solche Kraft bestehe, wie sie wirke u. dgl. [1]).

[1]) Uebrigens mag bemerkt werden, daß es ganz von der formalen Natur der Veränderungsgesetze abhängt, ob sie eine solche Darstellung nach bestimmten, den einzelnen Körpern zukommenden Kräften zulassen. Wir können uns, wie

Die hier entwickelte Auffassung des Kraftbegriffes ist natürlich sehr wohl vereinbar mit der, namentlich von P l a n c k betonten Tatsache, daß wir seinen Ursprung (im psychologischen Sinne) in dem subjektiven Begriffe der Kraft zu suchen haben, in dem Gefühl derjenigen Anstrengung, die wir aufwenden müssen, um eine Masse in Bewegung zu setzen, einen Widerstand zu überwinden usw. Aber ganz ähnlich wie die sinnlichen Qualitäten kann auch dieser Kraftbegriff in einer theoretisch gedachten Wirklichkeits-Vorstellung keinen Platz finden. Und ganz ähnlich wie die wahrgenommenen räumlichen oder zeitlichen Anordnungen werden die subjektiv wahrnehmbaren Verhältnisse von Kräften, Widerständen usw. durch andere ihnen mehr oder weniger nahe kommende, aber sich mit ihnen nicht deckende zu ersetzen sein. Demgemäß ist denn auch besonders zu betonen, daß die Kräfte, von denen wir im Sinne der theoretischen Physik sprechen, ebensowenig als die räumlichen Anordnungen etwas darstellen, was als ein unmittelbar Wahrnehmbares unserer Wirklichkeits-Vorstellung zur endgültigen Grundlage dienen könnte.

Die Auffassung des Kraftbegriffes, zu der wir gelangen, steht auch der von K i r c h h o f f vertretenen nicht fern, der zufolge wir in der Kraft lediglich eine kurze Bezeichnung für die Beschleunigungen zu erblicken haben. Nur trifft dies, wie beachtet werden muß, nur für den Fall zu, daß das Beharrungsgesetz gilt, und daß die Beschleunigungen sich aus einer Reihe von Einzelposten ergeben. Denkbar sind auch Bewegungsgesetze anderer Art, und es könnte sein, daß damit sich auch der Kraftbegriff ändern oder auch ganz in Wegfall kommen würde. Namentlich aber muß betont werden, daß wir nicht Anlaß haben würden, die Beschleunigungen als Kräfte zu bezeichnen, wenn die Mechanik wirklich, wie es Kirchhoffs Meinung war, lediglich eine Beschreibung tatsächlich stattfindender Bewegungen enthielte. Daß wir den Beschleunigungen und den sie bestimmenden Anordnungen eine Bedeutung zuschreiben, die sich dem ursprünglichen populären und subjektiven Kraftbegriffe in gewisser Weise annähert, und daß wir daher auch hier von Kräften zu sprechen uns gewöhnt haben, beruht vielmehr durchaus darauf, daß wir auch hier überall erwägen können, wie ein Körper sich bewegen würde, wenn er sich selbst überlassen wäre, mithin darauf, daß die Mechanik auch nicht verwirklichte Fälle mit umfaßt, daß sie Bewegungs - G e s e t z e enthält und ausspricht. Der Begriff der Kraft läßt sich von dem des Bewegungs-Gesetzes nicht trennen, wenn wir nicht eben das aus ihm eliminieren wollen, was seinen Zusammenhang mit dem vulgären Kraftbegriff ausmacht und worauf Grund und Berechtigung beruht, dieses Wort hier

unten noch zu besprechen ist, recht wohl auch Formen von Bewegungsgesetzen denken, bei denen dies nicht der Fall ist, bei denen z. B. die Beschleunigungen der einzelnen Körper sich als eine Funktion der jeweiligen Konfiguration m e h r e r e r anderer darstellen, nicht aber durch die algebraische Zusammenfügung einzelner Posten ergeben, deren jeder einem bestimmten anderen Körper entspricht. Es wäre verkehrt, die Zulässigkeit solcher Formen von Bewegungsgesetzen deswegen zu bestreiten, weil wir hier die den einzelnen Körpern zukommenden Kräfte anzugeben respektive das Bewegungsgesetz in solche aufzulösen nicht imstande sind.

in Anwendung zu bringen. Wenn die Gesetze der Bewegung in bestimmten Formen gegeben sind, können wir zutreffend und im Anschlusse an den ursprünglichen Kraftbegriff gewisse, in ihnen figurierende Beträge als Kräfte bezeichnen. Durch die grundsätzlich Vermeidung des Gesetzesbegriffes (worauf wir an späterer Stelle noch zurückkommen) ist bei Kirchhoff auch die Betrachtung und Darstellung des Kraftbegriffes mit einer gewissen Unzulänglichkeit behaftet.

Auf größere Schwierigkeiten stoßen wir bei den Begriffen der *Verursachung*, des *ursächlichen Zusammenhanges* und des *Wirkens*. Wir verwenden sie, alltäglichen Denkgewohnheiten gemäß, in der Darstellung konkreter Fälle und sprechen davon, daß ein Ereignis durch diesen oder jenen Umstand verursacht oder bewirkt sei usw. Es ist bekannt, daß man versuchen kann, alle diese Begriffe auf den der Wirklichkeits-Gesetze, insbesondere der Gesetze des Geschehens, zurückzuführen, nicht minder freilich, daß diese Auffassung stets gewissen Bedenken und Beanstandungen begegnet ist. Ueberall läuft sie darauf hinaus, daß wir uns das Wirklichkeits-Verhalten in einem früheren Zeitpunkt, die „Bedingungen", in einer bestimmten Weise, eben durch Wegdenkung desjenigen, nach dessen ursächlicher Bedeutung gefragt wird, abgeändert denken und fragen, welche Aenderung des „Erfolges", d. h. des Verhaltens, in einem späteren Zeitpunkt, den Gesetzen des Geschehens gemäß, dem entsprochen hätte. Ich will diese Art der Betrachtung, für die eine kurze technische Bezeichnung wünschenswert ist, eine *Differenz-Betrachtung* nennen. Als allein zulässig und ohne weiteres einleuchtend kann diese Deutung wohl da gelten, wo wir von ursächlichen Momenten, von der ursächlichen Bedeutung eines bestimmten Verhaltens, dem ursächlichen Zusammenhange verschiedener Vorgänge u. dgl. reden. Wenn wir sagen, die falsche Weichenstellung habe die Entgleisung des Zuges verursacht, so ist unmittelbar ersichtlich, wie das hiermit Gemeinte auf die Aussage eines gesetzmäßigen Zusammenhanges zurückgeführt werden kann. Es besagt offenbar, daß gemäß den Wirklichkeits-Gesetzen, insbesondere den Gesetzen des Geschehens, jener Erfolg nicht eingetreten wäre, wenn die voraufgehenden Umstände sich in bestimmter Weise anders verhalten hätten. Diese Auffassung wird im Allgemeinen auch ausreichend erscheinen. Namentlich kann es wohl als anerkannt gelten, daß eine Anzahl speziellerer Unterscheidungen, die hier noch gemacht werden können, zum Teil (wie die von Bedingung und Ursache oder die Heraushebung einer Hauptursache) auf Erwägungen subjektiver und sekundärer Natur, zum Teil (wie die von adäquater und zufälliger Verursachung) in letzter Instanz wieder auf die Begriffe der Möglichkeit und des Gesetzes zurückgehen, so daß sich von dieser Seite jedenfalls kein Anlaß ergibt, in den Begriff der Verursachung andersartige Elemente einzuführen. — Anders liegen dagegen die Dinge, wo wir von der Kausalität eines bestimmten Gegen-

standes, namentlich auch z. B. eines Menschen sprechen. Zwar auch wenn A den B getötet hat, läßt sich eine die ursächlichen Verhältnisse angebende Aussage nach dem allgemeinen Schema in den Begriff des gesetzlichen Zusammenhanges auflösen. Sie bedeutet, so genommen, daß unter abgeänderten, und zwar durch das Nicht-Vorhandensein von A veränderten Bedingungen jener Erfolg, den Wirklichkeits-Gesetzen gemäß, nicht eingetreten sein würde. Diese Deutung wird der unbefangenen Ueberlegung zwar nicht als falsch, aber als ungenügend erscheinen. Gewohnten Anschauungen folgend, wird man vielmehr zu behaupten geneigt sein, die Verursachung bedeute hier doch etwas anderes, etwas, was ohne jede Heranziehung gedachter Fälle ausgesagt werden könne und müsse, nämlich die von der handelnden Person tatsächlich ausgeübte *Wirkung*. Und dies scheint nicht nur in den verwickelten Verhältnissen menschlichen Handelns, sondern noch einfacher und greifbarer im Bereiche des Unbelebten zuzutreffen. Bewegen sich die Planeten gewissen Gesetzen gemäß um die Sonne, so können wir doch die von der Sonne auf sie ausgeübten Anziehungen in bestimmter Weise angeben. Es kann auch hier als unzureichend erscheinen, wenn wir die Aussage einer Wirkung, die tatsächlich stattgefunden hat, darauf reduzieren wollen, was den Gesetzen des Geschehens gemäß sich hätte ereignen müssen, wenn der wirkende Gegenstand nicht vorhanden gewesen wäre. So erhebt sich denn vor allem für den Begriff des Wirkens die Frage, ob für ihn nicht noch eine besondere, von dem des Gesetzes unabhängige Bedeutung in Anspruch genommen werden muß.

Es ist nun zunächst nicht schwierig, zu zeigen, daß jeder Versuch, in die Begriffe des Wirkens (und die anderen ähnlicher Art) einen vom Gesetzesbegriff unabhängigen oder über ihn hinausgehenden Sinn zu legen, uns auf das Gebiet des Transzendenten führt, daß der verifizierbare und bedeutungsvolle Sinn dieser Begriffe sich in dem erschöpft, was sie, in der angegebenen Weise auf den des Gesetzes reduziert oder in ihn aufgelöst, bedeuten. Die Ueberlegung, auf die wir uns zu diesem Zwecke zu stützen haben, ist ganz die nämliche, die wir vorhin schon heranzogen, um die Annahme eines spezifischen Sinnes der Gesetze abzulehnen.

Wir können hier wiederum zweckmäßig, wodurch die logischen Verhältnisse besonders durchsichtig hervortreten, von der Fiktion ausgehen, daß wir im Besitze einer idealen (erschöpfenden und überall zutreffenden) Wirklichkeits-Vorstellung wären. Eine solche würde das Wirklichkeits-Verhalten für jeden Zeitpunkt in bestimmter Weise angeben; diese Verhaltungsweisen würden einerseits, namentlich hinsichtlich ihrer zeitlichen Abfolge, durch eine gesetzmäßige Ordnung zusammengehalten sein; sie würden anderseits teils unmittelbar, teils nach Maßgabe eines bestimmten angenommenen Zusammenhanges, der Interpretation, eine Reihe psychischer Erscheinungen in uns selbst

ergeben, in deren Zusammentreffen mit dem von uns tatsächlich Erlebten sie ihre Bedeutung und ihre logische Grundlage finden würden. Auch können wir noch hinzufügen, daß die Real-Urteile sich ja stets eines bestimmten Kreises von Begriffen bedienen müssen, durch die das Verhalten der Wirklichkeit in einem gegebenen Zeitpunkt erschöpfend zu bezeichnen sein würde. Eine Wirklichkeits-Vorstellung dieser Art würde in dem Sinne, in dem davon überhaupt die Rede sein kann, eine abschließende und befriedigende zu nennen sein.

Man sieht nun ohne weiteres, daß wir auf Fragen ohne verifizierbare Bedeutung, auf Scheinfragen geraten, wenn wir zu wissen verlangen, wie das Verhalten des einen Zeitpunktes aus dem des vorangegangenen entstehe. Zwar die allgemeine Anschauung der chronogenetischen Notwendigkeit konnten wir, wie früher gezeigt, als eine unsere ganzen Wirklichkeits-Urteile charakterisierende hervorheben. Jede besondere Aussage aber über die Art und Weise, wie die gesamte Gestaltung eines Zeitpunktes die des folgenden hervorbringt, mußten wir als transzendent ablehnen, da sie die Summe dessen, was die Wirklichkeits-Vorstellung an Erlebbarem oder Erlebtem bedeutet, in keiner Weise ändert. So ist die Frage, worin bei solchem Uebergange die Wirkungen der einzelnen Gegenstände bestanden haben, nur mit Bezug auf diesen Uebergang genommen, genau ebenso transzendent, wie die andere, in welcher Weise eine solche Wirkung zustande gebracht werde. In der Behauptung also, daß bei der zeitlichen Folge der realen Verhaltungsweisen ein Gegenstand eine bestimmte Wirkung ausgeübt habe, können wir als greifbaren Sinn nur den darstellen, der in der angegebenen Weise auf den Begriff der Gesetze des Geschehens zurückgeht; der Versuch, etwas Weiteres hineinzulegen, führt uns auf illusorische Schein-Urteile.

Wenn die Auflösung des Wirkungsbegriffes in den des Gesetzes zunächst immer auf Bedenken stößt, so beruht dies auf einigen besonderen Umständen, die hier mit einigen Bemerkungen zu berühren geboten sein wird. Der Hauptgrund der hier zu überwindenden Schwierigkeit liegt in der dem naiven Bewußtsein überhaupt eigentümlichen Täuschung über die Art unseres Wirklichkeits-Erkennens und über die Begriffe, in denen wir ein objektives Verhalten bezeichnen. Betrachten wir in der Weise eines naiven Realismus die Begriffe, in denen wir ein Wirklichkeits-Verhalten angeben, ganz ohne Weiteres als die an sich ohne jede Rücksicht auf unsere Subjektivität gültige Bezeichnung des Bestehenden, so führt uns dies auch dazu, alles, was in Bezug auf einen konkreten einzelnen Teil der Wirklichkeit angegeben wird, in dem Sinne zu nehmen, daß es eine ausschließlich auf diesen konkreten Fall sich erstreckende und mit alleiniger Beziehung auf ihn endgültig darzulegende Bedeutung haben müsse. Und so sind wir denn auch geneigt, die Aussage eines im konkreten Falle stattfindenden Wirkens als etwas anzusehen, was lediglich auf die Verhältnisse dieses Falles sich bezieht, das Wirken als etwas in concreto Aufweisbares zu nehmen. Dieser Schein

schwindet, wenn wir beachten, daß die Bedeutung der Begriffe, in denen wir das Verhalten der Wirklichkeit angeben, durchweg eine ganz andersartige, eine vermittelte ist. Wir können, streng genommen, überhaupt kein objektives Verhalten angeben, ohne uns einer Anzahl von Begriffen zu bedienen, in deren Bedeutung eine ganze Reihe von Vorstellungen über gesetzmäßige Zusammenhänge mannigfacher Art eingeht. Es liegt daher auch im logischen Sinne weder etwas besonders Auffälliges, noch etwas Exzeptionelles darin, wenn wir auch hier zur Darstellung konkreter Einzelverhältnisse Begriffe verwenden, die sich in einer nicht ganz einfachen Weise auf allgemeine Verhaltungsweisen, gedachte abweichende Gestaltungen usw. beziehen.

Auch hier drängt sich ferner ein Zweifel auf, der dem vorhin mit Bezug auf den Begriff der Möglichkeit erörterten analog ist. Man wird nämlich geneigt sein, zu sagen, wenn die Begriffe des Wirkens in der hier verlangten Weise auf den des Gesetzes zurückgeführt werden, so sei nicht klar, warum wir in die Darstellung der konkreten Vorgänge diese umständlichen und verwickelten Begriffe überhaupt hineinziehen. Ist z. B. im Gebiete des Mechanischen als Bestimmung der konkreten Verhältnisse nichts aufzuweisen, als die Bewegungen der Körper, so sei nicht ersichtlich, weshalb wir nun doch auch die Art ihrer Verursachung, die Beteiligung der Anziehungskräfte usw. überhaupt erwähnen. Soll die Angabe einer von einem Gegenstande ausgeübten Wirkung nichts bedeuten, was sich auf den konkreten Fall bezieht, sondern auf eine Erwägung darüber zurückgehen, was unter anderen nicht verwirklichten Bedingungen, eben den Wirklichkeits-Gesetzen gemäß, sich ereignet hätte, so kann man wiederum fragen, was uns eigentlich veranlaßt, solche fingierten Verhaltungsweisen in Betracht zu ziehen, über sie und das Verhältnis des Realisierten zu ihnen etwas auszusagen oder zu erwägen. — Aehnlich den obigen Betrachtungen erledigt sich dies Bedenken, sobald wir in allgemeinerer Weise die ganze Art unseres Wirklichkeits-Erkennens in Betracht ziehen. Wir müssen beachten, daß gerade die Erfassung der allgemeinen gesetzmäßigen Zusammenhänge von hervorragender Bedeutung ist. Schon dieser Umstand läßt verstehen, daß wir jedes Einzelverhalten unter dem Gesichtspunkt der darin ausgedrückten gesetzmäßigen Zusammenhänge betrachten und seine Beschreibung in Begriffen geben, die ihre Bedeutung in jenen Zusammenhängen finden. Es wird dies selbst dann so sein, wenn wir im Einzelfalle lediglich die Bestätigung eines uns schon bekannten allgemeinen Verhaltens finden[1]). Auch hier wird aber zu beachten sein,

[1]) In manchen Gebieten wird eine solche Darstellung noch durch ganz besondere Umstände begünstigt. Nicht selten nämlich sind die Gesetze des Geschehens von der Form, daß die Aenderungen im Verhalten des einzelnen Objektes sich aus einer Anzahl von Einzelbeträgen zusammensetzen, deren jeder durch das Verhältnis des betreffenden Objektes zu einem bestimmten anderen sich ergibt. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Bewegungen eines Körpers sich durch die von einer Anzahl anderer auf ihn ausgeübten Anziehungen bestimmen. Unter solchen Umständen sind wir bei der Erwägung jedes neuen Falles

daß tatsächlich die Gesetze des Geschehens ja nicht in erschöpfender und sicherer Weise bekannt sind. Sobald wir hiervon ausgehen, so gewinnt auch die Aussage, die zunächst die ursächlichen Zusammenhänge des Einzelfalles betrifft, die Bedeutung einer Aussage über die Gesetze des Geschehens.

Nicht anders also als alle andern Begriffe, in denen ein naiver Realismus zunächst die Wirklichkeit zu denken unternimmt, erweist sich auch der Begriff des Wirkens einer kritischen Erwägung gegenüber nicht als stichhaltig. Aber wir werden nicht veranlaßt, ihn fallen zu lassen, seine Anwendungen als gegenstandslos zu verwerfen; er bedarf vielmehr einer Umdeutung. Und wenn wir ihn in der so veränderten Weise auffassen, so erscheinen die Anwendungen, die wir von ihm machen, und der Wert, den wir auf ihn legen, durchaus verständlich und berechtigt.

Erwähnen wir endlich noch eines besonderen Umstandes, durch den wohl gerade für den Begriff des Wirkens die Gefahr einer Täuschung nahegelegt worden ist. Er besteht darin, daß wir an uns selbst einen besonderen subjektiven Eindruck kennen, der das Wirken, sei es unserer Seele auf den Körper oder unseres Körpers auf seine Umgebung, zu begleiten und zu charakterisieren scheint, ein Gefühl der Aktivität, wie wir für den Augenblick sagen wollen. Ist unser eigenes Tun und Wirken hierdurch ausgezeichnet und hieran erkennbar, so scheint daraus hervorzugehen, daß das Wirken eben doch noch etwas weiteres bedeutet, daß es noch einen direkter angebbaren Sinn haben müsse, als jenen durch eine verwickelte Betrachtung auf die Gesetze des Geschehens zurückgehenden. Allein wenn sich dies so verhält, so wird uns dies doch nicht bestimmen können, jenen uns hier beschäftigenden objektiven Begriff des Wirkens anders aufzufassen oder zu deuten. Vielmehr würden wir nur veranlaßt sein, neben ihm einen zweiten, den subjektiv bestimmten, durch jenes Aktivitätsgefühl gegebenen, in Betracht zu ziehen, diese beiden aber sorgfältig auseinanderzuhalten. Für den letzteren würden wir, wie für alle psychischen Bestimmungen, nicht anders also, als für die Empfindung des Süßen usw., die Bedingungen seines Auftretens zu untersuchen haben. Und eine erschöpfende Wirklichkeits-Vorstellung würde, als einen Teil dessen, was wir ihre Inter-

immer wieder auf die Form gewiesen, das Gesamtgeschehen aus den den einzelnen Gegenständen entsprechenden Einzelposten zusammenzufügen. Und so wird auch, wenn wir ein solches Gesamtergebnis ex post betrachten, die Zerlegung in die Einzelanteile, d. h. in die den einzelnen Dingen zuzuschreibenden Wirkungen, die von selbst sich darbietende Form sein. Lassen wir einen Körper frei fallen, nachdem wir ihm eine horizontale Anfangsgeschwindigkeit erteilt haben, so werden wir die senkrechten Komponenten seiner Bewegung als die Wirkungen der Erde oder der Schwerkraft berzeichnen. Die allgemeinen Formen unseres Wirklichkeits-Denkens führen uns also hier mit einer gewissen Notwendigkeit auf die Angabe solcher, von den einzelnen Dingen ausgeübten Wirkungen, mit einer Notwendigkeit, die verständlich bleibt, auch wenn wir diesen Begriff der transzendenten Beimischung entkleiden, die ihm in einem ursprünglichen Stadium unseres Denkens anhaftet.

pretation nannten, auch anzugeben haben, welche Verhältnisse körperlichen Geschehens gerade diesem Aktivitätsgefühl korrespondieren, oder unter welchen Bedingungen es entsteht. Ob diese Bedingungen sich mit dem, was wir im objektiven Sinne ein Wirken nennen, vollkommen decken, steht zunächst dahin. Aber selbst wenn es der Fall wäre, würden wir darin nur eine besondere Tatsache psychophysischer Korrespondenz zu erblicken haben, nicht aber den Anlaß zu einer anderen Deutung des objektiven Wirkungsbegriffes finden können. Es würde dies, wie wir schließlich hinzufügen können, selbst dann nicht der Fall sein, wenn jenes Aktivitätsgefühl in einem direkten und zwingenden Eindruck von objektiver Bedeutung bestünde. Denn ganz ähnlich, wie wenn uns bei den sinnlichen Wahrnehmungen die Dinge direkt in einer bestimmten räumlichen Ordnung gegeben erscheinen, würden wir uns klar zu machen haben, daß die mit endgültig unabweisbarer Gewißheit gegebene Tatsache doch lediglich die ist, daß wir im gegebenen Augenblick den subjektiven Eindruck dieses Aktivitätsgefühles besitzen. Besagte dies über objektive Verhältnisse etwas, was mit einer kritischen Erwägung in Widerspruch gerät, so würden wir (gerade wie bei einem Widerspruch des sinnlichen Eindrucks gegenüber dem, was wir im theoretischen Sinne für objektiv richtig halten) höchstens von einem täuschenden Schein reden können. — Weder aus der Existenz also noch aus der besonderen Natur eines solchen Aktivitätsgefühles, noch endlich aus den Bedingungen, unter denen es auftritt, läßt sich gegen die indirekte Deutung des Wirkungs- oder Tätigkeitsbegriffes ein berechtigter Einwand herleiten [1].

Wenn, wie durch die obigen Erörterungen gezeigt wurde (S. 115), schon die feste Umgrenzung der Wirklichkeits-Gesetze nicht mit zweifelloser Sicherheit erwiesen werden kann und jedenfalls aus logischen Verhältnissen nicht abzuleiten ist, so läßt sich erwarten, daß dies noch weniger für eine Reihe speziellerer Merkmale zutreffen wird, die wir den Wirklichkeits-Gesetzen zuzuschreiben gewohnt sind. In der Tat lehrt die Erwägung, daß wir das Kausal-Prinzip allerdings in eigenartiger, als Geltung a priori zu bezeichnender Weise, für unsere Wirklichkeits-Vorstellung in Anspruch nehmen dürfen, daß damit aber auch schlechterdings das einzige gegeben ist, was in dieser Weise in Betreff der Wirklichkeits-Gesetze behauptet werden darf, daß alles Weitere sich logisch nur auf die besondere Gestalt unserer Erfahrungen

[1]) Bekanntlich ist der Begriff des Wirkens nicht nur von denjenigen Forschern, deren Standpunkt man einen naiven Realismus nennen könnte, sondern auch von Denkern, die prinzipiell jedenfalls auf dem Boden einer kritischen Philosophie stehen, im entgegengesetzten Sinne aufgefaßt und ihm eine konkrete individuelle Bedeutung vindiziert worden, so neuerdings z. B. mit besonderem Nachdruck von Rickert (Psychophysische Kausalität und psychophysischer Parallelismus, S. 81). Wie mir scheint, beweist dies nur, wie schwierig es ist, den Grundgedanken, daß die Bedeutung aller Wirklichkeits-Angaben von objektiver Bedeutung in dem zu suchen ist, was sie hinsichtlich des von uns Erlebten oder Erlebbaren bedeuten, wirklich in voller Konsequenz durchzuführen.

stützen kann, also, wie man kurz sagen darf, von empirischer Geltung ist. Wir kommen hiermit auf einen weiteren, hier noch etwas eingehender zu behandelnden Punkt. Die große Sicherheit, mit der wir gewisse Naturgesetze als zutreffend betrachten dürfen, die Gewöhnung, sie als jedem Zweifel entrückt anzusehen, dazu wohl auch ihre große Einfachheit und Allgemeinheit bringen es mit sich, daß sie einen Schein der Selbstverständlichkeit gewinnen, der leicht dazu führen kann und oft genug dazu geführt hat, ihnen eine von der Erfahrung unabhängige, eine apriorische Geltung zuzuschreiben. Es ist im Hinblick hierauf nicht ohne Interesse, in Bezug auf eine Reihe von Punkten klarzulegen, daß die uns geläufigen Anschauungen keineswegs selbstverständlich sind, sondern bei anderen, sehr wohl denkbaren Gestaltungen der Erfahrung durch andere, uns zwar ungewohnte, aber doch in keiner Weise logisch zu beanstandende Annahmen ersetzt werden könnten.

Es gilt dies zunächst schon mit Bezug auf gewisse sehr allgemeine Formen der Wirklichkeits-Gesetze. Ich möchte in dieser Hinsicht an erster Stelle erwähnen, was in ähnlichem Sinne schon oft hervorgehoben worden ist, daß denkbar jedenfalls auch eine Erfahrung ist, die der uns gewohnten Gegenstands-Gesetze ermangelte. Böte die Wirklichkeit nicht, wie es tatsächlich der Fall zu sein scheint, in zahlreicher Wiederholung vollkommen Gleichartiges, sondern eine Anzahl durchweg individuell verschiedener Dinge, so würde damit ihre Erfassung in der Form einer geordneten Erfahrung zwar sehr erschwert, aber doch keineswegs ausgeschlossen sein. Die Gesetze des Geschehens könnten dann freilich nicht für eine ganze Klasse von Dingen zusammenfassend angegeben werden, sondern würden immer nur die einzelnen Dinge betreffen und insofern weniger allgemein sein. Gleichwohl würde eine Einsicht, die das Verhalten der einzelnen Dinge und den Ablauf des Geschehens solchen Gesetzen unterzuordnen gestattete, durchaus dem Begriffe einer geordneten Erfahrung entsprechen. Daß die Wirklichkeit in der von uns angenommenen Weise Gleichartigkeiten darbietet, ist also eine Tatsache, die wir eben nur als solche hinnehmen können, nicht aber nach logischen Gesichtspunkten als selbstverständlich betrachten dürfen; es ist auch kein Postulat, keine unerläßliche Bedingung eines Erfahrungswissens.

In ähnlicher Weise darf betont werden, daß wir, rein theoretisch gesprochen, auch durchaus mit der Möglichkeit von Ordnungen, sogar strengen Gesetzmäßigkeiten in anderen Hinsichten zu rechnen haben, die wir als einer gesetzmäßigen Festlegung entzogen zu denken gewohnt sind. Von dieser Art wäre z. B. eine von Anfang an gegebene und sich dauernd erhaltende Gesetzmäßigkeit in der räumlichen Anordnung der Dinge. So fremdartig uns eine solche Annahme berührt, so entschieden muß die logische Zulässigkeit von Naturgesetzen auch dieser uns ungewohnten Form betont werden. Das Widerstreben,

das der Naturforscher gegenwärtig gegen die Annahme einer Gesetzmäßigkeit wie der eben erwähnten empfindet, kann nicht überraschen, wenn man bedenkt, daß wir bisher Gesetze dieser Art nie kennen gelernt haben, vielmehr gewohnt sind, die Gesetze des Geschehens in einer mannigfaltigen, gerade in Bezug auf die Verhältnisse räumlicher Anordnung unübersehbar variierenden Weise zum Ausdruck kommen zu sehen. Wiese aber die Wirklichkeit Gesetzmäßigkeiten jener anderen Art, eine bestimmte Ordnung der Raumerfüllung, auf, so würden wir sie in der gleichen Weise wie alle anderen durch Verallgemeinerung aus den Einzelfällen aufzusuchen bestrebt sein und sie durch die Bewährung in einer größeren Zahl von Einzelfällen als wahrscheinlich gemacht erachten dürfen.

Erwägungen dieser Art sind deswegen nicht ganz ohne praktische Bedeutung, weil tatsächlich unsere Kenntnisse keineswegs sicher und vollständig genug sind, um in zweifelloser und erschöpfender Weise anzugeben, welche Art von Gesetzen die Wirklichkeit darbietet. In der Tat haben unsere Anschauungen in dieser Hinsicht schon manche Wandlungen erfahren und werden vielleicht noch weitere durchzumachen haben. So hat die Chemie vor wenigen Jahrzehnten angefangen, sich mit einer völlig neuen, früher niemals in Erwägung gezogenen Form von Gesetzen zu beschäftigen. Es sind dies die sog. Mendelejeffschen Periodizitätsgesetze, die eine Reihe regelmäßiger Beziehungen in den Atomgewichten und andern Eigenschaften der chemischen Elemente zum Gegenstande haben. Man hat diese Gesetze zuerst mit einem gewissen Befremden und lebhafter Ueberraschung aufgenommen, sehr bald aber aufgehört, sich über sie besonders zu wundern, und sie, wie alle anderen, zum Gegenstande planmäßiger Forschung gemacht. — Die absolute Gleichartigkeit der chemischen Elemente waren wir lange gewohnt, als etwas völlig Feststehendes, als ein endgültiges und in aller Strenge zutreffendes Gesetz zu betrachten. Diese Anschauung aber ist in neuerer Zeit einigermaßen erschüttert worden. Sollte es sich hier in der Tat als notwendig erweisen, Annahmen von fundamentaler Bedeutung fallen zu lassen, so würden wir auf andere Gesetze als endgültige rekurrieren müssen, über deren Form wir uns wohl vorderhand noch keine begründete Vermutung bilden können.

Im Allgemeinen also besteht nicht nur die Möglichkeit, daß wir neue Arten von Gesetzmäßigkeiten kennen lernen, sondern auch die, daß wir bisher angenommene durch andersartige zu ersetzen veranlaßt sind, sei es nun, daß sie sich etwa als nicht streng oder nicht ausnahmslos zutreffend erweisen, sei es, daß die Annahme anderer formale Vorzüge besitzt. Es wäre sehr verkehrt, wenn wir solchen Wandlungen gegenüber die uns gewohnten Formen der Gesetze als die allein zulässigen betrachten wollten.

Wenden wir uns zu einer spezielleren Betrachtung der Veränderungsgesetze, so finden wir, daß auch hier eine gewisse Versuchung be-

steht, besondere Formen derselben für unerläßliche, selbstverständliche oder a priori gültige zu halten, während ihre durchaus empirische Grundlage sich bei strengerer Betrachtung nachweisen läßt.

Erinnern wir hier zunächst daran, daß wir im Veränderungsgesetz einen allgemeinen Zusammenhang der zeitlich aufeinander folgenden Verhaltungsweisen aussagen, daß es aber der Natur der Sache nach unmöglich ist, anzugeben, wie das Verhalten des einen Augenblickes es anfängt, das des folgenden hervorzubringen, worin das Wirken, worin die Kraft bestehe, und daß die hierauf gerichteten Fragen irreführend, daß sie transzendenter Natur sind. Behält man dies im Auge, so leuchtet ein, daß es uns durchaus an einem Kriterium fehlt, nach dem wir *ein* Gesetz dieser Art verständlich, ein *anderes* unverständlich, *eines* befriedigender als ein *anderes* nennen dürfen. Es ist in dieser Hinsicht besonders wichtig, zu betonen, daß unter logischem Gesichtspunkte die Annahme von *Berührungskräften* keinerlei Vorzug vor der von *Fernkräften* besitzt. Ob wir uns die Bewegungsverhältnisse eines Massenteilchens in einen funktionellen Zusammenhang mit den Beziehungen seines Ortes zu den Anordnungen anderer entfernter Körper oder mit Zuständen seiner unmittelbaren Benachbarung setzen, ist in dieser Hinsicht völlig gleich. Wie es die Sonne anfängt, die Erde in ihrer Bahn zu halten, ist zwar nicht angebbar, aber es ist auch in keinem Sinne unverständlicher oder rätselhafter als wie das Wasserteilchen es zustande bringt, ein benachbartes in Bewegung zu setzen.

Die große Mannigfaltigkeit der Formen, die für Gesetze mechanischen Geschehens denkbar sind, ist noch unter einem anderen Gesichtspunkt von Interesse. Der Gegensatz des Belebten und Unbelebten, der, wie es scheint, fundamentale Unterschied in der ganzen Art des hier und dort zu bemerkenden Verhaltens sowie in der Natur der in dem einen und anderen Gebiet geltenden Gesetze, hat immer wieder zu der Frage geführt, ob es möglich ist, die eigenartigen Erscheinungen des Lebens auf mechanische Gesetze zurückzuführen, eine Frage, die sich in bekannter Weise zu den Schlagworten des *Mechanismus* und *Vitalismus* zugespitzt hat. Um diesen Problemen gegenüber den richtigen Standpunkt zu gewinnen, muß man, wie ich glaube, vor Allem im Auge behalten, wie verschiedenartige Formen für Gesetze eines rein mechanisch gedachten Geschehens statthaben können. Es versteht sich zunächst in keiner Weise von selbst, daß die mechanischen Gesetze in *eine* mathematische Formel zu bringen sein müssen oder, m. a. W., daß es ein einziges, alle Gestaltungen umfassendes, Gesetz geben müsse. Vielmehr muß durchaus auch mit dem Falle gerechnet werden, daß die Gesetze formell kombinierter Natur sind, also in mehrere derartige Formeln auseinanderfallen. Es könnte also sein, daß diese Gestaltungen einem, jene einem anderen Gesetze sich unterordnen, und beim Eintreten einer gewissen Konfiguration in dieser Hinsicht ein Wechsel

Platz greift. Eine derartige Form der mechanischen Gesetze mag, unter formalem Gesichtspunkt betrachtet, weniger elegant oder weniger befriedigend genannt werden als eine einheitliche; wir haben jedoch keinen triftigen Grund, sie abzulehnen; auch sie für eine nur provisorische zu erklären, ihre Zurückführung auf eine andere zu fordern, haben wir keine Berechtigung.

Wir sind ferner noch in einer anderen Hinsicht wohl versucht, eine ganz bestimmte und allerdings besonders einfache Form der mechanischen Gesetze als die allein zulässige zu betrachten. Gehen wir von der Annahme getrennter Massenteilchen aus, so kann es wohl als selbstverständlich scheinen, daß in der schon mehrfach berührten Weise die Beeinflussungen, die jedes Einzelne erfährt, sich aus den Antrieben, die der Wechselwirkung mit jedem anderen entsprechen, additiv zusammensetzen. Wir müssen jedoch beachten, daß diese Kräfte und Wirkungen nur der Ausdruck eines Veränderungsgesetzes sind. Und sobald wir die Dinge unter diesem Gesichtspunkte ansehen, leuchtet ein, daß für ein solches wohl auch ganz abweichende Formen in Betracht kommen können. Ein Bewegungsgesetz dieser Art würde z. B. die jeweilige Beschleunigung des einzelnen Massenteilchens einem Ausdruck gleichsetzen, dessen einzelne Posten (sämtlich oder teilweise) Funktionen der Anordnung von mehr als zwei Massenteilchen wären. In der uns geläufigen Terminologie wäre dies dahin zu bezeichnen, daß in gewissem Umfange oder in gewissen Fällen die Bewegungen sich durch Kräfte bestimmen, die sich nicht als Wechselwirkung zweier Massenteilchen darstellen lassen, sondern von der Konfiguration mehrerer abhängen. Hiermit wäre insbesondere auch die Möglichkeit gegeben, daß beim Eintreten bestimmter Konfigurationen eine andersartige Gesetzmäßigkeit Platz greift.

Kommen wir hiernach auf den vorhin berührten Gegensatz mechanistischer und vitalistischer Auffassung zurück, so leuchtet ein, daß vor allem die Fragestellung einer gewissen Klärung bedarf. Wir könnten z. B. als vitalistisch die Anschauung bezeichnen, daß für die Vorgänge der belebten Natur besondere Gesetze gelten, die sich mit den das Unbelebte beherrschenden nicht in eine mathematische Formel zusammenziehen lassen. Tun wir dies, so wird der Begriff des Vitalismus ein ungemein weiter werden. Kein vorsichtiger Forscher wird die Möglichkeit bestreiten, daß eine fortschreitende Erkenntnis zu einer in diesem Sinne vitalistischen Vorstellung führen könnte. Können wir doch zurzeit nicht einmal die analogen Fragen für den Bereich des Unbelebten beantworten. Ob eine endgültige Einsicht uns wirklich dazu führen wird, alles Geschehen auch nur dieses Gebietes durch eine einheitliche Formel darzustellen, oder ob z. B. physikalische und chemische Gesetze formell auseinanderfallen werden, das steht durchaus dahin. Es erscheint aber, wie man wohl einräumen muß, völlig gegenstandslos, über diese spezielle formale Natur etwaiger endgültiger Wirklichkeits-Gesetze Ver-

mutungen anzustellen, nicht allein, weil unsere Kenntnisse dazu zu unvollständig und unsicher sind, sondern ganz besonders auch, weil die sich hier bietenden Möglichkeiten so mannigfaltig und unübersehbar sind, daß es nicht angängig, mindestens nicht ratsam erscheint, feste Bezeichnungen und Einteilungen für sie zu versuchen. Ein zunächst in zwei Teile auseinanderfallendes Gesetz kann bei veränderter Darstellung, vielleicht lediglich durch eine Erweiterung mathematischer Begriffe, die Zusammenziehung in einen einheitlichen Satz gestatten usw.

Wir können nun aber auch diese formalen Unterschiede ganz beiseite lassen und, wie es hier von Anfang an geschehen ist, eine Wirklichkeits-Vorstellung mechanistisch nennen, deren Begriffskreis sich auf Raum, Zeit und das im Raume Bewegliche beschränkt, gleichviel in welchen spezielleren Formen sich die Real-Urteile, namentlich auch die als Gesetze zu bezeichnenden allgemeinen Angaben darstellen. Einer in diesem weiten Sinne mechanistischen Wirklichkeits-Vorstellung würden wir als eine andere die gegenüberzustellen haben, die Begriffe anderer Art zur Wirklichkeits-Darstellung heranzöge, insbesondere solche, die unserem eigenen Seelenleben direkt entnommen oder im Anschluß an dieses gebildet sind. Eine solche Wirklichkeits-Vorstellung könnten wir etwa eine psychomorphe nennen. In der Tat geht wohl vielfach die Meinung der als vitalistisch bezeichneten Theorien gerade dahin, daß die Lebenserscheinungen sich mechanischen Gesetzen auch im weitesten Sinne nicht einordnen lassen, daß ihre gesetzmäßige Darstellung nur unter Heranziehung ganz anderer Begriffe, nämlich solcher von psychologischer Natur, möglich sei. Mir scheint nun (und darin liegt der Grund für die Besprechung an dieser Stelle), daß bei allen diesen Erwägungen von viel zu engen Voraussetzungen über die Form mechanischer Gesetze ausgegangen worden ist. Behält man die ganz unbegrenzte Mannigfaltigkeit solcher Formen im Auge, wie sie aus den obigen Darlegungen als denkbar hervorgeht, so leuchtet ein, daß ein Beweis für die Unmöglichkeit, die materiellen Vorgänge der belebten Natur mechanischen Gesetzen unterzuordnen, niemals geführt werden kann und niemals geführt worden ist. Im Gegenteil muß man behaupten, daß es gar kein Geschehen geben kann, für das wir die Unterordnung unter solche Gesetze, allgemeinen Erwägungen zufolge, für grundsätzlich ausgeschlossen erklären dürften. — Bedenkt man, daß gerade den mechanischen Vorstellungen die volle Präzision mathematischer Formulierung zukommt, der Uebergang zu psychomorphen Vorstellungen also schon in dieser Hinsicht mit einer großen Einbuße verknüpft sein würde, so erscheint es aus methodischen Gründen wohl berechtigt, wenn der Naturforscher sich gegenüber den Versuchen dieser letzteren Art überaus ablehnend verhält und den Weg der mechanischen Betrachtung unbeirrt verfolgt. Indessen ist es nicht die methodische Berechtigung dieses Verfahrens

von der wir hier zu reden haben. Hier war nur zu zeigen, daß eine richtige Anschauung von den formalen Mannigfaltigkeiten mechanischer Gesetze es als irrtümlich erkennen läßt, wenn man meint, diesen Weg a limine als ungangbar erweisen zu können.

Ich möchte unter dem gleichen Gesichtspunkt hier ferner einige allgemeine Sätze der theoretischen Physik besprechen, denen man eine Gültigkeit a priori lange zugeschrieben hat, vielfach auch wohl jetzt noch zuzuschreiben geneigt ist. In allen Fällen wird es sich darum handeln zu zeigen, und kann in der Tat gezeigt werden, daß Gestaltungen des Geschehens sehr wohl denkbar sind, die nicht die uns gewohnten Gesetzmäßigkeiten, sondern irgend welche andere, von diesen abweichende darbieten, gleichwohl aber durchaus geeignet sind, einem geordneten Erfahrungswissen zur Grundlage zu dienen. Unter den hierher gehörigen Sätzen sei an erster Stelle das Beharrungs- oder Trägheitsgesetz erwähnt. Noch Schopenhauer war bekanntlich der Meinung, daß dieses ein a priori feststehender Satz der Naturwissenschaft sei, in dem sich im Grunde nur die Idealität unserer Zeit- und Raumanschauung geltend mache. Daß dies ganz und gar nicht der Fall ist, wird am deutlichsten, wenn man sich klar macht, wie speziell hier das Gesetz des Geschehens gestaltet ist, und wie leicht es demgemäß gelingt, andere Formen auszudenken, die unter rein logischen Gesichtspunkten durchaus gleichberechtigt sind. Wie bekannt, besagt das Trägheitsgesetz, daß die Geschwindigkeiten sich selbst überlassener Körper ihrer Größe und Richtung nach konstant bleiben. Entsprechend werden die Bewegungsgesetze in der Form angegeben, daß die Aenderungen der Geschwindigkeiten (die Beschleunigungen oder die zweiten Differentialquotienten der räumlichen Koordinaten nach der Zeit) sich in bestimmter Weise aus den gegenseitigen Anordnungen der Körper ergeben. Man sieht bei dieser Formulierung sogleich, wie nicht das Mindeste der Annahme von Bewegungsgesetzen der Form entgegensteht, daß die sich selbst überlassenen Körper an ihrem Ort verharren würden, wonach denn nicht die Beschleunigungen, sondern die Geschwindigkeiten als Funktion der Anordnung darzustellen wären. Denkbar wäre auch, daß für die sich selbst überlassenen Körper die zweiten Differentialquotienten konstant blieben und das Bewegungsgesetz die Abhängigkeit der dritten von der Anordnung angäbe usw. Es ist also lediglich die tatsächliche Gestaltung unserer Erfahrung, die uns berechtigt, das Trägheitsgesetz für gültig zu halten und den Gesetzen der Bewegung die entsprechende Form zu geben. Nur in ihr können wir die logische Grundlage für die Geltung jenes Gesetzes erblicken.

Mit noch größerer Entschiedenheit als für das Trägheitsgesetz hat man vielfach auch für das Gesetz der Konstanz der Masse oder der „Unzerstörbarkeit der Substanz“ eine apriorische Geltung in Anspruch genommen. Bei der Erwägung dieses Satzes sind

nun allerdings zwei Meinungen auseinanderzuhalten. Es kann zunächst nur das als Sinn jener Aussage genommen werden, daß die Wirklichkeits-Vorstellung sich unter allen Umständen in der Form bewegen müsse, daß existierende Dinge als Träger wechselnder Bestimmungen erscheinen, und daß die Beschreibung der Wirklichkeit für einen späteren Zeitpunkt immer auch alle die Dinge aufweisen müsse, die in der Beschreibung eines früheren figurieren. Wie weit dies zutrifft, mag hier unerörtert bleiben[1]). Es genügt, hier darauf hinzuweisen, daß, wenn man den Satz in diesem Sinne nimmt, über die den existierenden Dingen zukommenden Verhaltungsweisen aber keinerlei weitere Annahmen macht, die Behauptung einer dauernden Existenz von rein formaler Bedeutung ist, irgend etwas Greifbares in Bezug auf die Gestaltung der Erfahrung nicht lehrt; sie würde z. B. auch den Fall zulassen, daß einzelne Dinge durch ein Aufhören der Wechselwirkung mit anderen aus dem Kreise des Beobachtbaren völlig ausscheiden. Was ich hier im Auge habe, ist etwas anderes, nämlich die spezielle Tatsache, die wir als Konstanz der Gewichte bezeichnen können. In der Tat haben ja die Beobachtungen, je sorgfältiger sie gemacht werden konnten, um so genauer herausgestellt, daß das Gewicht eines Körpers, wenn nichts zu ihm hinzukommt, und nichts von ihm fortgeht, unverändert bleibt, daß das Gewicht einer Zusammenfügung von zwei Körpern gleich der Summe der Einzelgewichte ist usw. Und auch diese Tatsache hat man wohl als unmittelbares Ergebnis einer a priori feststehenden „Unzerstörbarkeit der Substanz" betrachten zu müssen geglaubt. Aber diese Anschauung wird bei genauerer Prüfung durch ganz ähnliche Erwägungen wie die Apriorität des Trägheitsgesetzes hinfällig. Denn es hat wiederum keine besondere Schwierigkeit sich vorzustellen, daß die von der Erde auf irgend welche Körper ausgeübten Anziehungskräfte wechselnde, von einer Reihe von Umständen abhängende wären, und daß somit zwei Körper, die sich jetzt an der Wage im Gleichgewicht halten, dies zu anderer Zeit nicht tun. Nur das würde sich als eine Forderung der allgemeinen Gesetzmäßigkeit oder Verständlichkeit ableiten lassen, daß die Wechsel keine regellosen, sondern wiederum irgend einer gesetzmäßigen Darstellung zugänglich seien. Wir würden also genötigt sein, den Dingen neben den räumlichen Anordnungen noch irgend welche anderen, in gesetzmäßiger Weise veränderlichen Verhaltungsweisen zuzuschreiben, die eben darin bemerkbar würden, daß die Anziehungskräfte in gewisser Hinsicht veränderlich sind. Die vom Kausal-Prinzip behauptete feste Beziehung zwischen dem jeweiligen Verhalten und seinen Veränderungen würde also auch hier gegeben, sie würde nur von erheblich verwickelterer Form sein als bei den uns geläufigen Annahmen.

[1]) Wir werden auf diesen Punkt, über den sich erst auf Grund einer formalen Betrachtung der Real-Urteile genügende Auskunft geben läßt, später zurückkommen.

Man ist gerade auf diesem Gebiete der Gefahr von Täuschungen dadurch ausgesetzt, daß wir den Begriff der Masse in einer Reihe verschiedener Bedeutungen zu nehmen pflegen, deren Zusammentreffen wir allerdings als tatsächlich gegeben, aber eben doch nur als Erfahrungsergebnis betrachten dürfen. So sind wir gewohnt, uns die Masse eines Körpers durch sein Gewicht bestimmt zu denken. Aber man muß berücksichtigen, daß hinsichtlich des Massenbegriffs ja in erster Linie das feststeht, daß er der Zahl der in einem Körper vorhandenen gleichartigen Einheiten entsprechen soll, demgemäß die Masse der Vereinigung zweier Körper jedenfalls der Summe der Einzelmassen gleichzusetzen ist. Wenn man diesen Begriff mit dem des Gewichts identifizieren will, so machen wir schon die zwar empirisch bewährte, aber auch nicht selbstverständliche Voraussetzung, daß die Gewichte in gleicher Weise wie die Massen addierbar sind, d. h. daß, wenn A und A', B und B' sich an der Wage im Gleichgewicht halten, auch A + B und A' + B' dies tun. Das Gleiche gilt für die, den Beschleunigungserfolg einer Kraft bestimmenden Werte, die wir gleichfalls als Maß für die Masse zu betrachten gewohnt sind. — Wir sind daher durch eine Anzahl tatsächlich bestehender Beziehungen daran gewöhnt, den Begriff der Masse in einer Reihe verschiedener Bedeutungen zu gebrauchen, auch es als selbstverständlich zu betrachten, daß wir z. B. zwei Körpern von verschiedener Beschaffenheit ein bestimmtes, für alle diese Bedeutungen zutreffendes Verhältnis ihrer Massen zuschreiben können. Und wenn jene Beziehungen wirklich strenge bestehen, ist hiergegen auch nichts einzuwenden. Eine genaue Erwägung der logischen Verhältnisse wird aber betonen müssen, daß sich in dem Massenbegriff, wie wir ihn zu nehmen gewohnt sind, bereits eine Anzahl empirischer Ergebnisse ausdrückt.

Es möge hier endlich noch dasjenige allgemeine Naturgesetz erwähnt werden, das sich seit einer Reihe von Jahrzehnten einer besonders großen Beachtung seitens der Naturforscher erfreut, das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Durch die Form, in der wir es auszudrücken pflegen, wird es in eine gewisse Analogie zu dem von der Unzerstörbarkeit der Substanz gerückt; und damit hängt dann auch die vielfach vertretene Meinung zusammen, daß es gleich diesem als ein a priori feststehender Grundsatz unseres Naturerkennens in Anspruch zu nehmen sei. Auch das Energiegesetz jedoch büßt bei genauerer Prüfung den besonderen Nimbus ein, mit dem man es wohl zu umgeben geneigt ist. Jedenfalls hat es keine Schwierigkeit, sich einen Gang des Geschehens vorzustellen, in dem, üblicher Anschauung gemäß, ein Widerspruch zum Energiegesetze liegen würde, etwa eine allmählich fortschreitende, schließlich zum völligen Stillstande führende Abnahme sämtlicher Bewegungen; und es ist leicht, Bewegungsgesetze zu ersinnen, die etwas Derartiges bedingten. Auch

ein solches Geschehen könnte daher innerhalb einer geordneten Erfahrung sehr wohl angenommen werden [1]).

Einige allgemeine Bemerkungen mögen schließlich den obigen Ausführungen in Betreff der Naturgesetze hinzugefügt werden. Gegenüber der irrigen Annahme einer A-priori-Geltung irgend welcher Wirklichkeits-Gesetze können wir auf denkbare Gestaltungen der Ereignisse hinweisen, die uns zu abweichenden Annahmen veranlassen und auf Grund solcher besser oder allein verständlich sein würden. Wir können uns aber niemals anheischig machen, Vorgänge anzugeben, die mit der Geltung irgend eines Wirklichkeits-Gesetzes unvereinbar wären oder sie definitiv ausschlössen. In der Tat versteht sich, daß die Erfahrung, so wenig sie ein bestimmtes Gesetz des Geschehens zwingend zu erweisen vermag, ebensowenig auch eines zwingend widerlegen und ausschließen kann. So wird z. B. die Annahme eines bestimmten Bewegungsgesetzes durch keine noch so widersprechende Gestaltung der wirklich wahrgenommenen Bewegungen absolut auszuschließen sein, da ja immer die Annahme offen steht, daß sich in den Erscheinungen die Mitwirkung anderer noch unbekannter und anderweit nicht beobachtbarer Körper geltend mache. Insofern also wird derjenige Recht behalten, der z. B. behauptet, eine dem Trägheitsgesetz oder dem Gesetz von der Konstanz der Massen widersprechende Erfahrung sei undenkbar. Allein hieraus geht nur hervor, daß wir die Eigenschaft, durch die Erfahrung schlechthin unwiderlegbar zu sein, eine Eigenschaft, die, streng genommen, jedem beliebigen Gesetze eo ipso zukommt, nicht allein schon als Kriterium einer Geltung a priori betrachten dürfen. Vielmehr wird es in erster Linie doch immer darauf ankommen, ob die Gültigkeit eines solchen Gesetzes, unabhängig von der besonderen Gestaltung der Erfahrung, in irgend einem Sinne (vermöge einer zwingenden Evidenz oder als unerläßliche Voraussetzung) sichergestellt werden kann. Dies ist, wie die obigen Betrachtungen lehren, weder für das Beharrungsgesetz, noch für das von der Konstanz der Massen, noch für das Energie-Prinzip der Fall.

Endlich ist es vielleicht nicht überflüssig, auch hier wiederum zu betonen, daß unsere Ergebnisse bezüglich der Apriorität sich selbstverständlich ändern, wenn wir diesen Begriff in einem andern als dem von uns hier festgelegten Sinne nehmen. Haben wir nicht ein streng erweisbares logisches Verhältnis im Auge, sondern eine uns irgendwie von Haus aus innewohnende Tendenz, gewisse allgemeine Anschauungen zu akzeptieren und sie unserer Naturbetrachtung zugrunde zu legen, so wird man vielleicht mit einigem Recht von einer Apriorität

[1]) Das Energie-Prinzip ist in vieler Hinsicht von besonderem logischem Interesse, und ich möchte aus diesem Grunde nicht darauf verzichten, es etwas eingehender zu behandeln. Doch empfiehlt es sich, den Gang der Darstellung hier nicht damit zu unterbrechen, um so weniger, als wir dabei auch auf erst später zu erörternde Verhältnisse Bezug nehmen müssen. Ich verweise daher diese Besprechung in ein Anhangskapitel.

der vorhin erwähnten Naturgesetze sprechen können. Es würde damit nur gesagt sein, daß ihnen, vermöge ihrer Einfachheit und Durchsichtigkeit, ein eigenartiger, freilich irgend einer strengen Fixierung nicht zugänglicher Ueberzeugungswert zukommt, daß sie etwas vorzugsweise Einleuchtendes haben [1]). Aber wir kommen hiermit auf psychologische Verhältnisse, deren Verfolgung kaum zu scharfen und einheitlichen Ergebnissen führen wird und daher auch nur von untergeordnetem Interesse ist. Ueberdies ist die Verwendung des Wortes a priori in diesem Sinne im Hinblick auf seine Geschichte wohl mindestens sehr unratsam. Auch hier dokumentiert sich, wie ich glaube, ganz ähnlich wie in den früher erwähnten radikalen Ablehnungen des A-priori, eine Verkennung desjenigen Begriffes, der im Grunde der bedeutungsvollste ist, dem die Untersuchungen zugestrebt haben, und den auch wir klarzulegen uns bemüht haben, eben desjenigen, der ein fest angebbares logisches Verhältnis besagt.

Siebtes Kapitel.

Die Prinzipien der Interpretation.

Metaphysische und formale Auffassung der Probleme. Dualistisches Wirklichkeits-Denken. Logische Zulässigkeit und empirische Bedenken. Das Parallel-Prinzip. Doppelte Bezeichnung desselben Verhaltens. Die Einheit des Bewußtseins. Beziehung des Psychischen zur Wirklichkeits-Gesamtheit.

Wir wenden uns zu einer speziellen Besprechung jener als Interpretation bezeichneten Verknüpfung unserer mechanischen oder materiellen Wirklichkeits-Vorstellung mit den direkt gegebenen Bewußtseins-Erscheinungen, des Zusammenhanges also, durch welchen, wie oben dargelegt, jene ihren endgültigen Sinn erhalten sollte. Es wird sich dabei namentlich darum handeln zu zeigen, daß sich diese grundsätzliche Auffassung an der uns geläufigen Wirklichkeits-Vorstellung in der Tat bestätigen läßt, zugleich auch darzulegen, welche verschiedenen Modalitäten dafür in Frage kommen; endlich wird sich dabei von selbst der Anlaß ergeben, uns mit einer Reihe viel umstrittener Probleme auseinanderzusetzen. Denn der Gegenstand, mit dem wir uns hier zu befassen haben, ist im Grunde der nämliche, um den sich die metaphysischen Fragen nach dem Zusammenhang von Leib und Geist, nach der Substantialität der Seele usw. gedreht haben. Halten wir daran fest, daß alle der mechanischen Wirklichkeits-Vorstellung angehörigen Real-Urteile in dem, was sie hinsichtlich des Psychischen

[1]) In diesem Sinne werden wir z. B. das nehmen und anerkennen können, was Mach über die „Quelle" des Energie-Prinzips und sein Verhältnis zum Satze vom zureichenden Grunde sagt. (Geschichte und Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Zweiter Abdruck, Leipzig 1909, S. 42.)

ergeben, ihre eigentliche Bedeutung finden, und daß wir insbesondere uns vor den in solcher Weise nicht deutbaren transzendenten Fragen zu hüten haben, so stellen sich diese Probleme zumeist in einem anderen Lichte dar. Sie erscheinen, wie wir kurz sagen können, nicht als metaphysisch-sachliche, sondern als *formale*. Auch gelingt es, wie ich glaube, sie in diesem Sinne befriedigend zu erledigen; freilich bleiben auch bei dem hier eingenommenen Standpunkt manche eigenartige Schwierigkeiten zu überwinden.

Beginnen wir mit einer ganz allgemeinen Besprechung der beiden Hauptauffassungen, die sich von Alters her gegenüberstehen, und stellen wir diejenige voraus, die der unbefangenen Betrachtung wohl stets am nächsten gelegen hat. Es ist dies ohne Zweifel diejenige, die die Bewußtseins-Erscheinungen, sowohl die uns direkt gegebenen selbsterlebten, als auch diejenigen, die wir außerhalb unser selbst (vor allem in anderen Menschen) anzunehmen veranlaßt sind, als etwas Besonderes und Andersartiges der materiell gedachten Wirklichkeit gegenüberstellt. So entsteht denn die im Allgemeinen mit dem Schlagwort der *dualistischen* gekennzeichnete Anschauung, die die Gesamtheit des Wirklichen in die beiden Hälften, die materielle und die geistige Welt auseinanderfallen läßt. Davon mit Recht ausgehend, daß die Bewußtseins-Erscheinungen das direkt Gegebene sind, hält sie die Verhältnisse der materiellen Welt doch für erkennbar auf Grund des gesetzmäßigen Zusammenhanges, der zwischen beiden anzunehmen ist und dessen Ermittlung einen Teil der unserem Wirklichkeits-Erkennen gestellten Aufgaben bildet. In irgend einer Weise jedenfalls muß die materielle Wirklichkeit auf unser Seelenleben bestimmend einwirken und auch ihrerseits von ihm beeinflußt werden, jenes z. B. durch die Empfindungen, die äußere Vorgänge in uns hervorrufen, dieses, wenn wir unserem Willen entsprechende Bewegungen ausführen. Die ganze Vorstellung stützt sich, wie man kurz sagen kann, auf die Annahme einer *psychophysischen Wechselwirkung* und involviert diesen Begriff als einen ihr unerläßlichen[1]).

So sehr es nun außer Zweifel steht, daß diese Anschauung sich zuerst und am unmittelbarsten aufdrängt, so wenig läßt sich bestreiten, daß die tatsächlichen empirischen Voraussetzungen, von denen bei ihrer Entwicklung ausgegangen wurde, im Laufe der Zeit immer problematischer geworden sind. Ohne Zweifel bestehen diese in dem, was sich für eine nur den Tatsachen des täglichen Lebens Rechnung tragende Betrachtung auf den ersten Blick zu ergeben scheint. Wir gewinnen da in der Tat den Eindruck, daß unser geistiges Leben in großem Umfange eine selbständige Existenz führe, die nur in beschränktem Umfange durch eine Einwirkung der materiellen Welt beeinflußt werde. So konnte man meinen, daß das Hinüberwirken des Leibes auf die Seele sich in den sinnlichen Empfindungen erschöpfe, daß nun die Seele mit diesem „Material“ nach ihren eigenen Gesetzen schalte, um wiederum nur in einem scharf begrenzten Gebiete von Fällen durch ein Wollen in das materielle Geschehen einzugreifen. — Im Gegensatze hierzu hat die fortschreitende Erkenntnis der Bildungen und Vorgänge des Gehirns, vor allem seiner krankhaften Störungen, mehr und mehr die Vorstellung befestigt, daß *jeder* psychische Vorgang an irgend ein bestimmtes materielles Geschehen geknüpft sei. Richtig ist, daß wir z. Z. die materiellen Vorgänge, die wir uns in diesem Sinne als Substrate der Bewußtseins-Erscheinungen zu denken hätten, noch für keinen, auch nicht den einfachsten Fall anzugeben vermögen. Aber die Beobachtung lehrt doch, daß jede Art psychischen Geschehens durch materielle Veränderungen beeinflußbar ist und modifiziert wird. Und so können wir noch weit weniger irgend ein Gebiet von Bewußtseins-Erscheinungen bezeichnen, das wir uns im Sinne dualistischer Vorstellung als einen der materiellen Beeinflussung entzogenen Ablauf rein seelischen Geschehens zu denken berechtigt wären.

Wenn wir hierdurch zu der Annahme gedrängt werden, daß Bewußtseins-Erscheinungen überhaupt nur unter irgend welchen materiell angebbaren Bedingungen vorkommen, und daß die materiellen Vorgänge auch durch ihre Gestaltung den jeweiligen Bewußtseinsinhalt *erschöpfend* bestimmen, so erscheint hierdurch das dualistische Prinzip zwar zu einer erheblichen Modifikation seiner ursprünglichen Meinung veranlaßt, aber doch noch nicht widerlegt oder ausgeschlossen. Denn es würde selbst unter dieser Voraussetzung immer noch in entscheidender Weise darin zur Geltung kommen, daß *neben* den materiellen Verhältnissen irgend eine andere Bedingung zum Zustandekommen der Bewußtseins-Erscheinungen erfüllt sein müßte. Diese würde freilich, wenn das „Was“ des Psychischen in erschöpfender Weise durch die materielle Gestaltung bestimmt sein sollte, eine durchaus einheitliche sein müssen. Wir müßten uns, wie wir kurz sagen können, ein bestimmtes Substrat des Psychischen, eine vom Materiellen affizierbare *Seele* noch als Hinzukommendes denken: und davon, ob eine solche im einzelnen Falle gegeben ist oder nicht, würde das Eintreten oder Nichteintreten der Bewußtseins-Erscheinungen immer noch abhängig zu denken sein. So würde denn der Grundgedanke des dualistischen Prinzips vor Allem in der Richtung erfahrungsgemäß zur Geltung kommen, daß die materiellen Vorgänge nicht die unter allen Umständen zureichende Bedingung für die psychischen Phänomene darstellten. Wenn anderseits anzunehmen wäre, daß diese in den Verlauf des materiellen Geschehens jedenfalls auch irgendwie eingreifen, so ergibt sich, daß auch bei dieser besonderen Form dualistischer Anschauung vor allem der wichtige Umstand noch festgehalten

[1]) Im Hinblick hierauf kann die uns beschäftigende Form des Wirklichkeits-Denkens wohl auch schlechtweg als die Annahme einer psychophysischen Kausalität bezeichnet werden, womit jedenfalls eines ihrer wichtigsten Merkmale herausgehoben wird.

ist, daß die materiellen Vorgänge nicht für sich allein in einer lückenlosen, „immanenten". Gesetzmäßigkeit verständlich gemacht werden können, sondern die Heranziehung anderer Bedingungen, wenn auch nur in der Form einer einheitlichen Bedingung des Psychischen, erforderlich wird.

Gedenken wir sogleich noch der anderen Schwierigkeit, die sich einer dualistischen Vorstellung aus dem Umstande zu ergeben scheint, daß die psychischen Phänomene zwar vielfach, aber keineswegs immer eine zeitliche Kontinuität zu besitzen scheinen, vielmehr ungemein häufig durch Lücken unterbrochen sind, in denen ein psychisches Geschehen oder ein Zustand der Seele nicht aufweisbar ist. Wir würden hier genötigt sein, das Bestehen eben jener neben den materiellen Grundlagen noch anzunehmenden Bedingungen des Psychischen in einer Form anzunehmen, die auf den ersten Blick allerdings etwas Auffälliges hat. Sie wäre als eine Wirklichkeits-Bestimmung zu denken, die für die Zeit, auf die sie sich bezieht, weder ein materielles Verhalten, noch auch einen Bewußtseinszustand bedeutet, also weder in der einen, noch in der anderen Art der hier zunächst allein in Betracht gezogenen Begriffe definiert ist, vielmehr lediglich nach der Art, wie sie sich in gesetzmäßigem Zusammenhange mit jenen geltend machen. Wir haben es hier mit einer eigenartigen logischen Erscheinung zu tun, die uns im nächsten Kapitel noch eingehender beschäftigen wird. Es mag hier genügen, darauf hinzuweisen, daß eine Heranziehung anderer Begriffe für unser Wirklichkeits-Denken (wir werden sie als Ergänzungs-Begriffe bezeichnen) jedenfalls vom logischen Standpunkt aus nicht zu beanstanden ist, insofern ihnen nur durch bestimmte Annahmen über den Zusammenhang mit dem gegebenen Inhalt der Erfahrung eine bestimmte Bedeutung zukommt, eine Bedingung, die ja hier erfüllt sein würde. Das dualistische Prinzip würde also, wie wir es kurz ausdrücken können, genötigt, aber auch berechtigt sein, die zeitlichen Lücken der bewußten psychischen Erscheinungen in der Weise ausgefüllt zu denken, daß der Seele eine dauernde, aber nur unter besonderen Umständen und demgemäß nur zeitweise durch Bewußtseins-Erscheinungen in den Bereich der Erfahrung tretende Existenz zugeschrieben würde. Richtig ist allerdings, daß eine solche Auffassung noch manchen besonderen Schwierigkeiten begegnet. Denn es würde sich ja nicht allein darum handeln, eine einfache und einheitliche Bedingung psychischer Phänomene auch für die Zeit, in der Bewußtseins-Erscheinungen nicht stattfinden, anzugeben. Vielmehr müssen wir in Betracht ziehen, daß es ja jedenfalls viele verschiedene individuelle Träger psychischer Phänomene gibt. Und so wird denn zunächst immer gefragt werden können, mit welchen früheren Bewußtseins-Erscheinungen irgend welche späteren als Bestimmungen des nämlichen Substrates zusammengehören. Kann nun aber kein Zweifel darüber bestehen, daß diese durch die Individualität der Seele gegebene Kontinuität sich mit der somatischen decken muß, so

erhebt sich die Frage, wie es kommt, daß die nämliche Körperlichkeit, dasselbe Gehirn, immer auch dieselbe Seele affiziert. In bekannter Weise gelangen wir so zu der Erwägung, ob auch der Seele eine örtliche Bestimmung zuzuschreiben sei, und zu ähnlichen heiklen und verfänglichen Betrachtungen. Ob und wie sich diese Schwierigkeiten überwinden lassen, darf hier dahingestellt bleiben. Im Rahmen der uns gegenwärtig beschäftigenden Untersuchung haben wir nur zu betonen, daß die Heranziehung von Real-Begriffen, die weder dem mechanisch-materiellen Begriffskreise angehören, noch unmittelbar etwas psychisch Bekanntes und Aufweisbares bedeuten, unter logischen Gesichtspunkten nicht als unzulässig abgelehnt werden kann.

Wir können nun sogleich noch einen Schritt weiter gehen: es erscheint denkbar, daß solche immaterielle Bedingungen der psychischen Vorgänge gar nicht existieren. In der Annahme, daß dies sich so verhalte, daß mit gewissen materiellen Vorgängen stets und unter allen Umständen auch gewisse Bewußtseins-Erscheinungen gegeben sind, anderseits solche auch niemals ohne die entsprechenden materiellen Substrate vorkommen, daß diese also die unerläßliche, aber auch zureichende Bedingung jener darstellen, in dieser Annahme haben wir nun die andere, der dualistischen gegenüberstehende Vorstellung, die wir eine unitarische nennen wollen. Mit ihr ist als eine besonders wichtige Konsequenz die verknüpft, daß wir den materiellen Erscheinungen, für sich allein betrachtet, eine immanente Gesetzmäßigkeit zuschreiben dürfen. In der Tat: sind die psychischen Erscheinungen stets nur als Korrelate gewisser materieller Verhaltungsweisen gegeben, mit diesen aber auch wiederum ausnahmslos verknüpft, so werden wir unter keinen Umständen Anlaß haben, ihnen als solchen in dem Ablauf des materiellen Geschehens eine Rolle zuzuschreiben. Vielmehr werden wir die zureichende Bedingung eines folgenden materiellen Geschehens stets auch in den voraufgehenden materiellen Gestaltungen allein erblicken können. Eine vom Psychischen ganz absehende, nur das Materielle berücksichtigende Betrachtung würde daher für diese eine lückenlose, immanente, Gesetzmäßigkeit aufweisen müssen. Hier stellt sich demgemäß die materielle Welt als eine einheitliche, abgeschlossene und, wie man sagen muß, in gewissem Sinne dominierende dar, das Psychische dagegen als eine gewissen Gestaltungen jener entsprechende Erscheinung, die, mag man sie nun als ein Ergebnis, eine Begleiterscheinung oder wie sonst immer bezeichnen, doch durch die dem Materiellen zugeschriebene, ihr abgehende lückenlose Gesetzmäßigkeit zu diesem in einem Verhältnis der Unterordnung oder Abhängigkeit zu stehen scheint.

Es ist bekannt, daß eine Vorstellung dieser Art vor allem in naturwissenschaftlichen Kreisen überaus verbreitet ist; es ist auch nicht zu bestreiten, daß die Tatsachen mit einiger Wahrscheinlichkeit zu ihren Gunsten sprechen. In der Tat fehlt es uns an jedem empirischen Anhalt für

die gegenteilige Annahme, daß neben den materiellen Bedingungen noch irgend ein weiteres hinzutreten müßte, um Bewußtseins-Erscheinungen zu ermöglichen. Ein Fall, in dem wir Anlaß hätten, anzunehmen, daß die gleichen materiellen Vorgänge verwirklicht sind, die wir als für die Bewußtseins-Erscheinungen einer Seele maßgebend betrachten, daß diese Bewußtseins-Erscheinungen aber doch wegen des Mangels einer Seele fehlten: ein solcher Fall ist jedenfalls bis jetzt nicht bekannt geworden. Dagegen führen die Tatsachen der Fortpflanzung, unbefangen betrachtet, mit Wahrscheinlichkeit zu dem entgegengesetzten Schlusse. Sie scheinen jedenfalls zu lehren (wenn sie es auch nicht zwingend beweisen), daß mit der Verwirklichung gewisser materieller Verhältnisse auch für die Entstehung psychischer Vorgänge die zureichenden Bedingungen gegeben sind.

Wir haben im Bisherigen ohne besondere Mühe die beiden Anschauungen entwickelt, die auf dem uns beschäftigenden Gebiete hauptsächlich einander gegenübergestellt werden. Wir werden uns nunmehr einer genaueren Erwägung und Prüfung derselben zuzuwenden haben. Die Gesichtspunkte, von denen dabei auszugehen, und die Grundsätze, nach denen dabei zu verfahren ist, sind durch unsere allgemeinen Feststellungen in Bezug auf die logischen Verhältnisse der Wirklichkeits-Vorstellung gegeben. Es wird von den Formen, in denen wir Materielles, Psychisches und ihren Zusammenhang denken, zu verlangen sein, daß sie das reale Verhalten in seiner Gesamtheit als ein gesetzmäßig geordnetes darstellen, und daß einem Teil der angenommenen Verhaltungsweisen ein interpretierbarer Sinn, d. h. eine Bedeutung in Betreff des Psychischen zukomme, welch letzteres den endgültig gegebenen Gegenstand unserer Erfahrung bildet. Ferner wird zu beachten sein, daß jede sich als Real-Urteil qualifizierende Aussage ihren Grund in diesen endgültig gewissen Erfahrungstatsachen finden muß, in Ermangelung dieser Begründung aber als unerweisbar abzulehnen ist. Und endlich werden die Aussagen und insbesondere auch die Fragen, denen eine interpretierbare Bedeutung nicht zukommt, als transzendent auszuscheiden und in diesem Sinne gleichfalls abzulehnen sein. Bei der Anwendung und Durchführung dieser Grundsätze wird sich von selbst der Anlaß ergeben, uns mit den zahlreichen, seit alter Zeit in diesem Gebiete erörterten und umstrittenen Problemen abzufinden.

Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkte zunächst die dualistische Vorstellung, so ist ersichtlich, daß diese durch die in ihr angenommenen Gesetze psychophysischer Wechselwirkung in der Tat in vollkommen übersichtlicher Weise die Anknüpfung an das endgültig Gegebene findet, deren sie bedarf. Allerdings kommt ja diese Anknüpfung direkt nur einem Teil des Materiellen zu. Allein eben dieses ist ja, wie oben schon berührt wurde, auch ausreichend, und es trifft ebenso für alle unter der Annahme eines Nicht-Ich nach der Erfassung einer Gesetzmäßigkeit strebenden Wirklichkeits-Vorstellungen zu. Das Bild

einer Wirklichkeits-Vorstellung, die Geistiges und Materielles enthält, die für Beides im Einzelnen und in ihren wechselseitigen Bestimmungen eine gesetzmäßige Ordnung aufweist, die schließlich in dem, was sie hinsichtlich des Psychischen ergibt, durch die direkt gegebenen Erlebnisse sich bestätigt: das Bild einer solchen Wirklichkeits-Vorstellung ist nach ihren logischen Beziehungen vollkommen deutlich, und es ist klar, daß es den mehrfach formulierten Erfordernissen der theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung entspricht [1]).

Ungeachtet dieser formalen Durchsichtigkeit ist nun aber, wie bekannt, gegen die in Rede stehende Denkweise jederzeit eine Reihe von Einwänden und Bedenken erhoben worden. Erwähnen wir zunächst das in früheren Zeiten am meisten beachtete, daß eine Wechselwirkung zwischen zwei ihrer Art nach völlig verschiedenen Teilen der Wirklichkeit etwas an sich Unbegreifliches sei. Verständlich erscheine ja der kausale Zusammenhang innerhalb dessen, was man die materielle Welt nenne, vielleicht auch ein ähnliches Wirkungsverhältnis innerhalb seelischer Zustände oder Vorgänge; die Einwirkung des Materiellen auf die Seele aber oder umgekehrt sei dem gegenüber etwas prinzipiell Unbegreifliches, wofür sich in einem endgültig befriedigenden Wirklichkeits-Denken kein Platz finden dürfe. — Kein Argument steht so offenbar auf dem trügerischen Boden eines naiven Realismus, wie dieses. Wir haben, um das Irrige dieser Bedenken einzusehen, im Grunde nur die nämlichen Betrachtungen zu wiederholen, die wir oben schon mit Bezug auf eine mechanische Wirklichkeits-Vorstellung und den eine solche betreffenden Begriff des Wirkens angestellt hatten. Auch hier ist zu betonen, daß der Inhalt unserer Wirklichkeits-Vorstellung zunächst nur eine einem allgemeinen Gesetz untergeordnete Folge von Verhaltungsweisen bedeutet, die in diesem Falle materielles und psychisches Verhalten umfassen würde. Auch hier aber werden die Begriffe der Verursachung und des Wirkens nur unter den dort besprochenen Voraussetzungen und in dem dort dargelegten, auf den Begriff des Gesetzes zurückgehenden Sinne Anwendung finden können. Sondern sich, was auch hier sehr möglich erscheint, die Dinge derart, daß wir gewisse allgemeine Bestimmungen, als Gesetze, anderen einer ordnenden Zusammenfassung sich entziehenden, das Nomologische dem Ontologischen gegenüberstellen können, so wird auch hier erwogen werden können, welches jenen Gesetzen zufolge bei irgend einem anderen tatsächlichen Verhalten der Ablauf der Vorgänge hätte sein müssen. Und in diesem Falle könnte denn auch hier in dem dort dargelegten Sinne von der ursächlichen Bedeutung bestimmter Verhält-

[1]) Ausdrücklich sei bemerkt, daß Erwägungen und Prüfungen vom speziell empirischen Standpunkt aus, also unter Berücksichtigung alles dessen, was uns die Erfahrung im Einzelnen gelehrt hat, hier nicht zu unserer Aufgabe gehören und ausgeschlossen bleiben. Es handelt sich hier nur um die Prüfung der logischen Zulässigkeit der einen und der anderen Vorstellung mit Rücksicht auf die ganz allgemeine Gestaltung unseres Erfahrungswissens überhaupt.

nisse oder von der einem Teil des Existierenden zuzuschreibenden Wirkung gesprochen werden. So erscheint es also auch denkbar, daß während irgend ein aus materiellem und psychischem kombiniertes Geschehen tatsächlich stattgefunden hat, wir doch anzugeben imstande und zu erwägen veranlaßt sind, welches der den Wirklichkeits-Gesetzen entsprechende Ablauf gewesen wäre, wenn lediglich der materielle Teil (unter Mangel des psychischen) oder der psychische (ohne den materiellen) bestanden und seine Zustände nach seinen eigenen Gesetzen sich entwickelt hätten. In diesem Falle würden wir denn in ganz dem gleichen Sinne wie dort die Abweichung von einer solchen gedachten Entwicklung als die vom Materiellen auf das Psychische oder vom Psychischen auf das Materielle ausgeübte „Wirkung" bezeichnen dürfen. Und ergäbe sich, daß gewisse materielle Vorgänge die unerläßliche, jedoch für sich nicht ausreichende Bedingung psychischer Erscheinungen überhaupt wäre, so könnten wir auch im gleichen Sinne jenes materielle Verhalten als die Ursache des Psychischen, dieses als durch jene bewirkt oder herbeigeführt bezeichnen. — Aber wiederum müssen wir uns hüten, diesem Wirken noch in transzendentem Sinne eine weitere Bedeutung zuzuschreiben. Und vor allem wäre es hier ebenso wie auf jenem Gebiete illusorisch, für die Art, wie eine solche Wirkung zustande gebracht wird, eine Erklärung zu fordern oder zu suchen. Eine in die Ferne wirkende Anziehungskraft ist uns, wie wir dort sahen, genau ebenso, aber auch nicht mehr oder in anderem Sinne unerklärbar wie eine Berührungskraft. Ebenso können wir auch hier nur konstatieren, daß die „Wechselwirkung zwischen Leib und Seele", richtig aufgefaßt, nicht rätselhafter oder befremdender erscheint als die Wechselwirkung des Materiellen unter sich. Die einer allgemeinen Formulierung zugängliche Gesetzmäßigkeit des Wirklichen, insbesondere in Betreff der sich zeitlich aneinander schließenden Gestaltungen, ist der eigentliche Kern, der endgültig deutliche Sinn aller jener Aufstellungen. Für diese Gesetzmäßigkeit nach einem erklärenden Grund zu suchen, oder zu fragen, wie die Wirklichkeits-Gestaltung eines Augenblickes es anfange, die des nächsten hervorzubringen, ist ein auf allen Gebieten gleichermaßen illusorisches Unternehmen.

Als ähnlich gegenstandslos erledigen sich auch eine Anzahl weiterer Schwierigkeiten, in die die dualistische Anschauung teils von ihren Vertretern, teils von ihren Gegnern verstrickt worden ist. Hierher gehört die Frage nach der Substanzialität der Seele. Haben wir diese zu bejahen oder zu verneinen? Ist es ein Ziel der Untersuchung, festzustellen, ob das eine oder das andere der Fall sei? Und kommen wir nicht, wenn wir sie etwa aus logischen Gründen bejahen müssen, in die Gefahr, durch apriorische Aufstellungen in unzulässiger Weise der Erfahrung vorzugreifen, wodurch vielleicht das ganze Prinzip sich als unzulässig erweist? — Wir müssen diesen Fragen gegenüber vor allem

davon ausgehen, daß die Bewußtseins-Erscheinungen ja etwas unmittelbar Gegebenes und ihrer ganzen Art nach Bekanntes sind. Wir können für sie diese oder jene, aus formalen Gründen uns zweckmäßig dünkende Bezeichnung wählen. Aber es ist klar, daß wir durch eine solche Bezeichnung niemals in denjenigen Beziehungen, die durch den tatsächlichen, empirisch gegebenen Gang der Erscheinungen sich bestimmen, etwas Positives erfahren oder a priori festlegen können. Die Natur der Bewußtseins-Erscheinungen (es ist an anderer Stelle noch davon zu reden) bringt es nun mit sich, daß überall an dem in gewissem Sinne Einheitlichen zugleich ein Mehrfaches, in anderem Sinne Auseinanderzuhaltendes konstatiert werden kann. Vor allem darin verhält sich dies so, daß jeder erlebte Bewußtseins-Inhalt sich als ein zeitliches Geschehen darstellt. Wir können also eine Bewußtseins-Erscheinung überhaupt niemals anders zutreffend beschreiben als so, daß dabei dieser eigentümliche Zusammenhang des sich zeitlich Aneinanderschließenden erwähnt wird; er muß, als allgemeine Form, jeder Einzeldarstellung zugrunde liegen. Wir haben auch Anlaß, den Fall dieser zeitlichen Aneinanderschließung von dem anderen zu unterscheiden, daß etwa zwei ähnliche Bewußtseins-Zustände unmittelbar nacheinander in verschiedenen Individuen verwirklicht sind. Es ist, wenn wir nicht mehr meinen als eben dies, selbstverständlich berechtigt, von der Zusammengehörigkeit mehrerer Bewußtseins-Bestimmungen in einer Seele oder von einer Seele als deren Träger zu reden. Wir können auch bemerken, daß diese Form eine gewisse Aehnlichkeit mit der Grundvorstellung des Materiellen, der im Raume beweglichen Substanz, gewinnt, und so die Seele als das, wechselnde Bestimmungen erfahrende Subsistens bezeichnen. Ganz das gleiche gilt auch für die zweite Form der dualistischen Vorstellung, bei der die psychischen Erscheinungen ihrer Art nach durch die materiellen Gestaltungen erschöpfend bestimmt, das Psychische daher, abgesehen von diesen, nur noch an eine einheitlich anzugebende Bedingung geknüpft wäre. Hier liegt es noch näher, wie wir auch oben schon taten, diese Bedingungen als die Existenz einer Seele zu bezeichnen und diese als ein Subsistens, die jeweiligen psychischen Erscheinungen als ihre Attribute aufzufassen. Aber wir müssen beachten, daß das eben eine reine Ausdrucksform ist. So würden wir vor allem die Frage als transzendent ablehnen müssen, ob wirklich die Seele als etwas Unabhängiges neben dem Materiellen existiere und ob die psychischen Erscheinungen als ihre Zustände und Verhaltungsweisen anzusprechen, in dem materiellen Geschehen ihre Wirkungen zu erkennen sind. Und ebenso werden wir uns hüten müssen, an diese formale Darstellung einen positiven Inhalt von der Art des Erfahrbaren zu knüpfen und so etwa a priori Behauptungen realen Inhalts aufzustellen. Sie würde insbesondere auch die Möglichkeit zulassen, daß die einer Seele zugeschriebenen Bewußtseins-Erscheinungen, sei es vorübergehend, sei es für die Dauer, ganz aufhörten, ein Fall, der von dem „Zugrundegehen" der

Seele nicht unterscheidbar, nur eine formal andere Bezeichnung desselben wäre [1]). Es ergibt sich also, daß die Frage nach der Substanzialität der Seele, wenn wir sie in der eben dargelegten Weise als eine rein formale betrachten, bejaht werden kann, ohne daß wir dadurch in Gefahr kämen, in unzulässiger Weise etwas, was Gegenstand der Erfahrung ist, a priori festlegen zu wollen, freilich auch ohne daß diese Bejahung uns etwas Bestimmtes lehrte. Sobald wir dagegen die Substanzialität in dem Sinne verstanden wissen wollen, daß damit ganz bestimmte Verhältnisse psychischen Geschehens gemeint sein sollen, werden wir in der Frage, ob sie gegeben sei oder nicht, eine rein empirische erblicken, die nur auf Grund der Erfahrung selbst ihre Beantwortung finden kann. Jedenfalls ist es ersichtlich, daß die Frage, wie nun in dieser Beziehung eigentlich die Seele zu denken sei, als eine transzendente abzulehnen und daß sie nicht geeignet ist, der dualistischen Vorstellung irgend welche grundsätzliche Schwierigkeiten zu bereiten.

Auf Probleme ganz anderer Art, wenn auch, wie vorausgeschickt sei, schließlich zu ganz entsprechenden Ergebnissen führt uns die Prüfung der anderen Anschauung, die wir als eine unitarische bezeichnet hatten. Zunächst sieht man, daß die Interpretierbarkeit hier in einer von der des dualistischen Prinzips zwar verschiedenen, aber nicht minder durchsichtigen, ja im Grunde noch einfacheren Weise gegeben sein würde. In der Tat, wenn gewissen materiellen Vorgängen stets gewisse Bewußtseins-Erscheinungen entsprechen sollen, so wird eine allgemeine Formulierung dieser Zusammenhänge anzustreben sein, und vermöge einer solchen würde dann in einfachster Weise der materiellen Welt ihr endgültiger und verifizierbarer Sinn gesichert sein. Wenn in der hier angenommenen Weise jedes psychische Verhalten als Korrelat eines bestimmten materiellen Verhaltens gegeben wäre, so würde zwischen psychischem und physischem Geschehen eine vollständige Korrespondenz, ein — wie man zu sagen pflegt — strenger Parallelismus stattfinden. Wir können demgemäß denn auch, der üblichen Benennung uns anschließend, die Vorstellung, zu der die unitarische Auffassung uns führt, als Parallel-Prinzip bezeichnen. Daß auch hier die Interpretierbarkeit nur einem Teil des Wirklichen zukommt, die Bedeutung desselben in seiner Gesamtheit auf seiner gesetzmäßigen Ordnung beruht, wurde oben schon allgemein dargelegt und braucht daher hier nicht weiter erörtert zu werden.

Wenn somit in einer Wirklichkeits-Vorstellung von unitarischer Art das formale Erfordernis der Interpretierbarkeit in einer ohne weiteres einleuchtenden Weise erfüllt ist, so erheben sich eine Reihe eigenartiger Probleme, sobald wir die Frage aufwerfen, wie denn eigentlich die hier zugrunde gelegte allgemeine Annahme, daß mit gewissen materiellen

[1]) Die Dinge liegen hier ganz ähnlich, wie hinsichtlich des im vorigen Kapitel besprochenen Prinzips der Unzerstörbarkeit der Substanz in materiellem Sinne.

Verhaltungsweisen regelmäßig und unter allen Umständen Bewußtseins-Erscheinungen gegeben seien, des Genaueren aufzufassen und zu verstehen sei. M. E. beruhen nun die Bedenken, die man aus Betrachtungen dieser Art gegen das Parallel-Prinzip hergeleitet hat, auch wiederum auf der mehrerwähnten Täuschung, die uns zu Fragen transzendenten Sinnes veranlaßt; und die Schwierigkeiten, die sich hier zu erheben scheinen, schwinden, wenn wir deutlich im Auge behalten, was gefragt werden darf und was beantwortet werden kann. Bei der Fülle eigenartiger und interessanter Fragen, die sich an diesen Gegenstand knüpfen, wird gleichwohl eine etwas ausführlichere Behandlung der hier erwogenen Möglichkeiten, der ihnen entgegengestellten Bedenken usw. geboten sein.

Beginnen wir mit der Erörterung derjenigen Vorstellung, die im Grunde wohl die einfachste und nächstliegende ist. Davon ausgehend, daß die mechanische Wirklichkeits-Vorstellung ja nur unsere Vorstellung eines „an sich" unerkennbaren Realen ist, also eine Bezeichnung desselben, die auch andere gleichberechtigte zuläßt, nimmt diese Anschauung an, daß Psychisches und Physisches zwei verschiedene Bezeichnungsformen eines und desselben realen Sachverhalts, daß gewisse, in der Terminologie des Materiellen sich bewegende Realangaben zugleich etwas bestimmtes Psychisches „bedeuten". Die uns bekannten und direkt gegebenen psychischen Erscheinungen sollen daher nicht als ein neben dem Materiellen Bestehendes, sie sollen in ihm bereits eingeschlossen und mitgedacht sein. Die Frage, wie Psychisches aus dem Physischen entsteht, ist hiernach gar nicht aufzuwerfen; das Psychische ist nicht Produkt des Physischen, auch nicht Begleiterscheinung: es erscheint als durch gewisse Bestimmungen des Materiellen ohne weiteres gegeben.

Richten wir unsere Aufmerksamkeit vor allem auf diesen Kardinalbegriff der in Rede stehenden Denkweise, eine Doppel-Bezeichnung oder ein Denken der Wirklichkeit in verschiedenen Formen, so werden wir anerkennen müssen, daß ihm irgend ein grundsätzliches Bedenken nicht anhaftet. Dies wird vorzugsweise deutlich, wenn wir, um einer Reihe spezieller Schwierigkeiten zunächst auszuweichen, einmal die Annahme machen, unsere gesamte Wirklichkeits-Vorstellung gestatte eine solche doppelte Bezeichnung. Nehmen wir an, jedes in der einen Terminologie ausdrückbare Verhalten finde auch einen entsprechenden Ausdruck in der anderen, und es sei daher die ganze Wirklichkeits-Beschreibung nach Belieben in der einen oder anderen Form zu geben, so würde es sich um zwei durchaus äquivalente Darstellungen handeln. Und wenn wir betonen, daß die eine derselben (die in den psychischen Begriffen sich bewegende) die sein soll, die eine endgültige direkt verständliche Bedeutung besitzt, so wird die andere als eine zweite Darstellung des Gleichen, einer Uebersetzung oder einer Abbildung vergleichbar, erscheinen. Man würde allerdings unter diesen Umständen

die mechanische Wirklichkeits-Vorstellung neben der direkt gegebenen, die psychischen Begriffe benutzenden, für ein müßiges Spiel der Phantasie erklären können. Ein Bedenken aber kann dieser Darstellung, sobald ihre Bedeutung richtig aufgefaßt wird, ebensowenig anhaften, wie der Ausdrückung desselben Sachverhaltes in zwei Sprachen oder der Aufstellung zweier in verschiedenen Begriffen sich bewegenden mechanischen Wirklichkeits-Vorstellungen.

An der Anschauung, zu der wir so gelangt sind, müssen wir sogleich einen Punkt als besonders wichtig hervorheben, mit dem eine Anzahl viel beachteter und oft erörterter Schwierigkeiten zusammenhängt. Es ist der, daß die Bewußtseins-Erscheinung als solche etwas Einheitliches ist, während sie in der äquivalenten materiellen Darstellung durch das Verhalten einer Mehrzahl von Gebilden repräsentiert sein sollte. Kann auf den ersten Blick hierin ein Bedenken oder gar ein Widerspruch gefunden werden, so schwindet er doch, sobald man sich vergegenwärtigt, daß es sich eben um nichts weiter als Bezeichnungs- oder Darstellungsformen handelt. Wir müssen beachten, daß auch die Zerlegung der Wirklichkeits-Gesamtheit in einzelne existierende Dinge, in unabhängige Einheiten, wie uns dies in dem materiellen Gedankenkreise geläufig ist, eine Betrachtung darstellt, die nur für diese bestimmte Art der Wirklichkeits-Vorstellung Bedeutung hat, der wir aber keineswegs eine absolute oder transzendente Bedeutung zuschreiben dürfen. Die Atome z. B., von denen wir hier reden, werden wir nicht in irgend einem über diese Darstellungsform hinausgehenden Sinne als Seins-Einheiten betrachten dürfen. Vielmehr bedeuten uns deren Bewegungen und Konfigurationen lediglich wechselnde Bestimmungen einer Gesamt-Wirklichkeit, über deren Einheitlichkeit oder Zerlegbarkeit diese Form der Darstellung nichts besagt. Behalten wir dies im Auge, so werden wir keine besondere Schwierigkeit empfinden, uns die wechselnden Inhalte eines Bewußtseins durch die wechselnden Konfigurationen einer Anzahl materieller Gebilde dargestellt zu denken. Unter gewissen vereinfachenden Voraussetzungen würde sogar eine solche Darstellung im Einzelnen ganz wohl durchführbar sein. Eine doppelte, einerseits in den materiellen Begriffen ausgedrückte, anderseits eine Reihe psychischer Bestimmungen bedeutende Wirklichkeits-Darstellung erscheint also wohl möglich und einem grundsätzlichen Bedenken nicht unterworfen.

Allerdings haben wir im Bisherigen noch eine vereinfachende Voraussetzung gemacht, die nämlich, daß die ganze Wirklichkeit eine Darstellung in der einen oder der anderen Form finden könnte. Hier scheint der Gedanke einer doppelten Darstellung vollkommen zu genügen. Das Gleiche würde, wie man sieht, auch noch dann der Fall sein, wenn wir etwa aus der Gesamtheit des Materiellen einen bestimmten Teil aussondern könnten, dem zugleich eine psychische Bedeutung zukäme, der also, für sich allein betrachtet, ähnlich,

wie wir es zunächst für die ganze Wirklichkeit annahmen, in doppelter Form darstellbar wäre. Dagegen scheint sich nun doch eine weitere Schwierigkeit aus dem Umstande zu ergeben, daß die Wirklichkeits-Gestaltung vollständig nur in der materiellen Form gedacht werden kann, dabei aber die Bedeutung des Psychischen nicht einem bestimmt abgegrenzten Teile zukommt, sondern je nach den zeitlich wechselnden Konfigurations-Verhältnissen denselben materiellen Gebilden zuzukommen und dann wieder abzugehen scheint. Hiermit hängt es ja zusammen, daß die psychischen Vorgänge als etwas nicht immer Vorhandenes, sondern nur zeitweilig Auftretendes erscheinen; und man könnte wohl auf den ersten Blick geneigt sein, zu sagen, auch nach dem allgemeinen Gedanken der doppelten Darstellung sei zwar ein Psychisches wohl denkbar, das sich mit der gesamten materiellen Wirklichkeit, oder ein solches, das sich mit einem abgrenzbaren Teil derselben decke, nicht aber eines, das in solcher unterbrochenen Weise auftrete und wieder schwinde, denselben materiellen Gebilden je nach ihrer Konfiguration zukomme oder abgehe.

Indessen haben wir doch nur die vorhin schon angestellte Erwägung mit leichter Modifikation zu wiederholen, um uns zu überzeugen, daß auch hier nur ein Schein vorliegt. Denn wie die einzelne Einheit, deren sich eine Wirklichkeits-Darstellung bedient, eben nur für diese Darstellungsform Bedeutung besitzt, so ist auch die Abgrenzung eines Teiles aus einer Wirklichkeits-Gesamtheit, wie sie bei einer bestimmten Form gedacht werden kann, eine Betrachtung, der wir keine über diese Form hinausgehende Bedeutung zuschreiben dürfen. Wir werden also in derjenigen Gestaltung des Materiellen, mit der wir uns psychische Phänomene verknüpft denken, nur, wie wir es vorhin schon ausdrückten, Bestimmungen der Gesamt-Wirklichkeit erblicken dürfen, die uns zu einer Erwägung nach dem Gesichtspunkte des Teils in einer über die materielle Form hinausgehenden Weise gar keinen Anhalt bieten. Und das Nämliche gilt auch für die psychischen Erscheinungen selbst. Wir werden uns hier ganz gleichermaßen hüten müssen, unsere Bewußtseins-Erscheinungen in transzendentem Sinne als einen „Teil" der Wirklichkeits-Gesamtheit zu bezeichnen; und wir dürfen ihnen daraufhin jedenfalls keine im empirischen Gange der Dinge sich geltend machende Selbständigkeit zuschreiben. Auch sie werden vielmehr richtiger nur ganz allgemein ein Verhalten, eine Bestimmung der Wirklichkeits-Gesamtheit zu nennen sein. Unter diesem Gesichtspunkt haben wir dann die allgemeine Vorstellung, die wir als die Annahme eines Nicht-Ich bezeichnen, auch nicht dahin auszudrücken, daß es neben unseren Bewußtseins-Tatsachen noch anderes Wirkliche gibt, wobei nun dieses und jenes sich als selbständige Teile gegenüberzustellen wären, sondern wir werden nur sagen können, daß die Verhaltungsweise der Wirklichkeits-Gesamtheit sich in unseren Bewußtseins-Erscheinungen irgendwie unvollständig ausdrückt,

so daß zwei Verhaltungsweisen, die hinsichtlich des in sie eingehenden Psychischen übereinstimmen, doch als Verhaltungsweisen der Wirklichkeits-Gesamtheit verschieden sein können. Wer das Bedürfnis empfindet, sich das Verhältnis irgendwie zu veranschaulichen, wird keine Mühe haben, dazu geeignete Vergleiche zu ersinnen. In diesem Sinne hat man wohl an die Projektion eines körperlichen Gebildes auf eine Ebene, an die Abbildung eines farbigen mit alleiniger Berücksichtigung der Helligkeitsverhältnisse (wie in der Photographie oder im Kupferstich) u. dgl. erinnert.

Besser als der notwendig mißlingende Versuch, diese Dinge durch Vergleiche wirklich zu erläutern, wird es sein, zu sagen, daß, wenn wir es vermeiden, empirische Begriffe in transzendentem Sinne zu gebrauchen, es durchaus an einem Begriffe fehlt, durch den wir das Verhältnis unserer Bewußtseins-Erscheinungen zur Wirklichkeits-Gesamtheit zutreffend ausdrücken könnten, nicht minder an einem Begriffe für diejenige Besonderheit des Verhaltens, vermöge deren die Wirklichkeits-Gesamtheit Bewußtseins-Erscheinungen aufweist, und daß auch der Natur der Sache nach irgend eine Einsicht, die als eine objektiv zutreffende Bezeichnung dieser Verhältnisse gelten könnte, für uns völlig ausgeschlossen ist. Hieraus geht nun auch ohne weiteres hervor, daß wir keinerlei Anhalt dafür haben, wie sich in irgend einer anderen, insbesondere auch in einer ganz vollständigen Wirklichkeits-Darstellung jene Verhaltungsweisen ausnehmen müßten, die irgendwelche Bewußtseins-Erscheinungen repräsentieren, und daß wir nicht zu der Erwartung berechtigt sind, das Psychische dort als Verhaltungsweise eines bestimmten T e i l e s ausgedrückt zu sehen.

Zusammenfassend kann man sagen, daß, wie die Begriffe, in denen sich eine Wirklichkeits-Vorstellung bewegt, überhaupt ein subjektiv bestimmtes, für die Form eben dieser Wirklichkeits-Vorstellung maßgebendes Material darstellen, aber nicht im transzendenten Sinne als Ausdruck für eine der Wirklichkeit an sich zukommende Beschaffenheit genommen werden dürfen, so auch die Begriffe der Einheit, des Teiles oder des Verhältnisses zwischen Ganzem und Teil Bezeichnungen sind, die sich auf eine bestimmte Form der Wirklichkeits-Vorstellung beziehen, aber keine über diese Form hinausgehende transzendente Bedeutung besitzen. Sie alle dürfen daher auch nicht in dem Sinne von einer auf eine andere Form übertragen werden, daß jeder Einheit in der einen auch eine Einheit in der andern, jedem abgrenzbaren Teile in dieser ein abgegrenzter Teil in jener entsprechen müsse. Sobald dies im Auge behalten wird, schwindet die Schwierigkeit, die wir auf den ersten Blick allerdings empfinden, Bewußtseins-Erscheinungen als ein Einheitliches mit den wechselnden Konfigurationen einer Mehrzahl materieller Gebilde (etwa der Atome) in Beziehung zu bringen; es schwindet der Schein, daß wir bei jeder Form der Wirklichkeits-

Vorstellung für die Bewußtseins-Erscheinungen ein e i n h e i t l i c h e s Substrat aufweisen müßten [1]).

Was wir soeben für die Bewußtseins-Erscheinungen überhaupt darlegten, gilt in ganz gleicher Weise für die spezielleren Fragen, die sich daraus ergeben, daß im Allgemeinen in demselben Bewußtsein mehrere Vorstellungen zu einer Einheit verknüpft erscheinen, sei es nun, daß ein gleichzeitig gegebener Bewußtseinsinhalt zusammengesetzter Natur ist, sei es, daß es sich um den Zusammenhang des in demselben Bewußtsein zeitlich Folgenden handelt. Man kann in beiden Fällen mit Recht sagen, daß die Vereinigung eines Mehrfachen in demselben Bewußtsein auch in der zugrunde liegenden materiellen Gestaltung irgendwie ausgedrückt sein muß, daß der hier gegebene Fall jedenfalls sich von dem unterscheiden muß, der der Aufeinanderfolge der gleichen Vorstellungen in zwei verschiedenen Individuen entspräche. Und man könnte auf den ersten Blick meinen, daraufhin nun wieder ein bestimmtes Gebilde als Substrat oder Träger des in einem Bewußtsein vereinigten Mehrfachen fordern zu müssen. Auch hier jedoch werden wir keine Berechtigung haben, irgend einen bestimmten Modus dafür zu fordern, wie die im Psychischen gegebene Einheit materiell repräsentiert sein müßte.

Wir haben eben den Gedanken einer Doppelbezeichnung als die einfachste und nächstliegende Deutung der unter dem Namen des Parallel-Prinzips zusammengefaßten Vorstellung über den Zusammenhang des Psychischen und Physischen bezeichnet. Die obigen Erörterungen haben gelehrt, daß dieser Deutung und dem ganzen in dieser speziellen Weise aufgefaßten Parallel-Prinzip ein logisches Bedenken nicht entgegensteht. Wir werden uns aber doch hüten müssen, auf die besondere, hier zunächst erwogene Deutung zu großes Gewicht zu legen. In der Tat zeigt eine einfache Ueberlegung, daß die Bedenken, die sich anderen Deutungsversuchen entgegenzustellen scheinen, bei genauerer Prüfung in ganz derselben Weise sich als transzendenter Natur erweisen und verflüchtigen. So vor allem die formell noch einfachere Annahme, daß die psychischen Erscheinungen eine bei gewissen Gestaltungen des Materiellen sich regelmäßig anknüpfende B e g l e i t - e r s c h e i n u n g sei. Gerade diese Anschauung ist wohl am häufigsten und mit der größten Entschiedenheit für eine unhaltbare erklärt worden. Und in der Tat, wenn wir beachten, daß das Psychische eben nur bestimmten, eintretenden und wieder schwindenden Konfigurationen des Materiellen zugeordnet sein soll, so wird die naive Betrachtung stets geneigt sein, zu fragen, wie das Materielle es zuwege bringen solle, etwas völlig Andersartiges aus sich zu entwickeln?

Diesen Betrachtungen gegenüber würden wir uns zunächst darauf berufen können, daß ja die materielle Wirklichkeits-Vorstellung eine subjektive Bezeichnung eines uns nach ihrem „An sich" nicht be-

[1]) Es sind dies die Punkte, die, wie ich glaube, bei den bekannten Betrachtungen L o t z e s außer Acht gelassen worden sind. S. Mikrokosmos I, S. 176—182.

kannten Wirklichen ist, und daß wir daher gar nicht berechtigt sind, hier von der Anknüpfung eines völlig Andersartigen zu reden. Ueberdies aber würden wir in der schon wiederholt geübten Weise daran zu erinnern haben, daß wir bei allem, was wir über einen gesetzmäßigen Wirklichkeits-Zusammenhang aussagen, notwendig an eine nicht überschreitbare Grenze kommen, und daß es ein illusorisches Bestreben ist, für eine derartige Statuierung immer wieder eine Erklärung zu fordern; daß vielmehr jede mit gleichem Recht als eine für uns endgültige Ermittelung eines allgemeinen Wirklichkeits-Verhaltens genommen werden kann. So ist uns, wie wir sahen, im Gebiete des Materiellen eine Berührungskraft nicht verständlicher als eine in die Entfernung wirkende Anziehungskraft, und, wie wir vorhin betonten, wäre eine Wechselwirkung zwischen Materiellem und Psychischem nicht rätselhafter als eine zwischen verschiedenen materiellen Gebilden. Unter diesem Gesichtspunkt wird auch gegen den regelmäßigen Anschluß irgend welcher Begleiterscheinungen an bestimmte Gestaltungen des Materiellen kein Einspruch erhoben werden können. — Ganz die gleichen Betrachtungen (es wird nicht nötig sein, ihnen im Detail Raum zu geben) würden sich auch anstellen lassen, wenn wir, die im Parallel-Prinzip ausgedrückten Tatsachen nochmals anders deutend, etwa Wert darauf legten, die Bewußtseins-Erscheinungen als Bestimmungen eines besonderen Substrates anzusehen, jedoch eines immer und überall vorhandenen.

Erweisen sich, wie hieraus hervorgeht, für die im Parallel-Prinzip angenommenen Verhältnisse eine Mehrzahl von Deutungen als gleichermaßen zulässig, so läßt sich schon vermuten (und eine genauere Erwägung bestätigt es), daß die Besonderheiten, durch die jene Deutungen sich unterscheiden, selbst eines wirklich angebbaren Sinnes ermangeln, daß es sich lediglich um verschiedene Namen für ein Bestimmtes, was wir meinen, handelt, und daß die Frage, welche jener Vorstellungen die objektiv richtige sei, selbst als transzendent abzulehnen ist. In der Tat, wenn wir davon ausgehen — nur dies drückt sich in unserer Erfahrung wirklich aus —, daß mit gewissen Gestaltungen des Materiellen bestimmte Bewußtseins-Erscheinungen unter allen Umständen verknüpft sind, so werden wir es als einen vergeblichen Versuch, als eine typisch transzendente Fragestellung bezeichnen müssen, über die Art dieses Zusammenhanges oder seinen tieferen Grund noch irgend etwas feststellen zu wollen. Denn es ist nicht ersichtlich, wie wir es anfangen sollen, in dieser Richtung etwas zu erfahren, ebensowenig auch, was eine in dieser Hinsicht gemachte Angabe bedeuten oder uns lehren könnte.

Nach den obigen eingehenden Erörterungen in Betreff der beiden Hauptanschauungen können wir uns verhältnismäßig kurz über eine Vorstellung fassen, die der Vollständigkeit halber noch berührt werden mag und die gewissermaßen eine Kombination jener beiden darstellt.

Sie bestünde darin, daß wir uns ausschließlich materiell bestimmte Wirklichkeits-Gestaltungen mit dualistisch bestimmten in irgend einer zeitlichen Folge abwechselnd dächten, oder, um uns des gewöhnlichen Sprachgebrauches zu bedienen, daß die psychischen Erscheinungen zwar durch gewisse Gestaltungen jener insofern herbeigeführt werden, also sie bei deren Eintreten beginnen, alsdann aber als etwas Selbständiges ablaufen. Von der oben erwähnten Supplierung einer dualistischen Anschauung durch zeitweilig latentes psychisches Verhalten würde diese Annahme sich dadurch unterscheiden, daß ihr zufolge in den materiellen Gestaltungen die Bedingungen für das Entstehen psychischer Phänomene vollständig gegeben wären, also nicht noch andere, materiell unangebbare Bedingungen dazu kommen müßten. Von einer unitarischen Anschauung dagegen unterschiede sich die hier erwähnte dadurch, daß ihr zufolge zu g e w i s s e n Zeiten die Wirklichkeits-Gestaltung durch die materiellen Bestimmungen nicht erschöpfend dargestellt wäre, demgemäß dem materiellen Geschehen auch keine lückenlose und immanente Gesetzmäßigkeit zukäme, für gewisse Zeiten vielmehr noch die psychischen Phänomene als etwas Besonderes hinzugedacht werden müßten. — Obwohl diese Vorstellung auf den ersten Blick vielleicht noch mehr als die des Parallel-Prinzips etwas Befremdendes hat, so sind es doch im Grunde ganz ähnliche Bedenken und Erwägungen, wie die dort berührten, die ihr entgegenzustehen scheinen; und wir würden auch nur ganz analoge Erörterungen zu wiederholen haben und uns von der Untriftigkeit auch der hier erhobenen Einwürfe zu überzeugen. Betrachtet man — das ist schließlich das Entscheidende — materielles Geschehen und psychische Vorgänge als Bestimmungen einer Gesamtwirklichkeit, an der wir insbesondere auch eine Zerlegung in irgendwie unabhängige Teile nicht in irgend einem transzendenten Sinne zu machen berechtigt sind, so wird auch eine gesetzmäßige Aneinanderschließung von solchen Gestaltungen, die nur die eine, und solchen, die beide Bestimmungen aufweisen, nicht mit irgend einem logischen Erfordernis in Widerspruch stehen und nicht auf Grund irgend einer rein kritischen Erwägung als unangängig ausgeschlossen werden können.

Als Resultat unserer Darstellung ist festzuhalten, daß eine von der speziellen Gestaltung der Tatsachen absehende kritische Betrachtung uns nicht gestattet, zwischen den verschiedenen Formen, in denen man der allgemeinen Anforderung einer Interpretation genügen oder den Zusammenhang des Psychischen und Materiellen vorstellen kann, eine Entscheidung zu treffen. Betonen wir insbesondere nochmals, daß das, was an jenen verschiedenen Vorstellungen überhaupt einer derartigen, von den speziellen Tatsachen absehenden Prüfung zugänglich ist, sich lediglich als eine F o r m erweist, während alle über diese formale Deutung hinausgehenden Auffassungen sich als transzendenter Natur und überhaupt gegenstandslos herausstellen. In formaler Be-

ziehung aber erweisen sich die verschiedenen Vorstellungsweisen als gleichermaßen zulässig und durchführbar. Logisch einwandsfrei ist die eine ebenso wie die andere, und für beide ist es denkbar, daß sie sich in der Art, wie dies für eine theoretische Wirklichkeits-Vorstellung überhaupt möglich ist, bewahrheitet und als zutreffend erweist. Hieraus ergibt sich dann, daß eine Entscheidung zwischen den entgegenstehenden Annahmen lediglich in der speziellen Gestaltung der Tatsachen zu suchen ist und lediglich in dieser (vielleicht!) zu finden sein wird.

Wenn wir daher auch die Entscheidung, die wir hier erwarten, nicht in dem Sinne eines naiven Realismus als eine Feststellung betrachten, ob in Wirklichkeit Materie und Geist selbständig nebeneinander existieren oder nicht, sondern beide Auffassungen als Formen einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung nehmen, so ist es doch zweifellos auch in diesem Sinne Sache der Erfahrung zu entscheiden, ob die eine oder die andere die zutreffende oder, wie wir besser sagen, die brauchbare ist. Das logische Verhältnis ist genau das gleiche wie das zwischen verschiedenen Grundformen mechanischer Wirklichkeits-Vorstellung, etwa einer atomistischen und einer, in der eine kontinuierliche Raumerfüllung angenommen wird. Die spezielle Gestaltung der Erfahrung ist es, die uns lehren muß, ob wir in der einen oder anderen zu einem Verständnis der Wirklichkeit gelangen. Hier wie dort aber müssen wir im Auge behalten, daß es sich um Vorstellungsformen handelt, deren Bewährung in dem eben erwähnten Sinne wir nicht als eine objektive Richtigkeit in transzendenter Bedeutung nehmen dürfen. Dies macht sich, wie wir im folgenden Kapitel zu zeigen haben, besonders darin bemerklich, daß von vornherein durchaus auch an die Möglichkeit zu denken ist, daß unsere Erfahrungen sich gleich gut in der einen wie der anderen Weise verständlich machen lassen. Theoretisch ist auch in Bezug auf die hier behandelten Punkte, die Formen der Beziehung zwischen Materiellem und Psychischem, die Darstellbarkeit in beiden Formen nicht auszuschließen.

Obwohl wir, wie mehrfach betont, hier eine Prüfung der Interpretations-Prinzipien uns nur unter rein logischen Gesichtspunkten zur Aufgabe stellen konnten und gestellt hatten, wird es sich empfehlen, schließlich mit einigen Worten auf ein dem Parallel-Prinzip entgegengestelltes Bedenken einzugehen, das sich nicht auf rein logische Erwägungen, sondern in speziellerer Weise auf den erfahrungsmäßig gegebenen Gang der Erscheinungen stützt. In gewisser Weise deckt es sich mit den bereits im vorigen Kapitel berührten vitalistischen Anschauungen. Es besteht darin, daß der ganze Ablauf des Geschehens überall da, wo wir die Einmischung psychischer Erscheinungen anzunehmen veranlaßt sind, ein so verwickelter, die in den Vorgängen bemerkbaren Gesetzmäßigkeiten so eigenartige seien, daß eine Erklärung aus rein mechanischen Verhältnissen, eine Unterordnung unter Gesetze mechanischer Form als unmöglich auszuschließen sei. Aehnlich den obigen Ausführungen werden wir auch hier die Triftigkeit dieser Ueberlegung bestreiten müssen. Selbst wenn wir nur Gesetze der uns zur Zeit geläufigen Formen in Betracht ziehen, wird es überaus schwierig sein, im Voraus zu beurteilen, ob es möglich oder unmöglich ist, irgend welche Gruppen von Erscheinungen auf sie zurückzuführen; und kaum jemals wird sich das letztere zwingend erweisen lassen. Vor allem aber muß betont werden, daß bei der Erhebung jenes Einwandes wohl immer stillschweigend von Voraussetzungen über die Form der mechanischen Gesetze ausgegangen wird, die keineswegs unerläßlich sind. Behält man im Auge, wie mannigfaltige und verwickelte Formen von Gesetzen auch innerhalb des mechanischen Begriffskreises als denkbar in Betracht kommen, so kann man m. E. nur sagen, daß es überhaupt gar keine Art des Geschehens geben kann, von der wir behaupten dürften, daß sie sich unter solche Gesetze nicht bringen lasse.

Schließen wir die Untersuchung ab, ohne zwischen dem dualistischen und dem Parallel-Prinzip eine Entscheidung zu geben oder zu versuchen, so möchte ich doch nicht unterlassen, auszusprechen, daß m. E. bei dem ganzen gegenwärtigen Stande der Dinge die weitaus größere Wahrscheinlichkeit zugunsten des Parallel-Prinzips und einer lückenlosen Gesetzmäßigkeit des Materiellen gegeben sein dürfte. Ein genaueres Eingehen hierauf liegt außerhalb der uns hier beschäftigenden Aufgabe; jedenfalls genügt das, was in dieser Richtung schon oben erwähnt wurde. Wohl aber dürfte es, auch wenn wir dem Parallel-Prinzip nur einen gewissen Wahrscheinlichkeitswert zuschreiben, doch nicht überflüssig sein, mit einigen Bemerkungen auf das Verhältnis dieser Anschauung zu einigen anderen einzugehen.

Wird im Sinne des Parallel-Prinzips angenommen, daß wir in gewissen materiellen Verhältnissen die zureichenden Bedingungen psychischer Phänomene zu erblicken haben, so deckt sich diese Anschauung in mancher Hinsicht mit der im vulgären Sinne des Wortes materialistisch genannten. Je mehr dies der Fall ist, um so nachdrücklicher werden wir uns gegen eine Identifizierung derjenigen Anschauung, zu der wir hier, wenigstens als einer möglichen, gelangten, mit dem Materialismus früherer Jahrzehnte verwahren dürfen, in dem wir vielmehr den typischen Repräsentanten dessen sehen müssen, was wir als einen naiven Realismus auszuschließen und fernzuhalten bemüht waren. In der Tat: gründlicher ist niemals Aufgabe und Bedeutung aller logisch-theoretischen Bestrebung verkannt worden, als damals, wo man sagte, die Gedanken seien ein Produkt des Gehirns wie die Galle dasjenige der Leber, und wo man, wenn auch dieser Vergleich vielleicht nicht ganz ernst genommen wurde, doch der Meinung war, hierdurch mit allen den Zusammenhang des Physischen und Psychischen betreffenden Problemen aufs beste im reinen zu sein oder mit ihnen als unwissenschaftlichen Spekulationen gründlich aufgeräumt zu haben. Diese in

der späteren Literatur mit Recht niedriger gehangene Formulierung ist in der Tat der typische Ausdruck eines naiven Realismus, dem jede Wirklichkeits-Angabe die Bezeichnung eines „objektiven Verhaltens" ist, und der daher auch keine andere Aufgabe kennt als den Zusammenhang dieser Verhaltungsweisen empirisch zu ermitteln. Und wenn gerade die Sonderung und Unterscheidung der verschiedenen, in unseren Begriffen aufzuweisenden allgemeinen Zusammenhänge den Kernpunkt aller kritischen Ueberlegung und alles erkenntnistheoretischen Bestrebens ausmacht, so dokumentiert jener Vergleich, indem er die prinzipiell unvergleichbaren Zusammenhänge unbekümmert in Parallele stellt, in ganz besonders drastischer Weise den Mangel an Verständnis für jene Fragen, die einer strengeren und tiefer gehenden Betrachtung die wichtigsten sind. — Aber auch bei prinzipiell durchaus abweichenden Anschauungen können wir wohl anerkennen, daß in Bezug auf die spezielle Gestaltung der Tatsachen in jenen Behauptungen das Richtige getroffen worden sein mag.

Weit zutreffender und auch den hier gewonnenen Ergebnissen näherstehend ist die vielbesprochene, in dem Schlagwort „Ignorabimus" gipfelnde Lehre Du Bois-Reymonds. Wurde ja doch auch oben als besonders wichtig hervorgehoben, daß eine Beantwortung der Frage, welcher Art der Zusammenhang des Psychischen und Physischen eigentlich ist, und wie es komme, daß an gewisse Formen materieller Konfiguration das Psychische sich knüpfe, nicht gegeben werden kann. Gleichwohl ist mir die zugespitzte Formulierung Du Bois' niemals als eine ganz glückliche erschienen. Sie legt nämlich zunächst eine Auffassung nahe, die allerdings wohl sicher nicht der Meinung ihres Urhebers entspricht, die aber, ungemein verbreitet, wie ich glaube, der Hauptgrund für den Widerspruch in naturwissenschaftlichen Kreisen geworden ist. Diese besteht darin, daß es als aussichtsloses Bemühen bezeichnet werden soll, diejenigen materiellen Vorgänge anzugeben, die wir uns als die Substrate der psychischen Erscheinungen zu denken, oder denen wir diese als regelmäßige Begleiterscheinungen zuzuordnen hätten. Dies nun als grundsätzlich unmöglich zu betrachten, liegt in der Tat gar kein Grund vor. Schon die Erkenntnis, daß es sich dabei um die Vorgänge in nervösen Gebilden handeln wird, kann ja als eine, wenn auch noch sehr unvollständige Beantwortung der gestellten Frage in Anspruch genommen werden. Auch unterliegt es keinem Zweifel, daß die fortschreitenden Untersuchungen uns einer strengeren und genaueren Beantwortung immer näher führen. Mag man also die Schwierigkeiten, die hier einem weiteren Vordringen entgegenstehen, höher oder niedriger veranschlagen, jedenfalls kann von einer unüberschreitbaren Grenze nicht gesprochen werden. Eine theoretische Wirklichkeits-Vorstellung, wie sie uns als Ziel vorschwebt und den allgemeinen Bedingungen unseres Erkennens konform ist, würde eben in dem, was wir ihre Interpretation nannten, diejenigen materiellen Vorgänge, die dem Psychischen entsprechen, angeben müssen. — Allein derartige Einsichten als unerreichbar zu bezeichnen, war wohl gar nicht die Meinung jenes Ausspruches. Du Bois wünschte vielmehr (wie ich wenigstens glaube) nur hervorzuheben, daß auch, wenn wir jene Vorgänge kennten, denen das Psychische als regelmäßiges Korrelat zugeordnet ist, die Frage nach der Art oder dem Grunde dieses Zusammenhanges sich einer Beantwortung entziehe. Dies wird man als richtig anerkennen müssen. War indessen dies seine Meinung, so muß man zugeben, daß hierfür die gewählte Formulierung sicher keine glückliche war. Denn eine wirklich der Sache auf den Grund gehende Erwägung muß doch gerade darauf den Nachdruck legen, daß es sich hier um eine falsch gestellte Frage handelt, deren Beantwortung, sei es nun in welchem Sinne es wolle, uns gar nichts Verständliches lehren könnte. Wie man von einer Schranke oder Grenze nur da spricht, wo der Natur der Sache nach ein Weitervordringen wenigstens denkbar erscheint, so sollte man von einem Nichtwissen doch auch nur reden mit Bezug auf Fragen, die richtig gestellt sind, deren sinnvolle Beantwortung irgendwie denkbar erscheint und wenigstens als ein Wünschbares in Erwägung gezogen werden kann. Die Unerkennbarkeit des Zusammenhangs zwischen Physischem und Psychischem als eine trotz allen Fortschrittes naturwissenschaftlicher Erkenntnis nicht überschreitbare Grenze hinzustellen, ist, wie mir scheint, eine zur Hervorrufung von Mißverständnissen ganz besonders geeignete Formulierung. Sie ist ebenso schief, wie wenn man sagen wollte, trotz aller Vervollkommnung unserer Fortbewegungsmittel werde es doch niemals gelingen, aus dem Raume hinaus zu gelangen, oder trotz aller durch die fortschreitende Technik gegebenen Erweiterung unseres praktischen Könnens werde es doch nie gelingen, Geschehenes ungeschehen zu machen. Einer strengen Betrachtung wird es nicht zutreffend erscheinen, das hier vorliegende logische Verhältnis als ein „Ignorare" zu bezeichnen. Am wenigsten liegt ein Grund vor, dem „Ignorabimus" jenen Beiklang schmerzlicher Resignation zu geben, durch den der Ausspruch seine pikante Zuspitzung erhielt, aber auch eben das vorhin erwähnte Mißverständnis besonders nahe legte.

Ein genaueres Eingehen auf die unzählbaren Erörterungen und Beurteilungen, die gerade die hier besprochenen Probleme gefunden haben, selbst nur auf diejenigen neueren Datums, ist hier selbstverständlich weder möglich noch erforderlich; doch mögen einige Hinzufügungen in dieser Richtung noch gestattet sein. Es wurde oben bemerkt, daß die Erfahrungstatsachen sich den Anschauungen des Parallel-Prinzips wohl besser als einer dualistischen Auffassung anzuschließen scheinen. Dies bestätigt sich darin, daß die Erwägungen, die, einer kritischen Klärung ganz ermangelnd, sich typisch auf den Standpunkt des naiven Realismus stellen, überwiegend zu „materialistischen" Anschauungen gelangen. Gleichwohl wäre es sehr unzutreffend, hier einen ganz durchgängigen Zusammenhang anzunehmen. Denn Betrachtungen, die den

vitalistischen ähnlich sind, haben doch auch oft genug dazu geführt, die materialistischen Annahmen nicht auf dem Boden der erkenntnistheoretischen Kritik, sondern im Hinblick auf die besondere Gestaltung der Erfahrungstatsachen zu bestreiten. Und so fehlt es denn auch unter den Verfechtern dualistischer Auffassungen keineswegs an solchen, die ganz ebenso ausgesprochen wie die „Materialisten" einen naiven Realismus repräsentieren. So läßt sich wohl kaum bestreiten, daß z. B. die für die Selbständigkeit des Psychischen eintretenden Erörterungen W a s m a n n s in ihrer Behandlung des Realitätsbegriffes eine kritische Klärung desselben ganz ebenso wie die materialistischen vermissen lassen und auf demselben Boden naiver Betrachtung sich bewegen wie diese.

Was die erkenntnistheoretisch-kritischen Behandlungen anbelangt, so dürften die Gedankengänge, in denen sie sich bewegen, im Allgemeinen mit denjenigen zusammentreffen oder ihnen mindestens sehr nahe stehen, die wir oben besprochen und zu denen wir Stellung genommen haben. In Ermangelung einer ganz konsequenten Durchführung der kritischen Erwägungen werden wir immer versucht sein, namentlich für das Parallel-Prinzip Deutungen oder Erläuterungen zu versuchen, deren Unzulänglichkeit oder Fruchtlosigkeit dann wieder mit Recht urgiert werden kann. So werden wir z. B. R i c k e r t[1]) durchaus in dem zustimmen können, was er über den Versuch sagt, das Verhältnis des Materiellen und Psychischen mit der Anschauung einer Kugelschale von der konkaven und der konvexen Seite zu vergleichen. Es fragt sich indessen, was aus dem Mißglücken derartiger Versuche geschlossen werden darf. M. E. führt eine vor jedem Uebergreifen ins Transzendente sich sorgfältig hütende Ueberlegung uns immer dazu, nicht sowohl das Scheitern als vielmehr die Entbehrlichkeit derselben zu betonen.

Achtes Kapitel.

Ergebnisse und Folgerungen.

Aequivalente Wirklichkeits - Vorstellungen. Ergänzungs - Begriffe. Fiktive mathematische Bestimmungen. Unbewußte psychische Zustände.

Mit den den eigentlichen Kardinalfragen geltenden Ausführungen der vorstehenden Kapitel ist zwar die einer kritischen Urteilslehre zu stellende Aufgabe in der Hauptsache gelöst oder ihre Lösung wenigstens insoweit vorbereitet, daß es nur der abschließenden Erledigung nur eines zusammenfassenden Ueberblickes bedarf. Ehe wir jedoch zu einem solchen Abschlusse schreiten, ist es doch geboten, das bisher Dargelegte teils durch die besondere Hervorhebung gewisser Konsequenzen, teils

[1]) R i c k e r t, Psychophysische Kausalität und psychophysischer Parallelismus. Tübingen 1900.

auch durch die Besprechung gewisser Beschränkungen seiner Gültigkeit zu vervollständigen.

Von der fundamentalen Einsicht ausgehend, daß aller Inhalt unseres Denkens uns als unser Bewußtseinszustand gegeben ist, hatten wir betont, daß alles, was wir über eine Wirklichkeit außer uns aussagen, diese nach Maßgabe unserer Vorstellung bezeichnet. Kann demgemäß kein Real-Urteil die „an sich" bestehende Beschaffenheit der Wirklichkeit außer uns angeben, sondern nur die Art, wie wir sie vorstellen, so folgerten wir weiter, daß alles, was wir von der Wirklichkeit aussagen, lediglich die Bedeutung eines Symbols hat, ein direkt nicht bekanntes X bezeichnet, das seine eigentliche und endgültig verständliche Bedeutung in dem findet, was es hinsichtlich des von uns tatsächlich Erlebten oder zu Erlebenden besagt. Dies war es, was wir durch den Ausdruck der I n t e r p r e t a t i o n festlegen wollten.

Wir haben also den gesamten Real-Sätzen, die sich auf ein außerhalb unser selbst angenommenes objektives Verhalten, ein Nicht-Ich, erstrecken, eine lediglich vermittelte Bedeutung zugeschrieben, sofern sie als ein gesetzmäßig geordnetes Ganze für unsere Erlebnisse, insbesondere auch für die zu erwartenden, etwas Bestimmtes ergeben. Diese Auffassung von der indirekten Bedeutung aller Real-Sätze objektiven Inhalts tritt in einen gewissen Gegensatz gegen die einer naiven Betrachtung naturgemäß eigene Tendenz, solche Sätze als direkt und endgültig bedeutungsvoll aufzufassen, gegen einen n a i v e n R e a l i s m u s. Auf einen solchen geht denn tatsächlich (Beispiele hierfür haben wir schon im vorigen Kapitel kennen gelernt) eine Fülle von Ueberzeugungen, Betrachtungen und Fragestellungen sowohl des alltäglichen wie des wissenschaftlichen Denkens zurück. Eine konsequente Durchführung des obigen Grundsatzes bringt uns demgemäß mit gewohnten Anschauungen in mannigfachen Widerspruch; und es wird nicht überflüssig sein, durch die Besprechung einiger derartiger Fälle die Richtigkeit des hier aufgestellten Grundsatzes zu bestätigen und damit die Ueberzeugung zu befestigen, daß nur die völlig konsequente Durchführung desselben uns vor transzendenten Scheinurteilen schützt.

In erster Linie möchte ich hier an die Möglichkeit erinnern, daß auch mit Benutzung desselben Begriffskreises m e h r e r e Wirklichkeits-Vorstellungen entwickelt werden können, die ihrer endgültigen Bedeutung nach vollkommen äquivalent sind. In einem solchen Falle würde der naiven Betrachtung die Frage geboten erscheinen, ob denn nun in Wirklichkeit die Dinge sich so oder so verhalten, während im Gegensatze hierzu die kritische Erwägung uns lehrt, daß die beiden Vorstellungsweisen, sofern sie hinsichtlich ihrer Interpretations-Ergebnisse übereinstimmen, auch durchaus gleich richtig und zutreffend sind, eine Entscheidung aber, welche die wahre sei, weder möglich ist noch gefordert werden kann.

Der Gedanke einer solchen mehrfachen Darstellbarkeit ist, wie ich glaube, keine bloß phantastische Fiktion, sondern durch mancherlei Bestrebungen der theoretischen Naturwissenschaft einigermaßen nahegelegt; und dies wird vielleicht immer der Fall sein, wenn der Versuch gemacht wird, eine radikale Umwälzung der Grundbegriffe vorzunehmen. Hierher würde das Bestreben zu rechnen sein, die seit Newton angenommenen *Fernwirkungen* durch sog. *Berührungskräfte* zu ersetzen. Um diese Versuche richtig zu würdigen, muß man zunächst daran erinnern, daß, rein logisch genommen, keinerlei Anlaß besteht, einem auf solche Kontaktkräfte zurückgehenden Wirkungsgesetz einen Vorzug gegenüber der älteren Vorstellung einzuräumen. Jedes Gesetz des Geschehens scheint uns zwar die Frage aufzudrängen, worauf seine Gültigkeit eigentlich beruhe, wie das in ihm angenommene Wirken zustande komme. Aber dies ist eine Frage, die, mögen wir diese oder jene Form des Gesetzes als die endgültige festlegen, überall in gleichem Sinne unbeantwortbar bleibt.

Natürlich ist es von vornherein sehr denkbar, daß es uns unter Zugrundelegung nur der einen, nicht aber der anderen dieser Vorstellungen gelingt, zu einem befriedigenden und abschließenden Verständnis der Erscheinungen zu gelangen. In diesem Falle wird über das Festhalten der einen, das Fallenlassen der anderen Anschauung kein Wort zu verlieren sein. Denkbar ist es aber auch, daß die Erscheinungen in ganz übereinstimmender Weise auf der einen oder der anderen Grundlage, in Verbindung mit noch anderen Modifikationen, sich darstellen und in eine gesetzmäßige Ordnung einfügen lassen. So ist z. B. in der Tat gezeigt worden, daß gewisse Bewegungszustände innerhalb einer den Raum stetig erfüllenden Flüssigkeit, bei Annahme gewisser Gesetze für die Flüssigkeitsbewegung, sich vollkommen gleich verhalten, wie ponderable Massenteilchen, die eine Anziehungskraft aufeinander ausüben. Wir berühren hiermit bereits den anderen prinzipiellen Unterschied der Vorstellungen, dessen hier im gleichen Sinne zu gedenken ist, die Annahme einerseits isolierter Massenteilchen, deren jedes von den Nachbarteilchen durch Zwischenräume getrennt ist, anderseits einer den Raum lückenlos erfüllenden Materie, die Annahme also einer *diskontinuierlichen*, durch „Atome" dargestellten oder einer *stetigen*, dem Anschauungsbilde einer Flüssigkeit vergleichbaren Materie. Die theoretische Naturwissenschaft hat sich lange beider Vorstellungen nebeneinander bedient, der einen für die ponderable Materie, der anderen für den Lichtäther. Später machte sich eine gewisse Neigung geltend, die erstere Vorstellung ganz zu beseitigen und durch die letztere zu ersetzen, während gegenwärtig wieder eine starke Tendenz in der entgegengesetzten Richtung im Uebergewicht zu sein scheint. Es ist natürlich hier nicht der Ort, auch fühle ich mich in keiner Weise dazu berufen, die Chancen der einen und der anderen Betrachtungsweise abzuwägen. Mir scheint nur wichtig, vom Standpunkt einer kritischen

Untersuchung aus zu betonen, daß die Gleichberechtigung und die Gleichwertigkeit beider Vorstellungsweisen von vornherein als möglich im Auge zu behalten ist. Wenn, wie oben schon erwähnt, formell völlig übereinstimmende Erscheinungen sich einerseits als Bewegungen unstetiger, ponderabler Massenteilchen unter dem Einfluß von Anziehungskräften, anderseits als Bewegungen einer stetigen, den hydrodynamischen Differentialgleichungen folgenden Flüssigkeit ableiten lassen, so ist es wohl denkbar, daß wir die erfahrungsmäßig gegebenen Tatsachen gleich gut in der einen wie in der anderen Weise auffassen und als gesetzmäßige verständlich machen können. Es wäre dann eine Täuschung, wenn wir meinten, fragen zu dürfen, ob die eine oder die andere Vorstellungsweise die objektiv richtige, die dem wahren Sachverhalt entsprechende ist. Vielmehr würde eine solche Frage als durchaus gegenstandslos, als typisch transzendent abzulehnen sein. Auch bei einem noch unfertigen Stande des Wissens ist daher solchen ganz generellen Fragen gegenüber eine größere Vorsicht und eine andere Beurteilung geboten, als gegenüber Spezialfragen innerhalb eines fest gegebenen Begriffskreises. Die Frage, ob es einen sechsten Jupitersmond gibt, ob der Sirius Eisen enthält u. dgl., dürfen wir unverfänglich stellen, in der Ueberzeugung, daß sie jedenfalls objektiv richtig zu bejahen oder zu verneinen ist. Die Frage, ob es Fernwirkungen gibt, ob die Materie den Raum stetig oder unstetig erfüllt, kann nicht erwogen werden, ohne zu berücksichtigen, daß eine fortschreitende Einsicht vielleicht auch ihre prinzipielle Unbeantwortbarkeit herausstellen könnte.

Zu sehr ähnlichen Ergebnissen führt uns die Erwägung anderer Versuche, die gleichfalls darauf gerichtet sind, die Grundbegriffe der theoretischen Naturwissenschaft in gewisser Weise umzugestalten. An die weittragende Bedeutung des Gesetzes von der Erhaltung der Energie anknüpfend, hat man angefangen, der *Energie* als solcher eine Realität in ähnlichem Sinne zuzuschreiben, wie man solche bislang für die materiellen Teile als das im Raum Bewegliche anzunehmen gewohnt war, sei es nun, daß man Stoff und Energie *beide* als Realia in gleichem Sinne angesehen wissen wollte, sei es, daß man die Energie allein als das „eigentlich Reale" betrachten und so den Begriff des Stoffes ganz zurückdrängen zu müssen meinte. Auch bei der Beurteilung dieser Versuche müssen wir uns vor Allem vor der Täuschung hüten, daß ohne weiteres gefragt werden könne und müsse, was das „eigentlich Reale" sei, ob die Materie oder die Energie, und daß die Einsicht in die reale Natur der Energie der Auffindung einer direkt verständlichen Tatsache vergleichbar sei. Hält man an diesem Grundsatz fest, so wird ersichtlich, daß die Beurteilung dieser Verhältnisse zunächst von der besonderen, nach logischen Gesichtspunkten nicht festzulegenden Gestaltung der Erfahrungstatsachen abhängt, daß es aber leicht gelingt, für jeden der hier denkbaren Fälle die logisch formalen Fragen zu erledigen.

Wenn zunächst, wie es wohl immer noch als das Wahrscheinlichste gelten darf, eine erschöpfende Wirklichkeits-Beschreibung unter Benutzung des Stoffbegriffs und nur in dieser Form gegeben werden kann, also als Darstellung, wie eine Anzahl von Körpern im Raume angeordnet sind und sich bewegen, so wird der Begriff der Energie unter Benutzung *jener Begriffe als der endgültigen* zu definieren sein. Die Energie ist also dann ein Begriff, den wir benutzen, um die Bewegungsgesetze der materiellen Körper auszudrücken. Was wir unter Benutzung desselben angeben, insbesondere auch das Gesetz der Erhaltung der Energie, stellt sich als eine Angabe über die Bewegungsverhältnisse und Bewegungsgesetze dar, wobei daran festzuhalten wäre, daß unsere Wirklichkeits-Vorstellung sich in letzter Instanz doch immer dieser Begriffe zu bedienen haben wird. Unter diesen Umständen wird die Behauptung, daß der Energie eine *reale Existenz* zugeschrieben werden könne, auch nur die Bedeutung haben, daß sie hinsichtlich der Bewegungsgesetze irgend etwas aussagt; und zwar wird sie, wenn sie überhaupt etwas Bestimmtes besagen soll, lediglich ein anderer Ausdruck für die *Konstanz* der Energie sein. Der Analogie zwischen Stoff und Energie, der diesen beiden zukommenden „Unzerstörbarkeit“ darf also unter diesen Umständen ein gewisses ästhetisches Interesse, aber doch auch nicht mehr als ein solches zugeschrieben werden.

Wir können an zweiter Stelle den Fall in Erwägung ziehen, daß es gelänge, die Wirklichkeit unter ausschließlicher Benutzung des Energiebegriffes als eine Reihe von Bewegungen und Umwandlungen der Energie darzustellen und dabei auf den Begriff des Stoffes ganz zu verzichten oder ihn als einen abgeleiteten Hilfsbegriff zu behandeln, mit dessen Benutzung wir für die Energieverhältnisse etwas aussagen, kurzum, das jetzt bestehende logische Verhältnis zwischen Stoff- und Energiebegriff umzukehren. Sofern dabei nicht zu ganz neuen Vorstellungen und Annahmen gegriffen wird, würde es aber immer noch möglich sein, die Wirklichkeit auch in der anderen, der Stoffbegriffe sich bedienenden Form darzustellen. Es läge also dann auch hier, ähnlich wie es vorher bezüglich der Berührungs- und Fernkräfte, der stetigen und unstetigen Massen erwähnt wurde, der Fall zweier äquivalenter Formen vor; und wir würden auch hier wiederum im Auge behalten müssen, daß die energetische Form der Darstellung gegenüber der uns geläufigen in Bezug auf formale Vorzüge, nicht aber in Bezug auf objektive Richtigkeit abgewogen werden könnte. Erst wenn uns die Erfahrung dazu führte (der dritte hier anzureihende Fall), Energieformen anzunehmen, die weder in Bewegungen oder Anordnungen stofflicher Gebilde noch auch in den uns bekannten Bewußtseins-Erscheinungen bestehen, somit auch Wirklichkeits-Gestaltungen, die sich *nur* mit Benutzung des Energiebegriffes, nicht aber in den uns geläufigen Begriffskreisen ausdrücken oder beschreiben lassen: erst dann hätten wir

bestimmten Anlaß, die energetische Darstellungsform als die endgültige in Anspruch zu nehmen, den Energiebegriff als den kardinalen aller Wirklichkeits-Beschreibung zugrunde zu legen [1]).

Auch hier wäre zu betonen, daß wir in der Auffassung alles Geschehens als Energiewandlungen doch nur eine formale Eigentümlichkeit unserer Wirklichkeits-Vorstellung zu erblicken hätten, nicht aber die reale Existenz der Energie im transzendenten Sinne als eine Erfassung des wahren Wirklichkeits-Verhaltens betrachten dürften [2]).

Die soeben hinsichtlich der Energie gewonnenen Ergebnisse weisen uns auf die Möglichkeit von Wirklichkeits-Vorstellungen hin, die sich anderer als der uns gewohnten Grundbegriffe des Stoffes und seiner Bewegung im Raum bedienen. Wir können im Anschluß hieran ganz allgemein bemerken, daß in mancherlei Weise die Heranziehung noch weiterer Begriffe und damit tiefgreifende formale Modifikationen der uns geläufigen Wirklichkeits-Vorstellung denkbar erscheinen. In der Tat müssen wir uns klar machen, daß nicht nur, wie schon an früherer Stelle erwähnt wurde, unsere theoretische Wirklichkeits-Vorstellung durch die unmittelbar sinnlich wahrgenommene räumliche Anordnung in überaus bedeutungsvoller Weise vorbereitet ist, sondern daß auch durch ähnliche Verhältnisse das ganze begriffliche Material, in dem wir die Wirklichkeit denken, in gewisser Weise festgelegt erscheint. Es umfaßt eben einerseits die unmittelbar gegebenen Bewußtseins-Erscheinungen resp. die Begriffe, in die wir diese zusammenfassen, andererseits den Raum und das im Raume Bewegliche. Lassen wir als wahrscheinlich gelten, daß wir hiermit auf den richtigen, zum Ziele führenden Weg gewiesen sind, so müssen wir doch anerkennen, daß vom rein logischen Standpunkt aus der Versuch, die Wirklichkeit auch in irgend welchen anderen Formen zu denken, nicht als unangängig abgewiesen werden kann. Und es ergibt sich so die Möglichkeit, zu ihrer Darstellung irgend welche andere Begriffe heranzuziehen. Natürlich sind wir in dieser Beziehung nun auch wieder auf das angewiesen, was wir überhaupt als Vorstellungs-Material in unserem Seelenleben antreffen. Und so sind wir freilich nicht in der Lage, hier irgend welche fundamental neue Begriffe zu bilden, wohl aber solche, die sich

---

[1]) Der Begriff der Energie würde in diesem Falle als ein Ergänzungs-Begriff in dem unten noch etwas allgemeiner zu besprechenden Sinne zu bezeichnen sein.

[2]) Mit der hier vertretenen Auffassung des Energie-Begriffes ist die volle Anerkennung und Würdigung der eminenten Bedeutung, die ihm in der theoretischen Naturwissenschaft zukommt, sehr wohl vereinbar. Allerdings aber läßt sich wohl nicht bestreiten, daß die Darstellungen der Lehre von der Energie, insbesondere auch von dem Gesetze ihrer Konstanz, vielfach zum mindesten eine ganz befriedigende kritische Klärung vermissen lassen und durch eine metaphysisch transzendente Nuance gefärbt erscheinen. Im Hinblick hierauf und wegen der großen allgemeinen Bedeutung des Gegenstandes schien es mir geboten, die Grundlinien der aus unserem Standpunkte sich ergebenden Auffassung an dieser Stelle zu erwähnen und klarzulegen. Daneben erscheint freilich eine etwas speziellere Erörterung des ganzen Gegenstandes wünschenswert, die im Anhangs-Kapitel 4 gegeben werden soll.

als Modifikationen, Abstraktionen usw. aus den uns geläufigen entwickeln lassen. Wir können die in solcher Weise entstandenen Begriffe als *fiktive Ergänzungsbegriffe* bezeichnen. Eine ganze Reihe wohlbekannter und viel beachteter Betrachtungsweisen qualifiziert sich im Grunde als Versuch, solche Ergänzungsbegriffe in das Denken der Wirklichkeit einzuführen, und es ist nicht ohne Interesse, ihre Berechtigungen unter diesem Gesichtspunkt zu erwägen.

Um gegenüber allen sich hier erhebenden Fragen den richtigen Standpunkt zu gewinnen, müssen wir zunächst beachten, daß die Heranziehung solcher fiktiver Begriffe vom rein logischen Standpunkt aus zulässig ist; es kann also jedenfalls der Versuch gemacht werden, eine Wirklichkeits-Vorstellung mit Benutzung derselben zu entwickeln; und für deren Wert und Berechtigung wird es lediglich darauf ankommen, ob sie uns gestattet, unsere endgültig gegebenen Erfahrungen als Bestandteil eines gesetzmäßig geordneten Ganzen darzustellen und in diesem Sinne verständlich zu machen. Anderseits ist wichtig, daß jene Begriffe nur diese vermittelte, aber keine direkte Bedeutung besitzen, und daher die Real-Urteile, in die sie eingehen, nicht in dem transzendenten Sinne einer solchen unmittelbaren Bedeutung genommen werden dürfen.

Vor Allem ist hier an die der gewöhnlichen Anschauung gar nicht fernliegende Möglichkeit zu erinnern, den materiellen Objekten außer der Beweglichkeit im Raum noch ein irgendwie andersartiges, gleichfalls veränderliches Verhalten zuzuschreiben. Dies würde mit den Bewegungsverhältnissen in dem erforderlichen Zusammenhang stehen, wenn z. B. diejenigen Gesetze, die die Bewegungen als Funktion der Anordnung angeben, nicht konstant, sondern durch gewisse, wiederum in gesetzmäßiger Weise veränderliche Zustände der Objekte mitbestimmt wären. Gegen die allgemeine Zulässigkeit einer solchen Vorstellung ist kein Bedenken zu erheben, um so weniger, wenn wir beachten, daß auch ein solcher veränderlicher Zustand durch eine stetige Größe bezeichnet werden könnte, und daß damit die mathematische Darstellbarkeit der ganzen Wirklichkeit zwar kompliziert, aber keineswegs ausgeschlossen wäre.

Wir brauchen den soeben erwogenen Fall nur durch eine geringfügige Modifikation abzuändern, um auf ein in anderer Richtung interessantes Gebiet zu kommen. Es steht nichts im Wege, den Objekten ein durch eine stetige Größe ausdrückbares und veränderliches Verhalten zuzuschreiben, das sich nicht gerade als eine speziellere Bestimmung der Bewegungsgesetze, sondern in entsprechender Weise wie die räumlichen Bestimmungen selbst geltend machte, ein Verhalten also, das einem Ort, dessen Aenderungen einer Bewegung vergleichbar wären. Solcher Bestimmungen könnte es eine oder mehrere geben. Sie könnten neben den räumlichen als eine Ergänzung dieser

herangezogen werden, sie könnten aber auch unter Verzicht auf diese als Ersatz derselben behandelt werden.

Die Vorstellungen, zu denen wir so gelangen, besitzen eine gewisse Verwandtschaft mit anderen, die eine eigenartige Berühmtheit gewonnen haben, und zu deren richtiger Beurteilung wir, wie ich glaube, gerade auf dem hier eingeschlagenen Wege gelangen. Bekanntlich ist wiederholt auf die Denkbarkeit von räumlichen Gebilden hingewiesen worden, deren Einzelelemente (Orte) durch eine Anzahl stetig veränderlicher Größenwerte bestimmbar sein sollten, jedoch in anderer Weise, als dies hinsichtlich des Raumes stets angenommen worden ist. Ein solches Gebilde könnte z. B. statt der drei Abmessungen deren vier oder noch mehr besitzen, oder es könnte deren drei haben, deren jede aber nicht nach zwei Richtungen ins Unbegrenzte sich erstreckender Veränderungen, sondern nur einer beschränkten Reihe von Bestimmungen fähig wäre. Von dieser Art sind die sogen. „nicht euklidischen Räume", Gebilde, die sich zum Raume etwa wie eine Kugelfläche zu einer unbegrenzten Ebene verhalten. Der euklidische Raum, d. h. derjenige, für den die von jeher anerkannten Sätze der Geometrie gelten, stellt sich so als Spezialfall einer weit umfassenderen Klasse von Vorstellungsgebilden dar; er kann als ein dreidimensioniger und ebener bezeichnet werden. An diese Betrachtung ist dann von der Mehrzahl der Autoren, die sich mit ihr beschäftigt haben, die weitere Folgerung geknüpft worden, daß im Allgemeinen mit der Möglichkeit einer anderen Beschaffenheit des Raumes als der erwähnten euklidischen zu rechnen sei, und daß diese nicht a priori feststehe, sondern als Erfahrungsergebnis anzusehen sei. Insbesondere wurde dabei auf die Möglichkeit von Erfahrungen hingewiesen, die eine „nicht-euklidische" Beschaffenheit des Raumes dokumentieren würden.

Was wir an diesen Aufstellungen für falsch oder wenigstens unzutreffend formuliert erklären müssen, ist schon oben gezeigt worden. Nur kurz also sei hier nochmals zunächst daran erinnert, daß wir eine Raumvorstellung besitzen, hinsichtlich deren die Sätze der Geometrie mit unabweisbarer anschaulicher Evidenz gelten. Damit ist natürlich die Berechtigung nicht bestritten, Vorstellungsgebilde von der Art der „nicht-euklidischen Räume" zu ersinnen und mathematisch zu behandeln. Nur muß man im Auge behalten, daß sie, im Gegensatz zu der anschaulich gegebenen Raum-Vorstellung, nichts anderes sind als mathematische Fiktionen. Und man kann es aus diesem Grunde nur bedauern, daß für sie die Bezeichnung der „Räume" gewählt worden ist. Nicht unsere Raum-Vorstellung ist ein spezieller Fall einer umfassenderen Kategorie gleichartiger Vorstellungen, sondern das ihm eigentümliche System von Größenbeziehungen können wir als Spezialgestaltung einer allgemeiner zu denkenden Art von Größenbeziehungen darstellen. Diese Größenbeziehungen kommen unserer Raum-Vorstellung wohl zu, aber sie machen sie nicht aus.

Auch wie wir uns mit denjenigen Erfahrungen abzufinden hätten, die geeignet erscheinen, eine „nicht-euklidische Beschaffenheit des Raumes" zu beweisen, ist oben schon besprochen worden. Wir betonten, daß Erfahrungen, die eine Unrichtigkeit der geometrischen Axiome zu dokumentieren scheinen, selbstverständlich denkbar sind, daß sie diese Unrichtigkeit aber niemals zwingend ergeben, vielmehr stets anders aufgefaßt werden können und müssen. Denkbar ist, wie wir sahen, daß der sich selbst überlassene Körper sich nicht von seinem Ausgangspunkt unbegrenzt weiter entfernt, sondern sich nach Durchlaufung einer gewissen Strecke ihm wieder nähert und ihn schließlich erreicht. Dies könnte uns veranlassen, ein Bewegungsgesetz anzunehmen, demzufolge die Körper unter solchen Umständen eine gekrümmte Bahn durchlaufen, nicht aber dem Raum ein Krümmungsmaß zuzuschreiben.

Wir können nun im Hinblick auf die obigen Erörterungen noch einen Schritt weiter gehen. Denkbar ist auch eine solche Gestaltung der Erfahrungen, daß es uns bei der Beschränkung auf die in der Anschauung gegebenen räumlichen Bestimmungen überhaupt nicht gelingt, zu einem Verständnis derselben nach Maßgabe einer gesetzlichen Ordnung zu gelangen, während wir dagegen dies Ziel erreichen, wenn wir noch andere Bestimmungen heranziehen oder die räumlichen durch sie ersetzen. Unter solchen Umständen hätten wir dann wirklich Anlaß, eine in solchen fingierten Begriffen sich bewegende Wirklichkeits-Vorstellung zu entwerfen und sie als die richtige in dem Sinne, wie dies von einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung gesagt werden kann, zu akzeptieren. Nur wird man wieder, um Mißverständnissen und Widersprüchen zu entgehen, betonen müssen, daß es sich um eine gar nicht räumliche, demgemäß auch nicht anschauliche, sondern nur in mathematisch abstrakten Begriffen g e d a c h t e Wirklichkeits-Vorstellung handeln würde.

Nicht das also ist fraglich und aus der tatsächlichen Gestaltung der Erfahrung zu entnehmen, ob der Raum diese oder jene Beschaffenheit besitzt, sondern ob wir in der Form des Räumlichen zu einer befriedigenden Wirklichkeits-Vorstellung gelangen können, oder ob wir etwa veranlaßt sein werden, sie durch eine gedachte, unanschauliche, nicht räumliche, zu ersetzen. Während wir also jeden Zweifel über die unempirische Evidenz der auf den Raum bezüglichen Sätze abweisen und demgemäß die räumlich-anschauliche Natur einer solchen fingierten Vorstellung bestreiten, müssen wir anderseits für ihre rein logische Zulässigkeit eintreten.

Daß freilich gerade hier von einer tatsächlichen Verwirklichung jenes als denkbar in Betracht gezogenen Falles und somit von einer praktischen Bedeutung derartiger Fiktionen nach allem, was wir zur Zeit wissen, wohl kaum ernsthaft die Rede sein kann, bedarf kaum einer besonderen Erwähnung.

Von größerem Interesse ist ein anderer Kreis von Begriffen, der eine ähnliche Auffassung wenigstens gestattet und den hier zu besprechen daher gleichfalls angebracht sein wird. Es sind die u n b e w u ß t e n p s y c h i s c h e n V o r g ä n g e u n d Z u s t ä n d e, von denen hier zu reden ist.

Gehen wir davon aus, daß der endgültig deutliche, keiner Erläuterung bedürftige Sinn, wie er den irgend eine Bewußtseinsbestimmung bezeichnenden Begriffen zukommt, denjenigen der u n b e w u ß t e n psychischen Zustände oder Vorgänge ja jedenfalls abgeht, so ist klar, daß für die Behauptung, es bestehe irgendwo ein solcher unbewußter Zustand, es habe ein unbewußter psychischer Vorgang stattgefunden, sofern sie nicht ein bedeutungsloser Nonsens sein soll, irgend eine auf andere Begriffe zurückgehende Erklärung zu fordern sein wird. Um darzulegen, was hier in Frage kommen kann, wollen wir zunächst die Art und Weise erwägen, wie jene Begriffe ohne eigentliche wissenschaftliche Bestrebung schon im gewöhnlichen Leben benutzt worden sind und noch benutzt werden. Eine überaus große Zahl von Bezeichnungen dieses oder jenes psychologischen Verhaltens führt uns bei etwas genauerer Analyse auf die hier wesentlichen Punkte. Schon wenn wir z. B. sagen, daß jemand etwas w e i ß, ist leicht ersichtlich, daß hiermit nicht ein andauerndes Bewußtsein irgend welcher Art gemeint ist, sondern ein Verhalten, welches unter ganz bestimmten Umständen (bei Lenkung der Aufmerksamkeit auf diese oder jene Fragen usw.) in einem bewußten Urteilen sich geltend macht. Ob dies als ein bestimmtes Verhalten des Gehirns oder der Seele oder wie sonst immer vorgestellt wird, erscheint dabei zunächst gleichgültig. Wir bezeichnen also hier ein seiner genauen Natur nach zunächst unbekanntes Verhalten, das bezüglich seiner Folgen denen eines bestimmten, uns geläufigen Bewußtseinszustandes, nämlich eines bewußten Wissens, ähnlich ist, als ein unbewußtes Wissen. Gleiches finden wir sehr vielfach. Wir bemerken, daß eine Reihe im Bewußtsein nicht bemerkbarer Zustände und Vorgänge hinsichtlich ihrer Bedingungen und Folgen, ihres Entstehens, ihrer Beeinflußbarkeit, mit gewissen, uns als Bewußtseins-Erscheinungen bekannten Zuständen oder Vorgängen eine weitgehende Analogie, eine oft überraschende Aehnlichkeit darbieten. Und wir bezeichnen sie daraufhin mit diesen, ursprünglich Bewußtseins-Erscheinungen bedeutenden Namen mit dem Zusatz des Unbewußten. Das klassische Beispiel dieser Betrachtungs- und Bezeichnungsweise sind die u n b e w u ß t e n S c h l ü s s e, von denen wir in Betreff der Sinneswahrnehmungen zu sprechen gewohnt sind. Wir haben z. B. durch mannigfaltige Erfahrung gelernt, daß sehr entfernte Gegenstände gewisse Eigentümlichkeiten der Färbung, der Umrisse usw. darbieten, jene Besonderheiten, die wir als Luftperspektive zu bezeichnen pflegen. Wir konstatieren nun, daß diese optischen Verhältnisse ganz unmittelbar in uns den Eindruck einer großen Entfernung hervorrufen. Wir

sind uns dabei nicht bewußt, aus bestimmten Besonderheiten der optischen Eindrücke auf die Entfernung zu schließen, ja es können jene in Betracht kommenden Eigentümlichkeiten ganz unbemerkt bleiben. Gleichwohl lehrt der Versuch, daß sie es doch sind, die den Eindruck der großen Entfernung hervorrufen. Der Zusammenhang ist also ganz ähnlich, wie wenn wir aus der Erfahrung zu der allgemeinen Einsicht gelangt wären, daß zwischen jenen Merkmalen der Färbung usw. und der Entfernung ein allgemeiner regelmäßiger Zusammenhang stattfindet, und aus diesem allgemeinen Satz einen Schluß auf den Einzelfall zögen. Diese Aehnlichkeit ist es, die uns veranlaßt, hier von einem unbewußten Schluß zu reden. Und wenn wir demgemäß in diesem Sinne sagen, die große Entfernung werde aus gewissen Verhältnissen der Farben, der Umrisse usw., der Ort einer Schallquelle aus dem Verhältnis der Schallstärke im rechten und linken Ohr „unbewußt erschlossen“, so werden wir darin eine nicht wertlose Charakterisierung der ganzen Vorgänge erblicken dürfen (über deren Richtigkeit denn auch im einzelnen Falle die Meinungen wohl auseinandergehen).

Wir können die Bedeutung, in der hier vom Unbewußten gesprochen wird, wohl eine p r o v i s o r i s c h e nennen. Und darüber, daß die Benutzung der betreffenden Begriffe in diesem Sinne in gewissem Umfange berechtigt und nützlich ist, wird m. E. ebensowenig ein Zweifel bestehen können, wie darüber, daß diese Berechtigung immer nur eine relative ist, und daß das Operieren mit jenen Begriffen daher unter allen Umständen eine gewisse Vorsicht erfordert. Wie bei allen mehr oder weniger unbestimmten Begriffen wird es, namentlich wo sich Zweifel über ihr Zutreffen erheben, geboten sein, auf eine direkte Erwägung der gemeinten Verhältnisse zurückzugehen.

Wenn wir in solchem provisorischen Sinne von unbewußten psychischen Vorgängen sprechen, so bleibt dabei, wie vorher schon angedeutet, ganz außer Acht, wie die so bezeichneten Vorgänge oder Verhaltungsweisen sich für ein fortgeschrittenes Erfahrungswissen darstellen würden. Naturgemäß kann nun aber auch gerade diese Frage ganz allgemein aufgeworfen, namentlich also erwogen werden, ob auch innerhalb einer endgültigen Wirklichkeits-Vorstellung noch von unbewußten psychischen Erscheinungen die Rede sein werde oder dürfe, ob den Begriffen des unbewußten psychischen Vorgangs, abgesehen von jener provisorischen, auch noch eine andersartige, eine endgültige Bedeutung zukomme oder wenigstens zukommen könne. Wir gelangen damit zu den uns hier interessierenden Problemen.

Hier bietet sich nun, wie man sogleich sieht, zunächst eine Möglichkeit, die, unter logischem Gesichtspunkt völlig einfach, kaum einer besonderen Erläuterung bedarf. Es ist jedenfalls denkbar, daß die fortschreitende Erfahrung uns dazu führt, alles, was wir provisorisch als unbewußte psychische Erscheinungen bezeichnen, als bestimmte materielle Vorgänge und Verhaltungsweisen aufzufassen, und daß wir auf

dieser Grundlage zu einem lückenlosen Verständnis der Wirklichkeit gelangen. In diesem Falle würde dann dem Unbewußten ausschließlich jene provisorische Bedeutung zukommen; es würde in einer endgültigen Wirklichkeits-Vorstellung keinen Platz mehr finden [1]). In der Tat ist es ein, namentlich auf dem Boden des Parallel-Prinzips, nicht fernliegender Gedanke, daß in unserem Gehirn neben denjenigen Vorgängen, die wir als direkte Substrate der bewußten psychischen Vorgänge zu betrachten hätten, auch andere angetroffen werden, die nicht mit Bewußtseins-Erscheinungen verknüpft, jenen aber ähnlich genug wären, um als eine gewisse Modifikation derselben aufgefaßt und bezeichnet zu werden, und die wir daher unbeschadet und neben ihrer physischen Bezeichnung auch ein unbewußtes Psychisches nennen dürfen.

Der hier zunächst erwogene Fall ist dadurch charakterisiert, daß in unsere Wirklichkeits-Vorstellung in letzter Instanz nur die beiden uns geläufigen und unentbehrlichen Begriffsarten eingehen, nämlich die als Bewußtseins-Erscheinungen bekannten psychischen und die materiellen. Wir können neben diesem nun als zweiten Fall den in Erwägung ziehen, daß wir auf dieser Grundlage zu einer abschließenden, gesetzmäßig geordneten Wirklichkeits-Vorstellung nicht gelangen, wohl aber dies Ziel erreichen, indem wir unbewußte psychische Erscheinungen (nicht im Sinne irgend welcher materiellen Vorgänge, sondern als etwas Besonderes, nur so zu Bezeichnendes) in den Kreis unseres Wirklichkeits-Denkens aufnehmen und somit die Begriffe des Unbewußten in einem nicht provisorischen, sondern endgültigen Sinne nehmen. Die Vorstellung, zu der wir so gelangen, ist es, die einer genaueren logischen Klärung wohl bedarf; wir gewinnen diese im Anschluß an die obigen Betrachtungen. Denn in der Tat sind auch die unbewußten psychischen Erscheinungen ein fiktiver E r g ä n z u n g s b e g r i f f gleich den vorher verfolgten; und für ihre Bedeutung und Berechtigung gilt genau das nämliche, was dort in anderem Zusammenhange dargelegt wurde. Die Berechtigung, solche Begriffe heranzuziehen, müssen wir ebenso wie dort behaupten, unter der immer wieder gleichen Voraussetzung, daß es sich um eine gesetzmäßig geordnete Wirklichkeits-Vorstellung handelt, die mit dem direkt Gegebenen durch eine angebbare Interpretation in Zusammenhang steht. Denkbar ist also ohne Zweifel eine Psychologie, die sich sozusagen als eine Mechanik unbewußten psychischen Geschehens darstellte. Und sie ist logisch einwandfrei, sofern sie nur mit den materiellen Vorgängen einerseits, den Bewußtseins-Erscheinungen anderseits durch bestimmte Annahmen in einen allgemeinen Zusammenhang gesetzt ist, insbesondere also auch darüber bestimmte Voraussetzungen enthält, welche Verhaltungsweisen des Unbewußten durch einen Eintritt ins Bewußtsein erkennbar werden. Es wäre also irrig,

[1]) Das schlösse nicht aus, daß auch in einem solchen Fall vielfach in nützlicher, wenn auch figürlicher Weise, von unbewußten psychischen Vorgängen gesprochen werden könnte.

sie mit der Frage in die Enge treiben zu wollen, was z. B. eine unbewußte Empfindung eigentlich sei. Es genügt für den Zweck, daß die unbewußten psychischen Verhaltungsweisen eine Fiktion sind. Daß sie aber dies und nichts anderes sind, muß auf der anderen Seite auch gegenüber der entgegengesetzten Auffassung betont werden, die in den unbewußten psychischen Zuständen ein ohne weiteres genügend bezeichnetes reales Verhalten, in der Feststellung, daß es z. B. unbewußte Empfindungen gibt, eine unmittelbar bedeutungsvolle, der Auffindung einer bestimmten Tatsache vergleichbare Vermehrung unseres Wissens erblicken möchte. Demgegenüber kann nicht scharf genug betont werden, daß ein „unbewußtes Empfinden" zunächst lediglich ein völlig unbekanntes und unvorstellbares X ist.

Aus dem Obigen geht schon hervor, doch mag es noch besonders hervorgehoben werden, daß die Beurteilung der hier erwogenen Fragen sich nicht allein auf logische Prinzipien stützen kann, sondern in gewissem Umfange von der besonderen Gestaltung der Erfahrungen abhängen muß, und daß demgemäß bei dem gegenwärtigen unfertigen Stande unseres empirischen Wissens eine zweifellose und sichere Entscheidung nicht gegeben werden kann. Auch können wir hinzufügen, daß selbst darüber, was die zurzeit bekannten Tatsachen erwarten lassen oder wahrscheinlich machen, wohl sehr ungleiche Anschauungen möglich sind. Können wir auch davon ausgehen, daß die Berechtigung zur Annahme unbewußter psychischer Verhaltungsweisen in einer irgendwie *wertvollen Darstellung der Gesetze psychischen Geschehens* zu finden sein würde, so versteht sich doch, daß im allmählichen Fortschritte des Wissens jene gesuchten Gesetzmäßigkeiten zunächst mehr oder weniger unvollständig und ungenau übersehbar sein werden. Es ist daher Sache eines gewissen subjektiven Ermessens, wie hoch man die Forderungen in jener Richtung stellen soll: und wenn man schon durch relativ geringe Erfolge sich ermutigt fühlt, die Entwicklung einer Psychologie auf dieser Grundlage zu versuchen, so ist über die Berechtigung dieses Unternehmens im Grunde nicht zu streiten. So dürfte die Beurteilung des gegenwärtig vorliegenden Tatsachen-Materials wohl gerade hier sehr auseinandergehen. Der sicher von vielen Forschern vertretenen Ansicht, daß nur eine Erkenntnis des materiellen Geschehens uns zu einem endgültigen Verständnis der Bewußtseins-Erscheinungen führen könne, dürfte wohl die ebenso entschiedene Ueberzeugung anderer entgegenstehen, daß eine in psychologischen Begriffen sich bewegende, durch die Annahme der unbewußten Zustände und Vorgänge ergänzte Seelenlehre den einstigen Abschluß zu bilden berufen sei und das Ziel darstelle, dem wir zuzustreben haben. In Bezug auf diesen Gegensatz Stellung zu nehmen, gehört hier nicht zu unserer Aufgabe. Nur insofern werden, wie ich glaube, die rein logisch-kritischen Erwägungen auch den zurzeit geläufigen Anschauungen gegenüber eine gewisse Bedeutung beanspruchen können, als auf diesem Gebiete transzendente Täuschungen wohl eine noch viel größere Rolle als bezüglich der Energie gespielt und zu einer starken Ueberschätzung der Psychologie des Unbewußten geführt haben.

Es wird schließlich unerläßlich sein, hier mit einigen Worten das weite Gebiet der Bestrebungen zu berühren, die darauf gerichtet sind, in Bezug auf das Verhalten der Wirklichkeit besonders wichtige und tiefgreifende Fragen aufzuwerfen oder Behauptungen aufzustellen, die es versuchen, in das eigentliche letzte Wesen des Existierenden einzudringen, die Gesamtheit der Welt als eine einheitliche oder doppelte darzustellen usw. Denn gerade bei diesen fundamentalen Wirklichkeits-Angaben ist man, wie die strengere Prüfung zeigt, ganz besonders häufig dadurch irregeführt worden, daß man unter Vernachlässigung des Interpretations-Prinzips Real-Urteile in einem direkten endgültigen Sinne nehmen zu können glaubte, die einen solchen nicht besitzen. Man darf hierher nicht nur alles rechnen, was wir jetzt als metaphysische Spekulationen abzulehnen uns schon lange gewöhnt haben, sondern auch eine große Reihe moderner Aufstellungen, deren Urheber diese Bezeichnung von sich weisen würden. Ob wir den *Willen* oder (im physikalischen Sinne) die *Energie* als das wahrhaft Reale bezeichnen, ob wir die Inkommensurabilität von Geist und Stoff behaupten oder, auf das Parallel-Prinzip gestützt, eine besonders beachtenswerte *Einheitlichkeit* der Welt erkannt zu haben glauben: in allen Fällen bewegen wir uns in Behauptungen, die etwas Erfahrbares nicht besagen, und deren scheinbare Bedeutung im Grunde doch nur auf einer Täuschung der Phantasie beruht. Halten wir streng fest, daß wirklich und endgültig verständlich uns nur die Erscheinungen unseres Bewußtseins sind, so leuchtet ein, daß wir alle solche Versuche als gegenstandslos ablehnen dürfen.

Nur diejenigen Wirklichkeits-Aussagen, die über das Vorhandensein, Eintreten und Ablaufen der Bewußtseins-Erscheinungen etwas aussagen, besitzen einen wirklich endgültigen Sinn; alle andern nur indirekt, insofern sie für die Vorgänge jener Art etwas ergeben. Sobald wir, darum unbekümmert, unsere Bezeichnungen der Außenwelt als etwas endgültig Bedeutungsvolles betrachten, verfallen wir der sich immer wieder in gleicher Weise wiederholenden Täuschung eines naiven Realismus. Und diesem werden wir alle jene vielgestaltigen Bestrebungen, in das Wesen der Dinge und das eigentlich Seiende einzudringen, zurechnen müssen.

Neuntes Kapitel.

Einschränkungen und Ergänzungen.

Psychologische Natur des Gesamt-Wissens. Das Urteil als psychologischer Vorgang. Heteropsychische Urteile.

Als Aufgabe der kritischen Urteilslehre hatten wir es bezeichnet, in systematischer Weise die logischen Zusammenhänge unseres gesamten Wissens darzulegen. Wie oben schon angedeutet, gehen wir dabei insofern von einer Fiktion aus, als wir stillschweigend die Voraussetzung machen, daß diese „Wissensgesamtheit" als eine festbestimmte Summe von Urteilen (oder auch Vermutungen) gegeben und aufweisbar sei. Tatsächlich ist ja nun dies nicht der Fall; vielmehr bringt die ganze Natur unserer psychischen Vorgänge, insbesondere das, was man die Beschränktheit des Bewußtseins zu nennen pflegt, es mit sich, daß von allem, was wir als unsern intellektuellen Besitz betrachten, im Allgemeinen uns in jedem Moment nur ein sehr kleiner, ein verschwindender Teil gegenwärtig, alles übrige aber sozusagen nur potentia vorhanden ist. Die hieraus sich ergebenden Folgen und die Art, wie sich die logische Betrachtung mit dieser Tatsache abzufinden berechtigt ist und auch abzufinden pflegt, sind am einfachsten zu übersehen, wenn wir die hierdurch bedingte psychologische Natur des mathematischen Wissens betrachten. Die Art der mathematischen Begriffsbildung bringt es mit sich, daß der Zusammenhang der in komplizierteren Begriffen sich bewegenden Sätze mit den anschaulichen und direkt evidenten Grundlagen, aus denen sie sich ableiten lassen, ein ungemein entfernter sein kann, den wir wohl schritt- und stufenweise verfolgen, aber schlechterdings nicht auf einen Blick übersehen können. So kommt den Sätzen dieser Art, wenn wir den psychologischen Tatbestand ganz vorurteilslos beschreiben, die anschauliche Evidenz, die wir von den Sätzen der Mathematik behaupten, nicht eigentlich zu. Dies gilt schon von rein numerischen Gleichungen. Niemand wird sagen können, daß ihm der Satz $7^4 = 2401$ anschaulich evident sei: er kann nur durch Rechnung gefunden und bewiesen werden. Und nicht minder klar ist, daß, wenn wir der Gesamtheit mathematischen Wissens einen logischen Zusammenhang von der Art zuschreiben, daß alle Sätze zwingendes logisches Ergebnis gewisser direkt evidenter Axiome seien, diese Statuierung selbst nicht ohne weiteres als richtig übersehbar ist. Sie drückt aus, was wir, die mathematischen Sätze kennen lernend und durchdenkend, erfahren haben und solcher Art gedächtnismäßig wissen. — Man bemerkt indessen hier auch am einfachsten, daß eine logische Betrachtung diesen psychologischen Verhältnissen nicht Rechnung zu tragen braucht, und in welchem Sinne sie sich über sie hinwegsetzen darf. In der Tat kommt es uns ja nicht darauf an, den Modus psychologischer Ueberzeugung bei jeder Art von Urteilen darzustellen, sondern den logischen Zusammenhang. Aber die ganze Aufgabe einer solchen systematischen Darstellung logischer Zusammenhänge kann als eine sinnvolle nur unter der Voraussetzung gestellt werden, daß wir eine Gesamtheit von Urteilen, die tatsächlich psychologisch sukzessive aufweisbar sind, als etwas ein für allemal fest Gegebenes betrachten dürfen. So geht denn jede logische Betrachtung mathematischen Wissens von der Annahme aus, daß es ein solches Wissen gebe, daß alles, was uns gegenwärtig evident ist, es auch gestern war und morgen wieder sein wird, daß alles, was uns jetzt als zwingendes Ergebnis gewisser Prämissen erscheint, dies auch bei weiterer Erwägung immer wieder tun wird, und daß wir somit eine gewisse Summe von Urteilen, die tatsächlich immer nur teilweise im Bewußtsein realisiert sind, als ein einheitlich gegebenes Ganze betrachten dürfen. In Wirklichkeit können ja nun diese Annahmen durch eine ausgedehnte Erfahrung als sichergestellt gelten; hierauf gründet sich die reale Bedeutung der psychologischen Fiktion, von der hierbei ausgegangen wird [1]), und die Berechtigung, die Gesamtheit des mathematischen Wissens als ein fest gegebenes logisches Gefüge zu betrachten. Im Hinblick auf diese Verhältnisse ist es zulässig, die unabhängige Evidenz der mathematischen Axiome, die strenge Anknüpfung jedes folgenden Satzes an die früheren so auszudrücken, daß wir dem gesamten Umfange mathematischen Wissens eine zwingende und von der Erfahrung unabhängige Evidenz zuschreiben. Wollen wir anderseits die logischen Verhältnisse einzelner Urteile ohne jede Voraussetzung oder psychologische Fiktion darstellen, so müssen wir anerkennen, daß die Ueberzeugung, mit der wir irgend einen verwickelten mathematischen Satz aussprechen, sich neben der Evidenz, die wir den mathematischen Axiomen zuschreiben, stets auch in gewissem Maße auf Annahmen psychologischen Inhalts gründet, wie die, daß richtig gerechnet worden sei usw. Man bezeichnet also den Sachverhalt am treffendsten, wenn man sagt, daß die logische Betrachtung sich auf eine psychologische Fiktion bezieht, auf einen Intellekt, der jene Wissensgesamtheit gleichzeitig zu übersehen und seinen logischen Zusammenhang in allen Teilen zu erfassen vermöchte, oder daß sie bestimmte Voraussetzungen hinsichtlich des psychologischen Geschehens macht, nämlich einen den logischen Gesetzen genau entsprechenden Fortgang und eine absolut zuverlässige, durch keine Gedächtnisfehler getäuschte Festhaltung aller einmal als richtig erkannten Sätze annimmt. Es ist aber einleuchtend, daß eine von diesen Voraus-

[1]) Dies schließt natürlich nicht aus, daß wir unter besonderen Umständen gerade den psychologischen Voraussetzungen unsere Aufmerksamkeit zuwenden und alsdann die ihnen, wie allen Real-Urteilen zukommende, nur bedingte Sicherheit in Erwägung ziehen. So, wenn wir im Einzelfalle fragen, ob ein Ergebnis durch korrekte Rechnung gewonnen sei; so auch, wenn wir in der oben berührten Weise die psychologischen Verhältnisse der Raum-Vorstellung erörtern und fragen, ob die uns zurzeit eigene Raum-Vorstellung auch anderen Personen zukommt, uns immer zukommen wird usw.

setzungen ausgehende Betrachtung in der Tat insofern ihre Berechtigung besitzt, als einerseits jene realpsychologischen Voraussetzungen eine ganz bestimmte Gruppe von Annahmen darstellen, deren stets wiederholte Erwähnung ebenso überflüssig wie langweilig sein würde, anderseits gerade unter Absehung von ihnen sich Ergebnisse herausstellen, die durch ihre allgemeine Bedeutung und durch ihre Einfachheit ein hervorragendes Interesse beanspruchen können.

Zu einer Betrachtung ähnlicher Art gibt uns nun auch das Real-Wissen Anlaß, sobald wir es unter genauer Berücksichtigung der psychologischen Tatsachen betrachten. Denn wenn wir überhaupt von einer Wirklichkeits-Vorstellung als etwas fest Bestimmtem reden, so liegt darin schon die Annahme, daß ein vollkommen zuverlässiges Gedächtnis uns die beliebige Reproduktion einer sehr großen Menge von Real-Urteilen gestatte, während doch tatsächlich nur ein sehr kleiner Teil unseres Real-Wissens wirklich im Augenblick bewußt gegeben ist. Und wir können hier sogleich noch ein Weiteres hinzufügen. Wir betrachteten als die letzte und endgültig sichere Grundlage alles Real-Wissens die Konstatierung unserer eigenen Erlebnisse. Auch hier sehen wir, daß in diesem Sinne als endgültig gewiß ja jedenfalls nur die Konstatierung des gerade im gegenwärtigen Zeitpunkt stattfindenden Verhaltens gelten kann. Unbedingt sicher ist nicht der Inhalt irgend eines Erinnerungsurteils, sondern nur die Tatsache, daß wir im gegenwärtigen Augenblick ein solches Erinnerungsurteil haben. Es ist aber klar, daß eine Wirklichkeits-Vorstellung, wie wir sie bei unseren logischen Betrachtungen im Auge hatten, eine viel ausgedehntere Grundlage besitzen muß; sie nimmt als „gegeben" und als sicheren und definitiv gültigen Bestandteil unserer Wirklichkeits-Vorstellung nicht die Konstatierung eines momentanen Verhaltens, sondern eine zwar nicht scharf begrenzte, jedenfalls aber große Menge von ungleichzeitig Erlebtem und gedächtnismäßig Aufbewahrtem. — Aus diesen Verhältnissen würden sich nun hier ebensowenig wie hinsichtlich der Mathematik besondere Schwierigkeiten ergeben, wenn wir hier wie dort die gemachten Annahmen als empirisch so weit sichergestellt erachten dürften, daß eine Unrichtigkeit wenigstens in nennenswertem Umfange gar nicht in Betracht zu ziehen wäre. Ohne Zweifel aber ist ja dies nicht der Fall. Vielmehr bringt hier die Fülle und Mannigfaltigkeit des Materials, zum Teil auch die begriffliche Form, in der wir unsere Erinnerungen festhalten, es mit sich, daß mit Unsicherheit und Irrtum sehr ernstlich gerechnet werden muß.

Führt uns nun hier die Erfahrung dazu, eine Annahme, die wir stillschweigend machen und auch machen müssen, als nicht zutreffend zu erkennen, so scheint sich hier ein gewisser Widerspruch herauszustellen. In der Tat ist klar, daß wir in gewissem Umfange immer von der Annahme einer Zuverlässigkeit des Gedächtnisses ausgehen müssen. Hätten wir damit zu rechnen, daß unsere Erinnerungen uns fortwährend

täuschten, so könnten wir zu etwas, was wir Wirklichkeits-Vorstellung nennen dürfen, gar nicht gelangen. Eine Erfahrung, die dieses Ergebnis lieferte, zöge sich selbst den Boden unter den Füßen weg. Indessen löst sich dieser Widerspruch, sobald wir einerseits das Geforderte und anderseits das von den Tatsachen Herausgestellte etwas genauer ins Auge fassen. Denn die psychologische Erfahrung lehrt ja nur, daß unsere Erinnerungen keine durchgängig und absolut genauen sind. Sie hindert uns aber nicht, anzunehmen, daß diese uns nur selten in gröberer Weise täuschen, im Ganzen und Großen jedoch mindestens annähernd als zutreffend anerkannt werden dürfen. Mehr als dies brauchen wir aber auch nicht vorauszusetzen. Denn wir können hiernach die gedächtnismäßig aufbewahrte Wirklichkeits-Vorstellung doch als etwas annähernd fest Gegebenes betrachten. Und als die Grundlage unseres gesamten Real-Wissens werden wir jedenfalls weit mehr betrachten dürfen als das unmittelbar gegebene Selbsterlebnis des gegenwärtigen Augenblickes, nämlich, wie wir es vorhin schon ausdrückten, eine allerdings nicht scharf zu begrenzende Summe von gedächtnismäßig Aufbewahrtem [1]). Nur in Einzelfällen sind wir daher veranlaßt, auf die strenge Betrachtungsweise zurückzugreifen, bei der wir dann das Bestehen des Erinnerungs-Urteils als psychologische Tatsache des Augenblicks in Betracht ziehen müssen.

Auch hier bezieht sich also die logische Betrachtung auf ein ideelles Gebilde. Aber das in Wirklichkeit psychologisch Gegebene steht diesem doch sehr nahe. Und es leuchtet daher auch ohne weiteres als berechtigt und zweckmäßig ein, daß die logische Untersuchung, wie dies ja auch von jeher geschehen ist, von den unterscheidenden psychologischen Verhältnissen zunächst absieht und sich mit jenem gedachten Gebilde beschäftigt. Die Bedeutung aller logischen Beziehungen (des unabhängig Evidenten zum besonderen Inhalt der Erfahrung, einer objektiven Wirklichkeits-Vorstellung zum direkt gegebenen Selbsterlebten, des Transzendenten zum Interpretierbaren), tritt am greifbarsten und anschaulichsten hervor, wenn wir in ihnen das innere Gefüge einer fest gegebenen

[1]) Haben wir daher keinen Anlaß, zu fragen, was wirklich als absolut sicheres Real-Urteil zu betrachten oder wie dies abzugrenzen sei, so löst sich damit auch ein anderes Bedenken, das man aus einer etwas spitzfindigen Betrachtung herleiten könnte. Entsprechend der Tatsache, daß die Zeit, wie Kant es ausdrückte, die Form unseres inneren Sinnes ist, kann man auch bemerken, daß jedes, eine unmittelbar gegebene Erfahrung betreffende Urteil, mag es nun eine Dauer oder eine Veränderung aussagen, sich auf eine gewisse zeitliche Erstreckung beziehe. Gibt es daher kein Urteil, das einem zeitlich gar nicht mehr ausgedehnten Jetzt gilt, so kann man fragen, ob jene als endgültig sichere Grundlage unseres Erfahrungs-Wissens vorausgesetzten und vorauszusetzenden Urteile überhaupt existieren, ob nicht, streng genommen, alle wirklich aufweisbaren Urteile schon mit der aller Erinnerung eignen Unsicherheit behaftet sind. Es genügt demgegenüber darauf hinzuweisen, daß für die Urteile, die das dem Jetzt Nächstliegende noch in einer unlösbaren Weise zusammenfassen, jedenfalls keine nennenswerte Irrtumsgefahr besteht, und daß wir nicht genötigt sind, zwischen dem unbedingt Sicheren und dem einer Irrtumsgefahr Ausgesetzten eine scharfe Grenzlinie zu ziehen.

Wissensgesamtheit erblicken. Und sie sind in gewissem Sinne doch auch für unser tatsächliches Denken maßgebend, wenn sie auch in diesem immer nur sozusagen bruchstückweise gegeben sind.

Auf eine weitere Reihe nicht unwichtiger Erwägungen werden wir geführt, wenn wir, gewisse vorhin bereits berührte Tatsachen unter etwas anderem Gesichtspunkte verfolgend, die *zeitlichen Verhältnisse* des Urteils ins Auge fassen. Man kann nicht bestreiten, daß jedes Urteil, wenn wir uns auf den Boden der tatsächlichen psychologischen Verhältnisse stellen, einen mehr oder weniger zeitlich erstreckten psychischen Vorgang darstellt. Gibt man dies zu, so kann man nicht nur fragen, wie dies nun mit der Annahme einer für einen bestimmten Zeitpunkt geltenden definitiven Sicherheit in Einklang zu bringen sei (was wir oben berührt und erledigt hatten), sondern es scheint sich hier auch für unsere Auffassung der Reflexions-Urteile eine gewisse Schwierigkeit zu ergeben. Wird auch für ein solches zugegeben, daß es ein irgend eine endliche Zeit in Anspruch nehmender psychologischer *Vorgang* ist, erscheint es dann nicht auch als ein Erlebnis, und wird dadurch nicht die Grundlage erschüttert, auf der sein Gegensatz gegenüber den Real-Urteilen dieser einfachsten Art zu beruhen schien?

Gegenüber den Betrachtungen dieser Art wird man sich immer darauf berufen müssen, daß wir unter keinen Umständen daran denken können, das Urteil lediglich als die zeitliche Sukzession der in ihm zu unterscheidenden Elemente aufzufassen. Niemals können wir der Annahme ausweichen, daß in ihm, abgesehen von der zeitlichen Folge noch eine andere Verknüpfung jener Elemente vorliege. Auch das eine Veränderung aussagende Urteil ist ja nicht diese Veränderung selbst; irgendwie muß in ihm mit der Vorstellung des gegenwärtigen Verhaltens auch die des unmittelbar vorausgegangenen verknüpft sein. Kommen wir also über die Annahme eines von der zeitlichen Folge wohl zu unterscheidenden Zusammenhanges verschiedener Vorstellungselemente im Urteil keinesfalls hinaus, so wird man auch keine besondere Schwierigkeit und noch weniger einen Widerspruch darin finden können, wenn im Reflexions-Urteil eine unzeitliche Beziehung verschiedener Vorstellungen behauptet wird. Mögen wir also auch anerkennen, daß in der tatsächlichen Gestaltung unseres Denkens jedes Urteil als ein zeitlich erstreckter Vorgang sich darstellt, so kann uns dies doch nicht veranlassen, das Urteil der zeitlichen Aneinanderreihung seiner Elemente gleichzusetzen, nicht verhindern, es in einer von jener zeitlichen Gestaltung absehenden Weise ins Auge zu fassen. So bleibt denn vor allem (und das ist das für unsere ganze Untersuchung Maßgebende und Grundlegende) auch bei dieser Betrachtung der Unterschied des Reflexions-Urteils und des psychologischen Real-Urteils in voller Schärfe bestehen. Wir können, wie von jedem psychologischen Zustand oder Vorgang, so

auch von dem, was wir ein Reflexions-Urteil nennen, Akt nehmen und sein Bestehen als psychologische Tatsache aussagen. Wir können so jedem Reflexions-Urteil das psychologische Real-Urteil gegenüberstellen, *daß* wir im gegebenen Zeitpunkte so urteilen. Immer aber werden wir die Aussage, daß wir zur Zeit so urteilen, daß dieser Denkakt jetzt in uns stattfindet, von dem Inhalt dieses Denkaktes selbst unterscheiden müssen. Ich sehe ein, daß $2 \times 2 = 4$ ist; und ich kann zugleich oder unmittelbar danach die Tatsache, daß ich dies einsehe, als etwas Erlebtes, als psychologisches Ereignis feststellen. Gerade bei dieser Zusammenhaltung tritt die grundsätzliche Differenz der beiden Urteilstypen in besonders scharfer Weise hervor. Und mag man also zugeben, daß ein Reflexions-Urteil selbst etwas Erlebbares sei, so hindert dies nicht, daß es auch in ganz anderem Sinne ein Urteil ist, das wir von der Feststellung dieses Erlebens sehr wohl unterscheiden können.

Eine Ergänzung ganz anderer Art haben wir unserer obigen Darstellung der *Real-Urteile* hinzuzufügen. Wir waren davon ausgegangen, daß ihrem Sinne nach unmittelbar verständlich nur die Urteile über unsere eigenen Erlebnisse sind, während unsere Aussagen über die gesamte Welt des objektiv Realen, des Nicht-Ich, in der ausführlich behandelten und zusammenfassend als *Interpretation* bezeichneten Weise ihren Sinn finden würden, also durch den ihnen zugeschriebenen gesetzmäßigen Zusammenhang, der sie untereinander und einen Teil von ihnen mit den psychischen Erscheinungen verknüpft. Zwischen den endgültig verständlichen idiopsychischen Urteilen und den durch ihren Zusammenhang mit diesen zu interpretierenden Urteilen von objektiv realer Bedeutung nehmen eine gewisse Mittelstellung diejenigen ein, die *fremde*, nicht dem denkenden Subjekt, sondern anderen Menschen oder, wie wir gleich allgemein sagen können, anderen Lebewesen angehörige Bewußtseins-Erscheinungen behaupten; sie mögen im folgenden als „*heteropsychische*" bezeichnet werden.

Insofern stimmen sie mit den Real-Urteilen von objektiver Bedeutung überein, als sie uns jedenfalls nicht mit unmittelbarer Sicherheit gegeben sind, also ihre logische Grundlage nur in einem geordneten Zusammenhang mit unseren eigenen Erfahrungen finden; sie müßten, wie wir kurz sagen können, aus diesen erschlossen oder wenigstens erschließbar sein. Dagegen unterscheiden sie sich von den sonstigen Real-Urteilen objektiver Bedeutung dadurch, daß wir sie jedenfalls nicht in dem für diese dargelegten Sinne als Symbole betrachten dürfen, daß wir ihnen eine direkt angebbare Bedeutung zugestehen müssen. Ob irgend ein Anderer im gegenwärtigen Augenblicke etwas sieht, Schmerz empfindet usw., das ist eine Frage, der wir, eben weil sie Begriffe benutzt, die uns als etwas Selbsterlebtes bekannt sind, eine unmittelbare, von der Beziehung auf unsere Erfahrungen ganz unabhängige Bedeutung zuzugestehen nicht umhin können. Es ist daher einleuchtend, daß hier in der Tat eigenartige logische Verhältnisse be-

stehen. Diesen hier etwas genauer nachzugehen, wird nicht überflüssig sein, schon weil sich in neuerer Zeit an sie eine Reihe z. T. mit großer Lebhaftigkeit geführter Erörterungen geknüpft haben, denen unter logischem Gesichtspunkte ein gewisses Interesse zukommt.

Gehen wir davon aus, daß, nach allem was wir wissen, die äußere Welt auf uns nur in materieller Weise einwirkt, indem nämlich die in ihr ablaufenden materiellen Vorgänge unsern Körper affizieren, so können wir zunächst betonen, daß etwaige heteropsychische Vorgänge niemals in ähnlich direkter Weise wie ein materielles Geschehen zum Gegenstand unserer Erfahrungen werden. Erwägungen dieser Art sind den Biologen seit lange geläufig, und sie sind in manchen Fällen nicht ohne Wichtigkeit [1]). Sie erscheinen noch bedeutungsvoller, wenn wir von derjenigen Annahme ausgehen, die wir oben mit dem Namen des Parallel-Prinzips bezeichnet hatten. Diese bestand ja, kurz gesagt, darin, daß unsere Vorstellung von der Welt des Materiellen sich zu dem Bilde eines lückenlos geordneten, gesetzmäßigen Geschehens zusammenschlösse, von dem ein Teil in irgend einer Weise unseren psychischen Erscheinungen entspräche oder ihnen zugeordnet wäre. Ist dies der Fall, so folgt daraus, daß wir für die in unseren eigenen Erlebnissen begründete, mit ihnen sich zu einem geordneten Ganzen vereinigende Wirklichkeits-Vorstellung n u r die materiellen Vorgänge heranzuziehen brauchten, von allen heteropsychischen Vorgängen dagegen gänzlich absehen könnten. Ja, es könnte scheinen, daß wir von ihnen, als außerhalb des Rahmens unserer Erfahrung liegend, auch absehen m ü ß t e n, uns jeder Annahme, mindestens jeder Behauptung über sie zu enthalten hätten. Man gelangt so zu der Behauptung einer gänzlichen und prinzipiellen Unerkennbarkeit der heteropsychischen Vorgänge.

Ganz allgemein betrachtet wird nun eine solche Folgerung sich doch schon durch den schroffen Widerspruch verdächtig machen, in den sie sich zu einem Kreise schwer abweisbarer Ueberzeugungen setzt. In der Tat lehrt eine genaue Prüfung denn auch, daß die Dinge weniger einfach liegen und die obige Betrachtung keine vollständige ist.

Es ist, wie schon für eine Reihe von Gegenständen, auch für diesen zweckmäßig, ihn zunächst unter der Fiktion einer abgeschlossenen und erschöpfenden Wirklichkeits-Vorstellung zu betrachten. Wir wollen dabei zunächst an der Annahme festhalten, daß diese von der dem Parallel-Prinzip entsprechenden Form sei. In diesem Falle würde nun zu beachten sein, daß eine solche Wirklichkeits-Vorstellung ja auch jene Gehirnzustände, denen unsere eigenen psychischen Vorgänge zuzuordnen wären, genau und erschöpfend angeben würde. Führte uns nun die Erfahrung dazu, außerhalb unseres eigenen Körpers völlig

[1]) So ist es nützlich, sich klar zu machen, daß, sobald wir Anlaß zu der Annahme haben, daß die Sinnesorgane eines Anderen von den unsrigen abweichend gebildet sind, wir keinerlei Möglichkeit besitzen, durch Beschreibung Jenem die Art unserer Empfindungen deutlich zu machen oder unserseits in die seinigen einen Einblick zu gewinnen.

gleichartige Bildungen anzunehmen, so wird es als eine selbstverständliche Folgerung erscheinen, auch sie nach denselben Prinzipien wie diejenigen in unserem eigenen Gehirn mit psychischen Erscheinungen verknüpft zu denken. Ja auch wenn jene anderen materiellen Vorkommnisse mit den Substraten unseres Bewußtseins nicht mehr völlig übereinstimmen, doch aber ihnen noch annähernd gleichartig sind, so wird eine ähnliche Betrachtungsweise in gewissem Maße immer noch zulässig erscheinen. Wie weit die Berechtigung eines solchen Analogieschlusses sich erstrecken würde, läßt sich natürlich nicht im Voraus angeben. Es wird von der besonderen Natur jener materiellen Vorgänge, der Art ihrer Modifikationen und Abstufungen abhängen. Daß wir aber zu begründeten Vermutungen auch in Betreff von Tieren gelangen, die dem Menschen zoologisch schon fernstehen, ist jedenfalls nicht als undenkbar auszuschließen.

Auf noch einfachere logische Verhältnisse werden wir geführt, wenn wir einen andern Fall in Betracht ziehen, der in Betreff der endgültigen Wirklichkeits-Vorstellung auch mindestens denkbar erscheint. Es könnte nämlich sein, daß wir durch die Erfahrung veranlaßt würden, heteropsychische Vorgänge als etwas Selbständiges und in anderer Weise nicht Darzustellendes in unsere Wirklichkeits-Vorstellung aufzunehmen. Es läge darin etwas ganz Aehnliches, wie wir es für die eigenen Zustände als dualistische Auffassung bezeichnet und besprochen haben. Auch läßt sich wohl vermuten, daß, wenn wir in der dort als denkbar und logisch zulässig dargelegten Weise zu einer solchen Auffassung bezüglich der eigenen psychischen Vorgänge geführt würden, sich das Entsprechende auch für die heteropsychischen ergeben würde. Die Annahme, daß solche psychische Vorgänge bestehen, in bestimmter, gesetzmäßig angebbarer Weise sich abspielen und mit den materiellen Vorgängen zusammenhängen, wäre dann eine Hypothese, deren wir zur Erklärung unserer Erfahrungen bedürfen, und die, wenn sie uns zu einer solchen Erklärung führte, hierin auch ihre ohne weiteres verständliche Legitimation finden würde. Die heteropsychischen Vorgänge würden dann einen unerläßlichen Bestandteil unserer Wirklichkeits-Vorstellung bilden, der in mancher Hinsicht den früher besprochenen Ergänzungsbegriffen verglichen werden könnte.

Wenn demnach ein Erfahrungswissen, wie wir es uns als Ideal oder Ziel etwa vorstellen können, sei es nun von der einen oder der anderen Form, keineswegs das Heteropsychische als etwas völlig Unerkennbares eliminieren würde, so versteht sich, daß auch bei dem gegenwärtigen unfertigen Stande unseres Wissens den Vermutungen in dieser Richtung eine gewisse Berechtigung nicht abzusprechen ist. Die logische Prüfung führt uns also schließlich nur zu der Bestätigung dessen, was der unbefangenen Betrachtung ohnehin einleuchtet, daß die heteropsychischen Vorgänge nicht Gegenstand direkter Beobachtung sind, daß sie aus dem Beobachteten nur erschlossen werden können,

und daß derartige Schlüsse mit erheblichen Schwierigkeiten und Unsicherheiten verknüpft sind.

Auch über die Art, wie wir bei der Erschließung heteropsychischer Vorgänge zu verfahren haben, kann im Grunde eine prinzipielle Meinungsverschiedenheit nicht bestehen. Vielmehr ist selbstverständlich, daß, ganz allgemein gesprochen, die Aehnlichkeit der bei den Tieren beobachteten materiellen Vorgänge mit denen, die wir bei uns selbst finden und mit unseren Bewußtseins-Erscheinungen in Verbindung zu bringen Anlaß haben, maßgebend sein muß. Wenn die Anwendung und Durchführung dieses Prinzips auf große Schwierigkeiten stößt, so beruht dies zunächst auf dem Umstande, daß wir von denjenigen materiellen, also prinzipiell beobachtbaren Erscheinungen, auf die es dabei in letzter Instanz ankommen würde, vorderhand ungemein wenig wissen, während die nicht unbeträchtliche Anzahl anderer, an die wir uns zur Zeit nur halten können, wegen ihres indirekten und verwickelten Zusammenhangs mit jenen sehr verschieden bewertet werden können. Wir müssen betonen, daß wir zur Zeit schlechterdings nicht in der Lage sind, unter den beobachtbaren Erscheinungen irgend etwas anzugeben, woraus das Vorhandensein psychischer Erscheinungen mit voller, jeden Zweifel ausschließender Sicherheit erschlossen werden könnte. Und zwar gilt dies in doppeltem Sinne. Zunächst insofern, als es, wie schon an früherer Stelle betont wurde, keine Erscheinungen gibt, von denen wir behaupten dürften, daß sie sich einer immanenten materiellen Gesetzmäßigkeit nicht unterordnen ließen, und daß sie uns also zur Annahme psychischer Vorgänge im Sinne einer dualistischen Vorstellung nötigten. Es gilt aber auch insofern, als wir nicht in der Lage sind, bestimmte Besonderheiten materiellen Geschehens zu bezeichnen, denen wir im Sinne des Parallel-Prinzips psychische Erscheinungen mit Sicherheit zuordnen dürften.

Man hat vielfach, sei es in dem einen, sei es in dem andern Sinne, geglaubt, denjenigen Erscheinungen eine besondere Bedeutung beimessen zu dürfen, die wir mit dem an uns selbst als Gedächtnis zu Bezeichnenden in Parallele stellen können. In der Tat läßt sich nicht bestreiten, daß die Möglichkeit, durch äußere Einwirkungen modifiziert zu werden, „Spuren" derselben zu bewahren, gerade bei den nervösen Gebilden in einer ganz eigenartigen Weise entwickelt zu sein scheint und für deren ganze Funktionsweise ein Merkmal von hervorragender Bedeutung darstellt. Auch im Verhalten der Tiere bildet es sicher eine der beachtenswertesten Eigentümlichkeiten, wenn wir solche Spuren namentlich in der Form konstatieren können, daß die Art der Reaktion gegenüber äußeren Eindrücken dadurch modifiziert wird. Aber wir haben kein Recht zu behaupten, daß ein derartiges Verhalten nur auf psychischer Grundlage vorkommen könne. Materielle Gebilde, die zufolge der ihnen als solchen eigentümlichen Gesetze derartiges darbieten, sind ohne Zweifel denkbar, mindestens in keiner Weise als unmöglich auszuschließen. Und auch die Meinung, daß ein solches Verhalten nur in Verbindung mit denjenigen Besonderheiten vorkomme, die dem Psychischen korrespondieren, kann man zur Zeit nur als eine Hypothese bezeichnen, die gewiß beachtenswert und interessant ist, aber doch einer ganz sicheren Grundlage ermangelt.

Mag man also auch zugeben, daß gerade die Erscheinungen des Gedächtnisses hier besonders wichtig erscheinen, so ist es doch in keiner Weise berechtigt, sie allein zum entscheidenden Kriterium zu machen, namentlich auch nicht in dem Sinne, daß wir etwa überall das Vorhandensein psychischer Erscheinungen bestreiten müßten, wo ein Gedächtnis nicht nachzuweisen ist. Vielmehr können wir auch eine ganze Reihe anderer Momente mit einem gewissen Rechte in ähnlichem Sinne heranziehen. Auf Grund dessen, was wir an uns selbst bemerken, können wir an ein Ergebnis psychischer Leistungen auch schon in dem einfachen Falle denken, daß Bewegungen sich in mehr oder weniger verwickelter Weise nach äußeren Eindrücken richten, selbst wenn der hier bestehende Zusammenhang ein relativ fixierter ist. Und selbst dann, wenn ohne eine erhebliche Anpassung an wechselnde äußere Verhältnisse viele Teile unseres Körpers gerade so zusammenwirken, wie es für die Erreichung einer bestimmten Erfolges notwendig ist, kann man daran denken, hier eine Mitwirkung psychischer Faktoren zu erblicken[1]). Abgesehen von diesen funktionellen Verhältnissen wird eine vollständige Prüfung sodann vor allem immer auch dem Rechnung tragen müssen, was die rein anatomische Untersuchung über den gröberen Bau und über die histologischen Bildungselemente des Zentral-Nervensystems lehrt.

Versucht man die in der Tierwelt sich bietenden Erscheinungen nach Maßgabe dieser Kriterien zu beurteilen, so stößt man noch auf einen besonderen Umstand, durch den die hier liegenden Schwierigkeiten sehr vermehrt werden, und auf dem auch das gewaltige Auseinandergehen der Meinungen bei den verschiedenen Forschern zum großen Teil beruht. Die Beurteilung wäre verhältnismäßig leicht, wenn es sich lediglich darum handelte, die Aehnlichkeit zu schätzen, die zwischen irgend welchen Tieren und dem Menschen stattfindet, und wenn diese Aehnlichkeit sich in einfacher Weise sozusagen gradatim abstufte. Tatsächlich aber ist dies nicht der Fall. Die Dinge liegen vielmehr so, daß eine Mehrzahl von Verhaltungsweisen, die mit den psychischen Vorgängen in einer gewissen Verbindung zu stehen scheinen, und an die daher

[1]) Es ist demgemäß auch keineswegs ohne weiteres zulässig (woran man sich in gewissem Umfange gewöhnt hat), das beseelte Wesen der „mechanisch arbeitenden Reflexmaschine" gegenüberzustellen. Wir können die Möglichkeit nicht ausschließen, daß auch Gebilde, die der Bewußtseins-Erscheinungen ermangeln, eine der Form des Gedächtnisses sich anschließende Modifikation ihrer Reaktionsweisen zeigen, also keineswegs streng „maschinenmäßig" arbeiten. Wir müssen aber nicht minder mit der Möglichkeit rechnen, daß, auch wo Bewußtseins-Erscheinungen vorhanden sind, gleichwohl ein Gedächtnis in diesem Sinne fehlt, also auch beseelte Wesen mit der Gleichförmigkeit einer Maschine funktionieren.

als Kriterium solcher Vorgänge wohl gedacht werden kann, in der Tierwelt hinsichtlich des Anschlusses an das, was wir beim Menschen finden, keineswegs untereinander parallel gehen. In mannigfaltigster Weise finden wir Tiere, die in gewissen Hinsichten dem Menschen nahe stehen, ja ihn vielleicht übertreffen, in anderen dagegen gänzlich abweichen und ein Verhalten, wie wir es als Merkmal des Psychischen zu betrachten geneigt sein könnten, ganz vermissen lassen. Es ist dieses Auseinanderfallen der verschiedenen in dieser Richtung jedenfalls beachtenswerten Merkmale, was die Beurteilung so besonders unsicher und schwierig macht. Soweit sich diese Verhältnisse nicht einmischen, bewegen wir uns auf relativ sicherem Boden. Unbedenklich und unbestritten sind unsere Annahmen über heteropsychische Vorgänge bei denjenigen Lebewesen, die in allen uns beobachtbaren Hinsichten uns nahe stehen, so vor allem bei anderen Menschen, aber auch bei einem gewissen Kreis höherer Tiere. Niemand wird es beanstanden, wenn wir sagen, daß ein Hund sieht oder hört, Freude oder Schmerz empfindet. Wenn wir aber äußere Vorgänge, die in uns bestimmte Empfindungen erregen, auf Sinnesorgane wirken sehen, die anders als die unsern gebaut und mit einem Zentral-Nervensystem von abweichender Beschaffenheit verknüpft sind, so wird es fraglich erscheinen, ob hier Empfindungen von der gleichen Art wie bei uns ausgelöst werden. Auf diesem Auseinanderfallen der verschiedenen Merkmale beruht auch die besondere Schwierigkeit der am meisten beachteten und umstrittenen Fälle. Wir begegnen z. B. bei den Bienen und Ameisen Verrichtungen, die uns durch ihre Feinheit und Kompliziertheit in Erstaunen setzen und an die höchsten Leistungen menschlicher Kunstfertigkeit erinnern, die dabei aber in einer relativ festgelegten, auch von den individuellen Erlebnissen des einzelnen Tieres wenig oder gar nicht abhängigen Weise sich abspielen. Sicher ist es ganz gerechtfertigt, wenn wir den Besonderheiten solcher Fälle durch einen besonderen Namen Rechnung tragen, wie es ja von alters her üblich ist, hier von Instinkten zu reden. Wie weit oder in welcher Weise psychische Vorgänge dabei ins Spiel kommen, das wird bei jedem prinzipiellen Standpunkt als eine schwer und nur unsicher zu beantwortende Frage anerkannt werden müssen.

Das Ergebnis, zu dem wir gelangen, wird etwa in Uebereinstimmung mit dem sein, was der Mehrzahl der Forscher auch ohne systematische Erwägung der Probleme auf Grund des „gesunden Menschenverstandes" deutlich war: daß unsere Schlüsse auf psychische Vorgänge bei Tieren sehr unsicher sind, sobald wir über den Kreis der dem Menschen zoologisch noch sehr nahestehenden hinausgehen. Sie sind es vorzugsweise deshalb, weil wir nicht anzugeben vermögen, auf welche von den verschiedenen, mehr oder weniger auseinanderfallenden Besonderheiten dabei vorzugsweise Gewicht zu legen ist.

Allgemein anerkannten methodischen Grundsätzen gemäß wird man

daraus folgern, daß es sich empfiehlt, sich weitgehender, der Prüfung entzogener Hypothesen zu enthalten, und daß insbesondere die auf strenge Wissenschaftlichkeit Anspruch machenden Darstellungen sich an das Erweisbare und der Beobachtung Zugängliche halten sollen. Diese Mahnung ist um so mehr berechtigt, als sich hier eine Fülle von Fragen bietet, die der Beantwortung noch harren und einer Prüfung im rein experimentellen, auf das Beobachtbare beschränkten Sinne durchaus, wenn auch nicht ohne Schwierigkeit, zugänglich sind. Dahin gehört ganz besonders die Frage, wie weit die Verhaltungsweisen in gedächtnismäßiger Weise beeinflußbar sind, aber auch eine ganze Reihe weiterer, wie z. B. die Fragen, die sich auf die Unterscheidung ungleicher Sinnes-Eindrücke beziehen u. a. Mit Recht kann man betonen, daß hier die Aufgaben der Forschung liegen: wie die Tiere sich verhalten, nicht was sie empfinden, sollen wir untersuchen. Allerdings aber wird man auch die Erwägungen über diesen letzteren Punkt niemals gänzlich ablehnen können, und es wird Sache individuellen Ermessens und einer kaum diskutierbaren wissenschaftlichen Neigung sein zu beurteilen, wie weit hierin gegangen werden darf.

Von diesem Standpunkte hat man sich, wie oben schon berührt, sowohl im Sinne einer Behauptung wie in dem einer Bestreitung der psychischen Vorgänge weit entfernt, und wir wollen auf diese Anschauungen hier noch mit einigen Bemerkungen eingehen. Wenn zunächst von vielen Seiten behauptet worden ist, daß gewisse Vorgänge als gesetzmäßiges Ergebnis rein mechanischer Kräfte nicht denkbar seien und aus ihnen daher mit Sicherheit auf psychische Vorgänge geschlossen werden müßte, so werden wir das mit Rücksicht auf oben besprochene Verhältnisse (S. 134) bestreiten müssen. Die Annahme psychischer Vorgänge kann sich ausschließlich auf den mehrerwähnten Analogieschluß stützen; und dieser ist, teils weil wir die Substrate der Bewußtseins-Erscheinungen am Menschen vorderhand nicht kennen, teils wegen der anderen vorhin dargelegten besonderen Verhältnisse stets nur ein mehr oder weniger unsicherer. Der Anschauung also, daß z. B. das Verhalten der Bienen und Ameisen zu einer Annahme psychischer Qualitäten unbedingt nötige, wird keinesfalls beizupflichten sein.

Mit Recht darf man ferner darauf hinweisen, daß durch ganz bestimmte Umstände eine gewisse Versuchung gegeben ist, in der Annahme heteropsychischer Erscheinungen weiterzugehen, als dies eigentlich berechtigt ist. Der Grund hierfür liegt darin, daß wir für komplizierte Verhaltungsweisen häufig keine andere einfache Bezeichnung besitzen, als diejenige, die auf psychische Erscheinungen zurückgeht. Dies gilt z. B. von Ausdrucksbewegungen. Die mannigfaltigen Bewegungen, die wir an einem Hunde wahrnehmen, wenn er seinen Herrn nach langer Zeit wieder sieht (Springen, Bellen usw.), pflegen wir in der Weise zu bezeichnen, daß wir von der Freude spre-

chen, die er empfindet; und wir sprechen in anderen Fällen ebenso davon, daß er in Furcht, Zorn usw. versetzt sei. Wollten wir das direkt beobachtbare Geschehen ohne die Erwähnung solcher psychischer Erscheinungen beschreiben, so würden wir in große Schwierigkeit geraten; mindestens würde die Beschreibung überaus umständlich und unanschaulich werden. Wo wir nun auch nach der ganzen Sachlage berechtigt sind, jene psychischen Verhaltungsweisen anzunehmen, wird sich keinerlei Schwierigkeit ergeben. Und es wäre eine sehr nutzlose Pedanterie, wenn wir z. B. aus physiologischen Beschreibungen über die Experimente an einem Hunde die Ausdrücke, daß das Tier Freude oder Schmerz, Furcht oder Zorn gezeigt habe, verbannen wollten. Dieser Vorteil kurzer Benennung besteht nun aber häufig auch da, wo die Uebereinstimmung mit den bei uns selbst gegebenen Verhältnissen eine sehr unvollständige ist. Und so ergibt sich in der Tat eine gewisse Gefahr, schon durch den Wunsch einer relativ einfachen Bezeichnung sich an eine Beschreibung der Vorgänge in psychologischen Begriffen zu gewöhnen, und dabei die Frage außer Acht zu lassen, wieviel oder wenig Berechtigung wir eigentlich haben, solche wirklich anzunehmen. Ein Fall dieser Art ist schon dann gegeben, wenn wir bei den durch Licht oder Schall usw. hervorgerufenen und durch irgend welche Folgen erkennbaren Affizierungen von Sinnesorganen schlechtweg von Sehen, Hören usw. reden, wiewohl diese Sinnesorgane und das von ihnen beeinflußte Zentral-Nervensystem vom menschlichen sehr verschieden sind.

Finden wir ferner, daß die Art, wie sich Tiere gewissen äußeren Eindrücken gegenüber verhalten, durch diese Eindrücke selbst, insbesondere ihre häufigere Wiederholung modifiziert, so ist für diese oft verwickelten Verhältnisse der einfachste Ausdruck der, daß wir den Tieren ein Erinnern, eine gedächtnismäßige Festhaltung ihrer Wahrnehmungen zuschreiben. Auch hier wird, sobald wir etwas Derartiges bei Organismen beobachten, die uns in Bezug auf die Bildung der Sinneswerkzeuge und des Zentral-Nervensystems fern stehen, der Hinweis berechtigt sein, daß wir jene Ausdrücke zunächst nur im symptomatischen Sinne nehmen dürfen, und daß es mehr oder weniger zweifelhaft ist, mindestens besonderer Erwägungen bedarf, ob sie in ihrer unmittelbaren psychologischen Bedeutung verstanden werden dürfen.

Auf der andern Seite ist nun aber, wie ich glaube, auch in dem entgegengesetzten Sinne, dem einer möglichst weitgehenden Bestreitung psychischer Vorgänge, vielfach über das berechtigte Maß erheblich hinausgegangen worden. Eine gewisse Uebertreibung liegt hier zuweilen schon in der Art, wie ihre prinzipielle Unerkennbarkeit behauptet wird. Es wird dabei zunächst von der Voraussetzung ausgegangen, daß nach Maßgabe des Parallel-Prinzips die Wirklichkeit eine immanente Gesetzmäßigkeit des Materiellen darbietet, und somit ein Verständnis der Vorgänge ganz ohne Heranziehung psychischer Begriffe im Prinzip möglich ist, eine Annahme, die, wenn sie auch wahr-

scheinlich sein mag, denn doch nicht als selbstverständlich und auch nicht als absolut sicher betrachtet werden darf. Aber selbst, wenn wir von ihr ausgehen, werden wir die Berechtigung des Analogie-Schlusses betonen müssen, vermöge dessen wir aus materiellen Vorgängen, die denen unseres eigenen Zentral-Nervensystems gleichen, auf psychische Vorgänge schließen, die den von uns selbst erlebten ähnlich sind. Auch müssen wir, um die Bedeutung dieses logischen Verhältnisses nicht zu unterschätzen, mindestens im Auge behalten, daß auch diejenigen äußeren Vorgänge, welche Gegenstand unserer unmittelbaren Beobachtung sind, streng genommen stets nur mit einer bedingten Sicherheit erkannt werden. — Ferner muß darauf hingewiesen werden, daß der große und qualitative Unterschied, der in Bezug auf die Erkennung materieller und heteropsychischer Vorgänge besteht, doch wohl kaum jemals von ernsthaften Forschern übersehen worden ist. Namentlich ist wohl niemals außer Acht gelassen worden, daß andere Lebewesen nur vermittels ihrer leiblichen Betätigungen auf uns einwirken, und daß somit nur diese mit der relativ großen Sicherheit einer „direkten Beobachtung" erkennbar sind. Wir können daher, wie oben schon berührt, eine Mahnung zur Vorsicht in Bezug auf die Erschließung psychischer Vorgänge wohl als berechtigt anerkennen, und wir werden auch keinen Einspruch erheben, wenn der Einzelne in dieser Hinsicht eine besonders weitgehende Zurückhaltung für ratsam hält. Aber es liegt keinerlei Anlaß vor, diesen methodologischen Gegensatz zu einer keinen Ausgleich kennenden Todfeindschaft aufzubauschen und die Erwägungen über psychische Vorgänge bei Tieren wie ein wissenschaftliches Verbrechen ganz zu verpönen [1]). Und wo dies geschieht, werden wir darin das Ergebnis nicht einer tiefen und neuen erkenntnistheoretischen Einsicht, sondern einer keineswegs auf den Grund gehenden Anschauung der logischen Verhältnisse erblicken müssen.

Bedenklicher als die überflüssige Akzentuierung eines an sich richtigen Prinzips sind eine Anzahl positiver Täuschungen, die sich wohl zweifellos unter dem Einfluß der gleichen Tendenz entwickelt haben. Hierher ist es zu rechnen, wenn man daraus, daß sich gedächtnismäßige Modifikationen des Verhaltens nicht nachweisen lassen, auf das Fehlen psychischer Bestimmungen schließen zu dürfen glaubt [2]). Es wurde oben schon betont, daß wir eine strenge Berechtigung ebensowenig haben,

---

[1]) In der ausgeprägtesten Weise wird dieser Standpunkt wohl durch v. Uexküll vertreten; vgl. z. B. dessen Ausführungen: Ergebnisse der Physiologie Bd. I, S. 212. Diese und zahlreiche ähnliche Betrachtungen beruhen im Grunde auf der einfachen Meinung, daß unsere Wahrnehmungen uns ein ohne weiteres zuverlässiges Bild der objektiven Verhältnisse vermitteln, und erblicken daher aller Weisheit Schluß in der Forderung, diesen sicheren Boden nicht zu verlassen.

[2]) Diesen Gedankengang findet man bei Bethe; vgl. z. B. Pflügers Archiv 70, S. 123, 1898. „Solange nicht erwiesen wird, daß sie (sc. die Bienen und Ameisen) imstande sind, ihr Handeln zu modifizieren, zu lernen, so lange muß man ihnen jede psychische Fähigkeit absprechen."

aus dem Mangel gerade dieser Funktionsweise auf das Fehlen, wie aus ihrem Vorhandensein auf das Bestehen des Psychischen zu schließen. Es ist eine gleich willkürliche und gleich unbeweisbare Behauptung, wenn wir das Gedächtnis (im funktionellen Sinne) für ein unerläßliches wie wenn wir es für ein genügendes Kriterium des Psychischen erklären.

Zu noch ernsthafteren Beanstandungen geben die Betrachtungen Loebs Anlaß. Wenn dieser z. B. sagt[1], daß „das Wort tierischer Wille nur der Ausdruck der Unkenntnis der Kräfte sei, welche den Tieren die Richtung ihrer anscheinend spontanen Bewegungen ebenso unerbittlich vorschreiben wie die Schwerkraft den Planeten ihre Bewegungen vorschreibt“, so kann man dies ja wohl kaum anders verstehen, als dahin, daß wir von der Annahme eines tierischen Willens, also wohl auch psychischer Vorgänge überhaupt überall da abzusehen haben, wo sich die Vorgänge einer streng gesetzmäßigen Ordnung einfügen. Zulässig würde diese Folgerung unter einer bestimmten leicht angebbaren Voraussetzung sein. Man könnte nämlich meinen, daß die dem Psychischen verknüpften Vorgänge überall so verwickelter und unübersehbarer Natur seien, daß dadurch die Angabe einer bestimmten Regel ausgeschlossen würde. In diesem Falle dürften wir allerdings daraus, daß wir überhaupt irgend welche strengen Regelmäßigkeiten ermitteln können, auf die Abwesenheit psychischer Begleiterscheinungen schließen. Indessen wäre diese Annahme noch weit willkürlicher und weniger begründet, als wenn man z. B. in der gedächtnismäßigen Verarbeitung von Reizen einen Beweis für das Vorhandensein psychischer Erscheinungen finden will. Ja, wir dürfen hinzufügen, daß sie mit landläufigen Erfahrungen ganz unvereinbar ist. Würde nicht eine Anzahl Menschen, die man längere Zeit hätte hungern lassen, sich mit der gleichen ausnahmslosen Gesetzmäßigkeit auf die ihnen dann gebotene Nahrung stürzen? Sicher würde wohl auch Loeb diese Begründung seiner Schlußweise durchaus ablehnen. — Sieht man von einer solchen, logisch zwar nicht unzulässigen aber mit der Erfahrung ganz unvereinbaren Annahme ab, so wird die hier verlangte Schlußfolgerung eine eigenartige Verwechselung bedeuten. Die Betrachtung ist hier offenbar durch den Eindruck der großen Regelmäßigkeit bestimmt worden, mit der gewisse Vorgänge bei den Tieren sich abspielen, einer Regelmäßigkeit, die die Aussicht zu eröffnen scheint, sie auf bekannten materiellen Grundlagen (nach den Gesetzen der Erregungsleitung u. dgl.) vollkommen zu erklären. Daraus, daß wir die psychischen Erscheinungen zu einer Erklärung der beobachtbaren Vorgänge nicht *nötig* haben, soll auf ihr Nicht-Vorhandensein geschlossen werden. Die Annahme des tierischen Willens erscheint also als eine Hypothese, zu der wir greifen, solange wir den materiellen Zusammenhang des Geschehens nicht verstehen, die wir aber als überflüssig und unwissenschaftlich fallen zu lassen haben, sobald jener uns durchsichtig geworden

[1]) Die Bedeutung der Tropismen für die Psychologie 1909, S. 5.

ist. Nun muß man bedenken, daß aller Wahrscheinlichkeit nach (und sicher ist das auch die Meinung von Loeb) die materiellen Vorgänge durchweg eine lückenlose immanente Gesetzmäßigkeit aufweisen. Wir dürfen vermuten, daß für eine fortgeschrittene Kenntnis auch die Vorgänge des menschlichen Gehirns sich einer solchen lückenlosen Gesetzmäßigkeit einordnen würden. Schon diese Konsequenz läßt über das Unzutreffende der ganzen Betrachtung keinen Zweifel. Tatsächlich drückt sich denn auch darin, daß wir die Annahme psychischer Vorgänge als eine durch unsere Unkenntnis bedingte Täuschung bezeichnen, eine gänzliche Verkennung der logischen Verhältnisse aus. Richtig ist, daß wo wir den gesetzmäßigen Zusammenhang der materiellen Vorgänge noch nicht zu übersehen vermögen, wir die Erklärung mancher tierischer Verhaltungsweisen zunächst nur in der Form von psychischen Begriffen bezeichnen können. Insofern kann man sagen, daß das Wort „tierischer Wille“ ein Ausdruck unserer Unkenntnis sei. Aber es ist doch nicht dies allein, sondern es bezeichnet vor allem ein uns aus eigener Erfahrung wohlbekanntes psychisches Verhalten, das wir uns als Korrelat bestimmter materieller Vorgänge denken müssen. Nach seinem Vorhandensein oder Fehlen werden wir überall, namentlich auch in den von Loeb besprochenen Fällen, bei den das Licht suchenden oder fliehenden Insekten, fragen dürfen. Und die Frage wird auf Grund der besonderen hier vorliegenden materiellen Vorgänge zu erwägen sein, wobei wir dazu gelangen können, sie zu bejahen, zu verneinen oder natürlich auch dazu, sie als unentscheidbar abzulehnen.

Wenn wir dagegen lediglich auf Grund der strengen Regelmäßigkeit die psychischen Erscheinungen bestreiten, die Spontaneität für einen täuschenden Schein erklären, so beurteilen wir den besondern Fall auf Grund eines Kriteriums, das der Gesamtheit aller Fälle, einschließlich derjenigen, wo psychische Erscheinungen sicher bestehen, übereinstimmend zukommt. Und wir begehen einen lapsus, nicht unähnlich dem, daß jemand aus erkenntnistheoretischen Gründen die Unerkennbarkeit ursächlicher Zusammenhänge dartäte und daraus dann den Schluß zöge, daß zwischen Grundwasserstand und Typhus-Epidemien ein ursächlicher Zusammenhang nicht bestehe. Für die Frage also, ob wir im einzelnen Falle psychische Betätigungen anzunehmen haben oder nicht, ist die strenge Gesetzmäßigkeit des materiellen Geschehens ganz ohne Belang. Die besondere Natur dieser Vorgänge und der Substrate, an denen sie sich abspielen, ist das, worauf es ankommt[1]).

[1]) Die Tendenz, die strenge Regelmäßigkeit der Zusammenhänge und die daraus erschlossene Abwesenheit psychischer Vorgänge zum maßgebenden Kriterium zu machen und die besondere Natur der materiellen Zusammenhänge außer Acht zu lassen, hat auch im Spezielleren zu wissenschaftlichen Verfahrungsweisen geführt, die m. E. nicht ohne Bedenken sind. So hat man für das Suchen oder Fliehen des Lichtes, wie wir es bei sehr zahlreichen und sehr verschiedenen Tieren beobachten, den Namen des (positiven oder negativen) Heliotropismus eingeführt, mit dem ursprünglich analoge Erscheinungen bei Pflanzen bezeichnet wurden und auch jetzt noch bezeichnet werden. Wir haben es hier

Ein genaueres Eingehen auf diese Gegenstände verbietet sich hier. Daß wir ihrer Besprechung in gewissem Umfange Raum gegeben, wird, wie ich hoffe, angemessen erscheinen. Denn aus dem Beigebrachten geht wohl hervor, daß gerade für die heteropsychischen Erscheinungen in der Tat eigenartige und mit der Gefahr mancher Entgleisungen verknüpfte logische Verhältnisse gegeben sind.

Zehntes Kapitel.
Ueberblick der kritischen Urteilslehre.

Hauptergebnisse. Anschluß an Kant. Erkenntnistheoretische Grundfragen. Stellung zur Wert-Theorie.

Wenn wir den Inhalt der obigen Darlegungen mit der der kritischen Urteilslehre zu Anfang gestellten Aufgabe, einer systematischen Darstellung der logischen Zusammenhänge unseres Wissens, vergleichen, so ist ersichtlich, daß unsere Untersuchungen sich in der Richtung des dort gesteckten Zieles bewegen. Denn in der Tat bildet die Unabhängigkeit der beiden Hauptklassen der Urteile, der Reflexions- und Real-Urteile, den eigentlichen Angelpunkt der Betrachtung. Es hat uns obgelegen, die Qualifikation der mathematischen Sätze als Reflexions-Urteile des Genaueren zu beleuchten, namentlich aber auch den Folgen nachzugehen, die sich aus dem Umstand ergeben, daß wir die Wirklichkeit in Begriffen denken, für die eine Summe von Reflexions-Urteilen gilt. Wir hatten anderseits das logische Gefüge der Erfahrung selbst einer genaueren Erörterung unterworfen. Da nur ein kleiner Teil unseres Real-Wissens mit unmittelbarer und endgültiger Gewißheit gegeben ist, so erfordert der Zusammenhang alles übrigen mit diesen letzten Grundlagen eine Reihe besonderer Erwägungen. Diese führten uns einerseits auf den Zusammenhang des empirischen Wissens als eines Ganzen und damit auf den Begriff der gesetzmäßigen Ordnung, anderseits auf die Verknüpfung des in materiellen Begriffen Gedachten mit den zunächst als Erlebnis gegebenen Bewußtseins-Erscheinungen und damit auf die formellen Verhältnisse dessen, was wir als die Interpretation einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung bezeichnet hatten. — Wenn demnach unsere Untersuchungen der gestellten Aufgabe entsprechen, so wird es auf der anderen Seite scheinen, als ob diese mit den erhaltenen Ergebnissen erst zum sehr kleinen Teil gelöst sei. Beschränken sich

mit einer Zusammenfassung offenbar äußerst ungleicher Erscheinungen unter denselben Namen zu tun; denn darüber besteht ja kein Zweifel, daß die Bewegung zum Licht auf ganz verschiedene Arten bewirkt werden kann, einerseits durch eine Modifizierung von Wachstumsprozessen u. dgl., wie wir uns dies bei den Pflanzen vorzustellen gewohnt sind, anderseits durch Einflüsse auf nervöse Zentren, verwickelte Rückwirkungen auf Bewegungsorgane usw. Ob diese Zusammenfassung sehr glücklich ist, darf einigermaßen bezweifelt werden. Bei einer vollständigeren Kenntnis der Tatsachen wird es sich vermutlich als notwendig erweisen, hier wieder verschiedene Fälle auseinanderzuhalten, ungefähr so, wie es einer durch logische Willkürlichkeiten nicht beeinflußten Betrachtungsweise von vornherein geboten erscheint.

unsere Betrachtungen auf die allgemeinen Beziehungen großer Gebiete, so erhebt sich die Frage, ob nicht eine Ausdehnung der gleichen, die logischen Beziehungen betreffenden Untersuchung auf den spezielleren Inhalt jedes dieser Gebiete, vor allem des Real-Wissens, verlangt werden kann. Indessen versteht sich doch von selbst, auch wurde oben schon kurz darauf hingewiesen [1], daß eine weitere Ausdehnung hier jedenfalls nur in beschränktem Umfange in Frage kommen kann. Allerdings, die spezielleren logischen Beziehungen einzelner Wirklichkeits-Angaben können und müssen überall in Betracht gezogen werden. Wir werden uns klar zu machen und im Auge zu behalten haben, auf welchen Untersuchungen z. B. unsere Annahmen über das Atomgewicht des Sauerstoffs beruhen, auf welche Quellen sich die Annahme einer bestimmten historischen Tatsache stützt usw. Allein es versteht sich, daß solche spezielle logische Verhältnisse nicht wohl zum Gegenstand einer besonderen Darstellung gemacht werden können, wie es uns auch nicht geläufig ist, sie als Inhalt einer besonderen wissenschaftlichen Disziplin zu betrachten. Die Behandlung dieser Detailverhältnisse bleibt mit selbstverständlichem Rechte den einzelnen Disziplinen vorbehalten. Nur insoweit also könnte hier eine Ausdehnung der Untersuchung in Frage kommen, als sich noch Ergebnisse von einer gewissen Allgemeinheit erhalten lassen, die zu einer selbständigen Darstellung geeignet erscheinen. Gebiete dieser Art gibt es nun allerdings. Es gehören dahin zunächst die der Logik von alters her geläufigen, in der Schlußlehre dargelegten logischen Beziehungen. Da aber die hier zu erhaltenden Resultate von den formalen Verhältnissen des Urteils abhängig sind, auch ihr Interesse wesentlich mit diesen formalen Verhältnissen zusammenhängt, so erscheint es, wie gleichfalls oben schon berührt wurde [2], zulässig und jedenfalls zweckmäßiger, diesen Gegenstand, wiewohl er auch logische Zusammenhänge betrifft, dem formalen Teil unserer Untersuchung zuzuweisen [3]. In ähnlicher Weise wie diese Verhältnisse ist auch der strenge deduktive Zusammenhang, in dem in der Mathematik die fortschreitenden Entwicklungen zu ihren Grundlagen stehen, soweit er überhaupt noch zweckmäßig zum Gegenstand einer besonderen Erörterung gemacht wird, von wesentlich formalem Interesse.

Mit einigen Worten ist ferner hier an die früher zwar kurz berührten, dann aber in der kritischen Urteilslehre ganz beiseite gelassenen

[1]) Vgl. o. S. 6.

[2]) Vgl. o. S. 15.

[3]) Allerdings kann eine Reihe von Sätzen, welche die logischen Zusammenhänge einzelner Urteile betreffen und insofern der Schluß-Lehre zugehören, auch ohne Berücksichtigung des begrifflichen Materials, lediglich im Hinblick auf die Bedeutungsarten entwickelt werden. Und es könnte dies, ohne auf Schwierigkeiten zu stoßen, bereits hier in Anschluß an die kritische Urteils-Lehre geschehen. Indessen stehen diese Darlegungen doch nach Maßgabe ihrer ganzen allgemeinen Bedeutung der formalen Schlußlehre so nahe, daß es mir richtiger erscheint, sie dieser einzufügen und gleichfalls einer späteren Stelle vorzubehalten.

atypischen Geltungsbeziehungen und die auf ihnen beruhenden Wahrscheinlichkeits-Verhältnisse zu erinnern. Und zwar ist hier der Ort, nochmals hervorzuheben, daß die Beziehung einer Erfahrungs-Gesamtheit zu ihren endgültigen Grundlagen, den unmittelbar gegebenen eignen Erlebnissen, von dieser Art ist. Stellt unser Real-Wissen ein gesetzmäßig geordnetes Ganze dar, das jene direkt gegebenen und sicheren Real-Urteile mit einschließt, so können wir kurz sagen, daß es aus ihnen zwar nicht zwingend folgt, sich aber in ihnen bestätigt. Schreiben wir ihm daraufhin eine gewisse Wahrscheinlichkeit zu, so stützen wir uns auf eines der soeben berührten atypischen Geltungs-Verhältnisse; es ist ganz das Nämliche, demzufolge wir allgemeine Sätze von beschränkter Bedeutung durch die Geltung einer Reihe in ihnen enthaltener Einzelsätze für wahrscheinlich gemacht erachten. Da nun aber jeder Versuch, Wahrscheinlichkeiten dieser Art des Genaueren zu beurteilen, sich in spezieller Weise auf den Inhalt der betreffenden Urteile und ihr begriffliches Material stützen, also von den Ergebnissen einer formalen Urteilslehre Gebrauch machen muß, so ist auch die Behandlung der atypischen logischen Beziehungen zweckmäßig einer späteren Stelle im Zusammenhange der formalen Urteilslehre vorzubehalten. Und es genügt hier, wenn wir feststellen, daß die Wirklichkeits-Vorstellung zu den endgültig sicheren Real-Urteilen in einer solchen Beziehung jedenfalls steht, und wenn wir als Grundlage ihres Wahrscheinlichkeitswertes etwa ganz allgemein den intellektuellen Vorzug in Anspruch nehmen, den das gesetzmäßig geordnete und zusammenhängende Ganze vor der ungeordneten Summe von Einzel-Urteilen besitzt, als welche sich unsere eignen Erlebnisse, für sich allein betrachtet, darstellen würden.

Kann danach die kritische Urteilslehre in dem Umfange, wie wir sie uns hier zur Aufgabe gemacht haben, als abgeschlossen gelten, so wird hier der Ort sein, die Ergebnisse, zu denen wir gelangt sind, kurz zusammenzustellen und sie dabei durch einige Hinzufügungen, namentlich durch einige vergleichende Hinweise auf früher Gelehrtes und anderweit Erwogenes zu verdeutlichen.

Die Hauptresultate, die sich uns in Bezug auf die logischen Beziehungen unserer Urteile ergeben haben (sie lassen sich, wie schon im Voraus angedeutet wurde, in wenigen Sätzen zusammenfassen), sind die folgenden:

Eine selbständige und eigenartige Geltung kommt der Gesamtheit der Reflexions-Urteile zu. Ohne direkte Beziehung auf ein Erfahrenes oder Erlebtes drücken sie eine Summe wechselseitiger Beziehungen aus, wie sie gewissen unserer Vorstellungen in einer nur aufweisbaren aber nicht weiter zu erläuternden Weise eigen sind. Dieser besonderen Art dessen, was sie besagen, entspricht die unmittelbare, mit jenen Vorstellungen ohne Weiteres gegebene Evidenz, die diesen Urteilen zukommt. — Von den auf die Gestaltung der Wirklichkeit bezüglichen Real-Urteilen besitzt nur ein sehr kleiner Teil, diejenigen nämlich, die die unmittelbar gegebenen Erfahrungen des denkenden Subjekts bezeichnen, eine von der der Reflexions-Urteile zwar verschiedene, aber gleichfalls endgültige und nicht weiter ableitbare Gewißheit. Auf sie stützt sich die Gesamtheit unserer Real-Urteile im weiteren Sinn, und zwar in der Weise, daß sie die direkt gegebenen Erfahrungen einer gesetzmäßig geordneten Wirklichkeits-Vorstellung einfügen.

In den endgültig sichern, unser eigenes Erleben darstellenden Real-Urteilen findet also die Gesamtheit unseres Real-Wissens seine, es nicht beweisende, wohl aber bestätigende und in gewisser Weise wahrscheinlich machende Grundlage. Eine besondere Form gewinnt diese Bestätigung dadurch, daß die Summe der endgültig sicheren Real-Urteile ja keine abgeschlossene, sondern eine mit dem Lauf der Zeit sich fortwährend vermehrende ist. Umfaßt unser Real-Wissen, selbst in seiner unfertigen Form, überall auch zukünftige Verhaltungsweisen und zwar gerade auch in Bezug auf das uns selbst Erlebbare, so kann es jeden Augenblick in diesem oder jenem Teile Bestätigung aber auch Widerlegung finden. Mindestens für den unmittelbaren Eindruck von der Sicherheit und Zuverlässigkeit unserer Wirklichkeits-Vorstellung ist gerade diese Form der Bestätigung von hervorragender Bedeutung.

Etwas von dieser besonderen Gestaltung des Erlebten Unabhängiges weist unser Real-Wissen insofern auf, als erstlich unsere Wirklichkeits-Vorstellung sich besonderer Begriffe bedient, für die eine Reihe von Reflexions-Urteilen gelten, zweitens eine über das unmittelbar Gegebene hinausgehende, also ein Nicht-Ich umfassende, Erfahrung nur in der ganz bestimmten, eben erwähnten Form Sinn und Begründung findet.

Diese Umstände bringen es mit sich, daß wir einer Reihe von Reflexions-Urteilen, einerseits den Sätzen der Logik und der Mathematik, anderseits dem Kausal-Prinzip, eine in die Erfahrung eingehende, von deren besonderer Gestaltung aber logisch unabhängige Geltung zuschreiben dürfen, den ersteren vermöge ihrer direkten Evidenz, dem letzteren als der Festlegung derjenigen Form, die für ein erschöpfendes und befriedigendes Real-Wissen durch die ganze Natur und den Zusammenhang unserer Real-Urteile („durch den Begriff der Erfahrung") vorgezeichnet ist. Wir können diese unabhängige Geltung, einen geläufigen Begriff modifizierend oder vielleicht nur schärfer fassend, eine A-priori-Geltung nennen. Für das Kausal-Prinzip gelangen wir auf dieser Grundlage zu einer ganz scharfen Formulierung. Im Hinblick auf die zeitlichen Verhältnisse unserer Real-Urteile ist die Form eines völlig befriedigenden und erschöpfenden Real-Wissens dahin vorgezeichnet, daß die in jedem Augenblick stattfindende Veränderung allgemein, d. h. in einer für alle Zeitpunkte gültigen Weise, und eindeutig als Funktion des jeweiligen Verhaltens bestimmt sein muß. — Dagegen erweist sich schlechterdings Alles, was sich inhaltlich als Real-

Urteil darstellt, auch logisch von den unmittelbar als sicher gegebenen Erfahrungs-Urteilen abhängig. Dies gilt nicht nur von denjenigen Real-Urteilen, die irgend ein besonderes Wirklichkeits-Verhalten bedeuten, sondern auch von den ganz allgemeinen, in denen sich die begriffliche Gesamtform unserer Wirklichkeits-Vorstellungen ausdrückt. Nicht nur das ist Sache der Erfahrung und bestimmt sich durch den besonderen Inhalt unserer Erlebnisse, was wir im Einzelnen als Verhalten der Wirklichkeit aussagen können, sondern auch das, in welchen begrifflichen Formen wir eine Erfahrung überhaupt gewinnen und ausbilden können, abgesehen von den oben erwähnten für eine jede Erfahrung unter allen Umständen unerläßlichen formalen Eigentümlichkeiten. Hieraus ergibt sich insbesondere die logische Gleichwertigkeit der beiden Interpretations-Prinzipien, eines dualistischen Wirklichkeits-Denkens oder der Annahme einer psychophysischen Kausalität auf der einen, des sogen. Parallel-Prinzips auf der anderen Seite. Es ergibt sich aber aus dieser Anschauung namentlich auch die Berechtigung, neben den psychologischen Begriffen und denjenigen des mechanischen Wirklichkeits-Denkens noch andere ersonnene heranzuziehen. Wir haben betont, daß unter rein logischem Gesichtspunkt die Berechtigung solcher fiktiver Ergänzungsbegriffe nicht zu beanstanden ist, während freilich sehr bezweifelt werden kann, ob tatsächlich Anlaß gegeben sein wird, auf sie zurückzugreifen.

Unsere Resultate decken sich in vieler Beziehung mit dem, was namentlich in der deutschen Philosophie seit langer Zeit, freilich mit mancherlei Wandlungen und Modifikationen, vertreten worden ist. Es wird daher zweckmäßig sein, hier diejenigen Punkte nochmals besonders zu betonen, in denen ich gegenüber zahlreichen verwandten Anschauungen das Unterscheidende der obigen Ergebnisse erblicken möchte. Wir können, um dies anzugeben, davon ausgehen, daß der Unterschied einer Reihe von Einsichten, insbesondere der logischen und mathematischen, gegenüber dem Erfahrungswissen von jeher bemerkt worden ist, wie dies in ihrer Bezeichnung als eines a priori gegebenen intellektuellen Besitzes zum Ausdruck kam. Diese Apriorität bildete insbesondere auch einen Hauptgegenstand der kritischen Untersuchung Kants, die ja von der Frage ausging, wie synthetische Urteile a priori möglich seien. Die Meinung, daß hier ein einen Teil unserer Einsichten, Begriffe oder Anschauungen besonders auszeichnendes Merkmal vorliegt, ist seitdem, wenn auch vielfach zurückgedrängt, doch namentlich aus der deutschen Philosophie niemals geschwunden. Als vor einer Reihe von Jahrzehnten als Gegenströmung gegenüber ganz andersartigen Bestrebungen der allgemeine Ruf: „Zurück zu Kant“ erscholl, war man wohl in großem Umfange auch wiederum geneigt, jene Aufstellungen als zutreffend oder mindestens einen richtigen Grundgedanken in ihnen anzuerkennen. Indessen ist es doch, soweit ich sehe, nicht dazu gekommen, daß sich in dieser Hinsicht eine bestimmte Ueberzeugung ausgebildet oder gar all-

gemein befestigt hätte. Und wenn, wie jüngst von kompetentester Seite[1] gesagt worden ist, in neuerer Zeit das allgemeine philosophische Interesse sich von den kritischen Problemen ab- und ganz andersartigen Fragen, damit auch anderen Teilen der Kantischen Lehre zugewendet hat, so kann der Grund hierfür jedenfalls nicht darin gefunden werden, daß etwa die kritischen Probleme eine abschließende oder selbst nur in einem gewissen Kreise als abschließend anerkannte Lösung gefunden hätten. So wird sich denn auch der obige Versuch trotz seiner naturgemäß vielfachen Berührungen mit geläufigen Anschauungen doch kaum als Behandlung einer erledigten und abgetanen Aufgabe darstellen. Auch fehlt es nicht an Punkten, in denen er von den älteren Betrachtungsweisen, sei es Kants, sei es der Neukantianer, abweicht. Als wichtigsten Punkt möchte ich die Bildung des Begriffes der Reflexions-Urteile und ihre strenge Sonderung von den Real-Urteilen erwähnen. Denn einerseits führte uns dies zu der scharfen Erfassung gerade derjenigen Urteile, die eine logische Abhängigkeit oder Unabhängigkeit ausdrücken. Und wir gelangen so dazu, die allerdings schon vielfach geforderte logische Wendung des A-priori-Begriffes in vorzugsweise einfacher und strenger Weise zu präzisieren: als Behauptung einer logischen Unabhängigkeit, als Verneinung einer Geltungsbeziehung. Anderseits ergab sich aber auch für die Gesamtheit derjenigen Urteile, denen eine solche A-priori-Gültigkeit zugeschrieben werden kann, eben in ihrer Eigenschaft als Reflexions-Urteile eine inhaltliche Charakterisierung, die jene Art ihrer Geltung und Evidenz verständlich erscheinen läßt. Die Kantische Frage „wie sind synthetische Urteile a priori möglich?“ findet, wie mir scheint, ihre einleuchtendste und befriedigendste Beantwortung, wenn wir sagen, „weil sie Reflexions-Urteile sind“. Stellen wir uns ferner die Aufgabe, die logischen Zusammenhänge unserer Urteile darzulegen, so befinden wir uns selbstverständlich in engstem Anschluß an die Erwägung, die Kant veranlaßte, die „quaestio juris“ der „quaestio facti“ gegenüberzustellen. Aber es will mir scheinen, daß gerade durch die Kennzeichnung derjenigen Urteilsarten, die hier gefordert werden, der Urteile über Geltungszusammenhänge, und durch ihre Charakterisierung als Reflexions-Urteile die Untersuchung auf einen sicheren Boden gestellt wird. Mindestens wird diese Auffassung vorzugsweise geeignet sein, dem Mißverständnis derjenigen zu begegnen, für die die kritische Untersuchung auf eine empirische Ermittelung über die Leistungsfähigkeit unserer intellektuellen Eigenschaften, über die in diesem Sinne unserm Erkennen gesteckten Grenzen u. dgl. hinausläuft.

Durch die erwähnte rein logische Auffassung des A-priori-Begriffes gewinnen, wie ich glaube, alle damit zusammenhängenden Verhältnisse eine besondere Durchsichtigkeit, namentlich wegen der auf dieser Grundlage leicht möglichen strengen Absonderung alles dessen, was sich auf

[1] Windelband, Ueber die gegenwärtige Lage und Aufgabe der Philosophie, Präludien, 5. Auflage II. S. 7.

ein reales, insbesondere psychologisches Geschehen erstreckt. Es ist wohl nicht zu bestreiten, daß ein großer Teil der älteren Darstellungen in diesem Punkte durch die Vermischung des Logischen und Psychologischen eine gewisse Unklarheit oder mindestens Unsicherheit erkennen lassen. Ganz besonders gilt dies von Kant selbst. Seine ganze Lehre ist von der Anschauung beherrscht, daß das Gebiet des A-priori nicht nur eine Anzahl unabhängig von der Erfahrung *geltender Urteile*, sondern *vor der Erfahrung gegebener* Begriffe und Anschauungen umfasse, daß daher aus ihm alles auszuscheiden sei, was „empirischen Ursprungs" ist. Daß Kant nicht das Angeborensein der Raumvorstellung habe behaupten wollen, und daß es ein Mißverständnis sei, seine Lehre in diesem empirisch-psychologischen Sinn aufzufassen, ist vielfach und mit Recht betont worden. Allein wenn man die berühmten Argumente durchliest, durch die in der transzendentalen Aesthetik die Natur der Raumvorstellung dargelegt wird, so kann man sich doch des Eindrucks nicht erwehren, daß die verschiedenen Dinge, auf die es hier ankommt, nämlich

1. die Selbständigkeit der Raumvorstellung, ihre Ablösbarkeit von dem in irgend einer räumlichen Anordnung Wahrgenommenen,
2. die Gültigkeit der geometrischen Sätze bezüglich dieser Raumvorstellung und ihre direkte Evidenz,
3. die Tatsache, daß die Raumvorstellung sich in unserem Seelenleben dauernd und unveränderlich erhält,

nicht mit derjenigen Deutlichkeit auseinandergehalten sind, die man wünschen könnte, und daß infolgedessen auch der Sinn derjenigen Formulierung, die als Ergebnis erhalten wird, daß der Raum eine „notwendige Vorstellung a priori" sei, kein ganz klarer ist. Und auch die neueren Darstellungen wollen mir, unter diesem Gesichtspunkte betrachtet, nicht vollkommen befriedigend oder nicht vollkommen erschöpfend erscheinen. Sie heben im allgemeinen als Hauptsache hervor, daß der Raum die unveränderlich gegebene Form unserer sinnlichen Wahrnehmungen sei, und daß demnach alles, was von der Raumvorstellung als solcher gilt, a priori für alle in räumlicher Form gegebene Erfahrung gelte. So sehr dies als zutreffend anerkannt werden darf, so tritt doch dabei einerseits die Eigentümlichkeit der auf den Raum bezüglichen Sätze (nach Inhalt und Geltungsart), anderseits die empirische Natur der über die Unveränderlichkeit der Raumvorstellung aufgestellten Behauptung jedenfalls nicht in voller Deutlichkeit hervor. Es hängt damit zusammen, daß die logische Natur der hier geführten Untersuchungen selbst meist nicht des Genaueren dargelegt wird. Man wird es mindestens vermissen können, daß nicht streng auseinander gehalten wird, inwieweit sie eine logische Unabhängigkeit, inwieweit sie eine tatsächliche psychologische Fixierung behaupten. Ihre volle Durchsichtigkeit gewinnen diese Verhältnisse, wie mir scheint, erst durch die Auseinanderhaltung derjenigen Urteile, die

eine logische Beziehung, und derjenigen, die ein reales Verhalten oder Geschehen besagen. Die von der Erfahrung unabhängige Geltung der auf die Raumvorstellung bezüglichen Sätze tritt hierdurch in Gegensatz zu den empirischen Aussagen über das Entstehen, die Erhaltung usw. dieser Raumvorstellung. Können wir auch mit Recht behaupten, daß in der Natur menschlicher Raumvorstellungen sich, soweit bekannt, keine Unterschiede gefunden, daß auch für den Einzelnen keine bemerkbaren Aenderungen oder Entwicklungen sich vollzogen haben, und sind wir daher sicherlich zu der Erwartung berechtigt, daß wir Abweichungen in dieser Hinsicht weder an uns selbst noch an andern jemals begegnen werden, so muß doch eine kritische Erwägung die empirische Natur dieser Behauptungen nachdrücklichst betonen.

Nur auf dieser Grundlage tritt auch der fundamentale Unterschied zwischen der Raumvorstellung und anderen Bewußtseinsinhalten, wie z. B. den Gesamtheiten dieser oder jener Empfindungen in voller Schärfe hervor. Ein psychologisches A-priori im Sinne einer durch unveränderliche Eigentümlichkeiten unserer Natur bestimmten Qualifikation gewisser Bewußtseins-Inhalte können wir auch einer Reihe von andern Bestimmungen unseres Seelenlebens zuschreiben, wie ja in diesem Sinn die Natur aller unserer Empfindungs-Mannigfaltigkeiten eine subjektiv bestimmte genannt werden kann. Daß die Raumvorstellung dem Empfinden zeitlich vorausgeht, ist keineswegs sicher, ja nach allem, was wir wissen, sogar höchst unwahrscheinlich. Das was sie gegenüber den Empfindungs-Gesamtheiten auszeichnet, ist also nicht etwas, was sich auf die psychologischen Verhältnisse ihrer Entstehung bezieht, sondern es ist ihre ganz eigenartige Natur, die die Aufstellung von ihr geltender Reflexions-Urteile gestattet.

Der Vermischung logischer und psychologischer Verhältnisse ist, wie ich glaube, noch besonders Vorschub geleistet worden durch den mehrdeutigen Ausdruck der *Allgemeingültigkeit*, in der man ein Kriterium des A-priori zu erblicken geneigt war. Zutreffend ist, wie oben gezeigt, daß wenigstens einem Teil unserer Reflexions-Urteile insofern eine Allgemeingültigkeit zugeschrieben werden darf, als die in ihnen ausgedrückte Beziehung sich uns als eine die mannigfaltigsten Spezialgestaltungen zulassende ohne Weiteres darstellt. So sind unsere Zahlen-Urteile allgemein gültig, insofern sie von beliebigen zu zählenden Objekten gelten können, unsere auf den Raum bezüglichen Sätze, sofern sie unabhängig davon sind, welche Körper etwa die betreffenden Strecken ausfüllen oder an den ins Auge gefaßten Punkten sich befinden. Dagegen müssen wir betonen, daß wenn mit dieser Allgemeingültigkeit eine Geltung für *alle denkenden Subjekte* oder auch nur eine für das einzelne zeitlich unverändert andauernde Geltung gemeint sein soll, ihre Behauptung sich ohne Weiteres als Real-Urteil darstellt, und demgemäß auch streng an ihrer *empirischen* Gültigkeit festzuhalten ist. Dies schließt nicht aus, daß diese empirische Sicherheit eine überaus

große ist, so daß wir praktisch mit der Möglichkeit eines andern Verhaltens nicht zu rechnen haben.

Auch die Betrachtung des Kausal-Prinzips ist, wie sich wohl nicht bestreiten läßt, durch Vermischungen dieser Art sehr häufig mehr oder weniger beeinträchtigt worden. Denn mit besonderer Vorliebe ist ja als Beweis für seine Apriorität die Tatsache angeführt worden, daß wir schon bei der Bildung unserer Vorstellung von der äußeren Welt von Haus aus seine Gültigkeit voraussetzen, eine Betrachtung, der dann auch mit einigem Recht wieder die Behauptung entgegengestellt werden konnte, daß es sich lediglich um Assoziations-Gewohnheiten handle, durch deren zunehmende Ausdehnung und Befestigung sich allmählich die allgemeine Ueberzeugung von der Gesetzmäßigkeit alles Geschehens ausbilde. Auch hier gewinnen die Ueberlegungen eine größere Präzision und Sicherheit, wenn wir die Ermittlung dieser pschologischen Verhältnisse von der Erwägung der einer jeden Erfahrung logisch notwendigen Form sondern. Die letztere führt uns auch zu einer Formulierung des Prinzips, die, wie ich glaube, befriedigender ist, als die seither üblichen.

Was die weitere Auffassung der Real-Urteile anlangt, so ist die Gründung alles empirischen Wissens nach Sinn und Geltung auf das, was das denkende Subjekt als Bestimmung seines Bewußtseins erlebt, ein wenn nicht allgemein, so doch in großem Umfang anerkannter Grundsatz; und das, was wir als Interpretations-Prinzip bezeichneten, bedeutet nur eine besonders zugespitzte Formulierung desselben. Was an unseren weiteren Ergebnissen vom Gewohnten abweicht, erscheint mir daher auch nicht als irgend etwas wesentlich Neues, sondern lediglich als die konsequente Durchführung eines grundsätzlich in der Regel Anerkannten. Das Ziel einer solchen ist die Ausmerzung des Transzendenten aus unserem Wirklichkeits-Denken. Wir gelangten so namentlich dazu, den Boden, auf dem sich eine Reihe von Betrachtungen bewegen, als einen naiven Realismus zu kennzeichnen und die hierhergehörigen Fragen als gegenstandslos, ihre Beantwortungen als Schein-Urteile abzulehnen.

Der gewonnene Standpunkt ist aber, wie ich glaube, auch geeignet, uns mit einer Reihe weiterer Fragen in der richtigen Weise abzufinden, die wir in Bezug auf unser Wirklichkeits-Erkennen aufzuwerfen gewohnt sind. In der Tat bildet ja eine Wirklichkeits-Vorstellung von der Form und dem Sinne, wie wir sie skizzierten, Gegenstand und Ausgangspunkt einer großen Anzahl in mannigfaltigster Weise verfolgter und in verschiedenstem Sinne beantworteter Fragen. Dürfen wir überhaupt mit Recht behaupten, können wir irgendwie beweisen, daß es außer uns selbst, d. h. außer den direkt erlebten Tatsachen unseres Bewußtseins noch etwas anderes wirklich gibt? Wenn ferner ein solches „Nicht-Ich“ uns nach seinem eigentlichen Wesen, seinem „An-sich“ unerkennbar ist, in welchem Verhältnis steht dann unser Wirklichkeits-Erkennen zu eben diesem an sich gegebenen, unabhängig von uns existierenden Wesen,

unsere Vorstellung zu ihrem Gegenstande? Können wir überhaupt und in welchem Sinne unser Wirklichkeits-Denken ein richtiges, insbesondere ein objektiv richtiges oder ein allgemein gültiges nennen? — Wie ich glaube, haftet allen diesen Fragestellungen der Fehler an, daß wir ein Verfahren über diejenigen Grenzen hinaus fortsetzen, die ihm nach Maßgabe seiner ganzen Bedeutung naturgemäß gesteckt sind, daß wir Begriffe und Betrachtungen, die innerhalb unseres Wirklichkeits-Denkens, zwischen seinen einzelnen Teilen Bedeutung und Berechtigung haben, auf unser Erkennen in seiner Totalität in unzulässiger Weise übertragen. Es zeigt sich dies in der entscheidendsten Weise darin, daß wir uns auf jene Fragen gar keine Antwort gegeben denken können, die uns etwas Fassbares, etwas endgültig Deutliches lehrte. Am einfachsten bestätigt sich dies für die Frage nach der Uebereinstimmung unserer Vorstellungen mit ihrem Gegenstande, wie wir sie in erster Linie für unsere Annahmen über ein außer uns gegebenes Verhalten der Wirklichkeit aufzuwerfen geneigt sind. Gewiß können wir sagen, daß die in unser Wirklichkeits-Denken eingehenden Vorstellungen ihrem Gegenstande irgendwie entsprechen, sich ihm anschließen; wir können hier von einer gewissen Korrespondenz reden. Mit dem gleichen Recht können wir aber auch eine gänzliche Verschiedenheit und Unvergleichbarkeit behaupten. Und wir werden uns über den Sinn derartiger Aufstellungen keiner Täuschung hingeben dürfen. Sie beruhen lediglich darauf, daß wir so überaus weite und unbestimmte Begriffe wie den der Korrespondenz bilden können, unter die sich auch jenes Verhältnis einreihen läßt. Was wir damit aussprechen, ist ein Reflexions- und zwar ein Inzidenz-Urteil, durch das wir jenes durchaus eigenartige und unvergleichbare Verhältnis allerdings unter einen weiten Begriff subsumieren können, ohne daß aber unser Wissen in irgend einem Punkte vermehrt würde[1]. Haben wir uns einmal von der Täuschung des naiven Realismus emanzipiert und uns klar gemacht, daß unser Wissen nie etwas anderes enthalten kann als unsere Vorstellungen, so leuchtet auch ein, daß das „an sich“ etwa bestehende Wesen des Wirklichen und unsere Vorstellungen davon etwas völlig Unvergleichbares sind. Nicht nur ist es der Natur der Sache nach ausgeschlossen, daß wir über ihr Verhalten gegeneinander etwas in Erfahrung bringen, sondern es kann auch gar keinen Begriff geben, den wir darüber so aussagen könnten, daß uns dadurch etwas Verständliches oder Bedeutungsvolles gelehrt würde.

Kann in der Richtigkeit unserer Urteile eine Uebereinstimmung mit ihrem Gegenstande nicht erblickt werden, so kann gefragt werden, was sie denn eigentlich bedeute. Wir kommen hiermit auf die alte

[1] Die Betrachtungen, mit denen wir später die formale Urteils-Lehre abschließen (Kap. 21), werden Anlaß geben, auf diesen Punkt zurückzukommen und zu zeigen, wie vielfach eine fortschreitende Bildung unbestimmterer Begriffe zwar möglich ist, ohne daß aber darin eine Vermehrung unsrer Einsicht zu erblicken wäre.

Frage nach Begriff und Wesen der Wahrheit. Es ist schon oftmals gezeigt worden und auch leicht zu sehen, daß wir es hier mit einer irreführenden Frage zu tun haben. In der Tat versteht sich ja im Grunde, daß wenn wir die Richtigkeit eines Urteils behaupten, damit nichts andres gesagt sein kann, als eben das, was das Urteil bedeutet. Für jedes Urteil also, das einen endgültig deutlichen Sinn besitzt, wird die Definition der Richtigkeit nur auf eine Tautologie hinauslaufen können. Auf der andern Seite ergibt sich auch, daß wir bei dem Versuch, den Begriff der Richtigkeit irgendwie zu definieren d. i. auf andere zurückzuführen, zu keinem anderen Ergebnis gelangen können, als zu der Aufweisung irgend welcher Sätze, die als abschließend deutlich gelten können. Wenn wir für die Richtigkeit eines Satzes A ein Kriterium der Richtigkeit aufstellen, so wird die Behauptung, daß ihm dieses zukomme, zwar eine von der etwa zunächst ins Auge gefaßten verschiedene Bedeutung besitzen, aber doch auch wieder ein Urteil sein. Es kann daher wiederum gefragt werden, worin die Richtigkeit *dieses* Urteils besteht. Wollen wir uns daher nicht in einen unendlichen Regreß verwickeln, so werden wir das Verfahren an irgend einer Stelle abbrechen müssen, d. h. wir werden das Zutreffen irgend eines Richtigkeits-Begriffs als eine endgültige deutliche, einer weiteren Erläuterung nicht bedürftige Behauptung in Anspruch nehmen müssen. Hiernach versteht sich denn, daß das hier zu steckende Ziel nur darin bestehen kann, eine Anzahl von Urteilen aufzuweisen, deren Zutreffen wir als etwas völlig Klares in Anspruch nehmen dürfen, und bezüglich deren auch der Begriff der Richtigkeit ein endgültiger ist.

Wir haben demgemäß, um jene Frage nach dem Begriff der Richtigkeit oder nach dem Wesen der Wahrheit zu erledigen, nur noch in besonderer und ausdrücklicher Weise das hervorzuheben, was unserer ganzen Untersuchung bestimmend zugrunde lag, daß die von uns in Betracht gezogenen Urteile einen Sinn besitzen, der abschließend verständlich genannt werden kann, und daß sie daher eine erläuternde Zurückführung auf andere weder erfordern noch gestatten. Man kann dies m. E. für jede Art der besprochenen Urteile bestätigen. Nehmen wir z. B. ein Reflexions-Urteil über Geltungs-Zusammenhang. Wenn wir behaupten, daß ein Satz das zwingende Ergebnis eines oder mehrerer anderer sei, so wird es, wie ich glaube, unmöglich sein, darzulegen, was mit diesem zwingenden Zusammenhange gemeint sei. Und es wird auch ein aussichtsloses Unternehmen sein, des Weiteren zu erklären, was die Richtigkeit eines solchen Satzes besagt oder bedeutet. Ganz das Gleiche trifft auch für die Real-Urteile zu und leuchtet zunächst für die unmittelbar gegebenen, die unser eigenes jeweils stattfindendes Verhalten besagen, ohne weiteres ein. Es sind solche Sätze wie „ich sehe Rot", „ich empfinde Schmerz", auf die wir bei der Zurückführung und Deutung anderer als auf die endgültigen Grundlagen geführt werden. Dürfen und müssen wir ihren Sinn als das in letzter Instanz Deutliche und nicht weiter

Erläuterbare in Anspruch nehmen, so liegt darin, daß wir auch den an ihnen aufweisbaren oder in sie eingehenden Begriff der Verwirklichung des tatsächlichen Stattfindens, als ein letztes, weiterer Zurückführung oder Klärung nicht mehr fähiges Denkelement gelten zu lassen haben. Und wir werden jede Frage, was denn nun die in einem solchen Satze erwähnte und gemeinte Verwirklichung oder Tatsächlichkeit besage und bedeute, als illusorisch ablehnen dürfen. — Dasselbe gilt aber auch für die andern Real-Urteile, die ein Nicht-Ich betreffen, wie sie den größeren Teil unserer Wirklichkeits-Vorstellung ausmachen. Behaupten wir, wie dies bei einem idealen und abgeschlossenen Wirklichkeits-Erkennen der Fall sein würde, ein Gesamtverhalten, das nach Maßgabe einer Interpretation unsere eignen Erlebnisse als Bestandteil eines gesetzmäßig geordneten Ganzen aufweist, so können wir uns wohl klar machen, daß alle diese Aussagen an unsere Subjektivität gebunden sind. Dies ist es, was wir hervorzuheben wünschten, indem wir betonten, daß in unsern eignen Erlebnissen der unmittelbar verständliche Sinn einer solchen Wirklichkeits-Vorstellung zu erblicken ist, daß wir alles darüber Hinausgehende die symbolische Bezeichnung eines nach seinem „An-sich" nicht Erkennbaren nennen dürfen. Gleichwohl versteht sich, daß wir mit einer solchen Wirklichkeits-Vorstellung stets mehr behaupten, als eben jene Bewußtseins-Tatsachen, auf die sie sich stützt und in denen sie erkennbar wird. Ist aber dies so und entzieht sich anderseits das Verhältnis jenes An-sich zu unsern Vorstellungen jeder fruchtbaren Charakterisierung, so werden wir offenbar auch die tatsächliche Verwirklichung, die wir dem in solcher Weise Bezeichneten zuschreiben, als ein Element unseres Denkens anerkennen müssen, das eine Zurückführung auf Anderes nicht gestattet. Auch hier ist die Frage, was diese Verwirklichung bedeute, damit aber auch, worin die Richtigkeit unserer solche Verwirklichungen behauptenden Urteile bestehe, als täuschende Scheinfrage abzulehnen.

Müssen wir den Sinn gewisser Urteile als etwas Endgültiges und nicht weiter zu Erläuterndes in Anspruch nehmen, so knüpfen sich ähnliche prinzipielle Schwierigkeiten an die *Berechtigung*, mit der wir irgend welche Behauptungen aufstellen. Unzweifelhaft stützen wir uns überall in erster Linie auf die unmittelbar empfundene Gewißheit, mit der uns diese oder jene Ueberzeugungen gegeben sind, wie besonders die einfachsten Reflexions-Urteile und die unser eigenes Erleben betreffenden Real-Urteile. Aber sind wir sicher, daß uns dieses Gefühl der Gewißheit nicht täuscht? Denkbar ist, und es kommt wohl auch vor, daß eine Ueberzeugung sich uns zunächst in mehr oder weniger zwingender Weise aufdrängt, dann aber Prüfung und Erwägung ans Anlaß gibt, sie fallen zu lassen oder zu ändern. Ist dies der Fall, so erhebt sich die Frage, ob wir überhaupt irgend etwas mit Sicherheit zu behaupten berechtigt sind und wodurch uns die Richtigkeit unserer Urteile gewährleistet wird. — Wir brauchen jedoch nur den soeben

ins Auge gefaßten Fall genauer zu verfolgen um zu übersehen, wie sich das hiermit aufgeworfene Problem löst. Denn wie kann sich überhaupt ein zunächst für richtig gehaltenes Urteil als unrichtig herausstellen? Nur so, daß es zu andern in Widerspruch tritt, die ihrerseits zwingend sicher sind. Wir müssen uns also klar machen, daß es für all unser Wissen überhaupt keine andere Quelle gibt und geben kann als die, daß uns irgend welche Urteile in zwingender Gewißheit gegeben sind. Wenn wir daher, wie zunächst angenommen sei, zu einer Summe von Urteilen gelangen, die uns teils selbst unmittelbar gewiß sind, teils aus diesen in wiederum zwingender Weise sich ableiten, so haben wir damit ein Ergebnis erreicht, über das hinauszugehen bei der ganzen Natur unseres Erkennens unmöglich ist. Wir können also zugeben, daß, von welcher Art auch immer die Gewißheit sein mag, die uns für irgend welche Urteile gegeben ist, stets die Frage aufgeworfen werden kann, ob nicht die Unrichtigkeit der betreffenden Urteile als etwas in irgend einem Sinne Denkbares in Betracht gezogen werden muß. Allein wir haben hierin nur etwas zu erblicken, was nach Maßgabe der ganzen psychologischen Natur des Urteil- jeder Aussage und jeder Wissens-Gesamtheit zukommt. Auch versteht sich, daß dieser Umstand durch keine Auffassung oder Deutung beseitigt werden kann. Handelt es sich daher hier um Fragen, für die jede Beantwortung grundsätzlich ausgeschlossen ist, so werden wir, auch wenn wir ihnen nicht schlechtweg Sinn und Bedeutung absprechen dürfen, doch die weitere Befassung mit ihnen als ziellos und unfruchtbar ablehnen dürfen. Das Ziel, das wir uns hier zu stecken haben, kann daher wiederum kein anderes sein, als in deutlicher und womöglich erschöpfender Weise diejenigen Urteile aufzuführen, denen eine endgültige Gewißheit zukommt.

Ganz Entsprechendes gilt aber auch für diejenigen Urteile, die mit den zwingend gegebenen in dem lockeren logischen Zusammenhange der Wahrscheinlichkeits-Beziehungen stehen. Auch hier können wir offenbar nicht weiter gelangen als dazu, die letzten logischen Prinzipien aufzuweisen, auf die wir die Wahrscheinlichkeit jener Urteile stützen. Und erscheinen uns jene Prinzipien in endgültiger Weise als berechtigt, so wird die Frage, ob sie denn auch wirklich begründet sind oder worauf wir ihre Berechtigung stützen, als eine grundsätzlich unbeantwortbare abzulehnen sein. In diesem Sinne wird sich die einer späteren Stelle vorbehaltene Behandlung der Wahrscheinlichkeits-Prinzipien zu gestalten haben. Mit dem dort des Genaueren Darzulegenden ist es im Einklange, wenn wir hier zunächst ganz allgemein von dem intellektuellen Vorzuge gesprochen haben, der einer gesetzmäßig geordneten Wirklichkeits-Vorstellung zukommt. — Ohne Zweifel dürfen wir es also für berechtigt erklären, daß wir uns von dem Verhalten der Wirklichkeit Vorstellungen bilden und für diesen einen höheren oder geringeren Grad von Wahrscheinlichkeit in Anspruch nehmen. Aber wir können diese An-

schauung nicht anders legitimieren als dadurch, daß wir sie auf letzte, einer weiteren Begründung nicht mehr zugängliche logische Prinzipien zurückführen. — Was für die unsere Wirklichkeits-Vorstellung bildenden Urteile im Einzelnen gilt, trifft in der gleichen Weise auch für die ganz allgemeine Frage zu, ob wir überhaupt berechtigt sind, außer unsern selbsterlebten Bewußtseins-Tatsachen noch Anderes als verwirklicht anzunehmen. Denn in erster Linie können wir hier jedenfalls davon ausgehen, daß unsere eigenen Erlebnisse, für sich allein betrachtet, einen gesetzmäßigen Zusammenhang nicht erkennen lassen. Schon dies würde genügen, um die Annahme, „daß es außer uns noch Anderes gibt", als eine Voraussetzung zu legitimieren, die wir machen müssen, wenn wir zu einem Verständnis der Wirklichkeit als einer gesetzmäßigen gelangen wollen. Aber wir können ohne Zweifel auch weiter gehn und behaupten, daß unser Wirklichkeits-Denken, wenn schon es uns noch nicht zu einem lückenlosen und genauen Verständnis geführt hat, doch in mannigfaltigster Weise und in größtem Umfange Regelmäßigkeiten aufzuzuweisen gestattet, daß die Erwartungen, die wir ihm zufolge bilden, sich in großem Umfange und mit Annäherung bestätigen usw. Schon der unvollkommenen Form des Wirklichkeits-Denkens, die wir z. Z. besitzen, dürfen wir daher einen gewissen Wahrscheinlichkeits-Wert zuschreiben. Die ganz allgemeine Annahme, daß überhaupt irgend etwas außer uns existiere, wird sich durch die jedenfalls noch höher zu bewertenden Wahrscheinlichkeiten aller jener modifizierten Annahmen bestimmen, zu denen wir durch fortschreitende Erweiterung unseres Wissens zu gelangen erwarten können.

Nur Weniges haben wir schließlich über die Frage hinzuzufügen, ob sich nicht bei der hier festgehaltenen Auffassung all unser Denken und Urteilen als ein rein *subjektives* herausstelle. Wir sind gewohnt und geneigt, für das was wir urteilend aussprechen, eine *objektive* Bedeutung oder auch wohl eine *allgemeine Gültigkeit* zu postulieren. Es kann also erwogen werden, ob dies berechtigt sei und was es bedeute. Den Begriff einer objektiven Richtigkeit kann man wohl zunächst auf ein Verhältnis unserer Vorstellungen zu ihrem Gegenstande beziehen. Hiermit aber würden wir wieder in die schon früher berührten und erledigten Gedankengänge einlenken. Lassen wir dies beiseite, so kann man von Objektivität in dem andern Sinne sprechen, daß die Urteile nicht bloß für das denkende Subjekt selbst, sondern auch für andere eine Bedeutung besitzen, daß sie in diesem erweiterten Sinne richtig sein sollen. Wir kommen hiermit auf das Nämliche, was auch die Forderung einer Allgemeingültigkeit besagt. In Bezug auf diesen Punkt nun haben wir in der Hauptsache nur an das zu erinnern, was vorhin schon mit Bezug auf die Allgemeingültigkeit der mathematischen Sätze besprochen wurde. Sicherlich sind wir berechtigt anzunehmen, daß die ganze intellektuelle Organisation anderer Menschen in der Hauptsache mit der unsrigen übereinstimmt, daß die Begriffe, in denen sie

die Wirklichkeit denken, die nämlichen sind als die, in denen sich unser Denken bewegt, daß ihre ganze Stellung zur Wirklichkeits-Gesamtheit der unsrigen gleichartig ist. So werden wir zu erwarten berechtigt sein, daß die ganze Aufgabe des Wirklichkeits-Erkennens von ihnen in der nämlichen Form zu lösen ist, wie von uns selbst. Allein wir müssen doch stets im Auge behalten, daß wir es hier mit Annahmen zu tun haben, die selbst dem Gebiete unserer Erfahrungen angehören. Daß es überhaupt andere Menschen außer uns gibt, daß ihre Denkprozesse und Begriffe den unsrigen ähnlich sind usw., das können wir als eine allerdings vorzugsweise sichere Anschauung gelten lassen. Aber sie gründet sich doch in einer den allgemeinen Prinzipien unseres Erfahrungs-Wissens folgenden Weise auf das, was wir erlebt haben. So bedeutet denn die Allgemeingültigkeit nicht ein besonderes Merkmal, das wir für unsere Urteile in Anspruch zu nehmen hätten, sondern ein weiteres inhaltlich gleichartiges Urteil, das wir jedem einzelnen hinzuzufügen gewohnt und allerdings berechtigt sind.

Es fragt sich nun, ob die Forderung der Allgemeingültigkeit nicht neben dieser empirischen Deutung noch eine andere Auffassung zuläßt. Eine solche scheint sich zu ergeben, wenn wir mit einer z. B. von Rickert angewandten Formulierung lediglich betonen, daß wir für Urteile unbedingt und zwingend eine zeitlose Geltung postulieren. Allein in dieser Formulierung liegt, wie mir scheint, keine Bedeutung des Urteils, die über das hinausginge, was wir ohnehin bei jeder Auffassung als seinen Aussage-Inhalt zu betrachten haben. Denn sie besagt im Grunde nur, daß der Inhalt eines jeden Urteils von der Tatsache, daß es in einem bestimmten Zeitpunkte gedacht wird, gesondert werden kann, und daß die Evidenz, die uns hier gegeben ist, die Gewißheit, die wir empfinden, eben den Urteilsinhalt betrifft, aber keinerlei Beziehung darauf enthält, wann und wo er gedacht wird. Insofern kann man die Geltung, die wir dem Urteile zuschreiben, eine zeitlose nennen. Aber es liegt hierin weder die Ueberzeugung, daß Andere so urteilen werden, noch auch die Forderung, daß sie ebenso urteilen sollen. Und schon wenn wir hieran die Folgerung knüpfen, daß nicht dasselbe Urteil jetzt und von Einem gedacht richtig, zu anderer Zeit von einem Anderen gedacht falsch sein könne, gehn wir im Grunde schon über das hinaus, was völlig einwandfrei feststeht. Denn ob überhaupt von einem Anderen und zu anderer Zeit etwas gedacht werden kann, was wir noch schlechtweg dasselbe Urteil nennen dürfen, ist nicht vollkommen selbstverständlich, sondern hängt von empirischen Voraussetzungen ab.

Wir müssen hiernach daran festhalten, daß uns an Real-Urteilen nur diejenigen, die unser eignes Erleben betreffen, in unbedingt bindender Gewißheit gegeben sind. Und wir können den Bedenken, die sich dieser Anschauung als einer subjektivistischen entgegenstellen lassen, durch keine allgemeine Erwägung rein logischer Natur ausweichen.

Auch erledigen sie sich, wie mir scheint, genügend, wenn wir in der Allgemeingültigkeit kein logisches Postulat erblicken, sondern sie in der soeben schon erwähnten Weise rein empirisch nehmen. Die Forderung der Allgemeingültigkeit bedeutet, so aufgefaßt, eine Reihe von Real-Urteilen, die die Existenz, das Denken usw. anderer Menschen betreffen, und die gleich allen anderen Real-Urteilen in letzter Instanz auf unsere eignen Erlebnisse zurückgehn, empirischer Natur und von empirischer Geltung sind. Einer besonderen Erwähnung bedarf in diesem Zusammenhange höchstens das, was früher über die Eigenart und logische Sonderstellung der heteropsychischen Urteile ausgeführt wurde[1]). Nach dem dort Dargelegten sind wir nicht nur berechtigt, die Existenz anderer Menschen anzunehmen, sondern wir dürfen auch die dem alltäglichen Denken geläufigen Annahmen über deren seelische Vorgänge, über das Verhältnis unseres eignen Denkens und Empfindens zu dem der Allgemeinheit usw. als einwandfrei begründbar bezeichnen. Richtig ist, daß wir all dem nach Maßgabe der logischen Prinzipien, auf die wir dabei zurückgehen, keine unbedingte Gewißheit, sondern nur ein überaus großes Maß von Wahrscheinlichkeit zubilligen können. Es ist jedoch m. E. nicht ersichtlich, aus welchem Grunde oder in welchem Sinne daran ein Anstoß genommen werden müßte.

Die soeben durchgeführte Erörterung allgemeiner erkenntnistheoretischer Fragen macht, wie ich glaube, ersichtlich, daß wir mit der Lösung eben der Aufgabe, die wir der kritischen Urteilslehre gestellt hatten, überall an diejenigen Grenzen geführt werden, über die hinauszugehen sich verbietet. Denn wenn wir es unternahmen, in systematischer Weise die logischen Zusammenhänge unserer Urteile darzustellen, so führte dies naturgemäß in erster Linie dazu, gerade diejenigen anzugeben, denen wir eine selbständige, nicht auf anderes zurückführbare Gewißheit zuschreiben müssen. Zur Erreichung jenes Zieles war es aber vor Allem auch erforderlich, auf diejenigen Urteile zurückzugehen, denen ein unmittelbar verständlicher Sinn zugeschrieben werden darf. Gehörte dies nicht eigentlich unmittelbar zu der gestellten Aufgabe, so war es doch für ihre Lösung eine unerläßliche Voraussetzung und Vorbereitung. Diese Verhältnisse führen uns auf einen Punkt, auf den hier mit einer Bemerkung einzugehen nicht überflüssig sein wird, da mit ihm die ganze Auffassung unserer Aufgabe und einer für sie möglichen Lösung zusammenhängt. Wenn die Aufweisung derjenigen Urteilsarten, die etwas in endgültigem Sinne Deutliches besagen, eine nicht immer einfache und leichte Aufgabe ist, so beruht dies auf besonderen psychologischen Verhältnissen, mit denen wir uns genauer zu beschäftigen hier keinen Anlaß hatten, deren allgemeine Bedeutung aber ohne Weiteres zu übersehen ist[2]). Sie bringen es mit sich, daß unser tatsächliches Denken in großem

[1]) Vgl. o. S. 179 f.

[2]) In speziellerer Weise soll auf diese psychologischen Verhältnisse weiter unten in anderem Zusammenhange eingegangen werden.

Umfange Sätze aufweist, denen eine vollkommen durchsichtige, in dem eben erwähnten Sinne abschließende Bedeutung nicht zukommt, die also eine klärende Zurückführung auf andere erfordern. Wir haben uns dabei auf mannigfaltige Tatsachen unseres Denkens, psychologische Zusammenhänge, Denkgewohnheiten u. dgl. zu stützen. Gerade diese klärende Prüfung gewohnter Betrachtungsweisen hat uns in beträchtlichem Umfange beschäftigt; es sei nur an die Besprechung der Raumlehre und des Gesetzes-Begriffes erinnert. Findet nun eine solche Prüfung zum Teil in bekannten und sicheren Tatsachen ihre genügende Unterlage, so bleibt natürlich der entscheidende Punkt doch immer die Aufweisung von Urteilsarten und Urteilsinhalten, die wir als in endgültigem Sinne deutlich und in diesem Sinne als ein Letztes in Anspruch nehmen. Es versteht sich aber, daß für diese Qualifikation irgend welcher Sätze ein Beweis nicht mehr erbracht werden kann. Sind wir der Meinung, daß irgend ein Urteilsinhalt etwas abschließend Deutliches darstellt, demgemäß auch der Begriff seines Zutreffens oder Geltens eine Zurückführung auf etwas anderes nicht gestattet, so sind wir mit dieser Feststellung offenbar an der Grenze desjenigen angelangt, was sich beweisen läßt. Freilich können wir uns bemühen, eine Anzahl von Täuschungen, Mißverständnissen, Verwechselungen zu beseitigen, die der Anerkennung unserer Meinung etwa entgegenstehn mögen. Bleiben aber in dieser Hinsicht Meinungsverschiedenheiten bestehn, so werden wir die Anerkennung dessen, was uns selbst richtig erscheint, durch keinen Beweis erzwingen können. Ja, es wird sich im Allgemeinen über Differenzpunkte von so fundamentaler Bedeutung kaum fruchtbar diskutieren lassen. Ganz ähnlich aber liegen die Dinge offenbar auch für das, was wir als endgültig gewiß und somit als letzte Grundlage unserer Wissens-Gesamtheit aufweisen. Auch in dieser Hinsicht sind wir mit der möglichst präzisen Darlegung dessen, was für uns selbst diese Qualifikation besitzt, was wir in diesem Sinne in Anspruch nehmen, an der Grenze aussichtsreicher Erörterung angelangt. Und behauptet jemand, daß ihm in unmittelbarer und zwingender Weise eine Ueberzeugung feststehe, die wir selbst nicht zu teilen vermögen, so wird ein Gegensatz solcher Art kaum mehr Gegenstand einer fruchtbaren Erörterung sein können [1]). Es darf also betont werden, daß in dieser Aufweisung von Urteilsarten und Urteilsinhalten, deren Sinn und deren Gewißheit wir als endgültige in Anspruch nehmen, nicht eine Unvollständigkeit oder das willkürliche Abbrechen der Untersuchung zu erblicken ist, sondern eine methodische Eigentümlichkeit die sich aus der Natur der Sache ergibt. Ja, von jeder Untersuchung, die sich ähnliche Aufgaben wie die hier behandelten stellt, wird gerade dies gefordert werden müssen, daß sie in möglichster Vollständigkeit und Präzision darlegt, was sie als endgültig im einen und andern Sinne betrachtet. — Behält man im Auge, daß zufolge mancher psychologischer Verhältnisse gerade über diese letzten Grundlagen Meinungsverschiedenheiten wohl keineswegs völlig auszuschließen sind, so erscheint dadurch jede logische Untersuchung, die die hier gesteckten Ziele verfolgt, mit einem Faktor der Subjektivität behaftet, über den man sich keiner Täuschung hingeben wird, der aber nicht beseitigt werden kann, sondern als unvermeidlich in Kauf genommen werden muß.

[1]) Daß auch mit Bezug auf das begriffliche Material unseres Denkens die Untersuchung sich auf die Aufweisung endgültiger Elemente zuspitzt und hiermit ihren Abschluß findet, sei hier nur vorgreifend erwähnt. Es wird hierauf am Ende der formalen Urteilslehre zurückzukommen sein.

Es verbietet sich, würde auch kaum in irgend einem Sinne ersprießlich sein, die Fülle von Betrachtungen, die sich an die zuletzt erörterten Probleme geknüpft haben, vollständig oder auch nur kleineren Teils zu durchmustern und zu kritisieren. Doch möchte ich mit einigen Bemerkungen auf die bekannten Anschauungen eingehen, die in dieser Hinsicht von Windelband entwickelt, dann namentlich von Rickert aufgenommen und weitergeführt worden sind. Ihnen zufolge hätten wir in der Richtigkeit eines Urteils seine Uebereinstimmung mit einer Norm zu erblicken, die, uns übergeordnet, allgemein gilt. Durch diese Auffassung gewinnen wir nicht nur für die Richtigkeit aller Urteile einen einheitlichen Begriff, sondern es werden vor allem auch die Urteile im engeren Sinne mit den Wert-Urteilen in Verbindung gebracht. Denn auch das Urteil ethischer und ästhetischer Billigung oder Mißbilligung finde seine feste Unterlage in dem Gedanken ähnlicher, allgemein geltender Normen und bedeute die Uebereinstimmung mit oder die Abweichung von diesen. Das aber, was mit jenen Normen in Einklang steht, sei das, was wir als höchste Werte zu erstreben haben. Demgemäß sei denn namentlich auch in der Gewißheit, mit der wir ein Urteil aussprechen, nicht etwa ein psychologischer Zwang zu erblicken, der uns so zu urteilen nötigt; sie beruhe vielmehr auf einem Gefühle des Sollens und auf der Ueberzeugung, daß wir einer über uns geltenden Norm, sie anerkennend und uns unterordnend, entsprechen. — Hier scheint also in der Tat der Begriff der Richtigkeit als ein nicht endgültiger aufgefaßt, vielmehr auf einen andersartigen zurückgeführt zu sein.

Wie ich glaube, ist gerade der Gedanke einer über uns stehenden, uns bindenden, von uns anzuerkennenden Norm zunächst mit einer gewissen Dunkelheit behaftet, zu deren befriedigender Aufklärung wir nur durch die sorgfältige Auseinanderhaltung von Real- und Wert-Urteilen gelangen. Gehn wir hiervon aus, so leuchtet ein, daß jener Gedanke zunächst die Auffassung in einem auf Real-Urteile zurückgehenden Sinne gestattet. Wir wollen diese als die einfachste und durchsichtigste voranstellen. Sie würde, den Begriff der Norm an die Annahme fremder psychischer Vorgänge anknüpfend, darunter das verstehen, was von irgend jemand realiter gefordert oder gewollt wird. Ihre bedeutungsvollste Gestalt erhält diese Deutung, wenn wir sie etwa mit der Annahme verbinden, daß ein persönliches Wesen existiere, das, mit höchsten Eigen-

schaften begabt, uns in jedem Sinn übergeordnet genannt werden darf, und dessen Forderungen und Wollen demgemäß auch eine überragende Bedeutung besitzen. Wir könnten dann unter der Norm eben das verstehn, was von diesem höchsten Wesen gewollt wird, was es von uns fordert; das Normgemäße wäre das Gottgewollte. — Es ist klar, daß diese Auffassung uns nur scheinbar dazu führt, den Begriff der realen Richtigkeit durch einen andern zu ersetzen. Denn wenn wir annehmen, daß ein höchstes Wesen jener Art existiere, daß es etwas Bestimmtes vorschreibe und verlange, daß wir, in bestimmter Weise handelnd oder denkend, seinen Forderungen genügen, so handelt es sich dabei offenbar um Real-Urteile. Die prüfende Erwägung, ob es der Fall sei, ebenso die diese Frage bejahende Ueberzeugung geht schon von dem Begriff der tatsächlichen Richtigkeit, der Wahrheit eines Real-Urteils aus. Und wenn wir ein beliebiges Real-Urteil in diesem Sinne auffassen, so gelangen wir damit nicht zu einem veränderten und geklärten Begriffe der realen Richtigkeit; vielmehr wird statt des zunächst in Betracht Gezogenen nunmehr etwas anderes als im nämlichen Sinn verwirklicht behauptet. — Manchen besonderen auf diesem Wege liegenden Schwierigkeiten weiter nachzugehn wird kaum erforderlich sein, um so weniger, als, wenn ich nicht irre, die Meinung Windelbands auf Vorstellungen dieser Art nicht hinausläuft. Gerade in der Schärfe, mit der die Welt des Wirklichen dem Gebiet der geltenden Normen gegenübergestellt wird, drückt sich wohl die Anschauung aus, daß die Norm nicht in dieser einfachen Weise auf Realitäten zurückgeführt werden soll.

Wir können an zweiter Stelle den Satz, daß etwas normgemäß sei, auch als ein Wert-Urteil nehmen. Die Aussage würde hierbei eine Wertung (Billigung oder Mißbilligung, Fordern oder Verwerfen) des ihn aussprechenden Subjektes bedeuten. Es ist dies ein Sinn, der eine weitere Erläuterung auch nicht gestattet, aber unbedenklich als ein endgültiger in Anspruch genommen werden darf, so daß wir uns auch hier auf völlig sicherem Boden bewegen. Die Norm würde hier etwas von uns selbst Gewertetes oder Gefordertes bedeuten [1]).

Unzweifelhaft können wir nun in diesem Sinne auch die Richtigkeit etwas Wertvolles oder Normgemäßes nennen. Allein es zeigt sich, daß damit eine eigentliche Förderung unserer Einsicht nicht gegeben, namentlich auch der Begriff der Richtigkeit nicht auf etwas anderes zurückgeführt wird. Denn wir müssen beachten, daß jedes Wert-Urteil insofern von besonderer Natur und Bedeutung ist, als es seinem

[1]) Von uns übergeordneten Normen könnten wir dabei immerhin wohl sprechen. Denn wenn wir einen Wert-Maßstab an unsere eignen Handlungen legen, so fordern wir ja, daß gewisse Antriebe von andern beherrscht und zurückgedrängt werden, daß z. B. die sinnlichen Lustgefühle hinter den ethischen Wertungen zurückzustehn haben. Allgemeine psychologische Zusammenhänge bedingen also eine Art von Rangordnung, derzufolge wir gewisse Werte als die höchsten allem anderen übergeordnet wissen wollen. Immerhin ist nicht zu bestreiten, daß bei dieser Auffassung der Ausdruck, daß die Norm uns übergeordnet sei, nicht einwandfrei und mindestens mißverständlich erscheint.

Gegenstande irgend eine bestimmte Art des Wertes zu- oder abspricht. Wenn wir die unsittliche Handlung mißbilligen, so wird das, was wir meinen, doch die Hinzufügung erfordern, in welchem Sinne wir sie mißbilligen, daß wir sie eben für unsittlich, nicht etwa für häßlich erklären. Und alle ethischen oder ästhetischen Wert-Urteile werden auf gewisse Begriffe, die solche Arten der Wertung bezeichnen, als endgültige zurückgehen müssen. Gehen wir daher davon aus, daß auch in der Richtigkeit eines Real- oder Reflexions-Urteils ein Wert oder die Uebereinstimmung mit einer Norm zu erblicken sei, so werden wir doch die Aufweisung desjenigen besonderen Wertbegriffes verlangen müssen, um den es sich hier handeln soll. Und mit Recht wird man darauf hinweisen, daß das Urteil, zweimal zwei sei gleich fünf, ja weder unsittlich noch häßlich, sondern in einem ganz andern Sinne zu verwerfen sei. Der hiermit erhobenen Forderung aber kann doch wiederum nur dadurch entsprochen werden, daß wir als die hier in Frage kommenden Wertbegriffe eben die Richtigkeit und Falschheit nennen.

Sind wir demnach genötigt, auf diese als die endgültigen doch wieder zurückzugreifen, so wird es scheinen, daß das Ergebnis der ganzen Betrachtung uns so zu sagen unter den Händen zerrinnt. Und in gewissem Sinne ist dies auch unzweifelhaft der Fall. Offenbar handelt es sich hier um die schon mehrfach berührten Verhältnisse synchytischer Begriffsbildung. Auch hier liegt der Fall vor, daß eine Anzahl endgültig gegebener und weder einer Erläuterung noch einer Analyse zugänglicher Bewußtseins-Inhalte doch gleichartig genug sind, um die Bildung eines allgemeineren Begriffes zu gestatten, dem sie alle als zugehörig eingereiht werden können. Ist nun dies auch der Fall, so bleiben darum doch diejenigen Elemente, die der Bildung jenes allgemeineren Begriffes zugrunde liegen von endgültiger Bedeutung. Wir können aus den Empfindungen Rot, Grün, Blau usw. den Begriff der Farbe bilden. Darum bleibt doch die Empfindung Rot etwas, was wir wohl aufweisen, aber nicht definieren können, etwas Endgültiges, was sich nicht auf andere Bewußtseins-Inhalte zurückführen läßt. Eine gewisse Gleichartigkeit dessen, was die Richtigkeit eines Reflexions- und eines Real-Urteils besagt, sowie auch dessen, was das ethische und ästhetische Wert-Urteil will, drückt sich schon darin aus, daß für sie alle der Ausdruck des Urteils und des Geltens benutzt wird. Gleichwohl sind es doch die in jedem dieser Gebiete gegebenen Einzelbedeutungen, die wir als ein Letztes, weiterer Zurückführung nicht Fähiges in Anspruch nehmen müssen. Bilden wir aus den Begriffen der Richtigkeit oder Wahrheit und denen der sittlichen oder ästhetischen Bewertung den allgemeinen Begriff des Normgemäßen, so ändert dies daran nichts, daß von jenen einzelnen als den in letzter Instanz deutlichen ausgegangen werden muß. Wir können wohl die Wahrheit einen Wert nennen. Aber es hieße m. E. die logischen Verhältnisse verkennen und die Zusammenhänge umkehren, wenn wir meinten, das was unter Wahrheit

oder Richtigkeit zu verstehn sei, durch die Einreihung unter den allgemeinen Wertbegriff klären oder festlegen zu können.

Wir haben die Ergebnisse verfolgt, zu denen man gelangt, wenn man die Anschauung von den uns übergeordneten Normen als Real-Urteil, und wenn man sie als Wert-Urteil deutet. Es wird noch zu erwägen sein, ob wir sie etwa noch in irgend einem andern besonderen Sinne nehmen können. Ich muß dies für mich verneinen. Soll die Behauptung, daß irgend eine Norm „gelte", nicht ein reales Verhalten bedeuten, wobei das, was als verwirklicht behauptet wird, auch nach den für Real-Begriffe überhaupt geltenden Prinzipien zu bezeichnen sein muß, soll sie auch nicht den Sinn einer von mir selbst ausgesprochenen Billigung oder Forderung haben, so weiß ich mit ihr einen für mich deutlichen und befriedigenden Sinn nicht zu verbinden. Vielmehr scheint mir, daß der Inhalt sich als ein der greifbaren Bedeutung ermangelndes Schein-Urteil verflüchtigt.

Es kann hiernach scheinen, als ob es bei dem von uns festgehaltenen Standpunkt überhaupt nicht gelänge, aus der Betrachtung Windelbands ein greifbares und bedeutungsvolles Ergebnis zu entnehmen. Indessen liegen die Dinge doch nicht so einfach, und ich möchte daher besonders betonen, daß ich das Obige nicht als eine radikale Ablehnung jener vielbeachteten Betrachtungen oder als eine Ableugnung ihrer Bedeutung verstanden wissen möchte, wenn wir freilich auch diese Bedeutung uns in unserer Weise zurechtlegen müssen. Auch auf dem Boden unserer Anschauungen können wir anerkennen, daß der Begriff der Richtigkeit, in seiner Anwendung auf Real- oder Reflexions-Urteile, durch seine Zusammenrückung mit sittlichen und ästhetischen Werten eine freilich sehr subjektive, schwer definierbare und noch weniger diskutable Nuance, einen besonderen Beiklang oder Akzent erhält. Vorzugsweise scharf greifbar wird dieser Gedanke, wenn wir auch das richtige Denken als etwas bezeichnen, was uns obliegt, als etwas, was wir zwar in anderem Sinne, aber doch auch einigermaßen ähnlich wie ein moralisches Verhalten, von uns selbst und andern fordern. Wir werden in dieser Betrachtung selbst Wert-Urteile erblicken dürfen, die wir an den Begriff der Richtigkeit anknüpfen, und die ihn zum Gegenstande haben. — Ob diese Auffassung sich mit derjenigen Windelbands deckt, ob oder wie weit sie zu ihr in Gegensatz tritt, wird sich kaum einwandfrei feststellen lassen und darf jedenfalls hier auf sich beruhen bleiben [1].

[1]) Nach dem Wortlaut mancher Stellen kann es scheinen, als ob die Anschauung Windelbands gerade in dem gipfelte, was ich für mich als eines mir faßbaren Inhalts ermangelnd ablehnen mußte, und als ob demgemäß hier einer jener vorhin berührten Gegensätze bestünde, die die letzten einer weiteren Diskussion nicht zugänglichen Verhältnisse betreffen. Indessen ist wohl gerade in diesen fundamentalen Dingen der Wortlaut nicht ohne weiteres maßgebend. Richtiger als einen so prinzipiellen Gegensatz anzunehmen, wird es vielleicht sein zu sagen, daß für Windelband nach Maßgabe seiner ganzen Denkweise die Wertgesichtspunkte im Mittelpunkt des Interesses standen, und daß gerade hierdurch für ihn diejenigen Unterscheidungen zurücktraten, in deren nüchterner Aufklärung wir hier unsere Aufgabe erblicken.

Ebenso dürfen wir unterlassen, zu Erwägungen dieser Art hier Stellung zu nehmen. Denn wie hoch wir auch ihr Interesse und ihre Bedeutung in anderem Sinne veranschlagen mögen, so hat doch die logische Untersuchung, die uns hier obliegt, sich mit ihnen nicht zu beschäftigen. Für diese wird es nur darauf ankommen, daß wir Sinn und Bedeutungsart der Real- wie der Reflexions-Urteile, somit auch den Begriff ihrer Richtigkeit als etwas Endgültiges zu behandeln berechtigt sind. Dies aber dürfen wir als gesichert betrachten, und es wird durch Besonderheiten in der Auffassung dieses Begriffes oder durch Hinzufügungen, die wir an ihn anknüpfen, nicht in Frage gestellt.

Noch einige speziellere das Real-Wissen betreffende Punkte mögen hier kurz berührt werden, in denen unsere Ergebnisse vom Hergebrachten mehr oder weniger abweichen. Ein erster bezieht sich auf den Zusammenhang zwischen Psychischem und Materiellem. Hier erscheinen die der naiven Betrachtung im transzendenten Sinne als metaphysische Fragen sich darbietenden Probleme als rein formal. Und so betrachtet stellen sich die entgegenstehenden Annahmen als gleichermaßen zulässig heraus, so daß die Entscheidung, welche dieser Formen sich als zur Gewinnung einer befriedigenden Wirklichkeits-Vorstellung geeignet erweisen wird, von der Erfahrung erwartet werden muß.

An zweiter Stelle ist dann hier unsere Auffassung des Gesetzesbegriffes zu erwähnen. Hier war zu betonen, daß wir zwischen dem Wirklichkeits-Gesetz und der ein rein Tatsächliches behauptenden Real-Aussage keinen transzendenten, sondern nur einen formalen Unterschied machen dürfen. Die Bedeutung dieses Punktes ist hier noch wenig hervorgetreten; bei der speziellen Betrachtung unseres Real-Wissens aber werden wir noch mehrfach darauf zurückzukommen haben, und es wird sich dann zeigen, daß es von einiger Wichtigkeit ist, diese Auffassung festzuhalten einerseits gegenüber einer transzendenten, die dem Gesetz eine spezifische Bedeutung zuzuschreiben geneigt ist, nicht minder aber auch gegenüber dem Versuch, den Begriff des Gesetzes als gegenstandslos überhaupt fallen zu lassen.

Ein letzter Punkt, in dem wir uns von verbreiteten Meinungen entfernen müssen, ist der folgende. Nach einer hauptsächlich an den Namen von Hume geknüpften Betrachtung sind wir gewohnt, verschiedenen Teilen unseres Wirklichkeits-Erkennens prinzipiell ungleiche logische Verhältnisse zuzuschreiben, insbesondere dem direkt konstatierbaren einzelnen Verhalten oder Geschehen die ursächlichen Zusammenhänge als etwas prinzipiell Unerkennbares oder doch nur in ganz anderer Weise zu Erkennendes gegenüberzustellen. Nur in sehr bedingter Weise kann dem zugestimmt werden. Richtig ist zunächst nur, daß wir die Frage nach dem ursächlichen Zusammenhang als eine prinzipiell unbeantwortbare ablehnen müssen, wenn sie im transzendenten Sinne gestellt, wenn also gefragt wird, wie die Ursache ihre Folge hervorbringe u. dergl. Anders dagegen, wenn der Begriff des ursächlichen Zusam-

menhanges in dem früher besprochenen und als allein zulässig dargelegten Sinne auf den des Gesetzes zurückgeführt wird. Zwar auf den ersten Blick kann es scheinen, als ob auch bei dieser Auffassung der Unterschied der unmittelbar konstatierten Einzeltatsache und dem in Form des Gesetzes behaupteten allgemeinen Zusammenhange ein nicht minder scharfer und tiefgreifender wäre. Allein die genauere Erwägung der logischen Verhältnisse lehrt doch, daß dies eigentlich nicht zutreffend, daß die Abgrenzung zwischen zwei logisch qualitativ verschiedenen Gebieten anderswo liegt. Denn die Angaben über ein objektives (nicht die Bewußtseins-Erscheinungen des denkenden Subjektes selbst betreffendes) Verhalten sind ja unter allen Umständen von einer nur bedingten Sicherheit. Sie stützen sich auf die Annahme eines gesetzmäßigen Zusammenhanges zwischen den äußeren Verhaltungsweisen und unseren Sinnesorganen; es ist daher nicht richtig, ihnen als etwas Sicherem die Annahmen über gesetzmäßige Zusammenhänge als etwas durchweg minder Sicheres oder gar grundsätzlich Unerkennbares entgegenzustellen. Wenn eine oberflächliche Betrachtung mehr oder weniger in Gefahr ist, dies zu übersehen, so beruht dies nur darauf, daß die Wirklichkeits-Gesetze, auf die es bei unseren Beobachtungen und Wahrnehmungen ankommt, als ganz vorzugsweise sicher betrachtet werden dürfen. Aber wir werden, wenn wir nicht, in den Fehler einer naiven Objektivierung verfallend, ein äußeres Verhalten ohne weiteres als Korrelat subjektiver Bestimmungen in Anspruch nehmen wollen, doch immer im Auge behalten müssen, daß die Wirklichkeits-Angabe von objektiver Bedeutung logisch auf der Annahme gewisser gesetzmäßiger Zusammenhänge beruht. Trägt man diesen Verhältnissen Rechnung, so leuchtet ein, daß ein logischer Unterschied von qualitativer und prinzipieller Art lediglich zwischen den unmittelbar gewissen, unser eignes Erleben aussagenden Urteilen auf der einen, und der Gesamtheit der Wirklichkeits-Angaben objektiver Bedeutung auf der anderen Seite besteht. Innerhalb dieser letzteren Kategorie ist zwar selbstverständlich die Sicherheit der verschiedenen Teile überaus ungleich. Aber die Angaben über einzelne Verhaltungsweisen und diejenigen von gesetzmäßiger Bedeutung hängen in so mannigfacher Weise und so untrennbar zusammen, daß es nicht angängig ist, zwischen der Gesamtheit der einen und der anderen einen durchgreifenden logischen Unterschied zu machen.

Wurden im Bisherigen eine Anzahl von Punkten beleuchtet, in denen wir zu vielfach Anerkanntem in Gegensatz traten, so möchte ich zum Abschluß mit um so größerem Nachdruck gewisse Verhältnisse weitgehender Uebereinstimmung betonen. Wir mir scheint, schließt sich eine große Gruppe aller überhaupt die Lehre vom Urteil betreffenden Untersuchungen, wenn nicht durch ein ganz präzise angebbares Merkmal, doch durch eine gewisse Gleichartigkeit der Betrachtung zusammen; ihr reiht sich auch die unsrige als eine in diesem Punkte übereinstimmende an. Das, worauf es dabei ankommt, tritt schon in der Fragestellung

hervor, die den logischen Zusammenhang der verschiedenen Urteile und Urteils-Klassen zum Gegenstand hat, deutlicher noch in den Begriffen, auf die uns die Beantwortung dieser Frage sogleich führt, in der Unterscheidung des Empirischen vom a priori Gültigen. Vornehmlich deswegen möchte ich hierauf Gewicht legen, weil ein Unterschied dieser Art, wenn auch in mancherlei Wechseln speziellerer Auffassung, von einer großen Zahl von Denkern anerkannt und als fundamental behauptet, von nicht minder zahlreichen mit ebenso großer Entschiedenheit ganz verkannt und bestritten worden ist, so daß man mit einigem Recht gerade unter diesem Gesichtspunkte zwei verschiedene Orientierungen der logischen Untersuchung und der fundamentalen Anschauungen einander gegenüberstellen kann. Man wird sagen dürfen, daß die Bemerkung und Beachtung dieses Unterschiedes, auch wenn es nicht gelingt, ihn in einer ganz befriedigenden Weise klar zu legen, das charakteristische Merkmal einer wesentlich bei deutschen Denkern vertretenen Veranlagung und Geistesrichtung darstellt. Sicher ist es wohl eine besondere intellektuelle Eigentümlichkeit, die durch das Interesse für die Art der Evidenz, für den logischen Zusammenhang gekennzeichnet ist, während im Gegensatz hierzu das Denken anderer auf die realwissenschaftliche Betrachtungsweise konzentriert erscheint, und demgemäß jedes Problem in die Frage nach irgend einer Entstehung, Entwicklung u. dgl. umgewandelt wird. Die ganze Auffassung des erkenntnistheoretischen Problems, zu der wir gelangen, schließt sich also der in der deutschen Philosophie vertretenen an, und sie nötigt uns, die Berechtigung und tiefe Bedeutung jener Bestrebungen rückhaltlos anzuerkennen. Es sei noch hinzugefügt, daß auch im Einzelnen unsere Ergebnisse auf der von Kant geschaffenen Grundlage beruhen. Denn einerseits ist, wie schon früher betont, die dominierende Bedeutung der unsere eigenen Bewußtseins-Erscheinungen betreffenden Real-Urteile und das Gegebensein der Welt als unserer Vorstellung erstmals durch Kant erfaßt und in voller Klarheit und Konsequenz dargetan worden. Andererseits ist auch die Aufklärung der A-priori-Geltung der Mathematik nur durch die uns von Kant eröffneten Einblicke in die psychologische Natur der Zeit- und Raum-Vorstellung ermöglicht. Denn die Charakterisierung der geometrischen Sätze als Reflexions-Urteile beruht ja durchaus auf der Einsicht, daß die Raum-Vorstellung nicht ein Aggregat einzelner, unberechenbar in die Erfahrung tretender Empfindungselemente, sondern eine Anschauung besonderer Art ist, die wir als ein in gewisser Weise einheitlich Gegebenes besitzen. Eben hierin aber dürfen wir doch den eigentlichen Kern der Kantschen Lehre von der Subjektivität der Raum- und Zeit-Anschauung erblicken. Im Ganzen werden wir somit auch von demjenigen Standpunkt aus, zu dem wir hier gelangt sind, die Kantschen Gedanken in mehr als einer Hinsicht als die Grundlage der kritischen Urteilslehre betrachten dürfen.

Zweiter Teil.
Formale Urteilslehre.

Elftes Kapitel.

Formen und begriffliches Material der Real-Urteile.

Mechanisch-materieller Begriffskreis. Begriffe von singulärer Bedeutung. Die Begriffe des Gegenstandes, der Zeit und des Orts. Symbole und Realdefinitionen. Das Urteil als Verflechtung der thetischen Verknüpfung mit mathematischen und Identitäts-Beziehungen. Subjekts-Begriff und Aussageform.

Indem ich mich der Frage nach Bau und Zusammensetzung des Urteils zuwende, möchte ich zuerst darauf hinweisen, daß diese Frage in dem Sinn, wie sie hier gemeint ist, durch die herkömmliche Anschauung, die das Urteil aus Subjekts- und Prädikats-Begriff zusammengefügt sein läßt, nicht erledigt wird. Denn selbst wenn, was zum mindesten nicht außer Zweifel steht, diese Auffassung überall zutreffend wäre, und somit in jedem Urteil vor allem der Begriff, von dem etwas ausgesagt wird, und der Inhalt der von ihm gemachten Aussage unterschieden werden müßte, so würden wir doch sogleich weiter zu fragen haben, welcher Art denn Begriffe sein müssen, damit überhaupt der eine vom andern sinnvoll „ausgesagt“ werden kann. Wir haben es also mit einer tiefergehenden Untersuchung über das in ein Urteil eingehende begriffliche Material, über die Natur der in ihm verknüpften Denk-Elemente zu tun, mit einer Untersuchung, die, wie auch sogleich hervorgehoben sei, wenn sie sich auch großenteils mit dem befaßt, was man gewöhnlich die „Form“ des Urteils zu nennen pflegt, doch eigentlich keine rein formale genannt werden kann, insofern sie eben auch auf das begriffliche Material des Urteils gerichtet ist.

In Bezug auf den Sinn der hier gestellten Aufgabe ist dann sogleich noch ein Punkt zu beachten. Es unterliegt ja keinem Zweifel, daß die Art der überhaupt vorkommenden Begriffe und somit auch der Bau des Urteils durch die Zusammenziehung einzelner Elemente in einen Begriff (synthetische Begriffsbildung) mannigfaltig modifiziert werden kann. Diese Umgestaltungen sind von sekundärer Bedeutung. Indem wir dem Bau des Urteils möglichst auf den Grund zu gehen versuchen, werden wir uns jeden synthetisch gebildeten Begriff durch seine Elemente, die ja ohne weiteres angebbar sein müssen, ersetzt denken und in dieser Richtung soweit wie nur möglich gehen müssen, bis wir etwa auf letzte,

nicht weiter zerlegbare Elemente stoßen. Diese Elemente würden wir also aufzusuchen und die Art, wie sie im Urteil vereinigt sind, den Aufbau des Urteils aus ihnen, kennen zu lernen und darzulegen haben. Ob freilich die so gestellte Aufgabe überhaupt und ob sie ganz allgemein mit präzisen Ergebnissen lösbar ist, kann im Voraus bezweifelt werden; erst der Versuch selbst kann dies lehren.

Um für die Erörterungen einen festen Ausgangspunkt zu haben, ist es zweckmäßig, ein relativ einfaches Gebiet herauszugreifen, in dem voraussichtlich am ehesten ganz klare und feste Ergebnisse zu gewinnen sein werden. Es läge nahe, hierzu die Sätze der reinen Mathematik zu wählen. Denn es läßt sich im Voraus vermuten (und wir werden es auch bestätigt finden), daß eine Untersuchung der geplanten Art vor allem in diesem Gebiet zu scharfen und sichern Ergebnissen führen werde. Aus manchen Gründen jedoch, so schon weil dieser ganze Begriffskreis ein nicht allgemein geläufiger ist, halte ich für zweckmäßiger, die Untersuchung mit einer bestimmten Art der *Real-Urteile* zu beginnen. Ich will hierzu die Sätze einer im früher festgelegten Sinne streng theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung wählen, und zwar einer solchen, die sich in rein *mechanischen* Begriffen bewegt, deren Aussagen sich also in letzter Instanz als *Beschreibung der Bewegungen einer Anzahl von Körpern* präsentieren. — Diese Aussageformen wollen wir überdies durch einige speziellere Bestimmungen noch weiter einschränken. Zunächst sollen hier eine Anzahl Urteilsmodalitäten ausgeschlossen bleiben, die die Logik von alters her gesondert zu betrachten gewohnt ist, und deren Betrachtung auch wir zweckmäßig für alle Urteilarten gemeinsam an späterer Stelle vornehmen wollen, vor allem das verneinende, sodann das disjunktive und hypothetische Urteil, sowie auch die Aussagen über Möglichkeit und Notwendigkeit. Weiter soll angenommen werden, daß der Ort jedes Körpers durch die Angabe eines *Punktes* zu bestimmen sei, daß wir es also mit dem zu tun haben, was man in der Mechanik einen „materiellen Punkt“ zu nennen pflegt; und wir nehmen auch an, daß jeder Körper zu jeder Zeit einen (und nur einen) bestimmten Ort hat. Sodann wollen wir die Aufgabe dadurch vereinfachen, daß wir uns statt des dreidimensionigen Raumes auf Betrachtung von Bewegungen auf einer geraden Linie beschränken. Alle in Frage kommenden Sätze würden also lediglich die Bewegung einer Anzahl von Punkten auf einer Geraden zu beschreiben haben.

Die in solcher Weise abgegrenzte Aufgabe gestattet nun, einen relativ einfachen und zweckmäßig vorauszustellenden Abschnitt abzusondern; er hat es mit denjenigen Formen zu tun, die wir erhalten, wenn wir uns auf Sätze und Begriffselemente von *individueller* Bedeutung beschränken, unter Ausschluß aller eine Gesamtheit bedeutenden Begriffe und namentlich aller allgemeinen Sätze. In diesem Gebiet *singulärer Begriffe* (wie wir kurz sagen können) würde

der einfachste Satz offenbar darin bestehen, daß der Ort angegeben wird, an dem ein bestimmter Körper zu einer bestimmten Zeit sich befindet: *K ist zu der Zeit t in O.*

Wir heben zunächst hervor, daß in einem Satz dieser Art regelmäßig diese drei ganz bestimmten, untereinander spezifisch verschiedenen Vorstellungselemente, Ding-, Zeit- und Ortsbezeichnung verknüpft sind. Wir wollen diese besondere Verknüpfungsweise, die offenbar mit der ganzen hier zugrunde gelegten Wirklichkeits-Vorstellung unauflöslich zusammenhängt, eine *thetische* Verbindung nennen. Der Realsatz der hier betrachteten Art stellt sich also jedesmal dar, nicht etwa als eine beliebige Aneinanderfügung, sondern als eine nicht weiter zu analysierende oder zu erklärende *funktionelle* Vereinigung mehrerer spezifisch verschiedener Vorstellungselemente. — Gewohnten Anschauungen folgend, könnten wir uns hier den Körper durch einen *Namen, ein Symbol,* bezeichnet denken. In dem gewöhnlichen sprachlichen Ausdruck erscheinen diese Bezeichnungen als abschließende, und wir können zunächst auch eine mit ihnen abschließende Form des Urteils ins Auge fassen, werden freilich alsbald auf die Frage nach ihrer Bedeutung zurückzukommen haben. Wir müßten uns ferner die räumlichen und zeitlichen Punkte durch ihre (in irgend einer Einheit gemessenen) Abstände von einem bestimmten Ausgangspunkt angegeben denken. Wir werden also auch hier auf gewisse zunächst als abschließend zu behandelnde Begriffe, wie diejenigen der Maßeinheiten zurückgeführt, deren Bezeichnungen wir mit jenen der Körper unter dem Ausdruck der *Symbole* zusammenfassen wollen. Bemerken wir noch, daß als begriffliches Material in unseren Sätzen neben diesen Symbolen noch *Zahlen* eingehen werden, die das Größenverhältnis zweier (zeitlicher oder räumlicher) Strecken bedeuten.

Die Realsätze dieser Art gestatten neben der zunächst ins Auge gefaßten Form immer noch eine Reihe anderer Darstellungen. Wir können auch sagen, daß derjenige Ort, an dem der Körper K sich zur Zeit t befindet, mit O identisch oder daß sein in einem bestimmten Maße gemessener Wert einer bestimmten Zahl gleich sei; ähnlich, daß derjenige Körper, der zur Zeit t in O ist, K oder identisch mit K sei. Unsere Sätze erhalten so die Form von *Identitäts- oder Gleichheits-Aussagen.* Ich will für diese Umgestaltungen den in der Logik gebräuchlichen Ausdruck der *Umkehrungen*[1]) benutzen. Sie beruhen, wie man sieht, darauf, daß wir einen Körper, Zeitpunkt usw.

[1]) Das Wort Umkehrung wird allerdings hier und im Folgenden durchweg in einem Sinne gebraucht, der von dem herkömmlichen etwas abweicht. Es sind darunter nur die Umgestaltungen eines Satzes verstanden, die rein formaler Natur sind, durch die also Sinn und Bedeutung eines Satzes gar nicht verändert wird. Nicht gemeint sind dagegen solche Sätze, die sich aus einem gegebenen zwar folgern lassen, seinen Inhalt jedoch nur teilweise oder mit einer Einbuße an Bestimmtheit wiedergeben, kurzum ihm nicht logisch äquivalent sind. Diese Unterscheidung ist hier ohne großen Belang; sie gewinnt jedoch in anderem Zusammenhange größere Bedeutung, und es wird an geeigneter Stelle auf sie zurückzukommen sein.

nicht symbolisch, sondern durch etwas von ihm realiter Geltendes bezeichnen: derjenige Körper, der zur Zeit t in O war, usw. Eine Bezeichnung dieser Art mag eine *Realdefinition* heißen; und wir wollen in Bezug auf sie sogleich noch eine für die hier gewünschten Vereinfachungen erforderliche Voraussetzung einführen. Wenn wir von dem Ort reden, an dem sich K zur Zeit t befindet, so haben wir darin eine Bezeichnung, der jedenfalls *ein* und nur *ein* Ort entspricht. Denn es gehörte zu den ganz allgemeinen Voraussetzungen, von denen ausgegangen wurde, daß jedem Körper in jedem Zeitpunkt *ein* bestimmter Ortswert zukommt. Die obige Bezeichnung ist also, wenn der Körper und die Zeit ihrerseits eindeutig, etwa symbolisch, bezeichnet sind, eine feste und *eindeutige.* Das Gleiche braucht aber nicht überall der Fall zu sein. Wüßten wir, daß K zur Zeit t in O ist, so könnten wir t zwar *einen,* nicht aber *den* Zeitpunkt nennen, zu dem K in O war, da die Möglichkeit vorliegt, daß K nicht nur einmal, sondern viele Male sich an diesem Ort befindet. Die aus jenem Satz sich ergebende Bezeichnung wäre also keine eindeutige. Die Berücksichtigung dieses Umstandes würde uns nun bereits in das Gebiet der eine Gesamtheit bedeutenden Begriffe hinüberführen. Wir wollen also unsere Betrachtung durch die weitere Annahme beschränken, daß jeder von einem Begriff geltende thetische Satz zu seiner eindeutigen Bezeichnung genügt, durch die Annahme, wie wir kurz sagen können, einer *durchgängigen Eindeutigkeit der Realdefinitionen.*

Begegnen uns die Realdefinitionen zunächst nur in den Umkehrungen einfachster, in symbolischer Bezeichnung ausgedrückter Sätze, so zeigt sich nun sogleich weiter, daß sie auch zu sehr viel verwickelteren Formen führen können. So ist es ja nicht notwendig, die Ortsbezeichnungen gerade in einer festen Maßeinheit zu geben. Wie wir bei der Beschreibung eines Landes, ohne auf Meilen oder Kilometer zurückzugehen, sagen könnten, die Entfernung von A nach B sei größer als die von C nach D, sie betrage das Doppelte oder Dreifache von jener, so können wir sagen, der Ort O, den K_1 zur Zeit t_1 einnimmt, sei der nämliche, in dem K_2 zur Zeit t_2 sich befand, oder sein Abstand von irgend einem andern Punkt betrage das n-fache von dem Abstand derjenigen beiden Orte, an denen K_3 zur Zeit t_3 und K_4 zur Zeit t_4 war usw. Wir können offenbar auch für die Zeitbestimmungen ähnliche, in irgend welche andere reale Verhältnisse hinübergreifende Bezeichnungen benutzen. Und in der gleichen Weise können wir Körper statt, wie wir zunächst voraussetzten, durch einen willkürlich gewählten Namen, ein Symbol, durch ein reales Verhalten charakterisieren und z. B. etwas aussagen von „demjenigen Körper, der zur Zeit t in O war“. Ich will diese Aneinanderschließung verschiedener realer Verhaltungsweisen, die darauf beruht, daß die in einen Satz eingehenden Begriffe in der Form der Realdefinition bezeichnet werden, eine *Verkettung* nennen. Es versteht sich, daß dieselben in einer prinzipiell wenigstens unbegrenzten Weise fort-

gesponnen werden können, ihren Abschluß aber zuletzt immer wieder in Bezeichnungen der zunächst ins Auge gefaßten Art, in irgend welchen Symbolen finden werden.

Wir wenden uns nunmehr der Frage zu, welche Bedeutung denn diesen Symbolen selbst zukommt. Man wird ohne Zweifel zunächst geneigt sein zu sagen, daß diese oder mindestens ein Teil von ihnen in irgend einem besonderen und endgültigen Sinne etwas B e k a n n t e s darstellen müssen. Und es wird nahe liegen, diese Bekanntheit mit denjenigen Verhältnissen in Verbindung zu bringen, denen eine Wirklichkeits-Vorstellung der hier betrachteten Art ihre endgültige Bedeutung verdanken würde, der I n t e r p r e t a t i o n , derzufolge sie gewisse Tatsachen unseres Bewußtseins bedeuten soll. Indessen muß man zunächst beachten, daß eine solche Interpretation keineswegs von der Form zu sein braucht, daß dadurch dem einzelnen Symbol eine bestimmte Bedeutung zukäme. Sie wird vielmehr darin bestehen müssen, daß gewisse in der Form eines thetischen Real - Urteils ausgedrückte Verhaltungsweisen zugleich einen als psychisches Geschehen aufweisbaren Zustand oder Vorgang bedeuten. Der ganze Zusammenhang ist also nicht von der Art, daß er einzelne Symbole als etwas in besonderem Sinne Bekanntes zur Grundlage zu machen gestattet. In einem weiteren Sinne freilich kann man (wir kommen darauf alsbald des Genaueren zu sprechen) gewisse Begriffe unseres Wirklichkeits-Denkens als etwas Bekanntes in Anspruch nehmen. Allein wir werden sehen, daß es sich dabei um mehr oder weniger schwankende und unsichere Betrachtungsweisen handelt, keineswegs aber der Urteilsbau sich als eine festbestimmte Zusammenfügung von Bekanntem und Unbekanntem auffassen läßt. Wir tun daher gut, von allen diesen Verhältnissen zunächst ganz abzusehen und die Betrachtung des Urteils auf jene von vornherein ins Auge gefaßten, ihm unerläßlichen Verknüpfungen zu beschränken. Tun wir dies, so wird die Bedeutung der in einen Satz eingehenden Symbole sich auf das reduzieren, was zufolge sonstigen Wissens wiederum in der gleichen Form von den nämlichen Symbolen gilt. Und es ist wichtig, daß auch in dieser, von andersartigen Anlehnungen ganz absehenden Weise eine sinn- und bedeutungsvolle Beschreibung mechanischer Verhältnisse sehr wohl möglich ist. Auf den ersten Blick freilich kann man versucht sein zu meinen, daß wenn wir uns jeden Zeitpunkt als denjenigen definiert denken, zu dem irgend ein Körper irgend einen Ort einnehme, jeden Körper wiederum als denjenigen, der zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Platze war usw., wir hierdurch in einen alle Angaben illusorisch machenden unendlichen Regreß hinein geführt werden. Allein schon die Erwägung noch einfacherer Verhältnisse lehrt leicht, daß dies nicht der Fall ist. Die Aufgabe z. B., die ruhende Anordnung einer Anzahl von Punkten auf einer Geraden darzustellen, würde durch die Angabe gelöst sein, daß n Punkte vorhanden sind, und zwar in solcher Lage, daß die aufeinanderfolgenden Abstände je zweier benachbarter sich wie $a : b : c : d : \ldots$

verhalten. In ähnlicher Weise können wir uns auch über die Bewegungsverhältnisse zahlreicher Punkte eine unbegrenzte Menge von Angaben gemacht denken, welche die verschiedenen, hier in Betracht kommenden Begriffe in mannigfaltiger Weise u n t e r e i n a n d e r verknüpfen, ohne sie durch Hineinziehung fremder Elemente noch in abweichender Weise zu bezeichnen. Die Bedeutung der Symbole wird dann nur darin bestehen, in einfacher Weise zum Ausdruck zu bringen, daß die an e i n e r Stelle der ganzen Darstellung erwähnten Begriffe (Körper, Zeitpunkte usw.) die nämlichen sein sollen, wie die in irgend einem a n d e r n Zusammenhang genannten. Sie bedeuten also eine Reihe von Identitätsbeziehungen und erweisen sich als ein allerdings schwer entbehrliches Hilfsmittel, mit dem wir der ganzen Wirklichkeits-Beschreibung eine gewisse Uebersichtlichkeit geben, aber doch nur als solches, ohne daß sie daneben Begriffe von selbständiger oder andersartiger Bedeutung zu sein brauchten. Die Art, wie in einer solchen Darstellung die einzelnen Begriffe sich bestimmen, können wir eine r e k u r r i e r e n d g e - s c h l o s s e n e nennen. Die Gesamtheit des Wissens selbst würde eine in sich abgeschlossene Beschreibung irgend welcher Anordnungs- und Bewegungsverhältnisse darstellen.

Für ein solches als idealer Fall denkbares System des Real-Wissens könnten durch den gewonnenen Ueberblick die zum Ausgang genommenen Fragen beide, sowohl die nach dem begrifflichen Material, wie die nach der Art der Verknüpfungen im Urteil als vollkommen und erschöpfend erledigt gelten. Was die erstere anlangt, so käme außer dem festen Begriffskreise der Mathematik nur der Begriff des im Raum Beweglichen (des Körpers, des Dinges oder wie man es sonst bezeichnen will) in Betracht. Was aber die Verknüpfung dieser Begriffe betrifft, so ist ersichtlich, daß wir erstens die besondere Verknüpfung von Ding, zeitlichem und räumlichem Punkt haben, die wir als die thetische bezeichnet hatten; zu diesen kommen zunächst die Identitätsbeziehungen, auf die die symbolische Bezeichnung von Dingen sowie von (räumlichen oder zeitlichen) Punkten zurückgeht; ferner die mathematischen Beziehungen, nämlich die Begrenzung von Strecken durch bestimmte Punkte und die Größenbeziehungen zweier in solcher Weise bestimmten (räumlichen oder zeitlichen) Strecken [1]). Auf diese Verknüpfungen also

[1]) Als reale Bedeutung einer Zahl oder als Anknüpfung eines Zahlbegriffes an die realen Verhältnisse käme aber keine andere Form in Betracht als die, daß sie das Verhältnis zweier räumlichen oder zweier zeitlichen Strecken bedeutet. Dagegen dürfen wir nicht unterlassen darauf hinzuweisen (was übrigens nicht allein für die in diesem Kapitel behandelten, sondern für alle Real-Urteile theoretischer Natur gilt), daß mit dem Eingehen mathematischer Begriffe auch zugleich die Möglichkeit für eine unbegrenzte Entwicklung in den spezifisch mathematischen Formen gegeben ist. Sind p q r s . . . . eine Anzahl von Zahlen von irgend welcher realen Bedeutung, so kann natürlich ein Real-Urteil in allen denjenigen Formen ausgedrückt werden, die die Mathematik für die Beziehungen solcher Zahlen entwickelt. Es versteht sich, daß wir keinen Grund haben, die in dieser Richtung liegende Entwickung der Real-Urteile hier zu verfolgen, vielmehr, wie es im obigen geschah, uns auf die gerade in dieser Hinsicht einfachsten Verhältnisse beschränken

ginge nicht nur die Gesamtheit dessen zurück, was wir urteilend aussagen, sondern auch die individuellen Bezeichnungen einzelner Dinge usw. So können wir die logische Form eines derartigen Real-Wissens als eine nach bestimmten Gesetzen gebildete Verflechtung des *thetischen Zusammenhanges mit mathematischen und Identitätsbeziehungen* bezeichnen. Und wir können die ganze Darstellung einem Gewebe vergleichen, dessen Gestaltung im Einzelnen, da sie sich aus dem Detail der Erfahrung ergeben würde, nicht nach einem allgemeinen Prinzip festzulegen ist, dessen Bildung wir aber doch insofern übersehen und allgemein darstellen können, als wir anzugeben vermögen, welche Art von Fäden dasselbe überhaupt zusammensetzen, und wie diese an jedem Verknotungspunkte untereinander zusammenhängen. So ist denn auch insbesondere das, was überhaupt von einem Körper, von einem Zeitpunkt usw. ausgesagt oder wodurch der Begriff eines solchen definiert werden kann, auf einige wenige leicht übersehbare Formen beschränkt.

An der Anschauung vom formalen Bau des Real-Urteils, zu der wir so gelangen, sind einige Punkte, die noch einer etwas genaueren Verfolgung bedürfen. Innerhalb eines Systems der geschilderten Art würde sich ja ein einzelnes Urteil als ein Satz der oben zunächst behandelten Form darstellen, wobei die (beliebig weit fortgesetzten) verkettenden Bezeichnungen der einzelnen Begriffe mit irgend welchen Symbolen abschließen, und wobei nun von der Annahme ausgegangen wäre, daß durch die Gesamtheit dessen, was von diesen Symbolen des Weiteren gilt, ihr Sinn und somit auch die Bedeutung des Satzes, in den sie eingehen, festgelegt ist. Sätze dieser Art werden im Allgemeinen mannigfaltige Umgestaltungen zulassen, die wir gleichfalls als Umkehrungen bezeichnen können. Gehen wir z. B. von dem Satz aus, daß K_1 zur Zeit t_1 an dem Punkt O war, an dem sich K_2 zur Zeit t_2 befand, so ist ersichtlich, daß wir ihn auch umgekehrt als thetischen Satz bezüglich K_2 darstellen können (K_2 war zur Zeit t_2 in demjenigen Punkt, in dem K_1 zur Zeit t_1 war). Denken wir uns hier etwa t_1 und t_2 durch Realdefinitionen auf andere Begriffe zurückgeführt, so würden wir in entsprechender Weise auch *diese* zum Gegenstand der Aussage machen können. Je länger die Verkettungen, je verwickelter die Realdefinitionen sind, vermöge deren der unmittelbar im Urteil erwähnte Begriff mit den als bekannt vorausgesetzten zusammenhinge, um so mannigfaltigere Möglichkeiten solcher Umformungen ergeben sich. Aber wir müssen betonen, daß der eigentliche Aussage-Inhalt des Satzes durch sie in keiner Weise modifiziert wird. Was der Satz besagt, das ist, mögen wir ihm die eine oder die andere Form geben, immer genau das Nämliche, *ein bestimmter, mehr oder weniger verwickelter und an die be-*

dürfen. Erst bei Betrachtungen anderer Art werden wir Anlaß finden, uns mit Real-Urteilen zu beschäftigen, die durch besondere mathematische Formen ausgezeichnet sind.

kannten Formen gebundener Zusammenhang der in ihn als abschließend eingehenden Begriffe. Ja, er wird auch, wenigstens unter der hier gemachten Voraussetzung einer durchgängigen Eindeutigkeit der Realdefinitionen, zur Bezeichnung oder Festlegung jedes in ihn eingehenden Begriffes gleichermaßen geeignet sein [1]).

Wir können hieran die Folgerung knüpfen, daß sofern wir den *Sinn* des Real-Urteils im Auge haben, wir keinen Anlaß haben, über die obige Darstellung hinaus zu gehen, daß es insbesondere für die Fixierung des Sinnes in keiner Weise erforderlich ist, durch die Wahl irgend einer der zahlreichen Formen einen bestimmten Begriff als Subjektsbegriff, einen andern als Prädikatsbegriff festzulegen. Die rein den Sinn des Satzes ins Auge fassende Betrachtung ist durch die obige Darstellung der Verknüpfungsmodalitäten erledigt; sie bietet für Weiteres, insbesondere eine Unterscheidung von Subjekts- und Prädikatsbegriff weder Anlaß noch Handhabe. Ganz Entsprechendes gilt weiter auch für die besondere Art der *Verknüpfung*, die zwischen Subjekts- und Prädikatsbegriff stattfindet. Unterschiede, die sich aus der Natur dessen, was etwa als Subjektsbegriff herausgehoben wird, ohne weiteres ergeben. Wir können einen Satz als Aussage über einen bestimmten Körper gestalten und erhalten so als Inhalt der Aussage die thetische Verknüpfung, als Form des ganzen Satzes diejenige, von der oben zunächst ausgegangen wurde, „K ist zur Zeit t in O“, eine Form, die wir entsprechend die thetische oder die *Grundform* nennen wollen. Für den Inhalt des Satzes aber ist es ohne Belang, ob wir sie wählen oder ob wir statt dessen sagen, der von K zur Zeit t eingenommene Ort sei mit O identisch. In verketteten Sätzen sind wir in noch mannigfaltigerer Weise in der Lage, ihren Inhalt als thetische, als Identitäts- oder Gleichheitsaussagen darzustellen. Es wäre also illusorisch, etwa eine Unterscheidung von Sätzen darauf gründen zu wollen, ob sie Lokalisationen, ob sie Identitäts- oder Gleichheits-Beziehungen aussagen; überall vielmehr finden wir dies alles verknüpft, und es kann in diesem Gebiet gar keine Sätze geben, die nicht alle diese Verknüpfungen vereinigten und somit nach Belieben in thetischer Form oder auch als Identitäts- oder Gleichheitsaussagen dargestellt werden könnten. — Noch eine weitere Form der Darstellung muß dann als nicht minder überall möglich hier angereiht werden. Bilden Zeit und Raum die von Haus aus gegebenen Formen einer solchen Wirklichkeits-Vorstellung, wie wir sie hier im Auge haben, so gilt das gleiche nicht von den einzelnen in ihr erwähnten Körpern. Demgemäß können wir denn jede Aussage auch in die Form bringen, daß ein Körper, für den eine gewisse Summe von Beziehungen zutrifft, *existiere*, also in die Form des Existenzialsatzes. Der vorhin angeführte einfachste Satz „K ist zur Zeit t in O“, erhielte so die Form „Es existiert ein Körper, der

[1]) Auf die verwickelteren Verhältnisse, die sich beim Fallenlassen dieser Voraussetzung ergeben, ist im nächsten Kapitel einzugehen.

zur Zeit t in O ist, und für den anderseits die der Bedeutung des Symboles K entsprechenden weiteren Bestimmungen zutreffen". — Ich möchte das Ergebnis, zu dem wir hier erstmals gelangen und auf das wir in allgemeiner Weise noch öfter zurückzukommen haben, die Vertauschbarkeit der Aussageformen oder die beliebige Umkehrbarkeit der Real-Urteile nennen.

An diesem Ergebnis darf einiges als besonders beachtenswert noch hervorgehoben und etwas genauer verfolgt werden. Zunächst hängt mit ihm unmittelbar zusammen, daß der als Aussage hervorgehobene Begriff, wie er für den besonderen Inhalt des Real-Urteils nicht in irgend einer Weise charakteristisch ist, so auch zur Qualifizierung desselben als Real-Urteil nicht genügt, vielmehr auch in dieser Hinsicht ohne Belang ist. Man ersieht dies am deutlichsten an einem Begriffe wie demjenigen der Gleichheit. Daß die Entfernung von Berlin nach Pest gleich derjenigen von Brüssel nach Mailand ist, das ist ein Real-Urteil. Daß $a.b = b.a$ ist, das ist ein mathematisches Reflexions-Urteil. Die Aussage der Gleichheit genügt also nicht, um die Behauptungsart des Urteils festzulegen. Daneben kommt es vielmehr durchaus auch darauf an, wie die Begriffe definiert sind, deren Gleichheit wir aussagen. Eben weil wir die Wirklichkeit hier in mathematischen Begriffen denken, können auch die mathematischen Beziehungs-Begriffe überall in den Real-Urteilen auftreten und sie können sehr wohl auch als Aussage herausgehoben werden.

Noch ein anderer Punkt bedarf hier einer etwas genaueren Verfolgung. Wir sind seit lange gewohnt, das eigentliche Wesen des Satzes, seine fundamentale Bedeutung und Struktur darin zu erblicken, daß von einem Begriffe etwas ausgesagt wird, womit dann die Unterscheidung von Subjekts- und Prädikats-Begriff in den Mittelpunkt der Betrachtung gerückt wird. Bedeutet, wie es sich hier herauszustellen scheint, diese Darstellung nur eine sprachliche Formulierung, so scheint sie ihre Wichtigkeit gänzlich einzubüßen. Es könnte vom Subjekt eines Satzes nur im Hinblick auf die jeweils gewählte sprachliche Form geredet werden. Der Begriff des Subjektes würde sich so auf das reduzieren, was wir das grammatische Subjekt zu nennen pflegen. Unleugbar tritt diese Anschauung zu Tatsachen, die uns aus dem alltäglichen Denken geläufig sind, in einen gewissen Widerspruch. Und sie bedarf denn auch einiger nicht unwichtiger Ergänzungen. Wenigstens sehr vielfach finden wir doch, daß ein Satz in erster Linie als Aussage über einen ganz bestimmten der in ihm erwähnten Begriffe erscheint; und wir bemerken alsdann, daß Umkehrungen ähnlicher Art wie die hier besprochenen zwar möglich sind, aber als gezwungen, schief oder mindestens ungewohnt erscheinen, auch wenn wir zugeben müssen, daß der rein sachliche Inhalt eines Satzes durch sie nicht modifiziert wird. Es ist nun leicht zu zeigen, daß ähnliche Verhältnisse auch für eine Wirklichkeits-Vorstellung der eben betrachteten Art ins Spiel kommen werden oder wenigstens kommen können. Aus diesem Grunde ist es geboten, uns gleich hier mit der Frage zu befassen, worauf sie eigentlich beruhen, worin ihre Bedeutung besteht und inwiefern demgemäß ihre Berücksichtigung uns zu einer Ergänzung oder Modifikation unserer in Bezug auf den formalen Bau der Urteile erhaltenen Ergebnisse veranlassen kann. Wir können, um dies darzulegen, zweckmäßig von Real-Urteilen ausgehen, wie sie uns im alltäglichen Denken geläufig sind. In vielen Fällen handelt es sich offenbar um Verhältnisse des jeweiligen Zusammenhangs, in dem ein Satz ausgesprochen oder erwogen wird. Denken wir an einen Satz wie etwa den, daß Caesar im Jahre 44 ermordet wurde, so finden wir auch hier die Möglichkeit verschiedener Formen gegeben. Wir können neben der eben gebrauchten auch etwa sagen: das Jahr der Ermordung Caesars war das Jahr 44, das Ereignis des Jahres 44 war die Ermordung Caesars und dergleichen. Man bemerkt nun zunächst, daß die Bevorzugung der einen oder anderen dieser Formen davon abhängt, ob der Satz auf diese oder jene Frage als Antwort gegeben wird. Je nachdem wir etwa von der Frage ausgehen, wann die Ermordung Caesars stattfand, was im Jahre 44 sich ereignete usw., werden wir auf verschiedene Aussageformen geführt werden, überdies freilich auch auf weitere psychologische Unterschiede, die sich z. B. in der Wortbetonung beim Sprechen bemerklich machen. Hier handelt es sich also um Unterschiede, die nicht dem einzelnen für sich allein betrachteten Urteil eigentümlich sind. Sie beruhen vielmehr auf dem Zusammenhang, in den dieses mit anderen gebracht wird, auf der Rolle, die es bei bestimmten Gruppierungen und Betrachtungen unseres ganzen Wissens spielt. Erwägungen dieser Art sind vielfach angestellt worden. Sie haben dazu geführt, von einem psychologischen Subjekt zu sprechen, ein Begriff der sich in gewissem Maße eingebürgert hat, freilich wohl auch nicht immer in genau dem gleichen Sinne benutzt worden ist. In der Hauptsache wird es jedoch dem Hergebrachten entsprechen, wenn wir diese Bezeichnung für denjenigen Teil eines Real-Urteils festhalten, vermöge dessen er im tatsächlichen Fortgange des Denkens an die vorausgehenden Urteile, Erwägungen, Fragen usw. angeknüpft wird.

Finden wir hier, daß für den inhaltlich gleichen Satz, je nach dem Gang und Zusammenhang der Betrachtung, jetzt der eine, jetzt ein anderer Begriff als Subjekts-Begriff gilt, so werden wir auf relativ konstante und darum weit bedeutungsvollere Verhältnisse geführt, wenn wir das einzelne Real-Urteil als Bestandteil eines Ganzen, einer in zweckmäßiger Weise und nach methodischen Gesichtspunkten geordneten Wirklichkeits-Darstellung in Betracht ziehen. Unsere Aufgabe ist, wie wir hier zunächst beachten müssen, ja nicht die, eine möglichst große Zahl richtiger Realsätze aufzustellen, sondern sie so auszuwählen, daß wir mit Hilfe einer möglichst kleinen Zahl jede einzelne der unbegrenzt zahlreichen Fragen, die etwa ein Interesse gewinnen, zu beantworten vermögen. Die maßgebende Bedeutung dieses Gesichts-

punktes ist ganz vorzagsweise an den Begriffen bemerklich, die den räumlichen und zeitlichen Maßbestimmungen zugrunde liegen. Es ist hier ohne weiteres durchsichtig, wie außerordentlich die Angaben dadurch an Einfachheit gewinnen, daß wir sie sämtlich oder wenigstens eine große Zahl von ihnen auf denselben Ausgangspunkt beziehen und in derselben Maßeinheit angeben. Und man bemerkt, daß wir in der Lage sind, aus solchen Angaben jede uns etwa interessierende Beziehung zu entnehmen, während wir andererseits in ein unübersehbares und im Einzelfalle doch nicht brauchbares Wirrsal von Angaben uns verwickeln würden, wenn wir in beliebiger und unsystematischer Weise Beziehungen zwischen Orten und Zeitpunkten angeben wollten. Hier tritt also eine ausgezeichnete methodologische Bedeutung bestimmter Begriffe besonders klar zutage. Es ist dann weiter hier der Ort, daran zu erinnern, daß unser Real-Wissen schon zufolge der ganzen Art seiner Entstehung und fortschreitenden Ausbildung eine Reihe von Begriffen besitzt, die in einem ausgezeichneten Sinne als b e k a n n t gelten können. Es sind dies in erster Linie die unmittelbaren Korrelate bestimmter Erlebnisse. Eine ähnliche Bedeutung kommt aber auch denjenigen zu, von denen wir vorzugsweise viel, vorzugsweise Genaues oder Sicheres wissen. Entziehen sich auch diese Verhältnisse einer strengen Fixierung, so kann doch an einer gewissen Ordnung und Abstufung in dieser Hinsicht kein Zweifel bestehen [1]). Behält man diese Umstände im Auge, so wird verständlich, daß ein großer Teil unserer Real-Urteile sich in ausgesprochener Weise in der Form darstellt, daß unter Benutzung gewisser Begriffe, die als bekannt gelten, eine Aussage über einen andern gemacht wird, der noch nicht oder unvollkommen bekannt ist, und daß der Satz sich daher als Vermehrung des Wissens in Betreff d i e s e s Begriffes, als eine Aussage ü b e r i h n darstellt, nicht aber als Aussage in Bezug auf eine Anzahl anderer, als bekannt betrachteter Begriffe. Verhältnisse dieser Art sind um so ausgeprägter, je typischer gewissen Begriffen diese Eigentümlichkeit der Bekanntheit zukommt, und sie sind daher z. B. für die räumlichen und zeitlichen Maßeinheiten, deren besondere Bedeutung vorhin schon erwähnt wurde, vorzugsweise auffällig. Wir sagen: die Belagerung von Ladysmith dauerte 118 Tage. Aber es würde uns verkehrt erscheinen zu sagen: ein Tag ist der 118te Teil von der Dauer jener Belagerung. Wir können im Anschluß an die oben erwähnte Bezeichnung denjenigen Begriff eines Satzes, der aus solchen Gründen als Gegenstand der Aussage erscheint, sein m e t h o d o l o g i s c h e s S u b j e k t nennen.

Die Resultate dieser Ueberlegungen zusammenfassend können wir sagen, daß zum Teil der jeweilige und wechselnde Zusammenhang, in dem ein Realsatz in Betracht gezogen wird, vor allem aber die Verhältnisse eines methodischen Fortschritts, einer geordneten und zweck-

[1]) Vergl. die etwas genauere Verfolgung dieser Verhältnisse in Kapitel 20.

mäßigen Auswahl und Gruppierung uns veranlassen, in den Realsätzen einen bestimmten Begriff als denjenigen, dem der Satz gilt, als den Gegenstand der Aussage hervorzuheben. Es leuchtet ein, daß auch für eine theoretische Wirklichkeits-Vorstellung der hier besprochenen Art, wenn sie überhaupt möglich wäre (wir hatten sie ja nur als einen fingierten idealen Fall ins Auge gefaßt), psychologische und methodologische Verhältnisse in ähnlicher Weise jedenfalls bestehen würden. Indem wir einen bestimmten Begriff, den wir uns durch eine Reihe von Beziehungen zu dem endgültigen Begriffsmaterial definiert denken, zum Gegenstand der Aussage machen und andererseits etwas Bestimmtes, wiederum in gleicher Weise Definiertes, von ihm aussagen, zerlegen wir (wie wir es in der vorhin benützten figürlichen Bezeichnung ausdrücken können) das ganze Geflecht in zwei Teile; und diese Zerlegung ist mit Rücksicht auf den gesamten, in letzter Instanz den Sinn des Urteils darstellenden Zusammenhang willkürlich. Aber sie bedeutet doch eine engere Zusammenfassung des einen und des andern Teiles, die geeignet ist, die Aussage mit einer Anzahl anderer in Verbindung zu bringen; und es kann daher auch nach Maßgabe solcher Beziehungen die eine oder andere Art der Zerlegung als die geforderte und zutreffende erscheinen. Was ferner die methodischen Verhältnisse anlangt, so müssen wir daran erinnern, daß eine Wirklichkeits-Vorstellung der hier angenommenen Art ihren endgültigen Sinn in dem finden würde, was sie hinsichtlich unserer tatsächlichen Erlebnisse bedeutet, also vermöge ihrer I n t e r p r e t a t i o n. Auch für sie würde daher unter allen Umständen ein Zusammenhang mit der tatsächlichen Erfahrung bestehen, der, von welcher Art und Form er auch sein mag, doch jedenfalls gewissen Teilen als dem vorzugsweise Bekannten, dem mit unseren Erlebnissen in der direktesten Beziehung Stehenden eine mehr oder weniger ausgezeichnete Bedeutung gewähren würde.

Obwohl an einer weitgehenden Bedeutung dieser Verhältnisse in unserem tatsächlichen Denken nicht zu zweifeln ist, so werden wir doch betonen müssen, daß wir es hier mit Rücksichten zu tun haben, die durchweg von schwankender Natur sind, vielfach ganz in Wegfall kommen können, und zu einer festen Charakterisierung unserer Real-Urteile daher nicht führen. Für die von dem jeweiligen Gange der Betrachtung abhängenden Verhältnisse des psychologischen Subjekts ist dies ohne weiteres selbstverständlich. Aber auch für die Rücksichten methodischer Ordnung gilt das gleiche. Dies geht schon daraus hervor, daß wenn wir eine methodisch geordnete Wirklichkeits-Vorstellung besäßen, damit ohne weiteres die Möglichkeit gegeben wäre, in der mannigfaltigsten Weise Realsätze aufzustellen, die für die Heraushebung eines Subjekts keine Handhabe bieten. Sätze wie z. B. der, daß die Entfernung von Berlin nach Petersburg zu der von Basel nach Frankfurt in einem Verhältnis stehe, das das n-fache desjenigen ist, in dem der Zeitraum zwischen zwei Ereignissen A und B zu dem zwischen zwei

anderen, C und D steht, sind, wie sehr sie auch im gewissen Sinne wertlos oder überflüssig sein mögen, doch in keiner Weise hinsichtlich ihrer Richtigkeit oder Zulässigkeit zu beanstanden. Wir werden daher betonen müssen, daß es sich bei der Heraushebung des Aussage-Gegenstandes um Rücksichten besonderer und verwickelter Natur handelt, die den Zusammenhang und die Ordnung des Gesamtwissens betreffen, und daß die Frage nach dem Bau und begrifflichen Material des Urteils jedenfalls in einer von diesen Verhältnissen absehenden Weise gestellt werden kann und zweckmäßiger Weise gestellt werden muß. Tun wir dies, fragen wir also nach dem Subjekt in einem rein logischen, durch den Aussageinhalt des Satzes fest gegebenen Sinne, so müssen wir konstatieren, daß ein solches hier nicht aufgewiesen werden kann. Der Begriff eines Subjekts läßt sich in eine Anzahl mehr oder weniger schwankender und auch relativ unwichtiger Bedeutungen (des grammatischen, des psychologischen, des methodologischen Subjektes) auflösen. Der des logischen Subjektes aber als eines durch den Inhalt des Urteils streng festgelegten Begriffes läßt sich hier nicht greifbar fixieren, sondern verflüchtigt sich als ein irreführender Schein. — In dem uns hier beschäftigenden Sinne also wird die Frage nach dem Bau des Urteils für den zunächst ins Auge gefaßten Begriffskreis durch die obige Formulierung, die das Urteil als eine Verflechtung des thetischen Zusammenhanges mit mathematischen und Identitätsbeziehungen charakterisierte, als erledigt gelten können, während die Heraushebung von Subjekts- und Prädikats-Begriff, namentlich aber auch die Unterscheidung verschiedener Aussagearten (Sätze über Lokalisation, Existenz, Gleichheit usw.) als in dieser Hinsicht gegenstandslos in Wegfall käme.

Zwölftes Kapitel.

Formen und begriffliches Material der Real-Urteile.

Mechanisch-materieller Begriffskreis. Mathematische und reale Gesamtheiten. Allgemeine, diluierte und Totalitäts-Aussagen. Verwickeltere Formen. Allgemeine Charakterisierung der Aussage-Form.

Die Erörterung über den Bau der Real-Urteile hatten wir im vorigen Kapitel durch die ausschließliche Berücksichtigung der Begriffe von individueller Bedeutung eingeschränkt. Nach gewohnten Anschauungen werden wir eine Weiterführung namentlich in der Richtung anzustreben haben, daß wir auch allgemeine Aussagen in den Kreis der Betrachtung ziehen. Allerdings erweist es sich, wie wir gleich sehen werden, als erforderlich, die formalen Verhältnisse, die wir hier zu behandeln haben, etwas anders zu bezeichnen. Doch können wir das, was uns interessiert, in der Tat an die der Logik geläufige Form der allgemeinen Sätze anknüpfen. Jeder Satz dieser Art bezieht sich ja auf eine Gesamtheit; und die Gesamtheits-Begriffe sind es, die wir als eine

logische Bildung neuer Art hier ins Auge zu fassen, mit deren Natur und mit deren Eingehen in die Urteile wir uns im Folgenden zu beschäftigen haben.

Erwägen wir ganz allgemein, wie innerhalb des uns hier vorliegenden Begriffskreises eine Bildung von Gesamtheits-Begriffen stattfinden kann, so dürfen wir zunächst eine Art derselben, als streng genommen nicht hierher gehörig, ausscheiden. Es sind dies diejenigen, die wir, im Anschluß an Sigwarts Bezeichnung gewisser Urteile als konkret allgemeine, konkrete Gesamtheiten nennen können. Die Bedeutung der in diesen Urteilen auftretenden Gesamtheits-Begriffe („alle deutschen Bundesstaaten") ist durch eine bestimmte Aufzählung erschöpfend darzulegen. Sie sind daher im Grunde synthetische Bildungen; und gemäß der Art, wie wir unsere Aufgabe formuliert haben, würden wir sie uns durch eine Aufzählung ihrer Elemente ersetzt zu denken haben.

Neben diesen Gesamtheits-Begriffen finden wir nun andere, die aus den früher bereits betrachteten Elementen nicht durch eine einfache Aggregierung entstanden sind, sondern mit ihnen in einer spezifisch anderen Weise zusammenhängen. Unter ihnen können wir zwei Formen unterscheiden. Die erste Art will ich mathematische Gesamtheiten nennen. Sie sind vor allem gegeben durch zeitliche oder räumliche Strecken, die die unendliche Gesamtheit der in ihnen enthaltenen Zeit- oder Raum-Punkte umfassen. Der Zeitraum t_1 bis t_2, die gerade Linie von O_1 bis O_2 wären solche Gesamtheiten. Die begriffliche Bezeichnung dieser Gesamtheiten geht, wie man sieht, da sie durch die Angabe der Grenzpunkte geschieht, auf Elemente von singulärer Bedeutung zurück. Und sie beruht in letzter Instanz auf der Natur unserer Zeit- und Raum-Vorstellung, derzufolge eben Gesamtheiten von Elementen durch die Begrenzung eindeutig zu bezeichnen sind. Ergänzend müssen wir aber hinzufügen, daß auch Zahlen in ähnlicher Weise Gesamtheits-Bezeichnungen zulassen. So können wir von allen zwischen 10 und 1000 liegenden Zahlenwerten reden [1]), einer Gesamtheit, die hinsichtlich ihrer Natur und Bezeichnungsweise den räumlichen Strecken ganz gleichzustellen sein würde.

Die andere Art der Gesamtheits-Begriffe definiert, im Gegensatz zur mathematischen, die in ihr zusammengefaßten Elemente nach Maßgabe der Wirklichkeit selbst. Ein Beispiel liegt vor, wenn wir von der Gesamtheit derjenigen Zeitpunkte reden, zu denen der Körper K sich in O befindet. Wir lassen hier die oben (S. 217) gemachte Vorstellung fallen, daß jede derartige Angabe einen bestimmten Zeitwert eindeutig bezeichne, eine Annahme, die ja im Allgemeinen nicht zutreffen wird. Der Natur der Sache nach kann K vielmals den Ort O passieren, und

[1]) Es kann damit, je nach Umständen, die Gesamtheit der zwischen 10 und 1000 liegenden natürlichen Zahlen, oder auch, wenn wir stetige Zahlengrößen im Auge haben, die stetige Größengesamtheit von 10—1000 gemeint sein.

so wird die Angabe in der Tat geeignet sein, eine Gesamtheit zu bezeichnen. Da die Zahl der ihr zugehörigen Elemente sich aus Verhältnissen ergibt, die uns nicht bekannt sind oder wenigstens nicht bekannt zu sein brauchen, so könnten wir sie etwa unbestimmte Gesamtheiten nennen. Ich will indessen, da die Elemente einer solchen Gesamtheit, streng genommen, doch nicht sowohl unbestimmt, als vielmehr unbekannt sind, und auch dieses Kriterium ein sehr schwankendes ist, lieber von r e a l e n Gesamtheiten sprechen, eine Bezeichnung, die zum Ausdruck bringt, daß es die Gestaltung der Wirklichkeit selbst ist, was ihnen bestimmend zugrunde liegt. Hervorzuheben ist insbesondere, daß ganz im Allgemeinen auch mit der Möglichkeit zu rechnen ist, daß K überhaupt nicht nach O gelangt, der numerische Wert einer so bezeichneten Gesamtheit also = Null ist.

Betrachten wir die Bildung dieser Gesamtheits-Begriffe in formaler Beziehung etwas genauer, so finden wir, daß jedesmal ein ganz allgemeiner Begriff (wie im obigen Beispiel der des Zeitpunktes) durch eine reale Bestimmung näher bezeichnet ist. Wir können diese Bestimmung, die wir als etwas Einheitliches zusammenzufassen Anlaß haben, das die Gesamtheit definierende M e r k m a l nennen.

Wie man sieht, sind die hier in Frage kommenden Gesamtheiten trotz der großen Mannigfaltigkeit, die sie naturgemäß aufweisen können, doch zunächst insofern beschränkt, als wir in dem uns beschäftigenden Gebiete nur eine kleine Anzahl ganz allgemeiner Oberbegriffe haben, nämlich die des Körpers, des zeitlichen und räumlichen Punktes und der Zahlgröße. Was anderseits die logische Natur der definierenden Bezeichnung, des Merkmals anlangt, so ist sie gegeben durch eben das, was überhaupt von einem Körper, einem Zeitpunkt usw. gelten oder ausgesagt werden kann. Bei der Beschränkung auf singuläre Begriffe läßt sich dies, wie oben erwähnt (S. 220), ohne Schwierigkeit erschöpfend angeben. Dagegen läßt sich erwarten und wird alsbald zu bestätigen sein, daß sich hier weitere und mannigfaltigere Formen ergeben werden. Naturgemäß aber sind diese Verhältnisse an die hier überhaupt zu verfolgende Vermehrung der urteilenden Verknüpfungen gebunden. Wie weit also auch in dieser Hinsicht für die Bildung der Gesamtheits-Begriffe bestimmte Modalitäten festgelegt werden können, wird sich erst aus der weiteren Untersuchung ergeben.

Wenn wir nach dieser Betrachtung der Gesamtheits-Begriffe uns der Besprechung ihrer logischen Funktion zuwenden, so können wir zunächst davon ausgehen, daß für einen Gesamtheits-Begriff jedenfalls dieselben u r t e i l e n d e n V e r k n ü p f u n g e n möglich sind wie für das einzelne der Gesamtheit angehörige Element. Wir können uns also in der thetischen Grundform Gesamtheits-Begriffe an die Stelle von Begriffen singulärer Bedeutung tretend denken. Eine solche Ersetzung kann zunächst in der Weise stattfinden, daß die Aussage gerade wie für das singuläre Element für die sämtlichen (unendlich

oder unbestimmt vielen) Elemente der Gesamtheit gelten soll (K_1 befindet sich in O_1 zu a l l e n Zeitpunkten, in denen K_2 in O_2 ist, oder zu allen Zeiten von t_1 bis t_2). Wir gelangen so zu Sätzen, die wir im Anschluß an hergebrachte Bezeichnungen a l l g e m e i n zu nennen haben.

Neben ihnen erscheint sodann ein zweiter Modus für die Verwendung des Gesamtheits-Begriffes möglich. Da dieser eine Anzahl einzelner Elemente umfaßt, so ist auch die Möglichkeit gegeben, eines derselben als ein jener Gesamtheit angehöriges zu bezeichnen, was zwar mehr oder weniger unbestimmt, aber doch nicht bedeutungslos ist. So können wir von einem Punkt der räumlichen Strecke O_1 bis O_2 reden oder von e i n e m Zeitpunkt, zu dem K in O gewesen ist usw. Im Real-Satze kann jedes der in ihm vereinigten begrifflichen Elemente statt durch eine individuelle durch eine solche ungenaue, generelle Bestimmung bezeichnet sein. Der Körper K befindet sich zur Zeit t an einer Stelle der Strecke $O_1 O_2$; K_1 befindet sich in O_1 zu einer derjenigen Zeiten, zu denen K_2 in O_2 ist usw. Ich will diese logische Erscheinung, für die es wünschenswert ist, einen terminus technicus zu besitzen, eine D i l u i e r u n g nennen [1]).

Fügen wir hier sogleich hinzu, daß allgemeine und diluierte Sätze formale Umgestaltungen zulassen, die uns zu einer Anzahl neuer, diesem Gebiete eigentümlicher Beziehungs-Begriffe führen. Wie wir bei der Beschränkung auf singuläre Begriffe den thetischen Satz immer auch als Bezeichnung einer Identität oder Gleichheit darstellen konnten, so können die hier in Rede stehenden Sätze neben ihrer zunächst ins Auge gefaßten Form auch als die Bezeichnung des E i n s c h l u s s e s oder der Z u g e h ö r i g k e i t z u G e s a m t h e i t e n dargestellt werden. Die Aussage eines Merkmals ist gleichbedeutend mit der Behauptung der Zugehörigkeit zu der durch dieses Merkmal definierten Gesamtheit und umgekehrt. Sagen wir, daß zu allen Zeiten, zu denen K_1 in O_1 ist, sich K_2 in O_2 befindet, so heißt dies, daß die Gesamtheit derjenigen Zeiten, für die die erstere Bestimmung gilt, einen Teil derjenigen bildet, die durch die zweite definiert ist. Ebenso läßt sich der diluierte Satz, daß K zur Zeit t an einem Punkt der Strecke $O_1 O_2$ war, in die Form bringen, daß diese Strecke den von K zur Zeit t eingenommenen Ort einschließe oder in sich enthalte. — Als ein weiterer hierhergehöriger Begriff ist ferner der der V e r k n ü p f u n g zu erwähnen. Wenn gesagt wird, daß für alle durch die Bestimmung α definierten Zeitpunkte

[1]) Man bemerkt leicht, daß gewisse Formen diluierter Aussagen nichts anderes darstellen, als was uns als disjunktives Urteil geläufig ist. Da indessen die Bedeutung der unbestimmten Bezeichnungen über das Gebiet der disjunktiven Urteile weit hinausgeht, so erscheint es mir richtiger, diese ganz allgemeine Form zum Ausgangspunkt der Darstellung zu machen und die disjunktiven Urteile als besondere Fälle derselben zu behandeln. Wir kommen demgemäß an späterer Stelle auf die disjunktiven Urteile zurück. Ebenso werden wir auch die der Logik als partikuläres Urteil geläufigen Aussageformen (einige A sind B) als besondere Formen unbestimmter Bezeichnung behandeln, wovon alsbald die Rede sein wird.

auch β gilt, so ist uns vielleicht am geläufigsten die Aussageform, daß mit der Bestimmung α jedesmal β verknüpft sei, oder, wie wir sagen wollen, daß das Merkmal α das Merkmal β *realiter fordere*[1].

Nur in einem Falle wird diese letztere Charakterisierung nicht zutreffen, der denn auch als ein exzeptioneller hier gleich herausgehoben werden mag, dann nämlich, wenn sich ein Satz auf eine jener vorhin erwähnten Gesamtheiten (der Zeit, des Raumes, der Zahlen, der Körper) ganz ohne Einschränkung bezieht, ein forderndes Merkmal also nicht vorhanden ist. Ich will Aussagen von dieser Art, von deren besonderer Bedeutung bei späteren Gelegenheiten zu reden sein wird, *universell allgemeine* nennen.

Diesen beiden, allerdings vorzugsweise wichtigen und alsbald noch eingehender zu behandelnden Modalitäten der logischen Verwendung von Gesamtheitsbegriffen, des allgemeinen und des diluierten Satzes, müssen wir hier sogleich noch eine dritte anschließen. Sie ist gegeben durch Sätze, die in einer eigentümlichen Weise die Gesamtheit *als solche* betreffen, und die ich daher mit dem Namen der *Totalitäts-Aussagen* bezeichnen will. Der Gang unserer Untersuchung bringt es mit sich, daß wir auf Sinn und Inhalt solcher Aussagen erst an späterer Stelle geführt werden, doch scheint es geboten, sie als eine von dem diluierten und allgemeinen Satze zu unterscheidende Form gleich hier zu erwähnen.

Indem wir uns einer spezielleren Betrachtung der auf die Verhältnisse der Allgemeinheit und der Diluierung zurückgehenden logischen Erscheinungen zuwenden, würden wir zunächst zu bemerken haben, daß entsprechend der Vereinigung mehrerer Begriffe in einem Satz beide Verhältnisse mehrfach oder auch beide nebeneinander auftreten können. Sagten wir, daß *alle* Körper einer gewissen Art zu *allen* Zeiten t_1 bis t_2 sich irgendwo befinden, so ist dieser Satz zweifach allgemein. Daß K zu *irgend einer* Zeit der Strecke T an *irgend einem* Punkt der Strecke R ist, wäre eine doppelt diluierte Aussage. Daß K während der ganzen Zeit T sich an einem Punkt der Strecke R befindet, ist eine einerseits allgemeine, anderseits aber auch diluierte Aussage usw.

Hiermit haben wir aber die hier auftretenden Bildungen keineswegs erschöpft und zwar deswegen, weil wir zunächst jedes der drei thetisch verknüpften Begriffselemente unabhängig für sich ins Auge

[1] Wir benutzen den Ausdruck des Forderns (ebenso, wie an späteren Stellen zu erwähnen sein wird, diejenigen des Ausschließens und Gestaltens) in doppeltem Sinne, zunächst nämlich, wie es schon oben (S. 13) festgelegt wurde mit Bezug auf den Geltungszusammenhang von Urteilen, sodann aber, wie wir es hier einführen, mit Bezug auf den Zusammenhang der einem allgemeinen Begriffe zuzuschreibenden Merkmale. Den nämlichen Ausdrücken eine solche doppelte Bedeutung zu geben ist vielleicht nicht ganz ohne Bedenken. Indessen können sich Verwechselungen daraus kaum ergeben. Anderseits bieten die einen und die andern Verhältnisse so zahlreiche Analogien, daß die Benutzung der gleichen Termini auch ihre Vorteile hat. Dies gilt namentlich von den weitern Unterscheidungen logischen, mathematischen, nomologischen und realen Forderns usw., auf die wir später geführt werden.

gefaßt haben. Es ergibt sich aber eine Reihe weiterer und beachtenswerter Verhältnisse, wenn wir die zwischen ihnen bestehenden Beziehungen mit in Betracht ziehen. Der erste hier zu erwähnende Fall erweist sich als die Grundlage von Aussageformen, die aus dem täglichen Leben überaus geläufig sind. Nehmen wir etwa den Satz, daß K zu allen zwischen t_1 und t_2 gelegenen Zeitpunkten sich auf der Strecke $A\,B$ befindet. Die Meinung derselben wird im Allgemeinen und kann jedenfalls die sein, daß in jedem Zeitpunkt zwischen t_1 und t_2 der Ort zwischen A und B gelegen sei. Dabei kann der Ort für jeden jener Zeitpunkte ein verschiedener sein. Nur das soll für alle gelten, daß sie zwischen A und B gelegen sind. Der Satz ist also sorgfältig von dem anderen zu unterscheiden, daß K zu allen Zeiten t_1 bis t_2 an *einem* Punkte sei, den wir nur unbestimmt als einen der Strecke $A\,B$ angehörigen bezeichnen können, der aber für alle jene Zeiten der nämliche sein soll. In diesem letzteren Falle allerdings könnte man den Satz als einerseits allgemein, anderseits diluiert bezeichnen und in ihm lediglich ein unabhängiges Nebeneinander-Bestehen beider Formen statuieren. Dagegen ist in dem hier ins Auge gefaßten Falle die Verallgemeinerung durchaus an die Unbestimmtheit geknüpft und durch sie ermöglicht; es besteht ein eigenartiger, für den Sinn des Urteils maßgebender funktioneller Zusammenhang beider[1]. Ich will einen Satz dieser Art *komprehensiv allgemein* nennen. Und da es wünschenswert ist, auch für den gegenteiligen Fall, in dem von allen Elementen einer Gesamtheit genau das Nämliche gelten soll, eine kurze Bezeichnung zu haben, so mag in diesem Falle der Satz *präzis allgemein* genannt werden.

Es wird nützlich sein, an dieser Stelle besonders hervorzuheben, daß die hier eingeführten Bezeichnungen nicht Urteilsarten bedeuten, in die wir alle Urteile einteilen könnten, so daß ein jedes der einen oder der anderen der hier erwähnten Formen zugewiesen werden könnte. Vielmehr handelt es sich, wie das ja schon im Vorhergehenden sich herausstellte, um Modalitäten des formalen Baues, die in mannigfaltiger Weise mit einander vereinigt sein können. Alle hier eingeführten Benennungen bezeichnen also nicht die Natur des ganzen Satzes, sondern die Art, wie ein einzelner Begriff in ihn eingeht oder die Art der zwischen zwei Begriffen stattfindenden funktionellen Beziehung. Sagen wir, daß K zu allen Zeiten zwischen t_1 und t_2 sich innerhalb der räumlichen Strecke R befand, so ist die Beziehung der zeitlichen und der räumlichen Gesamtheit die einer komprehensiven Allgemeinheit. Auch können wir wohl, wie es oben geschehen, den Satz in dieser Hinsicht einen komprehensiv allgemeinen nennen; doch dürfen wir durch diese Benennung uns nicht zu dem Mißverständnis verführen lassen, als ob die logische Natur des Satzes oder auch sein formaler Bau damit erschöpfend bezeichnet wäre.

[1] In den uns geläufigen Sätzen des täglichen Lebens besteht fast immer das gleiche Verhältnis, wenn wir auch wenig gewöhnt sind, es uns zum Bewußtsein zu bringen. Denn wenn wir sagen, „alle Rosen sind wohlriechend", so beruht die allgemeine Aussage doch auch darauf, daß der Prädikatsbegriff ein unbestimmter, vielerlei spezielle Verhaltungsweisen zusammenfassender ist. Es ist der große Vorteil des mathematischen Begriffskreises, daß er bei der absoluten Präzision seiner Bezeichnungen diese Verhältnisse ohne weiteres kenntlich macht.

Neben den präzis und den komprehensiv allgemeinen Aussagen haben wir nunmehr eine dritte Form in Betracht zu ziehen, die, wie sich zeigen wird, wegen ihren Beziehungen zu den mathematischen Begriffen namentlich im Gebiet der theoretischen Naturwissenschaft von hervorragender Bedeutung ist. Wenn bei den präzis allgemeinen Sätzen von allen Elementen der Gesamtheit genau das Nämliche, bei den komprehensiven ein überall Verschiedenes, lediglich einem umfassenden Begriffe Unterzuordnendes ausgesagt wird, so ist als ein *dritter* Fall der anzuschließen, daß für jedes Element jener Gesamtheit zwar etwas Verschiedenes gilt, dabei jedoch das für das einzelne Element Behauptete in bestimmter Weise von der Individualität dieses Elements abhängt, somit auch für jedes einzelne ein genau Bestimmtes ist. Die Beschreibung einer gleichförmigen Bewegung z. B. können wir in der Form geben, daß wir sagen: für alle Zeiten hat der Körper einen Ortswert, der zu dem betr. Zeitwert in einem bestimmten Verhältnis steht ($O_t = n \, . \, t$). Für jeden Zeitwert also gilt etwas, was seine Bestimmung nach Maßgabe dieses individuellen Zeitwertes findet. Aehnliches haben wir, wenn wir z. B. aussagen, daß der Ort eines Körpers in jedem Zeitpunkt um einen bestimmten Betrag von demjenigen entfernt sei, den ein anderer Körper zur gleichen Zeit, oder den der nämliche Körper zu einer um einen bestimmten Betrag früheren oder späteren Zeit angenommen hat. $O_t^K = c + O_t^{K'}$ oder $O_t^K = c + O_{t+z}^K$, wie dies in leicht verständlichen Symbolen auszudrücken wäre.

In diesem Falle, dem sich leicht eine Menge gleichartiger anfügen ließen, gilt die allgemeine Aussage einer mathematischen Gesamtheit und die Spezialisierung der *Aussage* ist daher vorzugsweise einfach durch eine Bestimmung gegeben, in die die Elemente jener Gesamtheit in formal fixierter Weise eingehen. Doch ist es nicht schwierig, auch Beispiele anderer Art für das gleiche Prinzip des Zusammenhanges ausfindig zu machen. Alle Körper, können wir sagen, die sich zur Zeit t_1 an irgend einer Stelle der Strecke R befunden haben, sind zur Zeit t_2 wiederum an der nämlichen Stelle. Die Aussage umfaßt hier eine Reihe von Körpern, die zur Zeit t_1 an den Punkten $O_1, O_2, O_3 \ldots$ gewesen sein mögen. Von dem erstgenannten wird ausgesagt, daß er zur Zeit t_2 wiederum in O_1, von dem zweiten, daß er wiederum in O_2 sei usw. Die Aussage ist also in der Tat für alle Elemente jener Gesamtheit verschieden, aber ihr Inhalt richtet sich in bestimmter Weise nach der Individualität des einzelnen Elementes. Ich will Sätze dieser Art *komplex allgemein* nennen. — Es kann in Bezug auf sie sogleich ein nicht unwichtiger Punkt hervorgehoben werden. Ihre Eigentümlichkeit besteht ja, um es nochmals zu wiederholen, darin, daß in dem von einer Gesamtheit G Ausgesagten die ihr zugehörenden Elemente wiederum erwähnt werden, und zwar mit der Maßgabe, daß für jedes Element der Gesamtheit auch die Aussage in dem durch die Einführung des nämlichen Elements individualisierten Sinn gelten soll.

Hieraus ergibt sich nun, daß innerhalb dieser Form eine insofern ganz unbegrenzte Mannigfaltigkeit der Detailgestaltung möglich ist, als bei einer beliebig verketteten Bestimmung des Aussagebegriffs auch die Art, *wie* das Einzelelement der Gesamtheit in ihn eingeht, die allerverschiedenste und mannigfaltigste sein kann. Wir werden an anderer Stelle sehen, daß solche sehr verwickelte Formen namentlich im Gebiete der Mathematik eine große Rolle spielen, und daß die komplex allgemeinen Sätze die eigentliche Kardinalform der Mathematik darstellen.

Ich darf nicht unterlassen, an dieser Stelle einem Bedenken zu begegnen, das sich naturgemäß aufdrängt. Man könnte geneigt sein, der Heraushebung dieser Urteilsform als einer besonderen den Einwand entgegenzustellen, daß es doch nur einer anderen Formulierung oder der Bildung eines passenden Begriffes bedürfe, um die in Betracht gezogenen Sätze als „präzis allgemein" erscheinen zu lassen. So könne man bei der Beschreibung einer gleichförmigen Bewegung doch sagen, es sei dauernd das Verhältnis des Orts- zum Zeitwert, der Wert O/t konstant. Wir brauchten also nur dieses Verhältnis durch einen bestimmten Namen zu bezeichnen, um hierdurch eine begriffliche Formulierung zu haben, die es gestatte, etwas ganz Bestimmtes anzugeben, was sich für alle Zeiten übereinstimmend verhalte, und somit unsern Satz als einen präzis allgemeinen auszudrücken. Aehnlich sei auch die Aussage einer konstanten Geschwindigkeit oder eines dauernd gleichen Abstandes zweier Körper nicht anders, denn als eine schlechtweg allgemeine aufzufassen. — Wir müssen diesem Einwand gegenüber daran erinnern, daß wir uns hier zunächst die Aufgabe gestellt haben, diejenigen Formen darzulegen, die für unsere letzten, nicht weiter analysierbaren Begriffselemente gelten, von einer im Wege synthetischer Begriffsbildung erfolgenden Zusammenziehung dieser Elemente aber abzusehen. Ueberdies versteht sich von selbst (an späteren Stellen werden wir es noch im Detail zu bestätigen haben), daß wenn eine synthetische Begriffsbildung die uns hier beschäftigenden besonderen Formen scheinbar verschwinden läßt, dies seinen Grund darin findet, daß die in Frage kommende Begriffsbildung auch ihrerseits eine eigenartige ist. Wie wir sogleich sehen werden, läßt sich die hier in Betracht gezogene Aussage noch in anderer Weise in die Form bringen, daß etwas genau Präzisiertes von allen Elementen einer Gesamtheit ausgesagt wird. Aber es ist dann eine wiederum besondere Art der *Gesamtheits-Definition*, in der die logische Eigentümlichkeit zum Ausdruck kommt. Diese Eigenart kann also allerdings in mancherlei Formen gebracht oder unter verschiedenen Gesichtspunkten betrachtet werden, aber sie wird durch Umformungen des Satzes wie durch synthetische Begriffsbildungen nicht aufgehoben.

Beruhen die komplex allgemeinen Sätze auf einem formal bestimmten Zusammenhange zwischen derjenigen Gesamtheit, von der etwas allgemein gilt, und dem Inhalt eben dessen, was von ihr allgemein ausgesagt wird, so muß nun weiter hinzugefügt werden, daß zufolge der Vereinigung mehrerer Elemente im Urteil entsprechende Zusammenhänge auch in anderer Weise zwischen seinen Bestandteilen stattfinden können. So können z. B. zwei diluierte oder zwei komprehensive Bestimmungen derart verknüpft sein, daß wir den Satz *komplex diluiert* resp. *komplex komprehensiv* nennen dürfen; auch eine zweifache Allgemeinheit kann in komplexer Weise gegeben sein.

Für die Erläuterung dieser etwas verwickelten Fälle ist es nützlich, die bisher festgehaltene Beschränkung fallen zu lassen, derzufolge die Bewegung der Körper als eine eindimensionige, als Bewegung auf einer Geraden betrachtet wurde, die Orte also durch *einen* Zahlenwert bestimmt waren. Ersetzen wir sie durch die hier genügende einer Bewegung in einer Ebene, so würde der Ort jedes Körpers durch *zwei* Werte bestimmt sein, die wir in der üblichen Darstellung nach rechtwinkligen Koordinaten als seinen X- und Y-Wert bezeichnen können. Das Urteil würde also in seiner thetischen Grundform vier Begriffe vereinigen, Körper, Zeitpunkt, X- und Y-Wert des Ortes. Unter diesen Umständen ist zunächst eine unbestimmte (diluierte) Ortsbezeichnung in der Form möglich, daß wir angeben, ein Körper befinde sich zur Zeit t an einem Orte, dessen X-Wert zwischen a und b, dessen Y-Wert zwischen c und d liege. Eine Aussage dieser Art werden wir eine zweifach diluierte nennen dürfen, wenn diese beiden unbestimmten Angaben unabhängig nebeneinander bestehen. Daneben aber ist eine andere, als komplexe Diluierung zu bezeichnende Form möglich, wenn ein bestimmter Zusammenhang zwischen den X- und Y-Werten ausgesagt wird. Dieser kann von der Art sein, daß der X-Wert als Funktion des Y-Wertes bezeichnet wird. In diesem Falle würde die Aussage bedeuten, daß der Körper sich auf irgend einem Punkt der durch jene Beziehung der X- und Y-Werte gegebenen Linie befindet. Oder es könnte auch der Zusammenhang von der Art sein, daß jedem X-Wert zwei bestimmte Y-Werte als Grenzen zugeordnet sind, innerhalb deren bei Geltung des betreffenden X-Wertes der Y-Wert liegen soll. In diesem Falle würde die Aussage bedeuten, daß der Ort des Körpers zur Zeit t innerhalb eines durch jenen Zusammenhang bezeichneten Flächenstückes gelegen sei.

Diesen komplexen Diluierungen entsprechen ohne weiteres die als *komplex-komprehensiv* zu bezeichnenden Sätze, daß K sich zu allen Zeiten der Strecke t_1 bis t_2 an einem Ort befinde, der einer Linie oder Fläche angehört, die durch einen bestimmten Zusammenhang der X- und Y-Werte definiert sind, ebenso die in komplexer Weise doppelt allgemeinen, daß K (im Verlauf irgend einer Zeit) an *allen Punkten einer Linie oder Fläche* gewesen sei usw.

Wenn schon die bisher besprochenen logischen Verhältnisse eine große Mannigfaltigkeit für die Bildung der Real-Sätze ergeben, so vermehrt sich diese noch durch zwei weitere Umstände. Von diesen ist der erste der, daß in die Definition der realen Gesamtheiten wiederum Gesamtheits-Begriffe eingehen können, und wir demgemäß auch hier, im verkettenden Regreß, den analogen Erscheinungen begegnen, die wir zunächst für die thetische Satzform ins Auge gefaßt hatten. So kann zunächst diese Bestimmung wiederum allgemeiner Natur sein (alle Körper, die zu *allen* Zeiten von t_1 bis t_2 in R gewesen sind). Ich will diese Form der Verknüpfung zweier Gesamtheits-Begriffe, die uns noch weiter beschäftigen wird, eine *konträre Verknüpfung* nennen. Geläufiger ist uns der andere Fall, den wir im Gegensatz zu dieser eine *parallele Verknüpfung* nennen wollen. Er liegt vor, wenn wir z. B. von allen Körpern sprechen, die zur Zeit t in der Strecke $A\,B$ waren. Gemeint ist hier die Gesamtheit derjenigen Körper, die sich zur Zeit t an *irgend einem* Punkt jener Strecke befanden. Dieser Punkt braucht nicht für alle derselbe zu sein; die

Gesamtheit ist also nicht durch das durchgängige Zutreffen genau der nämlichen Bestimmung bezeichnet, sondern einer Reihe verschiedener, die jedoch selbst wieder einer Gesamtheit angehören. Die Art der Bezeichnung ist, wie man bemerkt, der komprehensiven Aussage ganz analog, und wir können daher auch von einer komprehensiv bezeichneten Gesamtheit reden.

In Anschluß hieran ist ferner hervorzuheben, daß auch mehrere Gesamtheits-Bestimmungen, die in diesem komprehensiven Sinne in die Bezeichnung eingehen, in komplexer Weise miteinander in Zusammenhang gebracht werden können. So ergeben sich Gesamtheits-Bezeichnungen, die als *komplex-komprehensiv* zu bezeichnen sind. Ein Beispiel für sie erhalten wir aus der vorher schon herangezogenen Beschreibung einer gleichförmigen Bewegung. Bringen wir sie auf die Form $\frac{O_t^K}{t} = c$, wo O_t^K den Ort des Körpers K zur Zeit t, und c eine Konstante bedeutet, so besagt der Satz, daß eine gewisse Gesamtheit real definierter Zahlen sämtlich einem bestimmten Wert gleich sind. Die hier erwähnten Zahlen bedeuten das Verhältnis des zu irgend einer beliebigen Zeit stattfindenden Ortswertes zu derjenigen Zeit, zu der eben dieser Ortswert stattfindet; sie bilden also eine komplex-komprehensiv definierte Gesamtheit.

Endlich kann, wie sich von selbst versteht, in die Definition einer Gesamtheit auch eine diluiert bezeichnete Bestimmung eingehen, ein Fall, der insofern ein gewisses Interesse bietet, als er, bei sprachlich ähnlichem Ausdruck, von dem inhaltlich verschiedenen der parallelen Verknüpfung besonders sorgfältig auseinander gehalten werden muß. Eine Aussage z. B., die allen Körpern gilt, die zur Zeit t innerhalb des Raumes R waren, kann, wenn t zwischen t_1 und t_2 liegt, in die unbestimmte Form gebracht werden, daß von allen Körpern gesprochen wird, die zu einem gewissen, der Strecke $t_1\,t_2$ angehörigen Zeitpunkt in R waren. Die hier gemeinte Gesamtheit darf, wie man sieht, nicht verwechselt werden mit derjenigen aller Körper, die zu irgend einem Zeitpunkt der Strecke $t_1\,t_2$ in R waren, einer Gesamtheit, die ihrerseits in paralleler Verknüpfung definiert und nicht diluiert bezeichnet ist.

Der zweite hier zu berührende Punkt ist die erweiterte Bedeutung, die zufolge der Heranziehung von Gesamtheits-Begriffen die *Zahlen* gewinnen. Solange wir uns in der im 11. Kap. festgehaltenen Weise auf Begriffe von singulärer Bedeutung beschränkten, konnte der *Zahl* nur *eine* reale Bedeutung zukommen, nämlich die eines Verhältnis-Wertes von Raum- oder Zeitstrecken. Bei Heranziehung der Gesamtheits-Begriffe eröffnet sich für sie eine weitere Anwendung zunächst insofern, als wir etwas aussagen können nicht nur von einem, sondern auch von zwei, drei usw. Elementen einer Gesamtheit. Wir erhalten so Sätze, die sich den zunächst in Betracht gezogenen diluierten anschließen. Es ist nun aber weiter zu bemerken, daß die Zahlen selbst eine Gesamtheit darstellen, die der Bildung eines diluierten Begriffs zugrunde gelegt werden kann. Von dieser Art ist insbesondere der un-

bestimmte Begriff „einige“. Sprechen wir daher von einigen Elementen irgend einer Gesamtheit, so wird zu beachten sein, daß in diesem, dem partikulären Urteil der Schullogik entsprechenden Falle eine *zweifache* Unbestimmtheit vorliegt; die eine besteht darin, daß nicht angegeben wird, *welchen* Elementen der Gesamtheit die Aussage gilt; die andere darin, daß auch die Zahl nur ungenau durch den unbestimmten Begriff „einige“ angegeben wird. Diese Sätze sind es, für die wir im Interesse gleichartiger Bezeichnungen den Ausdruck einführen wollen, daß ein Merkmal ein anderes (realiter) *gestatte*[1]).

Außerdem ist hier anzuführen, daß die realen Gesamtheiten jedesmal eine ganz bestimmte Zahl einzelner Elemente umfassen. Hieraus ergibt sich eine Form der Aussage, in der die Zahl solcher Elemente direkt angegeben, d. h. einer mathematisch definierten Zahl gleichgesetzt wird. „Die Anzahl von Malen, die der Körper K während des Zeitraums T den Ort O passiert hat, ist = 15.“ Wir haben hierin eine weitere reale Bedeutung von Zahlwerten, und hiermit ist denn auch die Möglichkeit einer Reihe weiterer Verknüpfungen gegeben, sobald wir eben diese realen Verhältnisse als Definitionen einer Zahl verwenden, und nun diese mit irgend welchen anderen real definierten in beliebiger Weise in Verbindung bringen. („Die Anzahl der Körper, die sich zur Zeit t in R befinden, ist dreifach größer als die Anzahl der Zeitpunkte, zu denen K an dem Orte O gewesen ist“ u. dgl.)

Mit den bisher betrachteten Verknüpfungsformen sind nun zwar die Mannigfaltigkeiten begrifflicher Zusammenfügung in gewissem Sinne erschöpft; sie bedürfen indessen einer ergänzenden Betrachtung doch noch insofern, als sie, wie man es figürlich bezeichnen kann, irreziprok sind, d. h. sich in veränderter Weise darstellen, wenn wir Begriffe, die in einer der hier betrachteten Formen in die definierenden Bezeichnungen eingehen, selbst zum Gegenstand der Aussage machen. Wir werden daher auf eine Anzahl hier noch anzureihender Formen geführt, wenn wir in der oben schon erörterten Weise die *Umkehrungen* verwickelterer Sätze in Betracht ziehen[2]).

Durch die Umkehrung der bisher betrachteten Sätze ergibt sich zunächst eine Reihe weiterer Formen für das, was von *singu-*

[1]) Vergl. hierüber die Bemerkung oben auf Seite 230. Als besonders beachtenswert sei erwähnt, daß das reale Gestatten, von dem hier die Rede ist, die Verwirklichung in irgend einer Anzahl von Fällen besagt. Es muß daher von dem Gestatten im nomologischen Sinne unterschieden werden, das eine Möglichkeit bedeutet und demgemäß erst an späterer Stelle zu erwähnen ist.

[2]) Es versteht sich, daß die Verfolgung der Formen, die sich aus längeren verkettenden Zusammenhängen und den entsprechenden Umkehrungen ergeben, uns zum großen Teil auf ein praktisch wenig oder gar nicht bedeutsames Gebiet führt. Dieser Umstand kann uns jedoch der Notwendigkeit nicht überheben, jenen Verhältnissen wenigstens in gewissem Maße nachzugehn. Denn die unserer formalen Untersuchung hier obliegende Aufgabe ist doch die, uns in die überhaupt möglichen logischen Formen einen tunlichst vollständigen Einblick zu verschaffen. Von diesen irgend einen Teil als praktisch unerheblich beiseite zu lassen, würde um so weniger angängig sein, als, wie wir noch sehen werden, für eine solche Abgrenzung keinerlei feste Regeln gegeben werden können.

lären Begriffen z. B. dem einzelnen Körper, dem einzelnen Zeitpunkt gelten kann. Nehmen wir irgend eine Aussage, die sich bezöge auf „alle Körper, die zur Zeit t in R waren“; t mag hier definiert sein als ein Zeitpunkt, zu dem K in O war. Eine Umkehrung dieses Satzes führt uns zu der Aussage, daß K in O war zu einer Zeit, von der jener allgemeine Satz gilt. Eine Aufstellung dieser Art, wiewohl uns wenig gewohnt und einigermaßen fremdartig, ist doch vollkommen zulässig. Wir haben es aber hier mit einer Form der Verknüpfung zu tun, die gegenüber dem ursprünglich in Betracht Gezogenen etwas Neues darstellt. Sie besteht darin, daß der Zeitpunkt in einer formell bestimmten Weise in einen Gesamtheits-Begriff (in diesem Falle in den einer Körpergesamtheit) eingeht, von dem nun seinerseits etwas Bestimmtes (in diesem Falle Allgemeines) gilt. Ich will, um auch für diese Art der Verknüpfung eine kurze Bezeichnung zu haben, sie eine *indirekte* nennen. Sie kann sowohl als Aussage über einen Zeitpunkt, wie zur definierenden Bezeichnung eines solchen in eben derselben Weise wie die direkten (thetischen und mathematischen) Verknüpfungen verwendet werden. Entsprechendes gilt für alle singulären Begriffe. Es ist leicht zu übersehen (wir kommen sogleich noch etwas genauer darauf zurück), daß diese indirekten Bezeichnungen sehr mannigfaltiger Art sein können. Erwähnen wir hier vorderhand nur, daß eine besondere Form derselben sich aus den mathematischen Gesamtheiten ergibt, indem wir nicht eine solche durch ihre Grenzpunkte, sondern einen Punkt als Grenze einer mathematischen Gesamtheit definieren, die ihrerseits durch irgend etwas von ihr Geltendes charakterisiert ist. So können wir etwa sagen, K befinde sich zur Zeit t an einem Punkte O_1, der mit O_2 eine Strecke einschließt, von der irgend etwas gilt (z. B. daß der irgendwie definierte Punkt O_3 in ihr liegt).

Was die *Gesamtheits-Begriffe* anlangt, so führen uns hier die Umkehrungen in noch wichtigerer Weise zu einer Vervollständigung der bisher besprochenen Formen. Nur in einzelnen Fällen, wie hier zunächst vorausgeschickt sei, finden wir, daß durch die Umkehrung auch für solche Gesamtheiten, die zunächst in definierende Bestimmungen eingehen, wiederum eine allgemeine Aussage erhalten wird. So wird, um ein Beispiel anzuführen, wenn wir etwas aussagen von allen Körpern, die zur Zeit t innerhalb der Strecke R gewesen waren, der Satz mit Bezug auf diese Strecke wiederum *allgemein* sein. Er besagt in der Tat das Gelten einer (indirekten) Bestimmung für alle Punkte sowie auch alle Teile von R. Ein Satz also, der allgemein ist für eine Gesamtheit G_1, stellt eine allgemeine Aussage auch dar für eine zweite, G_2, die in die Definition jener ersten in der Form paralleler Verknüpfung eingeht. Dagegen werden wir in anderen Fällen auf Aussagen geführt, die mit Bezug auf eine Gesamtheit weder allgemein noch diluiert sind, die vielmehr in der oben (S. 230) bereits vorgreifend erwähnten Weise der Gesamtheit als *Ganzem* gelten, und die daher mit dem dort schon ein-

geführten Namen der Totalitäts-Aussagen bezeichnet werden sollen. Schon die Umkehrung komprehensiv allgemeiner Sätze führt uns auf diesen Fall. Wenn wir z. B. sagen, daß K zu allen Zeiten t_1 bis t_2 an irgend einem Punkte der Strecke R ist, so besagt dies, daß die Strecke R alle Punkte einschließt, die K während der Zeit t_1 bis t_2 eingenommen hat. Was hier bezüglich dieser Strecke gesagt ist, läßt sich als etwas von allen ihr angehörigen Punkten übereinstimmend Geltendes nicht darstellen; ebensowenig läßt es sich durch eine Aussage ersetzen, die sich auf einen oder einige Punkte jener Strecke bezieht; der Satz gilt vielmehr in besonderer Weise der Strecke als Ganzem.

Wenn uns die Schullogik, in scheinbarem Widerspruch mit dem Obigen, als Umkehrung des allgemeinen Satzes „alle A sind B“ die Aussage „einige B sind A“ angibt, so handelt es sich dabei in der Tat nur um einen scheinbaren Widerspruch, der jedoch eine gewisse Beachtung allerdings verdient. Zunächst nämlich ist diese Umkehrung überhaupt nur zulässig unter der in der Regel stillschweigend gemachten Voraussetzung, daß die unbestimmte Zahl der A jedenfalls von Null verschieden sei, eine Voraussetzung, von der wir behufs voller Allgemeinheit ausdrücklich abgesehen hatten. Aber auch wenn wir diese Voraussetzung machen, ist doch der Satz, „einige B sind A“, keine Umkehrung in dem Sinne, wie wir sie hier im Auge haben: er ist zwar eine aus dem ersteren sich ergebende Folgerung, die sich aber nicht dem Sinne nach mit jenem deckt. Die logisch äquivalente Umkehrung, die wir hier überall im Auge haben, führt uns vielmehr auf den Satz, daß die Gesamtheit der B diejenige der A als Teil in sich einschließe, welche wiederum die Form der Totalitäts-Aussage erkennen läßt.

Ein weiterer Fall dieser Art ergibt sich, wenn wir von einem allgemeinen Satze ausgehen, in dem die den Gegenstand der Aussage bildende Gesamtheit durch eine andere in konträrer Verknüpfung definiert ist. Alle Körper, die während der ganzen Zeit t_1 bis t_2 in O waren). Auch in diesem Falle können wir das Gesagte wohl als eine Aussage bezüglich der Zeitstrecke $t_1\ t_2$ darstellen; aber wiederum ist es keine allgemeine, sondern eine, die in eigenartiger Weise die Strecke als Ganzes betrifft. Auch hier also werden wir von einer Totalitäts-Aussage reden dürfen; sie besteht darin, daß die genannte Gesamtheit (die Zeitstrecke $t_1\ t_2$) in einer formal bestimmten Weise eine andere Gesamtheit definiert, von der ihrerseits wieder etwas Bestimmtes gilt. Sie ist also ganz analog der vorher erwähnten indirekten Bestimmung singulärer Begriffe.

Abgesehen von den bisher betrachteten Umkehrungen haben wir dann noch einen anderen Umstand zu erwähnen, aus dem sich eine Erweiterung der Formen ergibt. Und wir gelangen hiermit zu Verhältnissen, die, im Gegensatze zu den zuletzt betrachteten sehr verwickelten und wesentlich fiktiven, wenigstens teilweise besonders einfache Gestaltungen bedingen und insofern auch von größerer praktischer Bedeutung sind. Wir hatten bis jetzt nur den Fall in Betracht gezogen, daß die Gesamtheitsbegriffe in den zu Anfang dargelegten Formen (S. 227) als mathematische oder reale Gesamtheiten definiert sind. Es versteht sich nun, daß

wir ähnlich den Realdefinitionen, die wir früher in Bezug auf singuläre Begriffe verfolgt hatten, auch einen Gesamtheits-Begriff statt in dieser sozusagen konstruktiven Weise durch irgend etwas von ihm Geltendes bezeichnen können. Gegenüber dem, was wir bei singulären Begriffen finden, besteht hier insofern ein Unterschied, als bei diesen die Realdefinitionen ohne weiteres mit den für den Begriff möglichen Aussagen formell zusammenfallen. Für die Gesamtheits-Begriffe dagegen (die realen sowohl wie die mathematischen) sind jene konstruktiven Definitionsformen von dem für die Gesamtheiten geltenden formell verschieden. Demgemäß erhalten wir in der Tat neue Formen der Definition, wenn wir eine Gesamtheit durch etwas von ihr Geltendes bezeichnen. Trifft für alle Elemente einer Gesamtheit G das Merkmal α zu, so können wir G bezeichnen als „eine Gesamtheit, für deren sämtliche Elemente α zutrifft“, eine Bezeichnung, die mit der durch das Merkmal α definierten nicht verwechselt werden darf. Aehnlich können wir eine Gesamtheit als eine solche definieren, für die irgend eine Totalitäts-Aussage gilt[1]).

Von größerer Wichtigkeit und zwar, wie gesagt, zu einer bedeutenden Vereinfachung der Formen geeignet, ist eine andere Modifikation. Bei den zum Ausgang genommenen Definitionsformen der mathematischen und realen Gesamtheiten ging der Begriff einer Gesamtheit stets auf solche von singulärer Bedeutung zurück. Zogen wir später den Fall in Betracht, daß z. B. in das definierende Merkmal einer realen Gesamtheit wiederum ein anderer Gesamtheits-Begriff eingeht, so verstand sich doch, daß eine solche Verkettung nach längerer oder kürzerer Erstreckung ihr Ende findet, und zwar dadurch, daß gewisse Gesamtheits-Begriffe als abschließende durch Begriffe von singulärer Bedeutung definiert sein müssen. Solange wir hieran festhalten, stellen dann namentlich auch die Gegenstands-Begriffe von singulärer Bedeutung das eigentliche und endgültige Begriffsmaterial dar. Für dieses selbst ist, wie wir oben schon zeigten, eine Definition nicht erforderlich. Vielmehr kann ein System von Real-Urteilen, in welches sie in symbolischer Bezeichnung eingehn, in der Weise, die wir eine rekurrierend geschlossene nannten, seine vollkommen genügend festgelegte Bedeutung besitzen. In ganz der gleichen Weise können wir nun aber auch für die Gesamtheits-Begriffe auf eine Definition, die sie, in der Form der mathematischen oder realen Gesamtheit, an singuläre Begriffe anknüpfte, ganz verzichten, und sie selbst, wiederum am einfachsten in der Form einer symbolischen Bezeichnung, als ein endgültiges Begriffsmaterial behandeln. Die Zulässigkeit und auch die Bedeutung dieser Form leuchtet

[1]) Die genauere Erwägung, die wir zweckmäßig einer späteren Stelle vorbehalten, lehrt, daß die Gesamtheits-Bezeichnungen dieser Art immer unbestimmt sind. Und zwar können sie entweder eine bestimmte Gesamtheit als größte und dann auch jeden beliebigen Teil derselben, oder eine bestimmte Gesamtheit als kleinste und auch jede beliebige diese einschließende bedeuten. Der Begriff einer Gesamtheit z. B., von deren sämtlichen Elementen das Merkmal α zutrifft, wird die durch das Merkmal α definierte Gesamtheit selbst oder auch irgend einen beliebigen Teil derselben bedeuten.

sogleich ein, wenn wir uns der allgemeinen Sätze erinnern, die wir früher als generelle Gesetze des Geschehens bezeichnet hatten, Sätze, die der naturwissenschaftlichen Denkweise geläufig sind. Nehmen wir an, daß die existierenden Dinge sich in Gesamtheiten ordnen, deren einzelne Exemplare unter einander völlig gleichartig sind, so werden für jede dieser Gesamtheiten (eben darin würde ja ihre Gleichartigkeit bestehn) eine gewisse Summe allgemeiner Aufstellungen gelten. Handelt es sich dabei um die Aussagen von Verhaltungsweisen, wie wir sie als Wechselwirkung verschiedener Körperarten bezeichnen, so werden in diese Sätze mehrere solche Gesamtheits-Begriffe eingehn. Wir können uns so die Bewegungsgesetze einer kleineren oder größeren Zahl von Körperarten in der Form allgemeiner Sätze ausgedrückt denken, wobei jede dieser Körperarten symbolisch bezeichnet ist, und wobei die Bedeutung des Symbols, ganz ähnlich wie es früher für die singulären Begriffe gezeigt wurde, nur die sein würde, daß die an einer Stelle des ganzen Systems erwähnte Gesamtheit die nämliche sein soll, wie die an einer Reihe von anderen Stellen gemeinte, die kurze und bequeme Darstellung einer Anzahl von Identitäts-Beziehungen. Die ganz allgemeine Betrachtung, die uns hier obliegt, muß also berücksichtigen, daß auch Gesamtheits-Begriffe ohne die bisher vorausgesetzten Definitions-Modalitäten als ein endgültiges Begriffsmaterial behandelt werden können. Und es ist ersichtlich, daß unter gewissen Voraussetzungen über die Gestaltung der Wirklichkeit und für bestimmte Teile unseres Real-Wissens diese Formen eine große Bedeutung besitzen können.

Es ist nicht schwierig, die weiteren Konsequenzen der dargelegten Verhältnisse wenigstens insoweit zu übersehen, als dies von Interesse und für unsere Zwecke erforderlich ist. Was zunächst die singulären Begriffe angeht, so leuchtet ein, daß die für sie geltenden indirekten Bestimmungen in einer fortschreitenden und unbegrenzten Komplikation möglich sind. So können wir z. B. zum Ausgangspunkt einen Satz nehmen, der von allen Elementen einer realen Gesamtheit etwas aussagt, wobei ein Begriff *B* irgendwie in das die Gesamtheit definierende Merkmal eingehn mag. War die allgemeine Aussage von der ursprünglichen thetischen Form, so führt uns die Umkehrung auf einen Satz, der bezüglich dieses Begriffes *B* eine indirekte Bestimmung enthält. Nun können wir die Verhältnisse derart abändern, daß schon in dem zum Ausgang genommenen allgemeinen Satz von allen Elementen eine derartige indirekte Bestimmung ausgesagt wird. Unter diesen Umständen wird für jenen in die Gesamtheits-Definition eingehenden Begriff der Satz eine Bestimmung darstellen, die wir zwar wiederum eine indirekte nennen können, die sich aber von dem im ersteren Fall zu erhaltenden formell unterscheidet und verwickelter ist. Denken wir uns in den zum Ausgang gewählten Satz eine solche indirekte Bestimmung eingeführt, so wird die Umkehrung für den in die Gesamtheits-Definition eingehenden Begriff eine noch verwickeltere indirekte Bestimmung ergeben usw.

Zu dem gleichen Ergebnis gelangen wir, wenn wir uns in das eine Gesamtheit definierende Merkmal einen weiteren Gesamtheits-Begriff, eventuell in die Definition dieses einen zweiten usw., in einen letzten schließlich irgend einen singulären Begriff eingehend denken und durch Umkehrung den Satz zu einer Aussage über diesen gestalten. Auch hier erhalten wir indirekte Bestimmungen, die eine mit der Länge jener Verkettung steigende Komplikation besitzen, ohne daß sich hier eine bestimmte Grenze angeben ließe.

Fragen wir ganz allgemein nach der formalen Natur dessen, was z. B. von einem räumlichen Punkt ausgesagt werden kann, so zeigt sich, daß dies in erster Linie die direkte thetische Bestimmung ist, die darin besteht, daß sich ein Körper K zu einer bestimmten Zeit in ihm befindet, daß daneben aber zufolge der Gesamtheits-Begriffe indirekte Bestimmungen von ihm gelten können, die wir zwar nach dem allgemeinen Prinzip ihrer Bildung übersehen, aber nicht erschöpfend angeben können, weil sie eine prinzipiell unbegrenzte Ausspinnung zulassen.

Was sodann die Gesamtheits-Begriffe anlangt, so erfahren die für sie geltenden logischen Modalitäten zunächst insofern eine unbegrenzte Erweiterung, als sie von den für singuläre Begriffe geltenden Bestimmungen abhängig sind. In mehrfacher Hinsicht ist dies der Fall, da ja das eine reale Gesamtheit definierende Merkmal, die Bezeichnung der Grenzpunkte mathematischer Gesamtheiten und endlich auch das von einer Gesamtheit allgemein Auszusagende auf die für die singulären Begriffe geltenden Formen zurückgeht. Dazu kommt dann noch, daß auch die Verknüpfungen von Gesamtheits-Begriffen unbegrenzt ausgesponnen werden können, woraus sich ohne weiteres ergibt, daß auch der Inhalt dessen, was in der Form einer Totalitäts-Aussage von einer Gesamtheit gelten kann, eine unbegrenzt mannigfaltige Ausgestaltung erfahren kann.

Wir sind daher hier an dem Punkt angelangt, an dem wir die uns beschäftigende Frage beantworten können, soweit sie überhaupt beantwortbar ist, und zugleich auch zu übersehen vermögen, in welchen Hinsichten und aus welchem Grunde sie es nicht ist. Ueberblickt man nämlich die Ergebnisse, zu denen wir gelangten, so kann man sagen, daß die Modalitäten des Urteilsbaues in gewisser Hinsicht beschränkt und an feste Typen gebunden, in gewisser Hinsicht aber auch zu einer unbegrenzten Mannigfaltigkeit erweiterbar sind. Das erstere trifft zunächst insofern zu, als alle die manigfaltigen Verknüpfungsformen, die wir aufzusuchen haben, doch auf die thetische Verbindung von Körper-, Zeit- und Orts-Begriff als ihre letzte Grundlage zurückgehen. Es gilt sodann insofern, als für die Gesamtheits-Begriffe nur ganz bestimmte, die Oberbegriffe des Dinges, des zeitlichen und des räumlichen Punktes

in Frage kommen [1]), und als auch für die speziellere Bestimmung der Gesamtheiten die Formen der Real- und der mathematischen Definition vorgezeichnet sind. Und es gilt endlich auch insofern, als die Art, wie die Gesamtheits-Begriffe in die Urteile eingehen, durch die Aufstellung der allgemeinen, der diluierten und der Totalitäts-Aussage übersichtlich gemacht ist.

Dagegen finden wir in anderen Hinsichten eine in unbegrenzter Weise erweiterbare Mannigfaltigkeit; und zwar sind es mehrere Punkte, die hier in Betracht kommen. Der eine ist der, daß die definierende Bezeichnung eines jeden in einen Satz eingehenden Begriffs wieder in denjenigen Formen geschehen kann, die dem Satze selbst eigentümlich sind, und daß so eine prinzipiell unbegrenzte Verkettung und Ausspinnung der Zusammenhänge stattfinden kann. Die hierdurch bedingte Mannigfaltigkeit ist um so größer, als einerseits singuläre, anderseits aber auch Gesamtheits-Begriffe in solcher Weise beliebig untereinander verknüpft werden können. Hieraus ergab sich die unbegrenzte Mannigfaltigkeit dessen, was als indirekte Bestimmung von einem singulären Begriff oder als Totalitäts-Aussage von Gesamtheits-Begriffen gelten kann. Der zweite Punkt betrifft die Formen der komplexen Zusammenhänge, die, wie oben schon betont wurde, gleichfalls von unbegrenzter Mannigfaltigkeit sein können.

Allerdings trifft dies, wie dort auch schon erwähnt wurde, hauptsächlich für mathematische Formen zu, und wir kommen damit auf einen letzten Umstand, der hier noch eine ergänzende Bemerkung erfordert. Schon früher wurde erwähnt [2]), daß bei einer Wirklichkeits-Vorstellung der hier ins Auge gefaßten Art die mathematischen Begriffe stets in gewissem Umfange in die Urteile eingehen. Lassen sich die Bezeichnungen der Körper auf Identitäts-Beziehungen zurückführen, so muß jede Orts- und Zeitbezeichnung schließlich auf Größenvergleichungen zurückgehen. Haben wir uns auf Angaben dieser Art beschränkt, so haben wir damit der Anwendung mathematischer Begriffe eine einigermaßen willkürliche Grenze gezogen. Es ist hier der Ort, nochmals darauf hinzuweisen, daß durch die weitere Heranziehung mathemathischer Formen die Modalitäten der Real-Urteile sich gleichfalls in einer prinzipiell unbegrenzten Weise erweitern. Das Eingehen der Gesamtheits-Begriffe aber bringt es mit sich, daß neben den zunächst in

[1]) Dieser Satz bedarf allerdings streng genommen einer gewissen Einschränkung. Schon Aussagen, wie sie unserem tatsächlichen Denken nicht ungeläufig sind, zeigen, daß noch andere Gesamtheitsformen neben den erwähnten vorkommen können. So z. B., wenn wir von allen Geschwindigkeiten reden, die ein Körper innerhalb eines gewissen Zeitraumes besessen hat, von allen Anordnungen, die während einer gewissen Zeit stattgefunden haben u. dgl. Eine streng systematische Betrachtung, die auch auf diese Formen sich erstreckt, ist nicht ohne ein gewisses Interesse. Doch halte ich für besser, die Darstellung hier nicht durch diese etwas verwickelten und nur in ganz speziellem Betracht wichtigen Erörterungen zu unterbrechen und verweise sie daher in einen Anhang.

[2]) Vgl. oben Seite 219.

Betracht gezogenen, auch eine Anzahl weiterer mathematischer Formen, wenn auch nicht unentbehrlich doch von weitgehender Bedeutung und auch dem alltäglichen Denken geläufig werden.

Als ein in mancher Hinsicht besonders wichtiges Beispiel des hier Gemeinten möchte ich eine Art mathematischer Begriffe erwähnen, die zu den Totalitäts-Aussagen in naher Beziehung steht. Es sind dies die auch dem alltäglichen Denken als *Mittel- oder Durchschnittswerte* geläufigen. Der Durchschnittswert bedeutet einen Betrag, der in bestimmter mathematischer Form aus allen einer Gesamtheit angehörigen Elementen gebildet ist. Wir können in diesem Sinne von dem durchschnittlichen Ortswert einer Gesamtheit von Körpern zu einer bestimmten Zeit oder eines Körpers während einer Zeitstrecke sprechen u. dgl. Eine Angabe über Durchschnittswerte kann also, da sie eine Gesamtheit als Ganzes betrifft, als eine Totalitäts-Aussage betrachtet werden, die allerdings durch die besondere Art mathematischer Verarbeitung in eigenartiger Weise charakterisiert ist.

Zusammenfassend können wir sagen, daß der begriffliche Bau des Urteils unter den hier gemachten Voraussetzungen mit der thetischen Grundform, der Zusammenfügung von Ding-, Zeit- und Ortsbegriff, nicht erledigt ist, sondern von dieser ausgehend sich zu einer prinzipiell unbegrenzten Mannigfaltigkeit von Formen entwickeln kann; daß aber diese Formen keine willkürlichen und unübersehbaren sind, sondern aus jener Grundform in einer ersichtlichen Weise sich herleiten lassen. Halten wir uns dies gegenwärtig, so leuchtet ein, daß die Anschauung, die sich bei der Beschränkung auf singuläre Begriffe ergeben hatte, trotz der beträchtlich größeren Verwicklung doch in der Hauptsache auch hier gültig bleibt. Auch hier können wir wenigstens als ideale Fiktion uns ein Real-Wissen denken, das sich als eine Summe von Beziehungen fest bestimmter Art zwischen gleichfalls fest bestimmten Begriffsarten darstellt. Auch hier wird das Begriffs-Material einerseits durch jene Haupt-Begriffe, diejenigen des Körpers, des Zeitpunktes usw. gegeben sein, anderseits durch die ihren Zusammenhang bezeichnenden, die thetische Verknüpfung, die mathematischen und Identitäts-Beziehungen. Auch hier also könnten wir die logische Bildung einem Geflecht vergleichen, dessen Bildungsprinzip, wenn es auch beträchtlich verwickelter geworden ist, wir doch zu übersehen und anzugeben imstande sind. Auch hier würde schließlich gelten, was wir oben ausführten, daß im Allgemeinen unsere Sätze die theoretisch möglichen Bildungen nicht unbegrenzt fortspinnen, sondern bei irgend welchen Begriffen abbrechen, die als bekannt oder gegeben vorausgesetzt werden können, und daß sich ein derartig begrenzter Satz als ein an bestimmte Formen geknüpfter Zusammenhang dieser Begriffe darstellt, der keinen Anlaß bietet, dem einen oder anderen von ihnen die besondere Bedeutung des Subjekts, Prädikats o. dgl. zuzuschreiben.

Es sind demgemäß denn auch nur einige besondere Punkte, in denen wir die früheren Ergebnisse hier zu modifizieren und zu ergänzen haben.

Was zunächst das *endgültige Begriffsmaterial*

anlangt, so ist hier daran zu erinnern, daß, wie vorhin gezeigt [1]), neben der symbolischen Bezeichnung einzelner Körper auch symbolische Bezeichnungen von Körper-Gesamtheiten in gleicher Weise und in gleichem Sinne wie jene als endgültiges Material figurieren können.

In gewissem Maße erweisen sich ferner die Ergebnisse als modifikationsbedürftig, die wir in Bezug auf die Umkehrungen begrenzter Sätze im vorigen Kapitel erhalten hatten. Wir betonten dort, daß jeder Satz in ganz beliebiger Weise als Aussage über jeden der in ihn eingehenden oder bei irgendwelcher Zusammenfassung sich ergebenden Zwischenbegriffe betrachtet werden kann. Diese Erscheinung beruht auf der dort vorausgesetzten Eindeutigkeit aller Realdefinitionen. In dieser Hinsicht nun liegen die Dinge hier wesentlich anders. Vor allem ist zu beachten, daß wir den dort allein in Betracht gezogenen eindeutigen Bestimmungen hier die diluierten anreihen oder gegenüberstellen müssen, und daß ein Satz für einen der in ihm unterscheidbaren Begriffe eine eindeutige, für andere aber eine diluierte Bestimmung darstellen kann. Wir sagen z. B. der Körper K sei zur Zeit t in O, und es kann hierin, wenn O eindeutig bezeichnet ist, eine präzise Antwort auf die Frage gegeben sein, wo sich K zur Zeit t befunden habe. Dagegen ist die Frage, wann K in O gewesen sei, da dies vielmals der Fall gewesen sein kann, hier nicht erschöpfend beantwortet. Vielmehr gelangen wir bei der hiervon ausgehenden Darstellung des Satzes zu der diluierten Form, daß einer der ihrer Zahl nach nicht bekannten Zeitpunkte, zu denen K in O war, mit t identisch ist, oder daß t „e i n Zeitpunkt ist", zu dem K in O war. Ganz im Allgemeinen ergibt sich also, daß, wiewohl auch hier jeder Satz als Aussage bezüglich jedes in ihm zu bildenden Zwischenbegriffes betrachtet werden darf, er doch für die Bezeichnung derselben in sehr ungleichem Maße geeignet sein kann. Diese Unterschiede werden noch verstärkt durch die bereits im vorigen Kapitel erwähnten Rücksichten m e t h o d i s c h e r Art [2]). Wir müssen uns erinnern, daß wir, um zu einer möglichst einfachen und dabei genügenden Wirklichkeits-Darstellung zu gelangen, ganz bestimmte Formen bevorzugen, daß wir insbesondere räumliche und zeitliche Angaben durch die Festlegung von Ausgangspunkt und Maßeinheit in eine ganz bestimmte, logisch freilich nicht streng erforderliche, aber wegen ihrer Einfachheit vorzugsweise empfehlenswerte Form zu bringen pflegen. In noch höherem Maße als dort ergeben sich daher hier ganz andere Gesichtspunkte, wenn wir nicht, wie wir hier taten und tun mußten, ganz allgemein nach den überhaupt möglichen Formen von Realsätzen fragen, sondern nach dem, was für eine methodisch geordnete und übersichtliche Wirklichkeits-Darstellung erforderlich oder wünschenswert ist, resp. wie sich der einzelne Realsatz unter diesen Gesichtspunkten darstellt. So wird uns z. B. als Antwort auf die Frage nach dem Zeitpunkt, zu dem ein Körper K in O gewesen sei, eine indirekte Bezeichnung

[1]) Vgl. o. S. 239.
[2]) Vgl. o. S. 223.

der vorhin erwähnten Art überaus ungeeignet erscheinen und weniger förderlich als etwa eine diluierte Angabe, die jenen Zeitpunkt zwischen zwei in den allgemeinen Maßeinheiten bestimmte Grenzen einschließt. Wir werden aber doch, ähnlich wie oben, betonen müssen, daß es sich hier um Verhältnisse handelt, die sich einer präzisen Fixierung entziehen, und daß wir insbesondere nicht auf sie die Forderung oder die Möglichkeit begründen können, etwa einen bestimmten Begriff als den Subjekts-Begriff herauszuheben. Das größere oder geringere Maß von Unbestimmtheit, das dem Satze mit Bezug auf diesen oder jenen Begriff zukommt, das Mehr oder Minder dessen, was er uns zur Erreichung einer methodisch geordneten Darstellung nützen kann, das sind Dinge, die sich in der mannigfaltigsten Weise gestalten können; aber sie führen im Allgemeinen nicht dazu, gerade eine bestimmte Auffassung eines Satzes als die allein zulässige oder allen anderen gegenüber ausgezeichnete festzulegen.

In einer von jeder Willkür der Betrachtung und von den schwankenden Rücksichten der Zusammenordnung unabhängigen Weise können wir den Satz nur als einen formal bestimmten Zusammenhang einer Anzahl funktionell verschiedener Begriffe bezeichnen.

Als ein nicht uninteressanter Ausnahme- oder besser Grenzfall mag hier erwähnt werden, daß die formalen Verhältnisse auch die Bildung von Sätzen gestatten, die absolut unbestimmt oder bedeutungslos sind. Nehmen wir zum Ausgangspunkt die Sätze, daß der Ort von K_1 zur Zeit t_1 und ebenso der von K_2 zur Zeit t_2 der Strecke S angehören, so können wir hieraus den Satz bilden, daß K_1 zur Zeit t_1 an einem Punkt einer Strecke sei, der auch der Ort von K_2 zur Zeit t_2 angehört. Hiermit ist aber in Bezug auf jenen Ort nichts mehr ausgesagt; vielmehr liegt ein Satz vor, der in Ermangelung jeder anderen Bestimmung der Strecke S inhaltsleer ist und unter allen Umständen gelten muß.

In ähnlicher Weise können wir Sätze bezüglich eines in sie eingehenden Begriffs einseitig unbestimmt nennen. Gehen wir von der Aussage aus, daß der Körper A in O zu einer Zeit zwischen t_1 und t_2 war, wo t_1 und t_2 definiert sein mögen als Zeitpunkte, in denen B_1 in O_1, bzw. B_2 in O_2 war. Sagen wir nun, wie es sich hieraus durch Umkehrung ergibt, daß B_1 in O_1 zu einer Zeit war, von der es gilt, daß sie mit t_2 eine Strecke einschließt, innerhalb deren ein durch die Anwesenheit von A in O charakterisierter Zeitpunkt liegt, so ist diese Angabe eine einseitig unbestimmte. Sie lehrt nur, daß jener Zeitpunkt t_1 die gleiche Lage zu t_2 besitzt, wie ein durch die Anwesenheit von A in O charakterisierter, gleich diesem entweder früher oder später als t_2 ist, bestimmt ihn also in seinem zeitlichen Verhältnis zu t_2, ohne jedoch über die Größe jenes Abstandes einen Aufschluß zu geben.

Wenn wir auf die gewonnenen Ergebnisse einen Rückblick werfen, so dürfen wir sagen, daß die Aufgabe, von der wir ausgingen, nicht vollkommen gelöst worden ist. Gleichwohl kann das uns vorschwebende Ziel doch insofern als erreicht gelten, als wir sie in bedingter Weise gelöst und zugleich die Verhältnisse ersichtlich gemacht haben, die eine weitergehende und abschließende Lösung unmöglich machen. Wir können innerhalb des hier betrachteten Gebietes in der Tat einen bestimmten

Kreis von Begriffen bezeichnen, auf die sich das Material der Urteile zurückführen läßt. Auch für die Formen, in denen diese Begriffe sich im Urteil verknüpfen, konnten wir gewisse Modalitäten als die endgültigen und maßgebenden aufweisen. Fanden wir, daß sich auf dieser Basis eine unbegrenzte Fülle von Formen entwickelt, so handelt es sich dabei doch nicht um eine der Ordnung entbehrende und der Uebersicht unzugängliche Mannigfaltigkeit, sondern um einen von bekannten Grundlagen ausgehenden und einem verständlichen Prinzip folgenden Fortschritt. Und so ist denn auch ohne Weiteres einleuchtend, weshalb die Arten des Urteilsbaues, die Formen, in denen jene Begriffe urteilend verknüpft werden können, sich in erschöpfender Weise nicht aufzählen lassen.

Was wir gefunden und erreicht haben, kann auf den ersten Blick einigermaßen selbstverständlich erscheinen. Wir hatten unsere Betrachtung absichtlich auf einen ganz bestimmten Begriffskreis beschränkt, und es kann nicht wundernehmen, daß wir demgemäß auch in dem Bau der Urteile diese voraussetzungsgemäß allein berücksichtigten Begriffe unter Ausschließung aller anderen antreffen. Allein, was uns beschäftigt und interessiert hat, ist ja nicht, daß diese Begriffe überhaupt irgendwie in die Realsätze eingehen, sondern die besondere Art, in der dies geschieht, die Formen ihrer definierenden und urteilenden Verknüpfung. Die Bedeutung unserer Untersuchung müssen wir daher vor allem darin erblicken, d a ß wir überhaupt einen Kreis von Begriffen aufzuweisen vermögen, der in einer bestimmten, formell fixierten Zusammenfügung zu einer Bildung von Real-Urteilen geeignet ist. Dies ist insofern von Wichtigkeit, als sich daraus die Berechtigung unserer ganzen Fragestellung und Betrachtungsweise und somit eine Grundlage für ihre Ausdehnung auf andere Gebiete ergibt. Finden wir im Urteil hier bestimmte Verknüpfungs-Modalitäten bestimmter Begriffe, so versteht sich, daß wir eine entsprechende Betrachtung für andere Gebiete, insbesondere ein in empirischen Begriffen sich bewegendes Real-Wissen jedenfalls versuchen müssen. Und wenn hier ein ähnlich präzises Ergebnis nicht zu gewinnen, wenn etwa die Zahl der Begriffsarten und ihrer Verknüpfungs-Modalitäten eine unabsehbare sein sollte, so wird mindestens ein deutlicher Einblick in die Umstände zu fordern sein, auf denen dies beruht.

Die Bedeutung unserer Ergebnisse liegt aber z. T. auch darin, daß sie uns in die formalen Verhältnisse der Urteile eine Reihe von Einblicken eröffnen, die an sich von einigem Interesse sind. In letzter Instanz ist dies durch den Umstand bestimmt, daß das Urteil eine Verknüpfung m e h r e r e r funktionell verschiedener Begriffe, nämlich des Körpers, des Ortes und des Zeitpunktes darstellt, worauf ja einerseits die thetische Normalform des Satzes, anderseits aber auch die Bildung der Gesamtheits-Begriffe beruht. So ergeben sich neben den Formen, die der Logik von Alters her geläufig sind, eine Reihe weiterer, z. T. nicht unwichtiger Bildungen, wie die des komprehensiv und komplex allgemeinen Satzes, der Totalitäts-Aussage, der verkettenden Zusammenhänge usw. Es handelt sich hier um logische Erscheinungen, auf die wir auf dem hier eingeschlagenen Wege, durch eine vollständige, auf die letzten begrifflichen Elemente zurückgehende Analyse des Urteils geführt wurden, während sie sich der Bemerkung entziehen, wenn wir das Urteil als Zusammenfügung von Subjekts- und Prädikats-Begriff betrachten, ohne die Bedeutung dieser Begriffe selbst des Genaueren ins Auge zu fassen. Haben wir diese logischen Erscheinungen zunächst nur für einen bestimmten Begriffskreis nachgewiesen, so wird es allerdings erst Sache weiterer Untersuchung sein, festzustellen, ob und wie weit sie sich auch in anderen Gebieten wiederfinden. Daß dies in großem Umfang der Fall ist, wurde gelegentlich schon oben angedeutet; in vollständigerer Weise wird es sich in den folgenden Kapiteln herausstellen.

Dreizehntes Kapitel.

Formen und begriffliches Material der Real-Urteile.

Empirischer Begriffskreis. Objektivierung der Sinnes-Eindrücke. Die Impersonalien. Paratheoretische Formen. Sekundäre Begriffe. Formen und Material psychologischer Real-Urteile.

Bei den im vorigen Kapitel behandelten Realsätzen war voraussetzungsgemäß das begriffliche Material auf einen relativ kleinen und fest begrenzten Kreis beschränkt, und wir sahen, daß sich entsprechend auch in die dem Urteil eigentümliche Zusammenfügung dieser Elemente oder den begrifflichen Bau des Urteils ohne große Schwierigkeit eine befriedigende Einsicht gewinnen läßt. Betrachten wir irgend welche Wirklichkeits-Aussagen, wie sie dem täglichen Leben oder auch wissenschaftlichen Darstellungen angehören (X. hat gestern die Nachricht vom Tode seines Vaters erhalten; die Beziehungen zwischen England und Frankreich haben sich in letzter Zeit freundschaftlicher gestaltet; die Unabsetzbarkeit der Richter ist eine unentbehrliche Bedingung für eine unabhängige und unparteiische Rechtsprechung), so sehn wir eine auf den ersten Blick verwirrende Fülle begrifflicher Bildungen und Verknüpfungen. Im Gegensatz zu den streng theoretischen Begriffen und Urteilsformen ist für sie charakteristisch, daß sie nicht im Wege einer durchgreifenden wissenschaftlichen Reflexion auf bestimmter Grundlage gebildet sind, vielmehr im Anschluß an unsere tatsächlichen Erlebnisse sich durch ein naturgemäßes psychologisches Geschehen entwickelt haben. Und zwar sind die Begriffe, um die es sich hier handelt, wenigstens überwiegend aus einem sehr mannigfaltigen und vielgestaltigen Material im Wege synchytischer Bildung entstanden. Wir können daher die Begriffe, die dieser ganzen Klasse der Real-Urteile eigentümlich sind, als n i c h t t h e o r e t i s c h e, s y n c h y t i s c h - e m p i r i s c h e

oder auch wohl *atypische* Begriffe bezeichnen[1]). Auch können wir im Gegensatze zu den streng fixierten Formen, in denen die theoretischen Begriffe sich zum Real-Urteil verknüpfen, hier von *freien Urteils-Formen* reden. Eine Untersuchung dieser Urteile würde die hier auftretenden Begriffe und die Art, wie sie in den Urteilen zusammengefügt werden, zum Gegenstande haben, und sie würde sich die Aufgabe stellen müssen, in beiden Beziehungen entweder alles Vorkommende systematisch und erschöpfend darzustellen oder, wenn dies nicht gelingen sollte, verständlich zu machen, woran ein solcher Versuch scheitert, weshalb und in welcher Weise die Mannigfaltigkeiten der Begriffs- und Urteilsbildung sich ins Unabsehbare verlieren.

Einer solchen Untersuchung, der das folgende Kapitel gewidmet ist, haben wir noch eine Bemerkung voranzuschicken. Im Allgemeinen sind wir gewohnt, den begrifflichen Bau eines Urteils aus seinem *sprachlichen Ausdruck* zu entnehmen, und wir haben jedenfalls keinen anderen sicheren Anhaltspunkt dafür. Wenn nun aber auch in vielen Fällen dies Verfahren für einwandsfrei und unbedenklich gelten kann, so gibt es doch andere, wo dies keineswegs zutrifft. Umstände, die sprachwissenschaftlich sehr bekannt sind, bringen es mit sich, daß die sprachliche Form eines Satzes oft als ein keineswegs formal adäquater Ausdruck seines Sinnes erscheint, und daß wir ohne Weiteres einen ganz anderer Formen sich bedienenden Satz als den aufweisen können, der sich dem Sinn genau anschließt.

In erster Linie zeigt sich dies daran, daß wir eine bestimmte grammatische Form nicht nur in demjenigen Sinne verwenden, der jedenfalls ihr ursprünglicher war und uns auch jetzt noch als ihr eigentlicher erscheint, sondern daneben in einer Reihe völlig heterogener Bedeutungen, so daß es ganz unmöglich ist, für sie einen irgendwie einheitlichen, alle diese Anwendungen zusammenfassenden Sinn anzugeben. So bedienen wir uns der Form des adverbialen und des adjektivischen Zusatzes häufig in der Weise, daß dem Inhalt des Satzes etwas vollständig Neues hinzugefügt wird (ich habe etwas vergeblich, absichtlich, eigenmächtig getan), oder auch in Fällen, in denen eigentlich der ganze Satz als untergeordneter Bestandteil eines anderen figurieren sollte (der vermeintliche Urheber; angeblich verhält sich etwas so und so). Eine ähnliche Erscheinung ist es, daß wir durch die zur Anknüpfung von Nebensätzen benutzten Partikeln nicht nur in einer theoretisch ganz durchsichtigen Weise zeitliche oder räumliche Beziehungen, sondern mehr oder weniger verwickelte psychologische Verhältnisse bezeichnen; so wenn wir sagen, jemand habe etwas getan, *weil* dies sich so verhält, oder *damit* etwas anderes geschehe usw. Nun könnte man freilich daran denken, solche Formen durch andere zu ersetzen, die deren eigentliche

[1]) Es ist wünschenswert, hier eine Mehrzahl von Benennungen zur Verfügung zu haben, je nachdem wir den Gegensatz gegen die eine oder andere Eigentümlichkeit der theoretischen Begriffe zu betonen haben.

Bedeutung in extenso angäben. Allein in vielen Fällen wird es zweifelhaft sein, ob überhaupt eine solche Ersetzung stattfinden kann, noch häufiger, wie sie zu geschehen hat. Eine hierhergehörige Schwierigkeit besonderer Art ergibt sich, wie unten noch spezieller darzulegen ist, sehr vielfach aus den Verhältnissen synthetischer Begriffsbildung. Unserm allgemeinen Prinzip folgend sollte überall, wo eine solche vorliegt, der synthetisch gebildete Begriff durch die in ihm zusammengefügten Elemente ersetzt werden. Sehr häufig aber ist es in hohem Grade zweifelhaft und in keiner Weise zu entscheiden, ob wir den einem bestimmten Worte entsprechenden Begriff als einen solchen synthetischen auffassen dürfen oder ob er ein einheitlicher ist. So erscheint es denn vielfach mehr oder weniger ungewiß, was wir als die eigentliche und endgültige begriffliche Form eines Urteils in Anspruch nehmen dürfen.

Wie es kommt, daß wir trotz solcher Diskrepanzen und Unsicherheiten uns der sprachlichen Formen mit genügender Sicherheit bedienen können, das dürfen wir hier auf sich beruhen lassen. Die Tatsachen lehren aber, daß wir die begriffliche Struktur des Urteils, die den Gegenstand der Untersuchung bilden sollte, vielfach nicht ohne Weiteres und mit Sicherheit anzugeben imstande sind. Zweckmäßig wird sich daher die Prüfung in erster Linie auf diejenigen Fälle richten, in denen eine solche Erschwerung nicht besteht, insbesondere also auf diejenigen, in denen die sprachliche Form als eine adäquate Darstellung der begrifflichen Zusammenfügung gelten darf. Wie weit wir aber auf diesem Wege kommen, und in welchem Umfang die Untersuchung dadurch ins Ungewisse gerät, daß jener eigentliche begriffliche Bau nicht mit Sicherheit angegeben werden kann, das läßt sich im Voraus nicht übersehen und wird sich erst im Gange der Betrachtung herausstellen können.

Endlich müssen wir, ehe wir unserer Aufgabe im Einzelnen näher treten, bemerken, daß sie in zwei wesentlich verschiedene Teile zerfällt. Empirische Begriffe der hier ins Auge zu fassenden Art dienen uns einerseits dazu, ähnlich wie die früher behandelten theoretischen, ein objektives Wirklichkeits-Verhalten zu beschreiben. Anderseits aber sind es auch Begriffe der nämlichen Art, in denen wir unmittelbar das von uns selbst Erlebte, die eignen Bewußtseins-Vorgänge ausdrücken. Für beide Fälle wird die Art des begrifflichen Materials und der Aufbau des Real-Urteils zu prüfen sein. Zweckmäßig stellen wir den ersteren Fall, obwohl er uns auf die schwierigeren und verwickelteren Probleme führt, doch voran, weil er den vorhin besprochenen theoretischen Formen näher steht.

Um mit Einfachstem zu beginnen, wollen wir uns zunächst auf diejenigen Wirklichkeits-Bezeichnungen beschränken, die *unmittelbar an sinnliche Eindrücke* anknüpfen. In welcher Weise dies überhaupt geschieht, ist bereits an früherer Stelle gezeigt worden, und es mag an das dort Dargelegte hier zunächst noch kurz erinnert werden[1]). Wie wir sahen, besteht die ursprünglichste, von dem sinn-

[1]) Vgl. o. S. 37.

lichen Eindruck ausgehende Wirklichkeits-Bezeichnung darin, daß wir ein äußeres Verhalten als Korrelat eines bestimmten sinnlichen Eindrucks annehmen, ein logisches Verfahren, das wir als *naive Objektivierung* bezeichneten. Auch wurde dort bereits gezeigt, wie weit und unter welchen Voraussetzungen diese Bezeichnungsweise als brauchbar und zulässig gelten kann. Ferner sei hier noch daran erinnert, daß, wie gleichfalls dort schon ausgeführt, diese Bezeichnungen des Weiteren noch durch die jederzeit dazukommende Funktion der *synchytischen Begriffsbildung* bestimmt werden.

Hier hätten wir nun zu fragen, welcher Bau des Real-Urteils sich innerhalb dieses Rahmens ergibt, d. h. ob sich für diese Urteile eine Zusammenfügung bestimmter Begriffsarten als notwendig erweist, event., welche dies sind. Ueberblicken wir, um diese Frage zu beantworten, die mannigfaltigen hierher gehörigen Urteilsformen, die uns aus der täglichen Erfahrung geläufig sind, so können wir als die einfachsten hier diejenigen voranstellen, bei denen wir eine subjektive Bestimmung (die übrigens im psychologischen Sinn als einfach oder zusammengesetzt erscheinen mag) zur *einheitlichen* Bezeichnung eines äußeren Verhaltens benutzen und demgemäß unser Urteil das *Stattfinden* eines solchen, einheitlich bezeichneten Verhaltens besagt. Dieser Form entspricht eine bekannte und viel erörterte Klasse von Urteilen, die sogenannten *Impersonalien*. Wir sagen z. B. es ist heiß, es ist dunkel. Es bedarf keiner nochmaligen Erörterung, daß wir es hier mit einer naiven Objektivierung zu tun haben. Auch daß stets eine verschmelzende Begriffsbildung zugrunde liegt, die Angaben also von genereller, eine gewisse Mannigfaltigkeit subjektiven und objektiven Verhaltens umfassender Bedeutung sind, ist ohne Weiteres ersichtlich. Im übrigen sieht man, und dies ist der uns hier interessierende Punkt, daß das äußere Verhalten in der Tat durch einen *einzigen* Begriff bezeichnet ist. Jeder Gedanke an die Gegenstände, die sich in irgend einer Weise verhalten, die Luft, die eine hohe Temperatur hat, die Wolken, die das Tageslicht schwächen, kann dabei fehlen und fehlt gewiß tatsächlich bei dem psychologischen Substrat, das dem unpersönlichen Urteil bei Naturvölkern oder ungebildeten Personen zugehört. Es ist also psychologisch möglich und auch logisch durchaus zulässig, ein äußeres Verhalten in dieser einheitlichen Weise zu bezeichnen. Von dem synthetischen Aufbau des Urteils, den wir im Gebiete der theoretischen Vorstellungen fanden, scheint sich also hier nichts bemerken zu lassen.

Die genauere Prüfung führt uns nun aber doch dazu, an dem Inhalt dieser Urteile ein Mehrfaches aufzuweisen. Das zwar erscheint mir als ein müßiger Wortstreit, ob wir in dem Urteil, das ein bestimmtes Verhalten aussagt, den Begriff dieses Verhaltens von der Aussage seines Stattfindens sondern müssen oder dürfen[1]). Wohl dagegen ist zu beachten, daß in diesem Urteil neben der generellen Bezeichnung eines äußeren Verhaltens immer noch mindestens eine *Zeitbestimmung* mitgedacht ist. Es handelt sich hier um ein unerläßliches Postulat schon aus dem Grunde, weil die innere Erfahrung selbst unter allen Umständen in zeitlicher Form gegeben ist, und somit auch das äußere Verhalten, als ihr direkt entsprechend, naturgemäß zeitlich bezeichnet sein muß. Das Mit-Gemeintsein einer zeitlichen Bestimmung würde daher selbst dann zweifellos anzuerkennen sein, wenn wir etwa ein für alle Zeiten dauernd und gleichmäßig verwirklichtes Verhalten behaupteten. Noch auffälliger ist es dadurch, daß im Allgemeinen ja dies nicht der Fall ist, vielmehr alle unpersönlichen Urteile ein Verhalten bedeuten, welches stattfinden und fehlen, anfangen und aufhören kann. Ist aber dies der Fall, so ist für den Sinn der Aussage unter allen Umständen neben der Bezeichnung desjenigen Verhaltens, von dem die Rede ist, auch noch eine Angabe über die Zeit, für welche es behauptet wird, durchaus unerläßlich. — Natürlich ist es in dieser Hinsicht ohne Belang, ob die Zeitbezeichnung durch ein besonderes Wort gegeben ist, ob sie in der Flexionsform des Zeitworts sich ausdrückt, oder ob sie, in sprachlich einfachsten Fällen, ganz fehlt, wobei dann die Geltung für die Gegenwart als selbstverständlich angenommen wird. Auch versteht es sich, daß die Zeitangabe eine mehr oder weniger unbestimmte sein kann, wie dies z. B. namentlich bei den schlechtweg die Gegenwart betreffenden Angaben der Fall ist, die ja niemals einen mathematischen Zeitpunkt, sondern eine zeitliche Erstreckung von unbestimmter Länge meinen. Alle diese Umstände ändern daran nichts, daß eine zeitliche Bestimmung in diesen unpersönlichen Urteilen unter allen Umständen mit gemeint sein muß. — Eine genau entsprechende Hinzufügung können wir weiter auch für die *räumlichen Verhältnisse* machen. Wenn auch, wie an früherer Stelle ausgeführt wurde, die räumliche Form nicht ganz in dem gleichen Sinne wie die zeitliche als unerläßliches Erfordernis jeder Wirklichkeits-Vorstellung bezeichnet werden kann, so ist doch eine nicht räumlich gedachte Wirklichkeit nur eine der wissenschaftlichen Erwägung sich darbietende Fiktion; tatsächlich aber gehören alle die hier in Rede stehenden Urteile einer räumlichen Wirklichkeits-Vorstellung an und setzen die räumliche Bestimmung jedes auszusagenden Verhaltens stillschweigend voraus. Tritt diese in den uns geläufigen Impersonalien noch weniger deutlich als die zeitliche hervor, so liegt dies nur daran, daß sie in der Regel sehr ungenau, und zum Teil auch daran, daß sie fast immer die nämliche ist. Wer sagt „es ist dunkel", meint eben doch immer „es ist *hier* dunkel"; und der Sinn der Aussage bezieht sich auf eine allerdings sehr unbestimmt gedachte Erstreckung um den Ort des Subjekts selbst.

Das so gewonnene Ergebnis, wonach das unpersönliche Urteil drei Bestandteile, die generelle Bezeichnung eines Verhaltens, zeitliche und räumliche Bestimmung, aufweisen würde, haben wir in einigen Be-

[1]) Vgl. über diese Fragen der Urteilspsychologie und über die ihnen zukommende Bedeutung die Erörterungen in Kap. 14 und 21.

ziehungen noch zu vervollständigen. In dem Eingehen dieser letzteren Elemente — es sind ja ganz dieselben, die wir auch als Bestandteile einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung zu behandeln hatten — stellt sich offenbar heraus, was auch direkt einleuchtend ist, daß ein gewisser Kreis von Begriffen ein unerläßliches Erfordernis *aller Arten* des Wirklichkeits-Denkens überhaupt bildet. Wir können dies vorgreifend hier sogleich auch für alle weiteren Formen der Real-Urteile feststellen. Wir können ferner auch bemerken, daß wir als Urteils-Bestandteile, sei es hier bei den Impersonalien, sei es in später zu betrachtenden Formen, nicht bloß schlechtweg eine räumliche oder zeitliche Bestimmung, sondern den *ganzen Kreis mathematischer Begriffe* in Anspruch nehmen müssen. In der Tat können wir uns ja zwar in vielen Fällen mit den einfachsten Bezeichnungen des Jetzt und Hier, Vormals usw. begnügen. Aber man sieht sogleich, daß die Gesamtheit mathematischer Relations-Begriffe hier mit ins Spiel kommen kann („es wurde dunkel, ehe es kalt wurde") und daß an sich nichts im Wege steht, irgend welche verwickelten räumlichen und zeitlichen Anordnungen mehrerer unpersönlich bezeichneter Verhaltungsweisen auszusagen. Insbesondere sei auch betont, daß neben den räumlichen und zeitlichen Bezeichnungen noch die reinen Zahl-Begriffe in die Form der Impersonalien eingehen können („es hat dreimal geblitzt" usw.).

Ein letzter hier zu berührender Punkt ist der, daß die Impersonalien nicht nur zur Bezeichnung singulärer Verhaltungsweisen verwendet werden, sondern auch in dem Sinn auftreten können, daß sie regelmäßige allgemeine Zusammenhänge ausdrücken (jedesmal, wenn es dunkel wird, wird es auch kalt usw.).

Nur in geringem Umfange, wie bekannt, bewegen sich unsere Real-Urteile (auch die direkt an sinnliche Eindrücke geknüpften, von denen hier zunächst allein die Rede ist) in der besprochenen einfachsten Form der Impersonalien. In der überwiegenden Mehrzahl aller Fälle sehen wir, daß auch abgesehen von den überall auszuscheidenden Bezeichnungen räumlicher, zeitlicher oder rein numerischer Verhältnisse, die Angabe objektiver Verhaltungsweisen selbst eine Zusammenfügung verschiedener begrifflicher Elemente aufweist. (Dieser Apfel ist sauer; Fritz schlägt unsern Hund usw.) Um dies verständlich zu machen und in den formalen Bau dieser Urteile einen Einblick zu gewinnen, müssen wir von der sehr einfachen aber fundamentalen psychologischen Tatsache ausgehen, daß ein sinnlicher Eindruck sehr häufig nicht *einer*, sondern *mehreren* generellen Bezeichnungen subsumiert werden kann. Sehen wir einen Stuhl fallen, so kann der sinnliche Eindruck, den wir haben, sowohl dem Begriff des Stuhls, wie auch dem des Fallens untergeordnet werden; es kommt darin seine Gleichartigkeit einerseits mit einer Reihe anderer Wahrnehmungen, in denen ein Stuhl irgendwie figurierte, andererseits mit solchen, in denen irgend

welche Gegenstände fielen, zum Ausdruck [1]). Hieraus ergibt sich nun die Möglichkeit, zur Bezeichnung eines äußeren Verhaltens eine kleinere oder größere Anzahl von Begriffen in einer Weise aneinanderzufügen, die man eine *rein aggregierende* nennen könnte. Für die Ausbildung bestimmter Formen des Urteils, d. h. für die Verknüpfung mehrerer untereinander verschiedenartiger Begriffe liegt hier zunächst kein Anlaß vor; und in der Tat können wir uns eine Zusammenfügung mehrerer unpersönlicher Bezeichnungen sehr wohl denken, die nichts weiter als eine solche Aggregierung wäre. (Es ist kalt und naß, es blitzt und donnert u. dgl.). Auch die doppelte Bezeichnung eines Vorganges wie des eben erwähnten brauchte an sich nicht mehr als eine solche Aggregierung zu sein und wird z. B. im kindlichen Denken und kindlicher Ausdrucksweise (Stuhl fallen) eine weitere Bedeutung nicht besitzen. Die psychologischen Verhältnisse bringen es nun aber mit sich, daß die sinnlich wahrgenommenen Vorgänge in ihrer großen Mehrzahl zunächst einen doppelten Eindruck machen, was, wenn man so sagen darf, von einer Betrachtung unter zwei verschiedenen Gesichtspunkten oder vielleicht von zwei verschiedenen Assoziations-Modalitäten abhängt. Es wird einerseits das Beharrende, anderseits der an ihm sich abspielende Vorgang als ein bekanntes, früher Wahrgenommenes, Gleichartiges rekognosziert und demgemäß durch einen synchytischen Begriff bezeichnet, wie dies in dem vorher bezeichneten Beispiel, dem Fallen eines Stuhles, erkennbar ist. Wenn zwei solche Assoziations-Modalitäten in größerem Umfange sich ausbilden, so kommt es naturgemäß dazu, daß zwei Arten unter einander relativ gleichartiger Begriffe entstehen, und daß die Wirklichkeits-Beschreibung in zahlreichen Fällen sich der Kombination je eines der einen und anderen Art bedient. Man versteht so, daß, wiewohl dem einzelnen Begriff keine weitergehende oder andersartige Bedeutung zukommt als die der direkten Bezeichnung eines sinnlichen Eindrucks, doch die Zusammenfügung zweier Begriffsarten habituell wird, und daß sich etwas entwickelt, was man als einen regelmäßigen begrifflichen Bau des Urteils bezeichnen kann. Wir könnten eine solche, auf gewissen Besonderheiten der verschmelzenden Begriffsbildung und der Rekognition beruhende Urteilsbildung eine rein subjektive nennen. Unverkennbar besitzt nun aber der gewöhnlichen Anschauung nach gerade diese, den beharrenden Gegenstand und sein wechselndes Verhalten unterscheidende Wirklichkeits-Auffassung eine andere und tiefere Bedeutung. Am schärfsten tritt dies schon in einer sehr wichtigen Modifikation zutage, die der Gegenstands-Begriff erfahren kann, wodurch sich zwei verschiedene auch im alltäglichen Denken streng auseinander-

[1]) Die speziellere Natur der dabei vorliegenden psychologischen Verhältnisse ist hier ohne Belang und darf unerörtert bleiben. Es genüge, zu betonen, daß die Annahme, es müßte von Haus aus die Wahrnehmung aus entsprechenden Teilinhalten zusammengesetzt sein, keineswegs notwendig ist, wahrscheinlich wohl auch unzutreffend sein würde. Vgl. hierüber die Bemerkungen über die formalen Verhältnisse der psychologischen Real-Urteile am Ende dieses Kapitels.

gehaltene Formen desselben ergeben. Als Korrelat einer jeweils gegebenen Wahrnehmung würde auch der Gegenstands-Begriff ebenso wie der eines unpersönlich bezeichneten Verhaltens zunächst von g e n e r e l l e r Bedeutung sein. Von solchen generellen Gegenstands-Begriffen werden aber schon auf den primitivsten Stufen des Denkens andere unterschieden, denen eine k o n k r e t e oder i n d i v i d u e l l e Bedeutung zukommt. Erwägt man die Grundlage dieser Unterscheidung, so findet man, daß sie mit einer Wirklichkeits-Auffassung zusammenhängt, die über die naive Objektivierung, somit über die bloße Angabe des Korrelates unserer jeweiligen Wahrnehmungen hinausgeht. Denn wenn wir den jetzt gesehenen Gegenstand nicht generell, sondern mit einem Namen bezeichnen, vermittels dessen wir ihn mit einem vormals und wiederholt wahrgenommenen identifizieren, so drückt sich ja darin vor allem auch die Meinung aus, daß dieser Gegenstand auch in den Zwischenzeiten, in denen er nicht zu unserer Wahrnehmung gelangte, existiert und sich erhalten habe. Unzweifelhaft zeigt also gerade die konkrete individuelle Bedeutung, in der wir gewisse Gegenstands - Begriffe nehmen, daß wir dieser Denkform eine andere Bedeutung vindizieren, als lediglich die einer durch bestimmte Rekognitions-Modalitäten in gewisser Weise geordneten naiven Objektivierung.

Mit gutem Rechte wird daher der Unbefangene sich weigern zuzugeben, daß in der Unterscheidung des Gegenstandes und seines Verhaltens nur zwei Auffassungs-Modalitäten irgend einer Realität zu erblicken seien, vielmehr behaupten, daß diesem Modus der urteilenden Begriffsverknüpfung doch noch irgend eine andere tiefer gehende Bedeutung zukomme. Es wird sich fragen, worin diese gefunden werden kann. Eine naive Betrachtung könnte geneigt sein, diese Frage dahin zu beantworten, daß wir mit dieser Unterscheidung die Wirklichkeit erfassen, wie sie ist, daß tatsächlich eben dauernd existierende Gegenstände da sind, in deren irgendwie wechselnden Verhaltungsweisen alles reale Geschehen bestehe. Müssen wir nun diese auf dem Boden eines naiven Realismus stehende Auskunft als unzutreffend ablehnen, so genügt sie doch, um uns sogleich auf den richtigen Weg zu weisen. Nicht in einer transzendenten Uebereinstimmung mit dem objektiv Realen können wir das Merkmal einer zutreffenden Wirklichkeits-Vorstellung finden, sondern darin, daß sie uns unsere eigenen Erlebnisse als Bestandteil eines gesetzmäßig geordneten Geschehens verständlich macht. So kann auch den uns hier beschäftigenden Begriffen nicht die Bedeutung einer transzendenten Realität zugeschrieben werden, wohl aber die, daß gerade diese Denkform zu einer umfassenden und befriedigenden Wirklichkeits-Darstellung geeignet wäre. Diese Bedeutung ist ja nun keine andere als die, die in vollem Maße den begrifflichen Elementen einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung zukommen würde, und wir können demgemäß sagen, daß auch jenen Formen stillschweigend eine t h e o r e t i s c h e B e d e u t u n g vindiziert wird. Ich möchte, um dies zum Ausdruck zu bringen, diese Begriffe und die sich ihrer bedienenden Urteilsformen p a r a t h e o r e t i s c h e nennen. Die Rolle, die sie spielen, ist der der theoretischen insofern ähnlich, als sie sich in der Tat in gewissem Umfang zur Darstellung der Wirklichkeit vorzugsweise geeignet erweisen und so in der tatsächlichen Gestaltung des Denkens eine mehr oder weniger dominierende Bedeutung erhalten. Aber sie sind von jenen doch insofern verschieden, als sich bei einer vollständigeren Erwägung überall ihre Brauchbarkeit als eine beschränkte und damit die Notwendigkeit herausstellt, sie durch andere zu ersetzen. Dies zeigt sich in dem hier zuerst betrachteten Beispiel sogleich darin, daß sowohl die Bezeichnung der Gegenstände wie auch ihrer Verhaltungsweisen, da sie einfach nach Maßgabe bestimmter sinnlicher Eindrücke geschieht, schon wegen der Ignorierung der Bedingungen, von denen die Hervorbringung dieser Eindrücke abhängt, eine unzulängliche ist. Die paratheoretische Form stellt also, wie man sagen kann, einen primitiven Versuch theoretischer Wirklichkeits-Erfassung dar, einen Versuch, der zwar strengerer Ueberlegung gegenüber sich als ein nicht gelungener erweist, der aber doch in gewissem Umfange wertvoll sein kann und es tatsächlich ist.

Fassen wir den Sachverhalt nochmals kurz zusammen, so wird Folgendes zu sagen sein. In erster Linie jedenfalls bringen es die psychologischen Verhältnisse der verschmelzenden Begriffs-Bildung mit sich, daß verschiedene Arten synchytischer, sinnliche Eindrücke bezeichnender Begriffe entstehen und daß die Kombination bestimmter Arten zur Wirklichkeits-Beschreibung bevorzugt wird. Daneben finden wir aber, daß diesen Formen zugleich eine weitergehende, eine theoretische Bedeutung zugeschrieben wird und in gewissem Maße auch wirklich zukommt. Für die Ausbildung eines typischen Urteils-Baues dürften also zwei verschiedene Momente in Betracht kommen, einerseits die psychologische Natur der Rekognitionen, anderseits die bestimmte Tendenz, Denkformen für die Erfassung der Wirklichkeit auszubilden, eine Tendenz, die sich auch in der Entwicklung unserer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung kundgibt, und deren unvollkommene und provisorische Ergebnisse wir paratheoretisch nennen. Welches dieser Momente das bedeutungsvollere ist, wird sich um so weniger entscheiden lassen, als sie vielleicht in einer schwer abzugrenzenden Weise ineinander greifen. Möglich ist, daß jene den Gegenstand und sein Verhalten unterscheidende Denkform eine von vornherein vorhandene oder auf anderer Grundlage sich entwickelnde ist; die Ausbildung unserer Urteilsform würde dann nur bedeuten, daß sich die Vorstellung entwickelt, Gegenstand und Verhalten direkt nach Maßgabe sinnlicher Eindrücke bezeichnen zu können. Möglich ist aber auch, daß jene Denkform erst den Rekognitions-Modalitäten ihre Entstehung verdankt, daß gerade auf Grund dieser psychologischen Verhältnisse sich jene, auch in unseren theoretischen Betrachtungsweisen noch maßgebende dominierende

Bedeutung des Gegenstands-Begriffes entwickelt. Ob das eine oder andere der Fall ist, das wird sich, wie gesagt, kaum einwandsfrei feststellen lassen; jedenfalls darf es hier dahingestellt bleiben. Uns genügt es an einem ersten Beispiel verständlich gemacht zu haben, wie innerhalb der sinnlichen Begriffe ein logisch bestimmter Urteilsbau sich entwickelt.

Was nun die Urteils-Formen anlangt, die sich aus den hier zunächst ins Auge gefaßten Verhältnissen ergeben, so würden sie ja eine Zusammensetzung aus dem Begriff eines, sei es generell, sei es konkret bezeichneten Gegenstandes und dem Begriffe eines diesem Gegenstande zuzuschreibenden Verhaltens aufweisen. Wir können aber dem hier besprochenen Fall noch eine Reihe weiterer Formen anschließen, die sich bezüglich ihrer Entstehung und Bedeutung durchaus ähnlich verhalten. Dahin gehören in erster Linie die Begriffe von sinnlichen Eigenschaften. In doppelter Weise kommen sie zur Verwendung, einerseits als nähere Bezeichnung eines Gegenstands-Begriffs, von dem dann in der vorhin berührten Weise irgend ein Verhalten ausgesagt wird (dort liegt ein roter Apfel) oder in der Weise, daß dem Gegenstands-Begriff eine Eigenschaft zugeschrieben wird. In beiden Fällen kann man das Nämliche bestätigen, was für die Unterscheidung der den Gegenstand und sein Verhalten bezeichnenden Begriffe soeben gezeigt wurde: daß der begrifflichen Form eine tiefere, über die bloße Aneinanderfügung hinausgehende Bedeutung zukommt, daß aber diese Bedeutung nur eine beschränkte und provisorische ist. Wenn wir sagen „dort liegt ein roter Apfel“, so könnte man (sofern auch unter Apfel nichts weiter als das Korrelat eines sinnlichen Eindrucks verstanden sein soll) hier zunächst nur die aggregierende Bezeichnung einer Wahrnehmung erblicken wollen, die einerseits dem Begriff des Apfels, anderseits dem des Rot subsumiert wird, wonach denn die Ausdrucksweise lediglich einer doppelten und ungleichartigen Subsumtion ihre Entstehung verdanken würde. Aber auch hier kommt unzweifelhaft die Vorstellung hinzu, daß gerade dieser Form eine tiefere Bedeutung zugrunde liegt, daß namentlich eine Erfassung der in der Wirklichkeit ausgeprägten Gesetzmäßigkeit in dieser Weise durch die Angabe bestimmter den verschiedenen Gegenständen zukommender Eigenschaften möglich und anzustreben sei. Diese weitergehende Bedeutung des Eigenschafts-Begriffs zeigt sich, ganz ähnlich wie es vorhin bezüglich der konkreten Gegenstands-Begriffe ausgeführt wurde, auch wieder darin, daß wir ihn zu Aussagen benutzen, die gar nicht einem im Augenblick vorhandenen sinnlichen Eindruck entsprechen. So sagen wir, es liege dort ein wohlschmeckender Apfel, oder das auf dem Tisch stehende Bügeleisen sei heiß, auch wenn die sinnlichen Eindrücke des Wohlgeschmacks, der Hitze tatsächlich nicht stattfinden. Hier ist also der Eigenschafts-Begriff nicht mehr Korrelat eines gegebenen sinnlichen Eindrucks, sondern wir verwenden ihn zur Bezeichnung eines unter gewissen Bedingungen durch sinnliche Eindrücke sich kundgebenden objektiven Verhaltens. — Auf der andern Seite zeigen freilich auch hier leichte Erwägungen, daß wir in der Prädikation direkt sinnlich bezeichneter Eigenschaften jedenfalls nur eine Form von provisorischer und begrenzter Bedeutung, also eine paratheoretische besitzen. Schreiben wir einem Gegenstande schlechtweg Eigenschaften von sinnlicher Bedeutung zu, so ist dies wiederum schon aus dem Grunde unzulänglich, weil die Bedingungen, unter denen diese Eindrücke tatsächlich entstehen, garnicht des Genaueren ins Auge gefaßt werden. Vielmehr wird nur stillschweigend angenommen, daß irgend welche mehr oder weniger häufig oder leicht zu realisierende Bedingungen dazu geeignet sein werden. Hierzu kommt sodann noch ein Weiteres. Eine Wirklichkeits-Darstellung, die den Gegenständen bestimmte sinnliche Eigenschaften zuschreibt, könnte als eine befriedigende und endgültige Erfassung der der Wirklichkeit innewohnenden Gesetzmäßigkeit nur dann gelten, wenn diese Eigenschaften stets als k o n s t a n t e wahrgenommen und ausgesagt würden. Eben dies ist nun aber keineswegs der Fall. Die sinnlichen Eigenschaften bedeuten zwar in erster Linie eine Regelmäßigkeit der Einwirkung; daneben aber sind sie meist doch als etwas mehr oder weniger Wechselndes gedacht, was eintreten oder aufhören, abnehmen oder sich steigern, oder in mannigfaltiger Weise sich modifizieren kann. So erscheint denn die sinnliche Eigenschaft vielfach geradezu als Bezeichnung eines jeweiligen Verhaltens, und gerade in der Vermischung dieser beiden Begriffsarten, der konstanten E i g e n s c h a f t und des wechselnden V e r h a l t e n s, die eine streng theoretische Denkweise vor allem auseinander zu halten bestrebt sein müßte, zeigt sich die paratheoretische Natur der hier betrachteten begrifflichen Bildungen.

Zu ganz ähnlichen Ergebnissen führt uns die Betrachtung einer weiteren Begriffsart von großer Bedeutung und umfangreichem Gebrauch, der Begriffe des T u n s o d e r W i r k e n s. Auf ihnen beruhen die Satzformen, die Subjekt, transitives Zeitwort und Objekt aufweisen. Der psychologische Ausgangspunkt dieser Bildungen liegt zunächst darin, daß das Wahrnehmungsbild eines Vorganges direkt nicht bloß zwei sondern drei Modalitäten der Subsumtion zuläßt und durch Angabe von zwei Gegenstands-Begriffen und einem Vorgangs-Begriff beschrieben wird. (Der Jäger schlägt den Hund.) Auch hierin brauchte für eine primitive Denkweise nichts weiter zu liegen als eine aggregierende Zusammenfügung mehrerer gleichwertiger Begriffe [1]). Wenn nun aber zwischen den beteiligten Gegenständen ein Unterschied gemacht, der eine als ein Handelnder, der andere als ein Leidender gedacht und

[1]) Es ist im Hinblick hierauf von Interesse, daß die transitive Konstruktion sich auch sprachgeschichtlich aus einer Form zu entwickeln scheint, in der dem Zeitwort zwei Gegenstandsbegriffe ohne sprachliche Unterscheidung ihrer logischen Funktion zugeordnet werden. Vgl. P a u l, Prinzipien der Sprachwissenschaft, zweite Auflage Seite 112.

demgemäß alsbald auch sprachlich zwischen ihnen unterschieden wird, so drückt sich hierin eine, z. T. gewiß durch den Eindruck unseres eigenen Tuns und seiner Erfolge mitbestimmte, primitive Auffassung des bei solchen Vorgängen stattfindenden ursächlichen Zusammenhanges aus. Und wenn sich diese Form zu einem typischen, in großem Umfang gleichartig angewandten Urteilsbau entwickelt, so hängt das jedenfalls wiederum zum großen Teil mit dieser ihr zugeschriebenen Bedeutung zusammen. Auch diese Form also dürfen wir mit Rücksicht auf die nur eingeschränkte Bestätigung dieser Erwartung, eine paratheoretische nennen. Denn wie in den vorher betrachteten Fällen zeigt sich ja auch hier, daß diese Betrachtung eine nur provisorisch brauchbare ist, daß sie, sobald wir eine endgültige Erfassung der Wirklichkeit anstreben, durch andere ersetzt werden muß. Was wir wirklich zutreffend anzugeben hoffen können, ist ein gesetzmäßiger Zusammenhang zwischen den Verhaltungsweisen des einen und des andern Gegenstandes. Diese beiden würde eine eindringende Betrachtung vor allem auseinanderhalten müssen, und es erscheint nur subjektiv und bedingt zulässig, sie in demselben Begriff zusammenzufassen [1]).

Noch einen weiteren Fall möchte ich hier anreihen, der zwar in gewissem Sinn bereits über die hier in Betracht gezogenen Begriffs-Arten hinausgeht, doch aber am richtigsten an dieser Stelle erwähnt wird. Er besteht in der Bezeichnung des ursächlichen Zusammenhanges ganzer Verhaltungsweisen. Hierher gehört es nicht nur, daß wir schlechtweg ein Ereignis die Folge eines andern nennen, sondern namentlich auch, daß der Eintritt einer Folge zur Bezeichnung der Modalität eines voraufgegangenen Geschehens benutzt wird (er schlug ihn so, daß der Tod eintrat). Insofern liegen hier die Dinge von den bisher erörterten Fällen verschieden, als die hier ausgesagte Beziehung nicht in so direkter Weise mit der Art unserer Wahrnehmungen und Rekognitions-Modalitäten in Zusammenhang gebracht werden kann, vielmehr außer der bloßen zeitlichen Aufeinanderfolge noch eine Reihe anderer Umstände dafür in Betracht kommt. Auch hier aber haben wir es mit einer Aussageform zu tun, der eine gewisse theoretische Bedeutung zugeschrieben wird; sie stellt in der Tat ganz ebenso wie die Begriffe der Eigenschaft und des Tuns eine primitive Auffassung der ursächlichen Zusammenhänge dar und darf daher auch eine paratheoretische genannt werden. Aus welchen Gründen eine derartige Angabe keine endgültige ist und einer mehr oder weniger verwickelten Umdeutung bedarf, kann als bekannt gelten. Auch hier aber sehen wir, daß diese sozusagen primitive Auffassung der ursächlichen Zusammenhänge in gewissem Umfang brauchbare und wertvolle Angaben zu machen gestattet.

[1]) Vgl. hierüber die Erörterungen über den Begriff des Wirkens in Kap. 6, an deren Hand man sich leicht klar machen kann, eine wie tief greifende Umdeutung des ursprünglichen Sinnes eine theoretisch durchdachte Wirklichkeits-Auffassung gerade an den transitiven Konstruktionen vornehmen muß.

Der im Obigen gewonnene Einblick in den Ursprung und die Bedeutung gewisser Begriffs-Arten und Urteils-Formen dürfte nun genügen, um die Frage zu beantworten, die uns hier in letzter Instanz interessiert, ob sich diese Formen an der Hand einer festen Regel in einer systematischen und erschöpfenden Weise darstellen lassen. Man sieht sogleich, daß diese Frage zu verneinen ist. Schon über die psychologischen Verhältnisse der synchytischen Begriffsbildung läßt sich im Voraus nach logischen Erfordernissen nichts ausmachen. Noch weniger läßt sich naturgemäß dafür irgend eine Regel angeben, welche Typen begrifflicher Zusammenfügung sich als Ersatz streng theoretischer Auffassungen in gewissem Umfang brauchbar erweisen und somit eine Ausbildung als paratheoretische Formen erfahren können. Ja, wir können hinzufügen, daß sich nicht einmal der tatsächlich in unserem Denken gegebene Kreis derartiger Formen mit Sicherheit bezeichnen läßt. Den vorhin aufgeführten Fällen kann man ohne Schwierigkeit andere anreihen, bei denen man mindestens im Zweifel sein kann, ob sie nicht auch, gleich jenen, als typische Begriffs-Verbindungen des Real-Urteils zu betrachten sind, so z. B. in gewissen Konstruktionen das sog. entferntere Objekt, bei Aussagen über ein Tun der Begriff des Mittels oder Werkzeugs u. dgl. Die Unsicherheit, die in dieser Hinsicht besteht, beruht auf den eingangs erwähnten Schwierigkeiten, das eigentliche begriffliche Material des Urteils zu bezeichnen [1]). In der Tat kann man im Zweifel sein, ob man diese letztgenannten Konstruktionen noch den echten Typen des Urteilsbaues zurechnen soll, oder ob sie schon als rein sprachliche Formen aufzufassen sind, die auf einen in anderen Formen sich bewegenden eigentlich begrifflichen Inhalt hinweisen. Ja, es ist klar, daß auch jene Formen, die wir vorher im Einklang mit hergebrachten Anschauungen als wirkliche Typen des Urteils-Baues dargestellt haben, insofern keine endgültigen sind, als eine fortgeschrittene Ueberlegung dazu führt, alle diese Formen durch die rein theoretischen zu ersetzen; und man kann daher auch sagen, daß sie für eine gewisse Denkweise sich als inadäquate Sprachformen qualifizieren.

Im Ganzen zeigt sich also — dahin können wir schon hier das Ergebnis dieser Untersuchung zusammenfassen — daß es die allgemeine Natur der hier vorliegenden Begriffs-Bildung ist, die uns auch die formalen Eigentümlichkeiten des Urteils-Baues verständlich macht. Bei einer Bezeichnung der Wirklichkeit, die auf dem Weg der naiven Objektivierung und verschmelzenden-Begriffs-Bildung stattfindet, ist an sich für die Entwicklung bestimmter Typen des Urteilsbaues (abgesehen von den festen mathematischen Begriffen) ein zwingender Anlaß nicht

[1]) Insbesondere muß vielfach daran gedacht werden, gewisse durch ein Wort bezeichnete Begriffe als synthetisch gebildete aufzufassen, so daß ihr endgültiger Sinn und somit auch die endgültige Form des Urteils erst durch ihre analysierende Ersetzung erhalten würde.

gegeben. Aus psychologischen Verhältnissen läßt sich jedoch verständlich machen, daß sich gewisse Begriffsarten und gewisse Typen des Urteilsbaues gleichwohl entwickeln und eine mehr oder weniger dominierende Bedeutung gewinnen. Die Grundlage aber, auf der diese paratheoretischen Formen beruhen, macht es zugleich begreiflich, daß ihr Kreis kein fest begrenzter, daß es unmöglich ist, sie irgend einem bestimmten Gesichtspunkt folgend systematisch und erschöpfend anzugeben. Die fest bestimmten Formen also, die einer streng theoretischen Wirklichkeits-Darstellung naturgemäß zukommen, werden bei der freien Urteilsbildung wegen des ganzen Prinzips der Wirklichkeits-Bezeichnung ebenso naturgemäß vermißt.

Wir hatten die formale Untersuchung der Real-Urteile zunächst dadurch vereinfacht, daß wir sie auf die Begriffe beschränkten, die sich den Sinnes-Empfindungen in unmittelbarster Weise anschließen. Indem wir uns dem weiten Gebiete anderer Begriffe zuwenden, für die das nicht mehr der Fall ist, können wir zunächst einige berühren, die den zuerst behandelten sinnlichen immerhin noch in mancher Hinsicht besonders nahe stehen. Hierhin möchte ich diejenigen rechnen, die auf einer V e r g l e i c h u n g sinnlicher Eindrücke beruhen und das Ergebnis einer solchen Vergleichung bedeuten. In erster Linie handelt es sich dabei um den Begriff der Gleichheit in seinem weiten psychologischen Sinne, sowie um den der Aehnlichkeit und der Verschiedenheit. Doch erweitert sich der Kreis dieser Begriffe durch mancherlei besondere Umstände. So können wir Sinnes-Eindrücke in ganz bestimmten Hinsichten vergleichen, z. B. die Farbe eines Gegenstandes heller, gesättigter, bläulicher nennen als die eines anderen. Auch muß berücksichtigt werden, daß sich derartige in Vergleichungs-Begriffen auszudrückende Beziehungen nicht nur zwischen einfachen sinnlichen Beschaffenheiten, sondern auch zwischen zeitlichen und räumlichen Ordnungen, Rhythmen, Gestalten, Bewegungs-Modalitäten usw. ergeben. — In formaler Hinsicht ist hier zu bemerken, daß ja bei der Vergleichung stets zwei Bewußtseins-Inhalte in Beziehung gesetzt werden, und daß daher den Vergleichungs-Begriffen hier die nämliche Rolle zukommt wie in den Real-Urteilen theoretischer Form den Begriffen der Gleichheit und der Identität: sie gehen in die verkettenden Zusammenhänge ein, und es sind diese, die durch die Heranziehung der zahlreichen Vergleichungs-Begriffe eine große Mannigfaltigkeit gewinnen können [1].

Eine weitere Klasse hier anzuführender Begriffe, die nach Maßgabe ihrer ganzen Psychologie den sinnlichen noch relativ nahe steht, sind dann diejenigen der ethischen und ästhetischen W e r t - B e u r t e i l u n g e n. Allerdings gehören ja diese Begriffe in erster Linie

[1] Wir kommen unten auf diesen Punkt noch kurz zurück. Ebenso wird auch später in allgemeinerem Zusammenhange die Frage zu berühren sein, wovon es abhängt, ob die solche Vergleichungen enthaltenden Sätze Real-Urteile sind oder aber sich als Reflexions-Urteile darstellen, unter denen wir ja auch die Vergleichungen zu erwähnen hatten.

den W e r t - U r t e i l e n selbst an, die hier von unserer Betrachtung ausgeschlossen sind. Gehen wir jedoch von der Annahme aus, die der Verwendung aller uns hier beschäftigenden Begriffe zugrunde liegt, daß in Bezug auf die Hervorrufung subjektiver Eindrücke durch die äußeren Verhaltungsweisen eine annähernde Gleichartigkeit besteht, so können wir offenbar ein reales Verhalten im Sinne einer objektiven Beschreibung als ein erschütterndes, ergötzliches, eine Handlung als eine löbliche oder verwerfliche usw. bezeichnen: wir meinen damit eben diejenigen Beschaffenheiten, die generaliter so beurteilt werden. Die Art, wie wir hier verfahren, ist offenbar ganz ähnlich, wie wenn wir sinnliche Qualitäten zur Bezeichnung objektiver Verhaltungsweisen verwenden, und man könnte auch hier von einer naiven Objektivierung sprechen. Ein besonderes Interesse knüpft sich an diese Begriffe deswegen, weil die Real-Urteile, die sich ihrer bedienen, mit den Wert-Urteilen naturgemäß in engstem Zusammenhange stehen und im alltäglichen Denken wohl überaus häufig vermischt werden. Eine strenge Erwägung wird aber den Unterschied nicht außer Augen lassen dürfen, ob ich in dem Sinne eines Wert-Urteils eine Handlung schlecht, ein Bild schön nenne, oder ob ich ein reales Verhalten bezeichnen will, das durchgängig oder überwiegend so beurteilt wird.

Während in den beiden soeben erwähnten Fällen die Bildung von Real-Begriffen auf ganz besonderen Verhältnissen beruht und demgemäß der Kreis so erzeugter Begriffe auch ein relativ enger ist, verdankt, wie mir scheint, die überwiegende Mehrzahl der unsinnlichen Real-Begriffe ihre Entstehung psychologischen Verhältnissen anderer Art. Sie finden ihre Grundlage in der Tatsache, daß wir ein mehr oder weniger ausgedehntes, zunächst in sinnlichen Begriffen gedachtes Wirklichkeits-Verhalten selbst wieder zum Gegenstande einer zusammenfassenden Betrachtung machen können, und daß auch so wiederum Verschmelzungs-Begriffe entstehen, die man zur Bezeichnung des betreffenden realen Verhaltens benutzt werden können. Es mag gestattet sein, diese Begriffe in ihrer Gesamtheit als s e k u n d ä r e zu bezeichnen und sie den sinnlichen gegenüberzustellen [1]. Man versteht leicht das Eingehen dieser Funktion in Begriffe, wie denjenigen eines Vorgangs, eines Unfalls, einer Entwicklung u. dgl. Es muß sogleich hinzugefügt werden, daß diese Funktion w i e d e r h o l t in Anwendung kommen kann, und daß Realitäten, die bereits in einer Reihe unsinnlicher Begriffe gedacht sind, nunmehr in derselben Weise nochmals eine Darstellung in Begriffen anderer Art erfahren können. Dabei versteht sich wiederum, daß die tatsächliche Brauchbarkeit solcher Begriffe an die Voraussetzung einer hinreichenden Gleichmäßigkeit und Gesetzmäßigkeit eben dieser hier in Betracht kommenden psychologischen Funktionen, insbesondere der unmittelbaren Subsumtion unter solche verwickelte Be-

[1] Was wir so nennen, wird sich in der Hauptsache, wenn auch nicht ganz genau mit dem decken, was man als abstrakte Begriffe zu bezeichnen gewohnt ist.

griffe geknüpft ist. Genau ebenso wie der sinnliche Eindruck zur Bezeichnung eines objektiven Verhaltens brauchbar ist, insoweit an ein bestimmtes äußeres Verhalten immer derselbe sinnliche Eindruck sich anknüpft (was eben in gewissem Umfang und mit einer gewissen Annäherung tatsächlich der Fall ist), so können auch hier die sekundären Begriffe zur zusammenfassenden Bezeichnung mannigfaltiger Verhaltungsweisen benutzt werden und sich tauglich erweisen, wenn in Bezug auf die psychologische Funktion dieser Auffassungen ein genügendes Maß von Gleichartigkeit als gesichert gelten darf. Daß dies in gewisser Beziehung der Fall ist, lehrt der tatsächliche Gebrauch dieser Begriffe [1].

Wenden wir uns der Frage zu, ob auch hier bestimmte Typen für den begrifflichen Bau des Urteils sich aufweisen lassen, welche dies sind und woher sie rühren, so ist klar, daß wir im Voraus aus irgend welchen logischen Erfordernissen hier ebensowenig bestimmte Typen ableiten können, wie dies im Gebiet der sinnlichen Eindrücke der Fall war. Und wir können in der Tat Beispiele anführen, die den dort auftretenden unpersönlichen Urteilen einigermaßen verglichen werden können. (Es gärt in Rußland, in München ist's lustig, u. dgl.) In den weitaus meisten Fällen finden wir aber auch hier, daß eine Mehrzahl von Begriffsarten sich bildet und die Wirklichkeits-Beschreibung sich bestimmter Kombinationen derselben bedient, daß somit bestimmte Typen des Urteilsbaues sich entwickeln. Die Fülle und Mannigfaltigkeit der sich hier darbietenden Formen scheint auf den ersten Blick jeder Gruppierung, jeder einteilenden Uebersicht zu spotten. Ich glaube indessen doch, daß mancherlei Erwägungen uns mindestens einen beachtenswerten Einblick in die psychologischen Verhältnisse gewähren, auf denen die Entwicklung der Begriffsarten beruht, und somit auch in diese selbst. Darüber zunächst kann ja kein Zweifel bestehen, daß auch die in sekundären Begriffen sich bewegenden Urteile gewisse Typen des Baues aufweisen, die sich durch die Gleichmäßigkeit der grammatischen

[1] Freilich mag es nützlich sein, daran zu erinnern, daß mit der fortschreitenden Komplikation dieser Begriffsbildung doch auch eine zunehmende Unsicherheit den Gebrauch derselben beeinträchtigt. Dies macht sich vielleicht relativ weniger darin geltend, daß wir in Zweifel geraten, ob ein bestimmtes uns bekanntes Verhalten unter diese oder jene sekundären Begriffe zu rechnen sei, viel stärker aber in der Unbestimmtheit dessen, was wir durch eine in solchen Begriffen sich bewegende Mitteilung wirklich erfahren und als Vermehrung unseres Real-Wissens festhalten können. Im Gebiete der sinnlichen Begriffe gestattet z. B. die Angabe, daß vor unserem Hause ein schwarzes Pferd stehe, trotz der den gebrauchten Begriffen anhaftenden Unbestimmtheit doch demjenigen, der diese Mitteilung erhält, sich ein zutreffendes und nicht gar zu undeutliches Bild von dem gemeinten Verhalten zu machen. Bei verwickelten sekundären Begriffen wird dieser Erfolg nur sehr unvollkommen erreicht. Wenn man historische Darstellungen, Landschaftsschilderungen u. dgl. mit Rücksicht hierauf betrachtet, so wird man oft merken, wie die begrifflichen Bezeichnungen für denjenigen, der die betreffenden Verhältnisse kennt, eine zutreffende und anziehende Darstellung bilden, der Zweck aber, jemandem, der sie noch nicht kennt, etwas Greifbares und Festzuhaltendes zu lehren, nur sehr mangelhaft erreicht wird. Eine genauere Verfolgung dieser Verhältnisse würde uns zu sehr auf rein psychologisches Gebiet führen, als daß ihr hier Raum gegeben werden könnte.

Satzbildung kennzeichnen. Und betrachtet man die oben angeführten und ähnliche Beispiele, so sieht man vor allem, daß die Formen, denen wir begegnen, wenigstens großenteils ganz dieselben sind, wie diejenigen, die wir schon im Gebiete der sinnlichen Begriffe kennen gelernt haben. Wir sagen ebenso wie von einem Gegenstande auch von einem Zustand, einer Eigenschaft, einer Beziehung, daß sie sich dauernd erhalten oder verändert habe, wir schreiben ihnen eine Wirkung zu u. dgl. Wir begegnen, was in mancher Hinsicht besonders beachtenswert ist, auch bei denjenigen sekundären Begriffen, die den Gegenstands-Begriffen analog sind, dem Unterschiede der generellen und konkreten Bedeutung. Den generellen Begriffen des Krieges, der Epidemie, der Handelsbeziehungen können wir die konkret-individuellen des dreißigjährigen Krieges, der Cholera-Epidemie von 1871, der z. Z. zwischen Deutschland und der Schweiz bestehenden Handelsbeziehungen entgegenstellen. Schwerlich dürfte es sich ja nun im Allgemeinen so verhalten, daß wir bei den mannigfaltigen Modalitäten zusammenfassender Betrachtung sozusagen von selbst auf Formen geführt werden, die denen der sinnlichen Begriffe gleichartig genug sind, um übereinstimmende Bezeichnungen und Kombinationen zu veranlassen. Richtiger dürfte wohl der Sachverhalt dahin auszudrücken sein, daß durch die sprachlich ausgeprägten Formen, die sich zunächst an sinnlichen Begriffen entwickelt haben, auch die zusammenfassenden Betrachtungen, die den sekundären Begriffen zugrunde liegen, beeinflußt und in ein bestimmtes Geleise hineingeführt werden. So wird, wie man sich wohl denken kann, die Gewöhnung, einerseits ein relativ Beharrendes festzuhalten und diesem gewisse wechselnde Verhaltungsweisen zuzuschreiben, auch darin sich geltend machen, daß wir einen sekundären Begriff sehr verwickelter Natur (die Handelsbeziehungen zweier Staaten, den Zustand oder Betrieb einer Wissenschaft), als ein Einheitliches herausheben, und von ihm nun irgend ein Verhalten, eine Wandlung u. dergl. aussagen. Sind wir gewohnt, ursächliche Zusammenhänge in der Form darzustellen, daß wir einem Gegenstande eine bestimmte Wirkung oder ein bestimmtes Tun zuschreiben, so wird dies wohl auch in unserer Bezeichnung verwickelterer Zusammenhänge zum Ausdruck kommen, so z. B. wenn wir sagen, daß die Siege der Japaner die Erbitterung der arbeitenden Klassen in Rußland gesteigert haben. Im Ganzen wird man also wohl sagen dürfen, daß die durch die sprachlichen Formen uns nahe gelegte, vielleicht aufgezwungene Gewohnheit, verwickeltere Verhältnisse in ähnlichen Formen wie die einfach sinnlichen zu bezeichnen, für die Begriffsbildung bestimmend wird. — Diese Art der Bildung verwickelter sekundärer Begriffe kommt, wie mir scheint, besonders deutlich darin zur Geltung, daß zur Bezeichnung verwickelter Verhaltungsweisen Begriffe von sinnlicher Bedeutung herangezogen werden, die zur Darstellung jener lediglich nach Maßgabe einer Aehnlichkeit tauglich sind. Sie werden demgemäß auch als uneigent-

lich (figürlich) empfunden, gewinnen aber allmählich bei häufiger gleichartiger Verwendung einen veränderten Sinn, demzufolge sie das zuerst figürlich Bezeichnete nun eigentlich bedeuten. So ist es ja eine der häufigsten sprachlichen Erscheinungen, daß Worte von ursprünglich sinnlicher Bedeutung allmählich neben dieser oder statt ihrer einen abstrakten Sinn erhalten. (Es sei an Worte wie Gegensatz, Verbindung, scharf usw. erinnert.) Sei indessen dem wie ihm wolle, jedenfalls sehen wir, das haben wir in erster Linie festzustellen, daß sich auch hier die Urteile in großem Umfang als Zusammenfügungen von ähnlicher Art darstellen, wie sie dem Gebiete sinnlicher Begriffe eigen sind.

Um den begrifflichen Bau des Urteils in vollem Umfang zu übersehen, müßten wir ja nun freilich weiter fragen, welches Inhalt und Bedeutung einer jeden dieser Begriffsarten sein kann. Wir müßten also z. B. versuchen, die durch die formale Behandlung den Gegenstands-Begriffen angereihten, also sprachlich in substantivischer Form auftretenden Begriffe nach der Art ihrer Bedeutung zu ordnen, sie in systematischer Weise darzustellen oder mindestens eine gewisse Uebersicht über sie zu gewinnen. Aehnliches wäre für Eigenschafts-Begriffe, für die in der Form des Zeitwortes auftretenden zu verlangen usw. Es leuchtet aber ein, daß diese Forderung eine unerfüllbare ist. Die psychologische Fähigkeit, auf die es hier in letzter Instanz ankommt, ist ja die, in irgend welchen Komplexen realen Verhaltens eine gewisse Aehnlichkeit mit den Bewegungen, Eigenschaften, dem Tun und den Wirkungen von Gegenständen wahrzunehmen, die uns eine analoge Bezeichnung gestattet. In dieser Beziehung ist die psychologische Leistung eine so erstaunliche, ja, wie man sagen darf, unbegrenzte, daß sich eine systematische oder erschöpfende Darstellung dessen, was in dieser Hinsicht vorkommen kann, als untunlich erweist. Auch hier übrigens müssen wir, (ebenso wie es oben geschah) bemerken, daß die Mannigfaltigkeit nicht nur potentia eine unbegrenzte ist, sondern daß wir auch nicht mit Sicherheit anzugeben in der Lage sind, was in dieser Hinsicht tatsächlich verwirklicht ist und in unserem Denken angetroffen wird, weil wir das eigentliche begriffliche Material eines Satzes aus seinen sprachlichen Formen nicht ohne Weiteres entnehmen und vielfach überhaupt nicht mit Sicherheit angeben können.

Diese Unsicherheit ist gerade im Gebiet der sekundären Begriffe eine besonders weitgehende und es ist wohl nicht überflüssig, auf diese Verhältnisse noch mit einigen Bemerkungen einzugehen. Entstehen die sekundären Begriffe ganz vorzugsweise durch die einheitliche Betrachtungsweise mehr oder weniger zusammengesetzter Verhältnisse, so wird in vielen Fällen sich der Zweifel erheben, ob sie überhaupt als einheitliche Begriffe zu betrachten oder richtiger als synthetische Bildungen aufzufassen sind. Bei einem Satze wie dem, daß A die Vormundschaft über X führe, werden wir über die Berechtigung dieser letzteren Auffassung kaum im Zweifel sein, und es würde nicht schwer fallen, den Satz durch Auflösung oder Definition der in ihn eingehenden Begriffe auf eine andere Form zu bringen. Dagegen kann es zweifelhaft erscheinen, ob etwas Aehnliches zutrifft, wenn man z. B. von den Handelsbeziehungen zwischen Deutschland und Amerika spricht. Ein weiterer hier besonders zu berücksichtigender Punkt ist dann der, daß sich vielfach nicht sicher angeben läßt, ob wir es bei irgend welchen Ausdrücken mit eigentlichen oder figürlichen Wirklichkeits-Bezeichnungen zu tun haben. Nur im ersteren Falle aber werden wir den in dem betreffenden Satze vereinigten Begriffen eben die Bedeutung, die sie in ihrer vorliegenden Anwendung zu besitzen scheinen, als eine ihnen zukommende und die entsprechende Verknüpfung als einen Typus des Urteilsbaues in Anspruch nehmen dürfen. Im letzteren dagegen (bei der Auffassung der Bezeichnung als einer figürlichen) würden wir die begriffliche Verknüpfung einer ganz anderen Klasse zuzurechnen haben, während das eigentlich gemeinte Verhalten nur in toto als ein jenem anderen vergleichbares oder ähnliches bezeichnet wäre. So wird eine Aufzählung der Begriffsarten, wie sie uns hier vorschwebte, in Zweifel kommen in Bezug auf Wendungen wie die folgende : das Kriegsglück wendet sich von jemandem ab; strenger Gehorsam ist die Grundlage jeder Erziehung u. dgl. Hier begegnen wir der vorhin schon berührten Erscheinung, daß die ursprünglich als figürlich empfundenen Ausdrücke mehr und mehr als eigentliche betrachtet werden, entsprechend einer allmählichen Wandlung des Wortsinns, die dann vielfach die Entwicklung neuer Begriffsarten und somit neuer Typen des Urteilsbaues bedeutet.

Ganz ähnlich wie wir es im Gebiete der sinnlichen Begriffe gefunden hatten, ergibt sich also auch hier aus der psychologischen Natur der Begriffsbildung die Unmöglichkeit, die Typen des Urteilsbaues systematisch und erschöpfend darzustellen. Die unbegrenzte Fähigkeit, im Mannigfaltigen ein Gleichartiges wahrzunehmen und dies durch die Bildung eines Begriffes festzuhalten bringt es mit sich, daß die zusammenfassende Vorstellung realer Verhaltungsweisen an Stelle der Begriffe, in denen sie ursprünglich gedacht sind, immer wieder neue setzen kann, ohne daß für die Natur dieser Begriffe eine feste Regel oder ein begrenzender Rahmen gegeben werden könnte. Auch hier also erweist sich die eingangs gestellte Aufgabe in der Tat als unlösbar. Und wir müssen uns begnügen, den Grund, aus dem sie nicht gelöst werden, kann, deutlich zu machen.

Die obigen Darlegungen unterrichten uns im Grunde über den Bau eines auf eine möglichst kleine Zahl von Begriffen beschränkten Urteiles, über eine Form also, die wir dem zu vergleichen hätten, was wir in den vorigen Kapiteln als thetische Grundform zum Ausgang der Betrachtung genommen hatten. Es wird uns übrig bleiben, ähnlich wie wir es dort getan hatten, in allgemeiner Weise die Gestaltung eines Real-Wissens ins Auge zu fassen, das sich auf dieser Grundlage aufbaut. Man sieht sogleich, daß in vieler Hinsicht ähnliche Erscheinungen auftreten, wie wir sie vorhin für einen fest begrenzten theoretischen Begriffskreis verfolgt haben; und wir gelangen daher zu den uns hier interessierenden Punkten am einfachsten, wenn wir prüfen, wie weit oder mit welchen Modifikationen sich das dort Gefundene auf das uns hier beschäftigende Gebiet übertragen läßt. Hier zeigt sich nun zunächst, daß die dort als Verkettung bezeichneten Formen hier in ganz gleicher

Weise möglich sind und in gewissem Umfang auch vorkommen. Wenn wir sagen „es kommt dort derselbe Mann, den wir gestern gesehen haben", o. dgl., so bedienen wir uns einer Form jener Art. Beruhen nun aber im Gebiete der streng theoretischen Begriffe alle Verkettungen auf einer Identität, so ergeben sich hier, wie oben schon berührt, entsprechende Gestaltungen durch das Auftreten der weiten Klasse der *Vergleichungs-Begriffe*. Sagen wir, daß die Blütenfarbe des Heliotrops der der Veilchen ähnlich, oder daß sie von der des Enzians verschieden sei, so bedienen wir uns offenbar einer Form, die mit den verkettenden Zusammenhängen einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung in Parallele gestellt werden kann. Allerdings aber ist das Anwendungsgebiet dieser Form durch die Mannigfaltigkeit und den weiten Sinn dieser Vergleichungs-Begriffe außerordentlich erweitert. Es kommt dazu noch, daß das den Gegenstand einer Vergleichung bildende Begriffspaar von der mannigfachsten Art sein, den verschiedensten Klassen angehören kann. Nicht nur, wovon oben zunächst die Rede war, eine sinnliche Eigenschaft, einen wahrnehmbaren Gegenstand, können wir einer anderen solchen Eigenschaft, einem anderen Gegenstand ähnlich nennen, sondern auch von einem Ereignis oder Vorgang, von der Veränderung, die irgend ein Verhalten erfährt, von der Beziehung zweier Verhaltungsweisen können wir die Aehnlichkeit oder Uebereinstimmung mit irgend einem der nämlichen Klasse angehörigen Begriffe aussagen. Ja auch die zwischen zwei Vergleichungsobjekten bestehende Aehnlichkeit oder Unähnlichkeit können wir selbst wieder mit anderen Aehnlichkeiten oder Unterschieden vergleichen usw. Erinnern wir uns eines Satzes, wie etwa dessen, daß Frankreich im 18. Jahrhundert eine sehr ähnliche politische Entwicklung durchgemacht habe, wie England im 17., so wird man leicht inne, daß diese begrifflichen Formen in unserem tatsächlichen Denken eine bedeutungsvolle Rolle spielen.

Was die *Gesamtheits Begriffe* und die auf ihnen beruhenden Urteilsformen anlangt, so läßt sich gleichfalls zeigen, daß wir hier den oben ausführlich behandelten Verhältnissen in großem Umfang wieder begegnen. Auch ist die Analogie größtenteils eine so einfache und vollständige, daß wir auf eine genauere Verfolgung verzichten und uns auf die Hervorhebung einiger besonders beachtenswerter Punkte beschränken können. So sei zunächst bemerkt, daß die überwiegende Mehrzahl der hier vorkommenden allgemeinen Aussagen in dem oben dargelegten Sinn *komprehensiv* allgemein sind. Sagen wir, daß alle gewaltsamen Umwälzungen mit einem Rückschritte der Kultur verknüpft gewesen sind, so ist ersichtlich, daß eine detaillierte Darstellung für die einzelnen im Gesamtheits-Begriff vereinigten Fälle lauter individuell verschiedene Aussagen ergeben würde, und daß es deren Vereinigung in einen sie zusammenfassenden Begriff ist, die die allgemeine Aussage ermöglicht. Man bemerkt die Analogie mit dem Fall, an dem wir die Form der komprehensiv allgemeinen Aussage er-

klärten: alle Körper einer gewissen Art sind innerhalb des Raumes R, wo ja für alle Körper lauter verschiedene, jedoch dem Raume R angehörigen Orte gemeint sind. Sprechen wir ferner von allen roten Rosen, so ist damit die Gesamtheit aller gemeint, die irgend einen diesem Verschmelzungs-Begriff zugehörigen sinnlichen Eindruck hervorrufen, und man bemerkt, daß wir hier den Fall vor uns haben, den wir als eine komprehensive Gesamtheits-Definition bezeichnet hatten. Die Bezeichnung folgt dem gleichen Prinzip, wie wenn wir von allen Körpern reden, die zur Zeit t in dem Raume R waren. — Begegnen wir hier den gleichen Formen, auf die wir oben geführt worden waren, so wird dagegen zu bemerken sein, daß die komplexen Zusammenhänge im Gebiete der freien Urteilsformen eine sehr geringe Rolle spielen. Der strenge und verwickelte Zusammenhang, auf den es für sie überall ankommt, verweist sie im Wesentlichen in das Gebiet der mathematischen Begriffe, und es ist daher verständlich, daß sie eine wirklich bedeutungsvolle Entwicklung nur in einer streng theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung finden. — Von besonderem Interesse ist sodann ein Punkt, in dem sich die hier vorliegenden Bedingungen für die Bildung von Gesamtheits-Begriffen von den dort erörterten unterscheiden. Er besteht darin, daß in der besonderen Natur der Verschmelzungs-Begriffe ein weiterer und eigenartiger Ausgangspunkt dafür gegeben ist. In der Tat bezeichnet z. B. der Begriff Rot eine gewisse Gesamtheit von Empfindungen, deren Zusammengehörigkeit auf unmittelbar gegebenen psychologischen Verhältnissen beruht. Wir können solche Gesamtheiten *psychologische* nennen; und wir bemerken leicht, daß ihnen logisch eine ähnliche Funktion zukommt, wie im Begriffskreise der Mechanik den mathematischen. In einfachster Weise kommen sie ins Spiel, wenn wir direkt eine Gesamtheit dieser Art zum Gegenstande einer allgemeinen Aussage machen. So können wir wohl etwas von allen Rotempfindungen aussagen. Auch wird man die gleiche Grundlage des Gesamtheits-Begriffes erkennen, wenn z. B. von allen Tugenden, allen Temperamenten u. dgl. die Rede ist. Vor allem aber gehen die psychologischen Gesamtheiten in der als komprehensiv (oder als parallele Verknüpfung) bezeichneten Weise in die Definition realer Gesamtheit ein. Wir erwähnten vorher schon, daß, wenn wir z. B. von allen roten Rosen reden, eine solche komprehensive Bezeichnung vorliegt, die auf der dem Begriff Rot zukommenden Gesamtheits-Bedeutung beruht. Ganz das Gleiche trifft, wie eine strenge Erwägung lehrt, bei Gesamtheiten, in deren Bezeichnung ein synchytischer Begriff eingeht, ganz durchgängig zu, insofern dieser die Gesamtheit alles dessen bedeutet, was ihm seiner Bedeutung zufolge, in der Weise einer direkt evidenten Inzidenz zugerechnet wird. Sprechen wir z. B. von allen Hunden, so ist hier eine Gesamtheit von Gegenständen gemeint, die nach Maßgabe des unmittelbar sinnlichen Eindrucks jenem Begriff subsumiert werden. Wir haben es hier mit einer komprehensiv definierten realen Gesamtheit

zu tun, ähnlich wie wenn wir von allen Körpern sprechen, die zur Zeit t in dem Raum R waren. Wie in diese Definition die Gesamtheit des Raums R eingeht, so in jene die psychologische Gesamtheit sinnlicher Eindrücke, die wir dem Begriff Hund subsumieren [1].

Auf den bedeutungsvollsten Unterschied der theoretischen und der freien Urteilsformen kommen wir schließlich, wenn wir auch für diese, ähnlich wie es früher für die ersteren geschehen war, ein Real-Wissen in seiner Totalität, und damit auch das endgültige Begriffsmaterial ins Auge fassen. Wir waren dort auf das geführt worden, was wir ein rekurrierend geschlossenes Begriffssystem genannt hatten, ein Real-Wissen, das sich als eine Verflechtung der thetischen mit Identitäts- und mathematischen Beziehungen qualifiziert, und als letztes begriffliches Material nur die in eben diesen Beziehungen stehenden Begriffe des Raumes, der Zeit und des im Raum Beweglichen aufwies. Für das uns hier beschäftigende Gebiet finden wir, daß eine überaus große Zahl verschiedener Begriffe ohne Weiteres als endgültig oder bekannt betrachtet werden und in dem bedingten Sinne, in dem wir ein solches Real-Wissen überhaupt zutreffend nennen können, auch betrachtet werden dürfen. Es sind nicht nur die Begriffe des Jetzt und Hier, die in solcher Weise eine feste Anknüpfung finden, sondern es ist die Gesamtheit der Begriffsarten, die wir, dem Prinzip einer naiven Objektivierung folgend, zu einer Wirklichkeits-Bezeichnung verwenden, also in erster Linie die ganze Fülle konkreter wie genereller Gegenstands-Begriffe, ferner der Eigenschaften und des Tuns, nicht minder aber auch die unübersehbare Menge von sekundären Begriffen verschiedenster Art. Ihrer aller bedienen wir uns, ohne sie etwa im Wege einer Definition auf andere zurückführen zu können; sie alle werden als bekannt vorausgesetzt und als endgültig behandelt. Es versteht sich, daß hierdurch vor allem eine ganz außerordentliche Vereinfachung bedingt wird. Stellt doch eine theoretische Wirklichkeits-Vorstellung zufolge der verkettenden Zusammenhänge, die ihre Begriffe verknüpfen, eigentlich ein unteilbares Ganze dar, das durch die Interpretation, d. h. durch das, was es in Bezug auf die Erlebnisse des denkenden Subjekts bedeutet und ergibt, seinen endgültigen Sinn finden würde. Wie weit es möglich ist, aus ihr einzelne Teile abzusondern, denen für sich allein und direkt eine endgültige Bedeutung in diesem Sinne zugeschrieben werden kann, würde allerdings von ihrer besonderen Gestaltung und auch von den Formen jener Interpretation abhängen. Immerhin versteht sich, daß dies nur für einen sehr kleinen Teil der Fall sein wird, die überwiegende Mehrzahl aller Aussagen aber ihren Sinn nur vermöge eines verwickelten Zusammenhanges mit jenen Teilen findet.

[1] Vorausgesetzt ist hierbei natürlich, daß wir den Begriff „Hund" nicht etwa in einem wissenschaftlich definierten Sinn, sondern lediglich als Korrelat einer gewissen Gesamtheit durch ihre Gleichartigkeit sich zusammenordnender sinnlicher Eindrücke nehmen.

Im Gegensatze hierzu wird im Gebiete der freien Urteilsformen jeder Satz, der sich irgend welcher als bekannt und endgültig vorausgesetzter Begriffe bedient, auch etwas für sich Abgeschlossenes und ohne weitere Beziehungen Verständliches darstellen.

Außerdem ist es dann ja auch diese Fülle endgültiger Begriffe, die dem Real-Wissen der hier betrachteten Art seine Vielgestaltigkeit, seinen Reichtum und, wie wir wohl hinzufügen dürfen, seinen ästhetischen Reiz verleiht gegenüber der öden Trockenheit, die einem streng mechanisch-theoretisch Gedachten, wie wir es in den vorigen Kapiteln ins Auge gefaßt hatten, zukommen würde. Diesen beiden Vorzügen steht freilich das allen hier benutzten Begriffen anhaftende Maß von Unsicherheit und die darauf beruhende bedingte Gültigkeit gegenüber.

Es wird nicht überflüssig sein, hier schließlich noch darauf hinzuweisen, daß eine Anzahl ganz allgemeiner Anschauungen in Bezug auf den Bau des Urteils und seine Bedeutung, zu denen wir bei der Betrachtung der theoretischen Formen gelangt waren, sich auf Grund dessen, was wir bei den empirischen Begriffen finden, noch deutlicher und greifbarer bestätigen lassen. Als das beiden Fällen Gemeinsame können wir herausheben, daß im Urteil irgend ein Wirklichkeits-Verhalten bezeichnet oder beschrieben werden soll. Das theoretisch-mathematische Denkgebiet kennt hierfür keine andere Form als die, daß ein Körper zu irgend einer Zeit an einem Orte sei, und auf dieser Grundlage ergeben sich (in Verbindung mit den mathematischen Beziehungen) sämtliche formale Modalitäten des Urteils. So hatte sich uns der Realsatz schließlich als ein Zusammenhang der thetischen mit mathematischen und Identitäts-Beziehungen dargestellt. Anderseits stellt auch unsere obige Untersuchung im Grunde nichts anderes dar, als eine Beantwortung der Frage, in welchen Begriffen oder Begriffs-Zusammenfügungen wir eine Wirklichkeits-Beschreibung geben können. Indem wir fragten, welche Begriffs-Kombinationen zu einer Wirklichkeits-Beschreibung geeignet sind, oder wie es kommt, daß wir uns bestimmter Begriffs-Kombinationen bedienen, haben wir den Bau des Real-Urteils (soweit dies möglich ist) aufklären und auch über seine verschiedenen Modalitäten einen Ueberblick gewinnen können. Diese Betrachtung setzt sich, wie oben bemerkt, in einen gewissen Gegensatz zu der geläufigen, die in erster Linie von der Unterscheidung des Subjekts- und Prädikats-Begriffes ausgeht. Wir dürfen daher hier nochmals auf die relativ untergeordnete Bedeutung hinweisen, die dieser Unterscheidung zukommt. Auch hier können wir bestätigen, daß an denselben Satz ohne Aenderung dessen, was er bedeutet, bald dieser, bald jener Begriff durch formale Aenderungen zum Subjekts- resp. Prädikats-Begriff gemacht werden kann. Und wir überzeugen uns wiederum leicht, daß, wenn uns gewisse Formen als die naturgemäßen und geläufigen, andere als ungewohnt und gezwungen erscheinen, dies stets auf den Rücksichten der Gruppierung und Methodik beruht, von denen oben die Rede

war. Im Gebiete der freien Urteilsformen begegnen wir überdies dann auch dem klassischen Beispiel derjenigen Sätze, an denen die Unzulänglichkeit jener Auffassung zuerst bemerkt worden ist, den Impersonalien. Hat sich die gewohnte Betrachtung bei ihnen auch nicht als undurchführbar herausgestellt, so ist sie bei ihnen doch immer Schwierigkeiten begegnet, durch die man veranlaßt wurde, diese Klasse von Urteilen als in gewisser Hinsicht exzeptionelle zu behandeln. Für unsere Betrachtung stellt die einheitliche Bezeichnung des Wirklichkeits-Verhaltens, die dem unpersönlichen Urteil zugrunde liegt, eigentlich die einfachste und am unmittelbarsten verständliche Form des Real-Urteils dar. — Ganz in Parallele mit den früheren Darlegungen können wir ferner auch hier auf die relativ geringe Bedeutung der in der sprachlichen Form der Aussage herausgehobenen Satzteile hinweisen. Insofern allerdings liegen die Dinge hier etwas anders, als bei der verwickelten Natur des begrifflichen Materials nicht in jedem Satze auch jeder der überhaupt vorkommenden Begriffe enthalten zu sein braucht. So gibt es natürlich zahlreiche Sätze, die z. B. die Darstellung als eine Gleichheits-Aussage nicht gestatten. Anderseits ist denn aber auch die Anzahl von Begriffsarten, die hier durch die Aussageform hervorgehoben werden können, eine weit größere. Denselben Sachverhalt können wir als das Tun eines oder als das Leiden eines anderen Gegenstandes beschreiben usw. Besonders zu beachten ist, daß, sofern die vorhin schon berührten Vergleichungs-Begriffe in die Urteile eingehen, auch sie als Aussage hervorgehoben werden können, ebenso die Beziehung der Inzidenz, sobald das Urteil synchytische Begriffe enthält. So können wir etwa sagen, jemand habe zu der und der Zeit einen Unfall erlitten, oder auch, das Erlebnis, das ihm widerfahren, sei ein Unfall gewesen.

An die zuletzt erwähnten Begriffe haben wir noch eine weitere Bemerkung anzuknüpfen, die ebenfalls gewissen, für das Real-Urteil theoretischer Form dargelegten Verhältnissen sich anschließt. Wir betonten dort, daß z. B. die Beziehung der Gleichheit sowohl in mathematischen Reflexions-Urteilen wie in Real-Urteilen auftreten, auch in der Form der Aussage hervorgehoben werden kann. Für die allgemeine Natur des Urteils ist also die Gleichheit-Aussage nicht entscheidend; vielmehr kommt es ganz darauf an, in welcher Weise jene Begriffe definiert sind, deren Gleichheit der betreffende Satz behauptet. Ganz das Entsprechende gilt auch hier. Die Zugehörigkeit zu einem allgemeinen Begriffe (die Inzidenz), eine Aehnlichkeit, Verschiedenheit usw. kann im Sinne eines direkt evidenten Reflexions-Urteils ausgesprochen werden, aber sie kann auch ein Real-Urteil sein. Maßgebend ist, ob den erwähnten Begriffen direkt eine generell anzugebende Bedeutung zukommt, derzufolge die ausgesprochene Vergleichung oder Zugehörigkeit evident wird, oder ob sie in Anknüpfung an das tatsächlich Verwirklichte definiert sind. Sagen wir, die Zerschmetterung eines Beines

durch einen Eisenbahn-Zusammenstoß sei ein Unfall, so sprechen wir ein durch die Bedeutung dieses Begriffes gegebenes und eben ihr zufolge auch direkt evidentes Reflexions-Urteil aus, ganz ebenso, wie wenn wir eine im Augenblick empfundene Farbe Rot nennen. Sagen wir, das Ereignis, durch welches X ums Leben kam, sei ein Unfall gewesen, so haben wir es mit einem Real-Urteil zu tun. Ebenso können wir die Farbe eines Gegenstandes unter Benutzung eines Vergleichsbegriffes beschreiben (die Blütenfarbe der Gentiana ciliata ist blasser als diejenige der Gentiana verna), ein Satz, dessen Natur als Real-Urteil einleuchtet. Nennen wir dagegen von zwei gleichzeitig bestehenden Farbenempfindungen die eine heller als die andere, so ist das ausgesprochene Urteil ein Reflexions-Urteil. Ebenso können auch zwei in generellen Begriffen gedachte Vorgänge als ähnlich bezeichnet werden [1]).

Versuchen wir, die Auffassung des Real-Urteils, von der wir ausgingen, die wir der Untersuchung zugrunde legten, und die sich eben dadurch, daß sie zu bestimmten Ergebnissen führt, als eine mindestens zulässige und nicht unfruchtbare herausgestellt hat, in Kürze zusammenzufassen, in einer Weise, die auch ihre Abweichung von altgewohnten Betrachtungsweisen möglichst einfach hervortreten läßt, so könnten wir sie etwa folgendermaßen formulieren: Nicht darin, daß von einem Begriffe etwas ausgesagt wird, sondern darin, daß ein reales Verhalten beschrieben wird, haben wir die Hauptsache, das überall Unerläßliche, den Ausgangspunkt für jede speziellere Betrachtung, somit, wenn wir einmal diesen Ausdruck gebrauchen wollen, das „eigentliche Wesen" des Real-Urteils zu erblicken. Unter diesem Gesichtspunkte läßt sich verständlich machen, daß und inwieweit wir uns dabei der Zusammenfügung einer Mehrheit von Begriffen bedienen, die verschiedenen Bedeutungsklassen angehören. Und wir gelangen auf diese Weise dazu, den begrifflichen Bau des Real-Urteils festzulegen, soweit dies überhaupt möglich ist [2]).

---

[1]) Die Natur des Urteils wird stets ohne Schwierigkeit erkennbar sein, sobald das mit den einzelnen Begriffen Gemeinte sich mit genügender Bestimmtheit angeben läßt. Dies schließt nicht aus, daß zufolge der Unbestimmtheiten alltäglichen Denkens sich unter Umständen gerade auch diese Grenzen verwischen können. Auf gewisse in mancher Hinsicht besonders interessante Fälle dieser Art soll an späterer Stelle des Genaueren eingegangen werden.

[2]) Den Gründen, die die Betrachtung des Urteils von Alters her in eine andere Bahn gelenkt haben, ist natürlich hier des Genaueren nicht nachzugehen. Doch darf wohl daran erinnert werden, daß die Logik sich weit mehr an den Aufgaben einer ordnenden Einteilung als an denen einer urteilenden Beschreibung realer Verhaltungsweisen und Vorgänge entwickelt hat. Wie mir scheint, sind Spuren einer hierdurch bedingten Einseitigkeit immer noch und auch gerade in den Anschauungen über den Bau des Urteils erkennbar, wenngleich in einem großen Teil der neueren Untersuchungen wohl das Bestreben erblickt werden darf, jene Einseitigkeit auszugleichen und die Lehre vom Urteil in den dadurch gebotenen Richtungen weiter zu entwickeln. Auf diese Versuche soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden; soweit das im Rahmen dieser Darstellung überhaupt möglich ist, wird sich dazu an späterer Stelle (Kapitel 21) Gelegenheit finden.

Erheblich einfacher als für die im Bisherigen erörterten Real-Urteile von objektiver Bedeutung gestalten sich die formalen Verhältnisse für diejenigen, die direkt ein psychisches Verhalten, sei es ein eignes des urteilenden Subjektes, sei es ein fremdes bezeichnen. Gehen wir von der ursprünglichsten Art des idiopsychischen Urteils aus, derjenigen der unmittelbaren Selbstbeobachtung, dem Urteil also, das von einem jeweils bestehenden Bewußtseins-Zustand oder Vorgang Akt nimmt, so können wir an ihm zunächst einige Punkte beachten, die im Anschluß an früher Besprochenes mit wenigen Worten zu erledigen sind. Der erste ist der, daß, abgesehen von der sonstigen Zusammensetzung des begrifflichen Materials, auch in diese Urteile stets eine Zeitbestimmung eingeht. Es gilt hier genau das nämliche, was oben (S. 251) mit Bezug auf das unpersönliche Urteil erörtert wurde. Daß sie sich auf irgend eine Zeit beziehen, ist auch für die idiopsychischen unmittelbar einleuchtend; und man wird sich hierüber ebensowenig dadurch täuschen lassen, daß diese Zeitangabe sprachlich nicht durch ein bestimmtes Wort gegeben zu sein braucht, wie dadurch, daß sie bei diesen Urteilen immer die gleiche, nämlich eben das Jetzt ist. Denn abgesehen davon, daß dieses Jetzt doch im Grunde auch wenigstens meistens eine gewisse, wenn auch nur ungenau angegebene zeitliche Erstreckung bedeutet, bildet es eben doch, wie dies in der Natur der Zeitvorstellung liegt, einen Punkt innerhalb der Zeit, also einen Ausgangspunkt unserer Zeitrechnung, und setzt das jeweils Gegebene jedenfalls auch mit Vergangenem und erinnerungsmäßig Aufbewahrtem in eine Anzahl von Beziehungen. — Sodann ist, ebenfalls in Uebereinstimmung mit den früheren Darlegungen, hier hervorzuheben, daß auch das hier in Rede stehende einfachste idiopsychische Urteil nicht den jeweils gegebenen Bewußtseins-Zustand selbst in seiner individuellen Bestimmtheit, sondern einen synchytischen Begriff enthalten muß, zu dem jenes in der Beziehung der Inzidenz steht, und unter den es subsumiert wird [1]).

Wir müssen sodann auch hier wiederum an eine schon oben erwähnte und auch in diesem Zusammenhange wichtige Besonderheit der psychischen Phänomene erinnern. Sie besteht darin, daß ein bestimmter Bewußtseins-Zustand durch eine Zusammenfügung von mehreren Begriffen zu beschreiben ist. Der einfachste Fall dieser Art ist gegeben, wenn zwei Bewußtseins-Inhalte zugleich in einem unabhängigen Nebeneinander gegeben sind, wie z. B. wenn wir gleichzeitig eine Gesichts- und eine Geruchs-Empfindung haben. Weit häufiger und wichtiger ist jedoch der andere Fall, daß ein Bewußtseins-Inhalt, wiewohl er ein einheitlicher ist, doch zu mehr als einem synchytischen Begriffe in der Beziehung der Inzidenz stehen kann, also durch Subsumtion unter

[1]) Ob wir daraufhin diese Urteile als Schlüsse in Anspruch zu nehmen haben, hängt davon ab, ob wir das einfache Bewußtwerden des betr. Zustands in seiner individuellen Bestimmtheit schon als ein Urteil bezeichnen wollen. Es ist das wohl Sache einer einigermaßen willkürlichen Auffassung und bedarf jedenfalls hier keiner weiteren Erörterung.

mehrere Begriffe zu beschreiben ist. Solche psychische Zustände weisen, wie wir den gleichen Sachverhalt auch ausdrücken können, mehrere Bestimmungen auf, die in ihnen oder an ihnen in einer besonderen Verknüpfungsweise gegeben sind, und so enthält auch ihre Beschreibung eine Vereinigung von mehreren Begriffen verschiedener Art, eine Vereinigung, die nicht eine bloße Aneinanderreihung ist, und die wir im Gegensatze hierzu eine funktionelle Verknüpfung genannt hatten [1]). Hierher gehört es schon, wenn wir eine Empfindung durch einen allgemeinen Begriff unter Hinzufügung einer besonderen Bestimmung beschreiben, z. B. von einem lauten oder tiefen Ton reden. Ein besonders beachtenswerter Fall dieser Art besteht darin, daß große Gruppen von Bewußtseins-Zuständen sich als eine relativ gleichartige psychische Funktion darstellen, und demgemäß der einzelne einerseits nach dieser Gruppe, der er angehört, anderseits nach dem bezeichnet werden kann, was die spezielle Bestimmung, oder wie man dann wohl auch sagt, den Inhalt jener Funktion ausmacht. Dieser Fall liegt vor, wenn wir z. B. sagen, daß wir etwas wollen, oder etwas vorstellen, etwas mißbilligen usw. Die Bezeichnung des psychischen Vorganges zerfällt hier in die beiden Begriffe, von denen der erste die allgemeine Natur der psychischen Funktion, der zweite ihren besonderen Inhalt oder Gegenstand angibt.

Eine etwas eingehendere Besprechung erfordert schließlich noch der Begriff, der in den psychologischen Urteilen als der Träger des ausgesagten Bewußtseins-Zustandes erscheint. Ueberall werden die psychischen Phänomene, welcher Art sie auch sein mögen, und worauf sich auch ihre Beschreibung logisch gründet, gleichviel namentlich auch, ob es sich um idiopsychische oder heteropsychische handelt, einem bestimmten Subjekt zugeschrieben, das als Träger des ausgesagten psychischen Verhaltens bezeichnet wird. Die Urteile erhalten so eine begriffliche Form, die der Zusammenfügung eines Gegenstands-Begriffes mit dem von ihm ausgesagten jeweiligen Verhalten ganz ähnlich ist. Prüft man die Bedeutung jenes Begriffes, so erweist es sich als notwendig, zweierlei auseinander zu halten. In einem ersten Sinn geht er schon in die einfachsten Urteile unmittelbarer Selbstbeobachtung ein. Sagen wir „ich empfinde Schmerz", „ich sehe etwas Rotes", so kann man bei diesen Urteilen jedenfalls den Begriff des Ich von dem des ihm zugeschriebenen Zustandes trennen. Wir können diesen Ich-Begriff, der lediglich als Träger des betreffenden Zustandes gedacht, aber durch keinerlei andere Bestimmungen charakterisiert ist, einen rein formalen nennen. Auf die Frage, ob diese Zerlegung des idiopsychischen Urteils unbedingt notwendig ist, kommen wir später im Zusammenhange allgemeiner Erwägungen über die psychologischen Verhältnisse des Urteils zurück. In unserem tatsächlichen Denken kommt nun aber dem Ich-Begriff stets eine weitere Bedeutung zu. Er ist als Träger nicht allein des jeweils

[1]) Vgl. o. S. 32.

gegebenen psychischen Zustandes, sondern zugleich auch einer Reihe früherer gedacht, mit denen diese als Bestimmungen des nämlichen Subjektes in Beziehung gesetzt werden. Er bedeutet ferner auch die Verbindung mit einem, auch im objektiven Sinne bestimmten und bedeutungsvollen Begriffe, mit einem physischen Gebilde, eben unserem eignen oder einem fremden Körper. Wir können in diesem Sinne von einem empirischen Ich-Begriffe als einem Bestandteil der psychologischen Urteile sprechen. Erwägen wir Entstehung und Bedeutung dieses Begriffes, so stoßen wir auf Verhältnisse, die denjenigen der vorhin besprochenen Formen ähnlich sind. Zunächst ist es eine unmittelbar gegebene psychologische Tatsache, daß die idiopsychischen Urteile nicht allein das Verhalten eines Augenblicks betreffen, sondern auch mehr oder weniger weit zurückliegende Erlebnisse, die durch die Art, wie sie untereinander und mit dem Verhalten des gegenwärtigen Momentes verknüpft sind, etwas Einheitliches bilden. Erscheint überdies eine gewisse Summe solcher Erlebnisse als etwas Fixiertes, das sich nur durch das fortwährend neu Hinzutretende ergänzt, so ist damit die Vorstellung eines Beharrenden, das wechselnde Verhaltungsweisen oder Affizierungen zuläßt, ohne Weiteres gegeben. Würden diese Verhältnisse schon genügen, um die regelmäßige Zusammenfügung des idiopsychischen Urteils aus dem Begriff des Ich und dem des ihm zugeschriebenen Verhaltens verständlich zu machen, so kommen dazu noch einige weitere Umstände. Zunächst ist zu beachten, daß im Kreise unserer Erfahrungen andere Lebewesen vorkommen, die uns so gleichartig sind, daß wir an ihnen Bewußtseins-Erscheinungen vermuten dürfen, die den unsrigen ähnlich sind. Schon die Unterscheidung der fremden von den eigenen Erlebnissen wird darauf führen, die nämlichen psychischen Zustände als Verhaltungsweisen verschiedener Subjekte aufzufassen, oder es wird mindestens eine schon anderweit entstandene Darstellung dieser Art hierdurch in bedeutungsvollster Weise unterstützt und fixiert werden. An dem Urteil „ich empfinde Schmerz" den Begriff des Ich herauszuheben, wird natürlich dann besonderer Anlaß gegeben sein, wenn auch das Urteil, daß irgend jemand anders Schmerz empfinde, vorkommen kann und von jenem unterschieden werden muß. Endlich kommt in der gleichen Richtung auch noch der Zusammenhang mit der körperlichen Individualität in Betracht. Was diese anlangt, so bringen es bekannte und hier nicht weiter zu verfolgende Umstände mit sich, daß das einzelne Lebewesen auch im somatischen Sinne in exquisitester Weise den Gegenstands-Begriffen zugehört und im Urteil in der entsprechenden Form auftritt. Erscheinen anderseits die Bewußtseins-Vorgänge jedesmal mit einer dieser physischen Individualitäten in engste Verbindung gesetzt, so wird auch von dieser Seite her der Anlaß gegeben sein, im idiopsychischen wie im heteropsychischen Urteil den Begriff eines Subjektes abzusondern, das als Träger der betreffenden Bewußtseins-Erscheinung gedacht wird. Ganz in

Uebereinstimmung mit dem, was wir vorhin für die Gegenstands-Begriffe usw. darlegten, wäre es aber auch hier offenbar unzutreffend, wenn wir die Bedeutung dieser empirischen Subjektsbegriffe lediglich in diesen psychologischen Verhältnissen suchen wollten. In ausgeprägtester Weise besteht vielmehr auch hier das dort erörterte Verhältnis, daß ein naives Denken diesen Begriffen eine tiefergehende Bedeutung zuzuschreiben geneigt ist. Anderseits sind ja nun auch diese Begriffe für eine strenge und endgültige Wirklichkeits-Darstellung jedenfalls so nicht verwendbar, wie sie sich im naiven Denken entwickeln, schon wegen der mehr oder weniger ungeklärten Weise, wie einerseits die Verhältnisse psychologischer Kontinuität, anderseits auch die des somatischen Zusammenhanges in den empirischen Ich-Begriff eingehen. Wir werden daher auch diese Begriffe und die mit ihnen gegebene Form des psychologischen Real-Urteils paratheoretisch zu nennen haben [1]).

Im Ganzen ist nach alledem ohne Schwierigkeit die Form verständlich, die wir für das psychische Real-Urteil erhalten. Sie umfaßt in erster Linie den Begriff desjenigen Subjektes, das als Träger der auszusagenden Bewußtseins-Erscheinungen gedacht wird, und das teils durch eine ganze Reihe ihm gleichfalls zugeschriebener psychischer Vorgänge, teils durch die Beziehung zu einem körperlichen Individuum definiert ist; sie umfaßt ferner die einfache oder kombinierte Bezeichnung des behaupteten Bewußtseins-Zustandes, und endlich eine zeitliche Bestimmung. Schließlich wäre zu erwähnen, daß wir mit dieser Struktur des psychologischen Real-Urteils eine einfachste Form dargelegt haben, die ähnlich wie die thetische Grundform im theoretischen Real-Urteil den Ausgangspunkt für mannigfaltige verkettende Zusammenhänge abgeben kann, Verhältnisse, die den oben besprochenen durchaus analog sind und daher einer nochmaligen Verfolgung nicht bedürfen.

Vierzehntes Kapitel.

Die Verneinung.

Total-Ablehnung. Partielle Verneinungen. Exklusions- und Oppositions-Begriffe. Allgemeine Ergebnisse in Bezug auf den begrifflichen Bau des Urteils. Abgrenzung bejahender und verneinender Sätze.

Die in den vorigen Kapiteln gewonnenen Ergebnisse über den begrifflichen Bau der Real-Urteile erfordern eine Ergänzung mit Rücksicht auf gewisse der Logik von alters her geläufige, vorzugsweise zur Unterscheidung verschiedener Urteilsarten führende Betrachtungen. Handelt es sich dabei um ganz allgemeine, nicht allein die Real-Urteile betreffende Verhältnisse, so werden wir doch zweckmäßig schon an die-

[1]) Hiermit ist natürlich nicht ausgeschlossen, daß auch in einer endgültigen, d. h. streng theoretischen Form die psychologischen Urteile sich in ähnlicher Weise darstellen würden. Ob dies der Fall ist, hängt von den formalen Verhältnissen unseres Wirklichkeits-Denkens ab, die wir bei den Interpretations-Prinzipien erörtert haben.

ser Stelle auf sie eingehen, da uns die obigen Darlegungen über die Real-Urteile eine dafür genügende Unterlage geben, anderseits die formale Untersuchung der mathematischen und der logischen Reflexions-Urteile durch die Voraus-Erledigung dieser Gegenstände erleichtert wird. Es wird hier überall hauptsächlich zu prüfen sein, ob es sich um inhaltlich besondere, den bisher betrachteten gegenüberzustellende Urteilsarten oder um besondere Gestaltungen des z. B. in ein Real-Urteil eingehenden begrifflichen Materials handelt. An erster Stelle sei hier das verneinende Urteil in Betracht gezogen.

Auf den ersten Blick könnte man wohl meinen, die ganze Lehre von der Verneinung mit einer einfachen und summarischen Feststellung erledigen zu können: allemal lasse sich, wie unmittelbar einleuchte, der Aussage, daß sich irgend etwas irgendwie verhalte, die entgegengesetzte, es verhalte sich nicht so, gegenüberstellen. Die Gesamtheit aller möglichen verneinenden Urteile würde demnach derjenigen der bejahenden genau entsprechen. Es würde sich hiernach auch von selbst verstehen, daß jedes verneinende Urteil hinsichtlich der Behauptungsart dem entsprechenden bejahenden gleichzustellen sei; so würde die Verneinung eines realen Verhaltens auch als eine Real-Aussage, die Verneinung einer mathematischen oder logischen Beziehung auch als ein mathematisches oder logisches Urteil zu betrachten sein, usw. Die Verneinung würde dabei als ein besonderer Begriff, übrigens von endgültiger, nicht weiter zu erläuternder und überall gleicher Bedeutung zu dem sonstigen begrifflichen Material des Urteils hinzutreten können. Eine Stütze würde diese Auffassung in der hergebrachten formalen Betrachtung des Urteilsfinden, indem man sagt, der Prädikats-Begriff könne eben dem Subjekts-Begriff entweder zu- oder abgesprochen werden. — Daß die Dinge nicht ganz so einfach liegen, ergibt jedoch schon die Erwägung der einigermaßen verwickelten Zusammenhänge, die der Schul-Logik über die Verneinung allgemeiner und partikulärer Sätze geläufig sind. Ueberdies zeigt auch eine etwas genauere Prüfung solcher Sätze, wie sie im gewöhnlichen Denken tatsächlich vorkommen, daß die Dinge insofern sich verwickeln, als jedenfalls sehr häufig Verneinungen eines Urteils in mehr als einem Sinne möglich sind [1]). Es möge jemand den unrichtigen Satz ausgesprochen haben, daß Moltke in Rostock geboren sei. Wer dies verneint, wird im Allgemeinen damit sagen wollen, daß Moltke nicht in Rostock, sondern irgendwo anders geboren sei. Der

[1]) Die Notwendigkeit, verschiedene Arten des verneinenden Urteils auseinander zu halten, ist namentlich von Windelband betont worden (Beitrag zur Lehre vom negativen Urteil. Straßburger Abhandlungen zur Philosophie, Zeller gewidmet. 1884.), der dabei an den für ihn im Mittelpunkt des Interesses stehenden Begriff der Allgemeingültigkeit anknüpft. Veranlassen uns unsere Betrachtungen dazu, diese Unterscheidungen in wesentlich anderer Weise durchzuführen, so haben wir in den Darlegungen Windelbands doch den Hinweis auf eine logische Aufgabe von großer Bedeutung als sehr wertvolle Anregung zu begrüßen.

Sinn dieser Verneinung bestimmt sich dadurch, daß an dem Inhalt des bestrittenen Satzes doch in gewissem Umfange festgehalten wird. Auch die verneinende Behauptung geht davon aus, daß ein Mann von den Eigenschaften und Geschicken, die wir unter jenem Namen verstehen, wirklich existiert habe, daß er geboren worden sei, daß auch eine den Namen Rostock führende Stadt vorhanden sei. Denkbar aber ist, wenn auch unserer Gewöhnung fernerliegend, eine viel radikalere Verneinung jenes Satzes, eine Verneinung, die es bestritte oder in Frage zöge, ob ein Mann, wie wir ihn unter der Bezeichnung Moltke verstehen, überhaupt existiert habe, ob es einen Ort Rostock gibt usw. Es zeigt sich also, daß im allgemeinen Verneinung eines Satzes in mehr als einem Sinne vorkommen kann, und es wird dadurch eine genaue Prüfung dessen, was eine verneinende Aussage bedeutet, und der mit ihr zusammenhängenden logischen Verhältnisse erforderlich.

Eine hierauf gerichtete Erwägung bestätigt nun vor Allem, was das obige Beispiel bereits erkennbar machte, daß wir unter dem allgemeinen Begriff der Verneinung oder verneinender Sätze mancherlei Verschiedenes zusammenzufassen gewohnt sind, was eine strengere Betrachtung auseinanderhalten muß. Ich stelle hier an die Spitze den in logischer Hinsicht einfachsten Fall, für den ich den Namen einer Ablehnung oder Total-Verneinung benutzen möchte. Ablehnung eines Urteils können wir es nennen, wenn überhaupt bestritten wird, daß in einer bestimmten Begriffs-Verbindung ein zutreffendes Urteil zu erblicken sei. Wir werden in diesem Sinne nicht nur einen Satz ablehnen, der, wie das vorher angeführte Beispiel, etwas Unrichtiges aussagt, sondern auch Sätze, die z. B. in der Form eines mathematischen Urteils sich widersprechender oder mathematisch unmöglicher Begriffe bedienen, Real-Sätze, die sich auf Begriffe erstrecken, denen etwas Wirkliches gar nicht entspricht u. dgl. Es ist aber zu beachten, daß, rein logisch genommen, jedem Satze gegenüber eine solche Ablehnung möglich erscheint. Sie stellt, wie ersichtlich, den allgemeinsten, den umfassendsten Sinn dar, in dem verneint werden kann; auch sind es die Verneinungen dieser Art, die (der Vergleich mit den anderen Arten wird dies noch schärfer heraustreten lassen) in besonders prägnantem Sinne rein negativ genannt werden können. — Hiermit hängt es zusammen, daß wir diese Ablehnungen auch nicht ohne weiteres der gleichen Urteilsart zurechnen dürfen, der das abgelehnte Urteil angehört oder anzugehören scheint. Ein Satz freilich, der irgend ein bestimmtes Wirklichkeits-Verhalten verneint, d. h. als nicht realisiert bezeichnet (hierauf kommen wir sogleich zurück), wird immer noch über die Gestaltung der Wirklichkeit etwas Bestimmtes aussagen und somit ein Real-Urteil zu nennen sein. Soll dagegen die Verneinung auch bestreiten, daß der Satz ein zutreffendes Reflexions-Urteil wäre, und soll sie auch diejenige Ablehnung einschließen, die etwa gegenüber einem Satze angebracht wäre, der in der Form des Real-Urteils Begriffe benutzte,

die zur Bezeichnung eines Wirklichkeits-Verhaltens gar nicht geeignet sind, so erhält sie offenbar einen so weiten und so Verschiedenartiges zusammenfassenden Sinn, daß wir sie einer bestimmten Urteilsart nicht mehr zurechnen können.

Es ist, wie schon bemerkt, selbstverständlich, daß jede in der Form eines Urteils auftretende Begriffs-Verbindung in diesem allgemeinsten Sinne abgelehnt werden kann; nicht minder freilich auch einleuchtend, daß die in unserem Denken vorkommenden Verneinungen meist nicht von dieser Art sind.

Schon wenn wir nach der Schulformulierung davon ausgehen, daß im negativen Urteil einem Begriff irgend ein Merkmal abgesprochen werde (diese Rose ist nicht rot), so erkennen wir, wie bei dem Sinn, in dem wir diesen Satz nehmen, stillschweigend die Annahme gemacht wird, daß das Subjekt einen tatsächlich existierenden Gegenstand, das Prädikat ein Merkmal bezeichne, das Gegenständen dieser Art zukommen und abgehen kann. Ueberall also ist der Sinn, in dem wir den verneinenden Satz tatsächlich nehmen, spezieller als der einer völligen Ablehnung des bejahenden Satzes. Es ist für alle diese, im alltäglichen und im wissenschaftlichen Denken figurierenden Verneinungen charakteristisch, daß die Verneinung einem bestimmten, in den Satz eingehenden und als Bestandteil desselben herauszuhebenden Begriff gilt. Diese Rose „ist nicht rot"; das Merkmal der Röte ist ein dieser Rose „nicht zukommendes". Wir können diese Fälle als Partial-Verneinungen bezeichnen. Sie unterscheiden sich von der Total-Verneinung zunächst dadurch, daß die übrigen in den Satz eingehenden begrifflichen Bestandteile in der gleichen Bedeutung, die ihnen der positive Satz zuschreibt, anerkannt und festgehalten werden. Vor allem aber müssen wir beachten, daß dem verneinten Begriff eine Bedeutung zukommt, die wir der des positiven qualitativ gleichartig nennen dürfen, und daß demgemäß auch der den negativen Begriff enthaltende Satz einen dem positiven gleichartigen Sinn besitzt und als Urteil von derselben Art bezeichnet werden kann. Um die hier bestehenden Verhältnisse vollkommen zu übersehen, ist daher eine genauere Erwägung dieser negativen Begriffe erforderlich. Eine solche ergibt nun, daß wir auch innerhalb dieser Klasse wiederum mehrerlei Verschiedenes auseinanderzuhalten haben. Erwähnen wir zunächst denjenigen Fall, der gewissermaßen den stärksten Gegensatz zur Total-Verneinung bildet und der wegen der großen Rolle, die er in unserem Denken spielt, sowie auch wegen seiner theoretischen Durchsichtigkeit vorangestellt zu werden verdient. Wenn wir den Satz, daß sich der Körper K zur Zeit t im Raum R befinde, verneinen, so kann dies und wird es in den meisten Fällen so gemeint sein, daß der Körper nicht in R sondern anderswo sei. Die Natur unserer Raum-Vorstellung bringt es mit sich, daß nach Ausscheidung des Raumes R etwas ganz Bestimmtes, wenn auch Unbegrenztes, als Rest übrig bleibt, und somit auch der Begriff „nicht R" als Be-

zeichnung eines Raumstückes einen bestimmten Sinn hat. Wir können einen Begriff dieser Art einen Exklusions-Begriff nennen. Da es außerdem wünschenswert ist, für ein Paar von Begriffen, von denen der eine in der dargelegten Weise den nach Ausscheidung des anderen verbleibenden Rest bedeutet, eine kurze Bezeichnung zu haben, so will ich solche Begriffe zueinander komplementär nennen. Ebenso können wir auch Sätze, in denen an gleicher Stelle komplementäre Begriffe figurieren, als komplementär bezeichnen. Das uns beschäftigende Urteil, — „K ist zur Zeit t nicht in R" — ist also (so wie es tatsächlich gemeint ist) durch die Benutzung eines Exklusions-Begriffes charakterisiert; und es ist zu dem anderen „K ist zur Zeit t in R" komplementär.

Für solche in Exklusions-Begriffen sich bewegende Verneinungen können wir leicht zahlreiche und verschiedenartige Beispiele aufweisen. Ihre Bedeutung im mathematischen Begriffskreise ist durch das eben erwähnte Beispiel genügend gekennzeichnet; es versteht sich, daß man, wie räumliche Gebilde, so auch Zeitstrecken und Zahlen-Gesamtheiten in solchen Exklusions-Begriffen bezeichnen kann. Wichtiger ist es, daß wir auch im Gebiete der empirischen Real-Begriffe im größten Umfange dem gleichen Verhalten begegnen. Verneinen wir, daß ein Gegenstand blau sei, so gehen wir im allgemeinen, ganz analog dem vorher betrachteten Falle, nicht nur von der Annahme aus, daß der genannte Gegenstand tatsächlich existiere, sondern auch von der, daß ihm irgend eine Farbe zugeschrieben werden könne. Und zu dem „Nicht-Blau", was wir demgemäß von ihm aussagen, und welches eine gewisse, zwar große, aber doch angebbare Mannigfaltigkeit anderer Farben umfaßt, steht das Blau in einem ganz ähnlichen Verhältnis wie ein bestimmtes Raumstück zu dem außerhalb desselben verbleibenden Rest. Wir werden freilich hinzufügen müssen, daß die große Mannigfaltigkeit empirischer und psychologischer Begriffe zahlreiche Gebiete schafft, in denen die Exklusions-Begriffe weit unbestimmter sind als die hier eben beispielsweise erwähnten. So wird, wenn wir ein Werkzeug „nicht brauchbar", ein Verfahren „nicht zuverlässig", einen Gedanken „nicht fruchtbar" nennen u. dgl., im allgemeinen zwar auch ein gewisses per exclusionem sich ergebendes Verhalten behauptet sein; aber die genauere Prüfung läßt leicht erkennen, daß diese Exklusions-Begriffe, entsprechend der Unbestimmtheit des exkludierten Begriffes sowie des ganzen Gebietes, aus dem ein gewisser Teil ausgeschieden wird, hochgradig unbestimmte sind.

Erwägen wir die logische Natur derjenigen Sätze, in die ein derartiger Exklusions-Begriff eingeht, so bringt es die Gleichartigkeit der komplementären Begriffe mit sich, daß komplementäre Sätze stets der gleichen Urteils-Klasse angehören. Wird in einem Real-Urteil irgend ein Begriff durch den zu ihm komplementären ersetzt, so erhalten wir wieder ein Real-Urteil usw. Auch in formaler Hinsicht sind offenbar

diese verneinenden Sätze den entsprechenden bejahenden ganz gleichartig. Sie unterscheiden sich von ihnen nur durch eine bestimmte Art begrifflicher Bezeichnung, eben durch die Exklusion, also durch den Begriff eines R e s t e s, der nach Ausscheidung eines bestimmten Teils einer gewissen Gesamtheit verbleibt. Wir haben es also hier mit einer Erweiterung des begrifflichen Materials, mit einer besonderen, eben durch die Natur einer Anzahl unserer Vorstellungen ermöglichten Bezeichnungsweise zu tun. Betrachtet man die Dinge unter diesem Gesichtspunkt, so kann es zweifelhaft erscheinen, ob die eines Exklusions-Begriffes sich bedienenden Sätze überhaupt den Verneinungen zuzurechnen sind. Wir kommen auf diesen Punkt unten noch zurück.

Fassen wir noch einen Augenblick das Verhältnis der Total-Negation eines Satzes zu einem ihm gegenüberzustellenden komplementären Satz ins Auge. Es ist hier namentlich zu beachten, daß aus der Total-Negation nicht ohne weiteres die Richtigkeit des komplementären Exklusionssatzes folgt. So wird der Satz, daß die Gattin Kants in Königsberg begraben sei, als unrichtig abzulehnen sein, ohne daß darum der andere, sie sei außerhalb Königsberg begraben, zutreffend wäre. Hierauf beruht es, daß, während für Bejahung und Total-Negation das bekannte alternative Verhältnis besteht, jeder Satz entweder zutreffen oder ungültig sein muß, dies auf ein komplementäres Urteilspaar nicht ohne weiteres übertragen werden darf. Vielmehr kann es vorkommen, daß ein Satz und ein ihm gegenüberzustellender komplementärer b e i d e ungültig und abzulehnen sind. Aus der Ablehnung eines Satzes können wir demgemäß auf die Geltung eines zu ihm komplementären nicht ohne weiteres, sondern nur unter gewissen Voraussetzungen schließen. Sie bestehen, allgemein gesprochen, darin, daß der oder die beiden Sätzen gemeinsamen Begriffe überhaupt sinnvolle (nicht etwa widersprechende) sind und daß, ihrer Bedeutung zufolge, von der ganzen Gesamtheit, zu der die komplementären Begriffe sich ergänzen, irgend ein Element für sie zutreffen muß. In unserem tatsächlichen Denken wird diese Voraussetzung zwar in der Regel gegeben sein, die allgemeine logische Betrachtung hat aber auch mit der Möglichkeit ihres Fehlens zu rechnen. — Anderseits bedingt auch die Geltung eines einen Exklusions-Begriff enthaltenden Satzes nicht ohne weiteres die Ungültigkeit dessen, zu dem er komplementär ist; ganz im Allgemeinen können auch zwei ein komplementäres Paar bildende Sätze beide richtig sein. So können wir sagen, daß K in O zu einer von t verschiedenen Zeit gewesen sei, was nicht ausschließt, daß es zur Zeit t gleichfalls dort war. Natürlich kann in solchen Fällen der den Exklusionsbegriff enthaltende Satz nicht als Verneinung ausgedrückt werden; vielmehr müssen wir den Restbegriff ausdrücklich als solchen bezeichnen („eine von t verschiedene Zeit" u. dgl.)

Die Zusammenfügung des Urteils aus mehreren Begriffen bringt es, wie hier endlich noch zu erwähnen ist, mit sich, daß ein Satz eine

Anzahl verschiedener Exklusions-Verneinungen gestatten kann, deren Auseinanderhaltung unter Umständen von Wichtigkeit ist und einige Aufmerksamkeit erfordert.

Den auf der Benutzung eines Exklusions-Begriffes beruhenden Partial-Verneinungen können wir eine zweite, in vieler Hinsicht ähnliche, in manchem Betracht aber doch auch abweichende Art gegenüberstellen. Zwei Urteile können z. B. in der Beziehung zueinander stehen, daß die Geltung des einen die des anderen mit logischer Notwendigkeit in sich schließt, eines das andere „fordert". Das Bestehen einer solchen Beziehung können wir behaupten oder verneinen, dem bejahenden Urteil „die Geltung von A schließt diejenige von B ein" die negative, es sei dies nicht der Fall, gegenüberstellen. Die Art der Verneinung, die hier stattfindet, ist der vorhin erörterten insofern gleichartig, als auch hier die Verneinung e i n e m b e s t i m m t e n B e g r i f f gilt, und die verneinende Aussage mit Bezug auf die festgehaltenen Bestandteile des Urteils eine ganz bestimmte Bedeutung besitzt, derzufolge wir den Satz von einer Total-Ablehnung zu unterscheiden haben. Aber (in Bezug auf diesen Punkt unterscheidet sich der vorliegende Fall von dem des Exklusions-Begriffs) es handelt sich hier nicht um eine Reihe von Verhaltungsweisen, aus der durch Verneinung ein gewisses Gebiet ausgeschlossen wird; vielmehr kommt sowohl der Bejahung wie der Verneinung eine ganz scharfe und typische, nicht weiter erläuterbare Bedeutung zu. Wir können dies so ausdrücken, daß wir der Bejahung und Verneinung ein Oppositions-Verhältnis zuschreiben, oder bejahenden und verneinenden Begriff als O p p o s i t i o n s - B e g r i f f e bezeichnen.

Man sieht sogleich, daß unser Denken eine große Zahl von Begriffen aufweist, die in ähnlichem Sinne eine Oppositions-Verneinung zulassen. Auch daß die Geltung eines Satzes mit der eines anderen v e r e i n b a r sei, daß einer einen anderen a u s s c h l i e ß e, kann in ähnlicher Weise bejaht und verneint werden. Als besondere Fälle eben dieser logischen Beziehungen können wir die Begriffe der Möglichkeit und Unmöglichkeit, Notwendigkeit und Nicht-Notwendigkeit im nomologischen Sinne anschließen. Die gleiche Betrachtung läßt sich ferner auch auf eine Reihe mathematischer Begriffe (Gleichheit und Nicht-Gleichheit) anwenden, nicht minder aber auch auf einige den Real-Urteilen angehörige. So können wir jedenfalls die Begriffe der Existenz und des Nicht-Existierens, der Verwirklichung und der Nicht-Verwirklichung einander gegenüberstellen. In allen diesen Fällen, — das ist das, worauf es ankommt, — besitzt auch die Verneinung einen ganz bestimmten und typischen Sinn.

Auch mit den Oppositions-Begriffen haben wir einen Punkt berührt, in dem wir unsere frühere Darlegung vom formalen Bau der Urteile zu ergänzen haben. Ganz ebenso wie die Exklusionssätze uns veranlaßten, als eine Eigentümlichkeit des Begriffs-Materials hervorzu-

heben, daß es eine Reihe mehr oder weniger scharf bestimmter Gesamtheiten aufweist, von denen wir einen Teil als den nach Ausscheidung eines anderen verbleibenden Rest bezeichnen können, so begegnen wir hier der Tatsache, daß eine Anzahl von Begriffen solche ihnen gegenüberzustellende von gleichfalls scharfer und typischer Bedeutung aufweist. Und wir werden dabei noch hinzuzufügen haben, daß, wie die zunächst in Betracht gezogenen positiven, so auch die ihnen gegenübergestellten Oppositions-Begriffe, und ebenso schließlich auch das zwischen ihnen bestehende Verhältnis, d. h. also der hier gemeinte Begriff der Verneinung etwas Endgültiges bedeutet und eine weitere Erläuterung nicht gestattet und auch nicht verlangt. — Auch mit Bezug auf die Oppositions-Verneinungen haben wir noch einige Bemerkungen hinzuzufügen. Zunächst ist zu beachten, daß sie, ganz ebenso wie die Exklusionssätze, keine neuen Urteilsarten darstellen, sondern durch gewisse Besonderheit des in unsere Urteile eingehenden begrifflichen Materials charakterisiert sind. Der Satz, daß irgend ein Verhalten nicht verwirklicht sei, ist offenbar ein Real-Urteil, der Satz, daß irgend ein Urteil ein anderes „nicht fordere", ein logisches Reflexions-Urteil usw. — Was die Beziehungen der Oppositions-Verneinung zu den anderen Formen der Negation anlangt, so ist zunächst zu beachten, daß sich aus der Total-Negation, wie die Exklusions-Verneinung, so auch eine Oppositions-Verneinung nicht ganz ohne weiteres ergibt. Ein Satz kann ungültig sein, ohne daß seine Oppositions-Verneinung zutreffend wäre. Die Behauptung eines Wirklichkeits-Verhaltens z. B., die sich in Begriffen bewegte, die widersprechend oder zur Bezeichnung einer Realität gar nicht geeignet sind, wird abzulehnen sein, ohne daß wir darum behaupten dürften, jenes Verhalten sei „nicht verwirklicht". Vielmehr wird diese verneinende Behauptung gleichfalls abzulehnen sein. Auch hier müssen gewisse, leicht angebbare Voraussetzungen erfüllt sein, damit aus der Ungültigkeit eines Satzes auf das Zutreffen der Oppositions-Verneinung geschlossen werden darf. — Anders als für die Exklusionssätze liegen dagegen die Verhältnisse hier insofern, als zwei im Oppositions-Verhältnis stehende Sätze niemals beide gültig sein können, was der Sinn der Oppositions-Begriffe in direkt evidenter Weise mit sich bringt. Aus der Oppositions-Verneinung eines Satzes ergibt sich also stets auch seine Ungültigkeit im Sinne einer Total-Verneinung. Zu den Exklusionssätzen steht die Oppositions-Verneinung ebensowenig wie die Total-Negation in einem festen Verhältnis. Hierauf beruht es, daß ebenso, wie die Auseinanderhaltung verschiedener Exklusions-Verneinungen gelegentlich von Wichtigkeit ist, so auch zuweilen einige Aufmerksamkeit darauf gerichtet werden muß, ob die Negation eines Satzes im Sinne eines Exklusionssatzes oder in dem einer Oppositions-Verneinung gemeint ist.

Ueberblickt man die Verhältnisse unseres tatsächlichen Denkens in einiger Vollständigkeit, so bemerkt man, daß es Fälle gibt, in denen eine Verneinung sicher der einen oder der andern jener Bedeutungen angehört, nicht selten aber auch solche, in denen das eine oder das andere der Fall sein, der Sinn der Verneinung daher einigermaßen zweifelhaft werden kann. Sagen wir: der Vater ist nicht in seinem Zimmer, so besteht über die Existenz des Subjekts-Begriffs im Allgemeinen kein Zweifel, ebensowenig darüber, daß ihm im gegenwärtigen Zeitpunkt irgend ein Ort zukommt. Es hat daher auch kein Bedenken, den Satz in dem speziellen Sinne einer Exklusions-Aussage (der Vater ist anderswo als in seinem Zimmer) zu nehmen. Sagen wir : Ich habe den X heute nicht gesehen, so wird der Gedanke an ein anderweitiges Verhalten meiner optischen Empfindungen dabei kaum hervortreten; man wird den Satz daher zutreffend als die Aussage auffassen, daß ein bestimmtes Verhalten nicht verwirklicht sei, d. h. als Oppositions-Verneinung. Wenn dagegen der Satz, daß der Gesang des X dem NN. sehr gefallen habe verneint oder bestritten wird, so erscheinen beide Auffassungen möglich, und es ist notwendig, sie auseinanderzuhalten. Die Meinung kann die sein, daß (lediglich im Sinne einer Oppositions-Verneinung) das ganz bestimmte in jenem Satze erwähnte Verhalten als nicht realisiert bezeichnet wird, wobei die Möglichkeit offen bleibt, daß NN. den X gar nicht gehört habe. Dagegen würde eine auf den Begriff des Gefallens gerichtete Exklusions-Verneinung eine als „Nichtgefallen" zu bezeichnende Beurteilung behaupten.

Bei der Betrachtung der Oppositions-Verneinungen waren wir zunächst davon ausgegangen, daß gewissen einfachen und endgültigen Begriffen ihre Verneinungen gegenübergestellt werden können. Eine Erweiterung erfährt das Gebiet dieser Negationen zunächst dadurch, daß zwischen diesen verschiedenen Begriffen eine Reihe innerer Beziehungen stattfindet. Der einfachste Fall ist durch die Beziehungen gegeben, in denen die Oppositions-Begriffe des Gestattens und Ausschließens zueinander stehen. Daß ein Satz A einen andern B gestatte, ist gleichbedeutend damit, daß er B nicht ausschließe, d. h. mit der Oppositions-Verneinung des Satzes „A schließt B aus". Die beiden Paare von Oppositions-Begriffen (Ausschließen und Nichtausschließen, Gestatten und Nichtgestatten) sind also untereinander gleichwertig. Wenn ferner der Satz A den andern B fordert, so schließt es die Nichtgeltung von B aus; die Ausschließung eines Nicht-Geltens ist mit dem Begriffe des Forderns identisch. Entsprechend deckt sich dann der Oppositions-Begriff des Nicht-Forderns mit dem, daß A die Nicht-Geltung von B gestatte usw., und wir können demgemäß auch „Fordern" und das „Gestatten der Nicht-Geltung" als Oppositions-Begriffe betrachten.

Eine etwas andersartige Erweiterung des Gebietes ergibt sich sodann aus dem Umstande, daß gewisse Modalitäten urteilender Verknüpfung selbst in einem Oppositions-Verhältnis ganz der gleichen Art stehen, wie etwa das zwischen Verwirklichung und Nicht-Verwirklichung. Wir kommen damit auf die bekannten in der Schullogik behandelten Beziehungen allgemein und partikulär bejahender und verneinender Sätze. Wir können auch hier von gewissen direkt

evidenten Beziehungen logischer Ausschließung ausgehen, die sich den Oppositions-Verhältnissen anreihen lassen. Gilt für alle Begriffe der *A*-Gesamtheit die Aussage *B*, so kann dieselbe nicht für irgend welche Glieder jener Gesamtheit unzutreffend sein. Durch den Satz: „alle *A* sind *B*" wird die Verneinung von *B* für irgendwelche *A*, d. h. die Ungültigkeit irgend eines der aus der Verknüpfung irgendwelcher *A* mit dem Prädikat *B* zu bildenden Sätze ausgeschlossen. Und umgekehrt: ist *B* für irgend welche *A* zu verneinen, so kann es nicht für alle *A* zutreffend sein. Entsprechend wird durch den allgemein verneinenden Satz, daß *B* für kein *A* gilt, die partikuläre Bejahung, daß es für irgend welche *A* gelte, ausgeschlossen. Die hier vorliegenden Zusammenhänge sind dem bisher behandelten der Oppositions-Begriffe durchaus ähnlich und lassen sich auf die gleiche Form bringen, wenn wir jene Sätze in passender Weise umgestalten und gewisse, die Formen urteilender Verknüpfung bezeichnende Begriffe herausheben. Schon oben wurde die Formulierung allgemeiner Sätze erwähnt, daß ein Merkmal α durchgängig mit einem andern β verknüpft ist. Wir hatten auch diesen Zusammenhang von Merkmalen als reales *Fordern* bezeichnet, und ebenso wurde der Inhalt des partikulären Urteils in der Form ausgedrückt, daß ein Merkmal ein anderes real *gestatte*[1]). Wir können für die uns hier beschäftigenden verneinenden Sätze die entsprechenden Bezeichnungen einführen und sagen, daß ein Merkmal ein anderes ausschließe oder daß es das Fehlen eines anderen gestatte. Wir erhalten alsdann ein Oppositions-Verhältnis zwischen dem Ausschließen und Gestatten, zwischen dem Fordern und dem Gestatten des Fehlens. Wollen wir den Sachverhalt ohne Benutzung solcher zusammenfassender Begriffe bezeichnen, so müssen wir sagen, wie es auch vorhin schon ausgedrückt wurde, daß gewisse Modalitäten urteilender Verknüpfung (in welche übrigens die Verneinung selbst eingeht) in einem Oppositions-Verhältnis stehen, das dem der zuerst behandelten Begriffspaare gleichartig ist. Auch hier ist demgemäß leicht zu bestätigen, was vorhin allgemein bezüglich der Oppositions-Verneinungen ausgeführt wurde. So ist zu beachten, daß auch hier die Totai-Verneinung eines Satzes den Oppositionssatz nicht ganz ohne Weiteres, sondern nur unter gewissen, wiederum leicht übersehbaren Voraussetzungen ergibt. Bedeutete der Ausdruck „alle *A*" gar keine Gesamtheit, oder wären alle Elemente derselben von der Art, daß für sie weder die Bejahung noch die Verneinung von *B* ein gültiges Urteil ergäbe, etwa beides sinnlos wäre, so würden wir auch aus der Ablehnung des Satzes „alle *A* sind *B*" nicht folgern dürfen, daß einige *A* nicht *B* sind. — Auch hier haben wir es mit direkt evidenten Beziehungen zu tun, die zwischen den Begriffen der Bejahung und Verneinung einerseits, und denjenigen, die den Sinn der allgemeinen oder diluierten Sätze bestimmen, (alle, einige) auf der anderen Seite stattfindet. Sie

[1]) Vgl. o. S. 230 und 236.

bringen es mit sich, daß die Bejahung des allgemeinen Satzes die Ungültigkeit irgend welcher der in ihm zusammengefaßten Aussagen ausschließt, die Verneinung des diluierten die Ungültigkeit *sämtlicher* durch die Unbestimmtheit seines Sinnes zugelassener Verhaltungsweisen bedeutet usw.

Wir müssen an dieser Stelle noch einen weiteren Umstand berühren, auf den wir hier erstmals geführt werden, der aber von weitergehender Bedeutung ist und uns wiederholt beschäftigen wird. Die Ausdrücke, daß von zwei Merkmalen eines allgemeinen Begriffes eines das andere fordere oder gestatte, hatten wir oben zunächst für Real-Urteile eingeführt, und wir hatten demgemäß auch von einem *realen* Fordern usw. gesprochen. Auch das hier soeben Dargelegte kann also zunächst auf die Begriffe in diesem spezielleren Sinne bezogen werden. Schon innerhalb dieses Rahmens können wir unterscheiden, ob es sich bei den Aussagen des Forderns und Ausschließens um einen Satz nomologischen Inhalts oder um einen allgemeinen Satz anderer Art handelt und demgemäß von einem *nomologischen* Fordern usw. oder einem solchen im weiteren realen Sinne sprechen. Sodann aber ist hier hinzuzufügen, daß auch Reflexions-Urteile mathematischen sowie logischen Sinnes sich ganz ähnlich in der Form allgemeiner Sätze darstellen, Verhältnisse, auf die zwar erst in späterem Zusammenhange einzugehen ist, die jedoch selbstverständlich genug sind, um gleich hier in Betracht gezogen zu werden. Es versteht sich, daß solchen Sätzen in ganz der gleichen Weise die Form gegeben werden kann, daß ein Merkmal ein anderes fordere (ausschließe oder gestatte). Demgemäß können wir denn auch von einem *logischen* oder *mathematischen* Fordern usw. reden. Der besonders hervorzuhebende Umstand ist nun der, daß die uns hier beschäftigenden logischen Verhältnisse der Verneinung, namentlich die Oppositions-Beziehung zwischen Ausschließen und Gestatten, zwischen Fordern und dem Gestatten des Fehlens, in einem allgemeinen, für alle jene Bedeutungen übereinstimmend geltenden Sinne betrachtet und dargestellt werden können. Es ist hierfür ohne Belang, ob der allgemeine Satz ein Reflexions- oder ein Real-Urteil, im ersteren Falle, ob er mathematischer oder logischer, im letzteren, ob er nomologischer oder nicht nomologischer Natur ist. Ebenso ist es ohne Bedeutung, ob die partikulären Sätze diluierte Real-Urteile sind, oder wie etwa die Sätze „einige Urteile sind verneinend, einige Dreiecke sind rechtwinklig", eine logische oder mathematische Möglichkeit behaupten. Wir begegnen hier der Tatsache, daß Aufstellungen gemacht werden können, die von unserer, als fundamental betrachteten Unterscheidung der Urteilsarten nicht Notiz nehmen, für die also diese ohne Belang zu sein scheint. Um die Bedeutung dieses Umstandes richtig zu würdigen, müssen wir jedoch im Auge behalten (was später an den entsprechenden Stellen wiederum zu betonen sein wird), daß die Begriffe, in denen diese Aufstellungen sich bewegen (so hier diejenigen des For-

derns usw.) in ihrem ganz allgemeinen, logische, mathematische und reale Verknüpfung zusammenfassenden Sinne, keine endgültigen sind. Die Frage nach ihrer Bedeutung ist keineswegs als unbeantwortbar abzulehnen; sie führt uns vielmehr direkt auf die Einzelfälle; und diese, das logische, mathematische, reale Fordern, sind es, die wir als endgültige Begriffe in Anspruch nehmen dürfen oder auf endgültige Begriffe zurückführen können[1]. Auch der Form der allgemeinen Aussage selbst — so kann man den gleichen Sachverhalt ausdrücken — entspricht nichts dem Sinne nach Einheitliches und Endgültiges. Sie gestattet vielmehr eine Prüfung ihrer Bedeutung, die uns, je nach Umständen, auf eine Gleichartigkeit realen Verhaltens, auf eine mathematische oder logische Verknüpfung führt.

Eine ganz vollständige Betrachtung muß hier schließlich noch gewisser Komplikationen gedenken, die sich aus früher dargelegten logischen Verhältnissen ergeben. In dem Satz „alle *A* sind *B*" bedeutet, wie oben gezeigt, die Aussage *B* sehr häufig nicht etwas ganz Bestimmtes, sondern irgend eine der mehr oder weniger zahlreichen in den Begriff *B* zusammengefaßten Verhaltungsweisen : und wir hatten die Aussagen dieser Art komprehensiv allgemein genannt. Auch für solche nun bestehen Beziehungen ganz gleicher Art zu partikulär verneinenden Sätzen. Nur müssen auch diese in einem veränderten Sinn genommen werden. Der Satz, daß für alle *A* irgend eines der unter *B* begriffenen Merkmale zutrifft, schließt es aus, daß für irgend ein *A* keines von diesen gilt. Auch diese Beziehung läßt sich ganz ebenso wie die vorher behandelte, streng genommen nur für präzis allgemeine Sätze geltende, als ein Oppositions-Verhältnis darstellen. Nur kommt den Oppositions-Begriffen, auf den wir hier geführt werden, eine modifizierte und etwas verwickeltere Bedeutung zu.

Der entsprechenden Vervollständigung bedürfen auch die Begriffe des „Forderns", „Ausschließens" usw. Sagen wir z. B., um sogleich den dem alltäglichen Denken geläufigsten Fall herauszugreifen, daß unter gewissen Bedingungen *A* eine Folge *B* notwendig sei, so wird es sich in den meisten Fällen sowohl bei *A* wie bei *B* um Gesamtheits-Begriffe handeln und der Sinn des Urteils streng genommen der sein, daß jede der Gestaltungen *A* irgend eine der Gestaltungen *B* fordere, wie dies im folgenden Kapitel des Genaueren zu besprechen sein wird. Auch der dem eben erwähnten Satz entgegenzustellende, daß *B* keine notwendige Folge von *A* sei, erhält alsdann den Sinn, daß irgend welche der Gestaltungen *A* kein *B* fordern. Die uns geläufigen Beziehungen zwischen den Begriffen der Möglichkeit und der Notwendigkeit beruhen in der Regel auf diesen etwas verwickelteren Zusammenhängen, nicht auf den ganz einfachen, wie sie denjenigen des präzis allgemeinen Satzes analog sind.

Wir haben im bisherigen verschiedene Modalitäten des verneinenden Urteils aneinander gereiht. Aufgrund dieser Ueberlegungen werden wir

[1]) Mit der Art, wie wir die hier berührten Verallgemeinerungen auffassen, hängt es zusammen, daß sich die ganze einer formalen Logik zu stellende Aufgabe anders als in der hergebrachten Weise darstellt. Es wird daher gerade auf das Verhältnis dieser allgemeinen Begriffe zu den in ihnen vereinigten Einzelbegriffen noch mehrfach zurückzukommen sein. Das Gleiche findet auf den alsbald zu erwähnenden allgemeinen Begriff des Geltens Anwendung.

nun die eingangs gestellte Frage zu beantworten haben, ob wir das verneinende Urteil als besondere Klasse dem bejahenden gegenüberstellen dürfen, oder ob wir die Verneinung zutreffender als eine zu dem früher erwähnten Begriffs-Material hinzutretende Ergänzung aufzufassen haben. Ehe wir hierauf eingehen, wird es jedoch geboten sein, die gegenseitigen Beziehungen jener Verneinungs-Formen noch etwas genauer ins Auge zu fassen, namentlich zu prüfen, ob sie nicht unter einen gemeinsamen Gesichtspunkt gebracht, als besondere Fälle einer noch allgemeiner zu bezeichnenden Form dargestellt werden können. Wir können hier zunächst auf den oben schon kurz berührten, der hergebrachten Auffassung des Urteils sich anschließenden Gedanken zurückkommen, ob wir nicht einfach davon auszugehen haben, daß der Prädikats-Begriff als von dem Subjekt geltend oder nicht geltend ausgesagt, ihm zu- oder abgesprochen werde, und daß mit dieser (formal unseren Oppositions-Begriffen sich anschließenden) Auffassung die logischen Verhältnisse überhaupt ohne weiteres einheitlich und erschöpfend erledigt seien. Diese Auffassung könnte in der Weise, die oben schon als zulässig angedeutet wurde, die eines Exklusions-Begriffes sich bedienenden Sätze ganz aus den Verneinungen ausscheiden. Und sie könnte (mit Recht) betonen, daß die Absprechung eines Prädikats von der Behauptung eines komplementären Prädikats stets verschieden sei; die Verneinung der Röte sei mit der Behauptung eines Exklusions-Begriffs „Nicht-Rot" nicht zu identifizieren. In der Tat wird eine auf den ersten Blick etwas spitzfindig erscheinende, aber doch unbestreitbar richtige Betrachtung den Satz, diese Rose „ist nicht rot" von dem andern, diese Rose ist „nicht rot" unterscheiden dürfen.

Allein diese Betrachtung lehrt doch nur, daß wir für die Exklusions- und Oppositions-Verneinung eine gemeinsame Formulierung geben können. So gut sich sehr verschiedenartige Urteile in die Form der Verknüpfung von Subjekts- und Prädikats-Begriff bringen und damit (wenn die Arten dieser Begriffe selbst außer Acht bleiben) alle Unterschiede des formalen Baues verwischen lassen, so gut können wir auch die Verneinungen als Absprechung eines Prädikats behandeln und damit die Unterschiede der Verneinung unerkennbar machen. Auf die eben dargelegten Unterscheidungen werden wir aber doch sofort geführt, wenn wir nach Natur und Bedeutung des verneinten Prädikats-Begriffs fragen. Wenn dieser die typische Bedeutung der Verwirklichung, der Existenz, des Forderns usw. hat, ist auch seine Absprechung von einer ebenso typisch fixierten Bedeutung. Wo dies nicht der Fall ist, wird der Satz, der einem bestimmten Subjekts-Begriff ein Prädikat abspricht, stets die Bedeutung eines Exklusions-Satzes haben. Richtig ist, wie schon bemerkt, daß wir in Realsätzen die Absprechung eines Prädikats (diese Rose „ist nicht rot") von der Behauptung eines Exklusions-Begriffes (diese Rose ist „nicht rot") unterscheiden können. Aber auch die erstere Form müssen wir den Exklusions-Verneinungen zu-

rechnen; denn durch die ganze Natur und Bedeutung des als Subjekt figurierenden Real-Begriffes wird das, was für ihn überhaupt gelten kann, immer schon in gewissem Umfange vorgezeichnet sein. Und so wird der Verneinung des Prädikats-Begriffes in Bezug auf dieses Subjekt doch immer die Bedeutung einer irgend einen Rest übrig lassenden Ausscheidung besitzen, und der ganze Satz immer ein gewisses Anders-Verhalten bedeuten. Nur das Prädikat der Verwirklichung, das wir in jedem Realsatz ausscheiden und dem ganzen irgend ein Wirklichkeits-Verhalten bezeichnenden Begriff gegenüberstellen können, ist eines, dessen Verneinung einen vollkommen typischen und scharfen Sinn besitzt.

Müssen wir hiernach an der Unterscheidung der Oppositions- und der Exklusions-Verneinung festhalten und gerade auch die Absprechung eines Prädikats in vielen Fällen der letzteren Form zurechnen, so zeigt sich, daß wir die zuerst erwähnte Form, die Total-Verneinung, mit einer wenigstens zulässigen Betrachtung den Oppositions-Verneinungen zuzählen und gewissermaßen als einen Grenzfall dieser Klasse ansehen dürfen. In der Tat können wir ja, wie im Real-Urteil Verwirklichung und Nicht-Verwirklichung, so in jedem Urteil Gültigkeit und Nicht-Gültigkeit als ein Paar von Oppositions-Begriffen behandeln. Von der früheren Betrachtung unterscheidet sich diese zunächst durch eine nochmals andere Zerlegung des Urteils, bei der wir einerseits den gesamten Inhalt des Urteils, anderseits sein Gelten oder Zutreffen herausheben, sodann aber dadurch, daß wir die Begriffe des realen Zutreffens und der den Reflexions-Urteilen eigenen Evidenz, auf die wir zunächst, von dem Sinn des Real- resp. Reflexions-Urteils ausgehend, geführt werden, in den allgemeinen der G e l t u n g zusammenfassen. Die Bildung dieses allgemeinen Geltungs-Begriffes wird uns an späterer Stelle noch beschäftigen, und wir werden sehen, daß man über seine Bedeutung verschiedener Meinung sein kann. Hier genügt es zu konstatieren, daß wir jedenfalls ohne uns eines Widerspruches schuldig zu machen oder in die Gefahr einer Täuschung zu begeben, ihn bilden und in Betracht ziehen k ö n n e n. So gut wir Real- und Reflexions-Urteile in den allgemeinen Begriff des Urteils vereinigen, so gut können wir auch aus den an beiden Urteilsarten herauszuhebenden, zwar nicht identischen aber doch verwandten und gleichartigen Geltungs-Begriffen den allgemeinen der Geltung bilden. Tun wir dies, so können wir nun auch Geltung und Nicht-Geltung als ein Paar von Oppositions-Begriffen behandeln. Wir gelangen damit zu einer Betrachtung, die durch ein höchstes Maß von Allgemeinheit ausgezeichnet ist und aus diesem Grunde gewisse vorzugsweise einfache Aufstellungen gestattet. Dürfen wir die Ungültigkeit in diesem weiten Sinne auch einem in widersprechenden oder sinnlosen Begriffen sich bewegenden Satze zuschreiben, so kann es nicht vorkommen, daß wir einem Satze sowohl Gültigkeit wie Ungültigkeit abzusprechen hätten, während für die übrigen Oppositions-Begriffe, wie vorher dargelegt, dies der Fall ist. Insofern dürfen

wir also Gelten und Nicht-Gelten als das allgemeinste Paar von Oppositions-Begriffen, als einen Grenzfall bezeichnen.

Ueberblicken wir nun den Ertrag, den die Lehre von der Verneinung uns mit Bezug auf den begrifflichen Bau des Urteils ergeben hat, so wird etwa Folgendes zu sagen sein. In erster Linie haben wir, wie das vorhin schon geschah, festzustellen, daß die Exklusions-Begriffe (nicht hier, nicht blau) sowie die Oppositions-Begriffe (nicht verwirklicht usw.) Bildungen darstellen, die als etwas Neues und Besonderes demjenigen Material hinzuzufügen sind, auf das uns die Prüfung des Urteils-Baues zunächst geführt hatte. Abgesehen hiervon aber hat die Betrachtung der Negation und der mit ihr verknüpften logischen Verhältnisse uns auf einige Tatsachen von allgemeinerer Bedeutung geführt, die hier nochmals hervorgehoben werden mögen. Die eine ist die, daß die Ergebnisse, zu denen wir in Bezug auf den begrifflichen Bau des Urteils gelangt waren, auch ganz abgesehen von der Ergänzung durch die Verneinungs-Begriffe, noch in einem anderen Sinne nicht absolut erschöpfend genannt werden können. Das einfachste Real-Urteil, von dem wir ausgegangen waren, K ist zur Zeit t in O, hatten wir als die thetische Verknüpfung jener drei Begriffe, des Körpers, des Ortes und des Zeitpunktes behandelt, die somit als die Elemente oder das begriffliche Material des Urteils angesehen wurden. Die Betrachtungsweisen, auf die die Lehre von der Verneinung uns führt, machen bemerklich, daß wir noch eine Reihe anderer Begriffe aufweisen können, die an dem Urteil beteiligt sind oder in dasselbe eingehen. Wir können sagen, daß neben den thetisch verknüpften Begriffen (Körper, Zeit und Ort) doch auch der Begriff dieser Verknüpfung selbst irgendwie im Urteil figuriert. Ebenso können wir, das ganze so bezeichnete Verhalten als etwas Einheitliches zusammenfassend, sagen, daß es verwirklicht sei, und somit den Begriff der Verwirklichung als einen im Urteil enthaltenen herausheben. Indessen ist doch deutlich, daß es nur eine bestimmte Summe im Grunde selbstverständlicher Hinzufügungen ist, auf die wir hier geführt werden. Ist das Urteil eine funktionelle Verknüpfung, nicht eine einfache Aggregierung mehrerer Begriffe, so versteht sich, daß wir die Art, wie diese untereinander verknüpft sind, und die Art, wie ein jeder ins Urteil eingeht, nochmals zum Gegenstand besonderer Bezeichnung machen können. Nicht minder ist selbstverständlich (es ist mit der psychologischen Natur des Urteils in zwingender Weise gegeben), daß wir überall den ganzen Inhalt des Urteils von demjenigen Begriff absondern und ihm gegenüberstellen können, der das Urteil zum Urteil macht, der es von der bloßen Erwägung seines Inhalts unterscheidet. Wir gelangen so zu gewissen Begriffen, die gleichfalls als endgültige in das Urteil eingehen, als an ihm beteiligt aufzuweisen sind, so beim Real-Urteil der Begriff der Tatsächlichkeit oder Verwirklichung, beim Reflexions-Urteil der jener andersartigen Geltung, die den direkt evidenten inneren

Beziehungen verschiedener Bewußtseins-Inhalte zukommt. Diese Ergänzung also ist es, durch die wir die Lehre vom begrifflichen Bau des Urteils überall vervollständigen müssen.

Die andere Folgerung ist die, daß diese Möglichkeit, am Urteil bestimmte Begriffe als in irgend einer Weise in dasselbe eingehend hervorzuheben, durch die synchytische Begriffs-Bildung noch erweitert werden kann. Dahin gehört vor allem die Bildung des ganz allgemeinen Begriffes der Geltung. Aber auch aus einer Anzahl anderer, zunächst im Urteil aufzuweisender Begriffe können in ähnlicher Weise diese oder jene umfassendere synchytisch gebildet werden. Von dieser Art sind die vorhin erwähnten des Forderns, Gestattens und Ausschließens, wenn wir sie in einem ganz allgemeinen, logische, mathematische und reale Verknüpftungen zusammenfassenden Sinne nehmen. Die Lehre von der Verneinung läßt erkennen, daß eine Anzahl von Aufstellungen unter Benutzung dieser ganz allgemeinen Begriffe gegeben werden können, und daß sie daher in diesem Sinne, zur Erhaltung möglichst einfacher und allgemeiner Darstellungen, brauchbar und nützlich sind. Auf ähnliche Verhältnisse werden wir namentlich in gewissen Teilen der Schlußlehre zurückzukommen haben.

Hergebrachten Anschauungen zufolge sind wir gewohnt anzunehmen, daß neben anderen Einteilungen die Gesamtheit aller möglichen Urteile auch in die bejahenden und verneinenden zu zerlegen ist. Es wird nicht ohne Interesse sein, zu erwägen, wie weit sich dies auf Grund derjenigen Auffassung von der Negation bestätigt, zu der wir im Obigen gelangt sind, namentlich ob es sich hier um zwei streng gegen einander abzugrenzende Urteilsarten handelt, eventuell durch welche Umstände etwa eine Verwischung der Grenze bedingt werden kann.

In dieser Beziehung kann man an die Spitze stellen, daß in einem ganz strengen und typischen Sinne rein verneinend das genannt werden darf, was wir als Ablehnung bezeichneten. Dagegen zeigt sich, daß in dem Gebiete der Partial-Verneinungen die Grenze des bejahenden und verneinenden Satzes sich in der Tat mehr oder weniger verwischt.

Was die Exklusionssätze anlangt, so wurde oben schon darauf hingewiesen, daß ihre Zurechnung zu den verneinenden Urteilen vielleicht überhaupt in Zweifel gezogen werden kann. Wie mir scheint, wird sich in dieser Hinsicht eine ganz sichere und einwandfreie Entscheidung überhaupt nicht geben lassen. Vielmehr ist es wohl Sache einer einigermaßen willkürlichen Betrachtungsweise, ob man das eine oder andere für zutreffender hält. Die alltägliche Betrachtung zählt ohne Zweifel schon im Hinblick auf die sprachliche Form Sätze, in denen Begriffe wie „nicht blau" und dgl. benutzt werden, zu den verneinenden, auch wenn jene Ausdrücke sicherlich in dem früher dargelegten Sinne einer Exklusion gemeint sind. Kann die wissenschaftliche Erwägung betonen, daß es sich hier nicht um eine Verneinung, sondern um ein Urteil handle, das sich eines verneinend bezeichneten Begriffes bediene, so kann man dem mit einigem Recht jedenfalls entgegenhalten, daß dies doch auch da der Fall sei, wo wir von einer Nicht-Verwirklichung reden, ja daß selbst die Total-Verneinung als Aussage einer Nicht-Gültigkeit eine entsprechende Auffassung zuläßt. Fassen wir, wie sich oben als geboten herausstellte, jeden Satz, der irgend einem Real-Begriff ein Prädikat abspricht, als Exklusions-Verneinung, so leuchtet ein, daß eine Betrachtung, die diese Form von Urteilen sämtlich aus den verneinenden ausscheiden wollte, sich mindestens mit gewohnten Anschauungen in einen nicht wohl angängigen Widerspruch setzen würde. Gehen wir hiernach, wie es mir am zutreffendsten erscheint, davon aus, daß auch die in Exklusions-Begriffen sich bewegenden Sätze mindestens unter Umständen den verneinenden zugerechnet werden müssen, so zeigt sich allerdings sogleich weiter, daß in dem ganzen Gebiete der Exklusionssätze die Grenze der bejahenden und verneinenden Aussagen eine sehr schwankende wird. Auch ist es ohne Schwierigkeit ersichtlich, worauf es dabei ankommt. Wenn uns von den Sätzen, daß sich ein Körper K zur Zeit t in O befinde, und daß er sich n i c h t dort, also anderswo, befinde, unbedenklich der l e t z t e r e als der verneinende erscheint, so liegt der Grund hierfür offenbar in seiner weit größeren, ja wie man in diesem Falle sagen kann, unendlich großen Unbestimmtheit. Der nach Ausschließung eines gewissen Bezirkes offen bleibende Spielraum des Verhaltens ist immer noch unendlich groß. Es bedarf nur der Hervorhebung dieses Punktes, um zu übersehen, daß im Hinblick darauf eine Unterscheidung bejahender und verneinender Sätze nur unter besonderen Umständen sich ergibt, eventuell aber auch von zwei komplementären Sätzen nach Belieben einer oder der andere als der bejahende resp. verneinende betrachtet werden kann. In ganz strenger Weise ist dies der Fall, wenn man den gesamten in Betracht kommenden Spielraum in zwei genau gleiche Teile teilt. (Das Ereignis A hat v o r B oder n i c h t v o r — also nach — B stattgefunden.) Sehr häufig aber läßt der von einem mehr oder weniger unbestimmten Begriff umfaßte Spielraum eine Messung und Vergleichung seiner Teile gar nicht zu. Gerade dieser Umstand bedingt vielfach die Grenzverwischung zwischen den bejahenden und verneinenden Sätzen. Ob wir z. B. die Behauptung, daß jemand ehrlich sei, als die bejahende, die zu ihr in einem Exklusions-Verhältnis stehende, daß er unehrlich sei, als die verneinende bezeichnen sollen, oder umgekehrt, wird sich nicht ohne Willkür sagen lassen.

Eine vollständige Betrachtung muß hier überdies auch noch auf die verkettenden Zusammenhänge hinweisen, die für einen Teil unserer Real-Urteile bestehen. Sagen wir z. B., daß K_1 sich zur Zeit t_1 an einem Punkte befinde, an dem K_2 zur Zeit t_2 nicht war, so erscheint dies zwar zunächst als ein bejahender Satz, in den eine verneinende Bestimmung eingeht. Erwägt man indessen, daß der gleiche Satz ohne Aenderung seines materiellen Inhalts auch dahin ausgedrückt werden kann, daß K_2

sich zur Zeit t_2 nicht an demjenigen Punkte befand, den K_1 zur Zeit t_1 einnahm, so wird ersichtlich, daß bei solchen Formen in der Tat Bejahung und Verneinung in mannigfaltigster Verflechtung vorkommen können, und daß eine Auseinanderhaltung bejahender und verneinender Sätze auch hierdurch unmöglich werden kann.

Von größerem Interesse als diese im Grunde selbstverständlichen Verhältnisse ist es, daß auch im Gebiete der Oppositions-Begriffe wenigstens nicht überall zwingend einleuchtet, welcher von den beiden ein solches Paar bildenden Begriffen als der bejahende und welcher als der verneinende zu betrachten ist. Allerdings, wenn wir von der Verwirklichung oder Nicht-Verwirklichung eines Verhaltens, der Existenz oder Nicht-Existenz eines durch bestimmte Eigenschaften oder Beziehungen definierten Gegenstandes reden, so wird kein Zweifel darüber bestehen, daß eben die letzteren Aussagen nicht allein nach ihrer sprachlichen Form, sondern ihrem Sinne nach als verneinende zu bezeichnen sind. Dagegen kommen in anderen Fällen jene vorhin erwähnten Zusammenhänge verschiedener Oppositions-Begriffe in Betracht. Den Satz, daß die Geltung von A diejenigen von B fordere, können wir allerdings zunächst als den bejahenden, den, daß dies nicht der Fall sei, als den verneinenden nehmen. Aber wir müssen bemerken, daß die beiden Sätze auch in der Form dargestellt werden können, daß die Nicht-Geltung von B mit der Geltung von A v e r e i n b a r , resp. n i c h t v e r e i n b a r sei. Die inhaltlich gleichen Sätze tauschen also die Form der Bejahung und Verneinung, je nachdem wir von dem Begriffe des Forderns oder dem der Vereinbarkeit ausgehen. Ganz das Gleiche gilt für die Begriffe der nomologischen Möglichkeit und Notwendigkeit. Selbst auf diejenigen Oppositions-Begriffe, zu denen wir bei der Verneinung allgemeiner und diluierter Sätze gelangten, läßt sich diese Betrachtung ausdehnen. Werden wir auch nicht daran denken, das allgemein bejahende Urteil den negativen Sätzen zuzurechnen, so läßt sich doch nicht bestreiten, daß namentlich in denen, die sich auf unbestimmte, real definierte Gesamtheiten beziehen, insofern sie Fälle einer gewissen Art ausschließen, stets ein Moment der Verneinung steckt, das sich bei anderer begrifflicher Formulierung auffälliger zum Ausdruck bringen läßt. Die eindringende Prüfung des begrifflichen Baues und Materials lehrt daher, daß eine reinliche Trennung der bejahenden und verneinenden Urteile keineswegs überall möglich ist. Wollen wir die Bedeutung der Negation in der Struktur des Urteils ganz allgemein angeben, so wird vielmehr zu sagen sein, daß sie einen Begriff darstellt, der in den ganzen Urteilsbau in mannigfaltiger, erschöpfend überhaupt nicht darzustellender Weise eingehen kann.

Fünfzehntes Kapitel.

Die Urteile über Möglichkeit und Notwendigkeit. Disjunktive und hypothetische Urteile.

Mehrfacher Sinn der Möglichkeits-Begriffe. Die Möglichkeits-Aussagen als Real-Urteile; ihre formalen Besonderheiten. Unbestimmt und exkludierend disjunktives Urteil. Kombinierte Wirklichkeits-Bezeichnungen. Unfundierte und fundierte hypothetische Urteile.

Bei unserer formalen Betrachtung der Real-Urteile hatten wir ebenso wie die verneinenden auch die disjunktiven und hypothetischen, ferner auch die Urteile, die eine Möglichkeit oder eine Notwendigkeit aussagen, zunächst beiseite gelassen. Auch mit Bezug auf diese haben wir daher zu prüfen, ob und wie sie sich den zunächst gewonnenen Anschauungen vom Bau des Urteils einfügen lassen, andernfalls zu welchen Ergänzungen derselben sie uns Anlaß geben. Zwischen all diesen Formen bestehen, wie bekannt, eine Reihe von Beziehungen. Der Inhalt disjunktiver Sätze läßt sich auch in die Form einer oder mehrerer hypothetischer Aussagen bringen, ein hypothetisches Urteil kann eine Notwendigkeit bedeuten usw. Im Hinblick auf diese Zusammenhänge, wie sie im Folgenden des Genaueren sich herausstellen werden, empfiehlt es sich hier mit den Aussagen über M ö g l i c h k e i t und N o t w e n d i g k e i t zu beginnen.

Die vieldeutigen Begriffe der Notwendigkeit und Möglichkeit haben wir schon an früherer Stelle zu berühren Anlaß gehabt; es ist hier der Ort, uns in eingehenderer und vollständigerer Weise mit ihnen zu beschäftigen. Wir fassen dabei zunächst die Art und Weise ins Auge, wie sie in R e a l - U r t e i l e n auftreten. Versuchen wir auf Grund ihres mannigfaltigen und schwankenden Gebrauches fest bestimmte Bedeutungen zu isolieren, so können wir zunächst, an frühere Darlegungen anknüpfend, das voranstellen, was wir dort als die c h r o n o g e n e t i s c h e N o t w e n d i g k e i t des Geschehens bezeichnet hatten [1]). Es wurde, wie erinnerlich, dort ausgeführt, daß uns die Wirklichkeits-Gestaltung jedes Augenblicks als das notwendige Ergebnis der vorausgehenden erscheint. Wir betonten, daß der Sinn dieses Notwendigkeits-Begriffes, mit der zeitlichen Form unseres Wirklichkeits-Denkens in engstem Zusammenhange stehend, als ein endgültiger anerkannt werden muß, daß die Ueberzeugung von der Notwendigkeit des Geschehens in diesem Sinne eine unabweisbare, einer Begründung aber nicht zugängliche ist. Müssen wir demzufolge die Notwendigkeit in diesem Sinne als etwas in Anspruch nehmen, was jedem Real-Urteile als eine besondere Qualifikation seines Sinnes zukommt, so ist klar, daß wir auf dieser Grundlage nicht dazu gelangen, verschiedene Arten der Real-Urteile zu unterscheiden. Wir werden daher aus den uns hier beschäftigenden

[1]) Vgl. o. S. 49.

Betrachtungen den in diesem Sinne genommenen Notwendigkeits-Begriff ohne weiteres auszuscheiden haben. — Schon oben wurde nun erwähnt, daß die Begriffe der Möglichkeit und Notwendigkeit auch in einer ganz andern Bedeutung gebraucht werden, die mit demjenigen des *Gesetzes* in Zusammenhang steht. Wir können, wie dort gezeigt wurde, das was von den *Wirklichkeits-Gesetzen* gefordert, ausgeschlossen oder zugelassen wird, als notwendig, unmöglich oder möglich bezeichnen. Wir können mit den schon früher eingeführten Bezeichnungen in diesem Sinne von dem *nomologisch* Notwendigen, Möglichen und Unmöglichen reden. Sind die Wirklichkeits-Gesetze als eine gewisse Summe allgemeiner Real-Urteile gegeben, so werden diese Beziehungen sich in der Form des logischen Forderns (Gestattens oder Ausschließens) darstellen. Die Möglichkeit usw. eines realen Verhaltens würde bedeuten, daß die Wirklichkeits-Gesetze den jenes reale Verhalten behauptenden Satz logisch gestatten (fordern oder ausschließen). — Es sei hier daran erinnert, daß, wie die Untersuchungen des 6. Kapitels herausstellten, es einigermaßen zweifelhaft ist, ob die Wirklichkeits-Gesetze eine völlig präzise und sicher abzugrenzende Summe von Sätzen sind, und daß aus diesem Grunde den auf sie sich stützenden Begriffen, der Möglichkeit usw. vielleicht ein gewisses Maß von Unbestimmtheit anhaften mag. Gleichwohl sind sie von den hier in Frage kommenden jedenfalls die relativ am besten fixierten, auch in anderer Hinsicht die bedeutungsvollsten. Auch die mannigfaltigen andern Bedeutungen, die dem tatsächlichen Gebrauch dieser Begriffe zugrunde liegen, können wir an sie anknüpfen und namentlich in einer formell übereinstimmenden Weise auffassen. Sie stützen sich dann durchgängig auf die gleichen logischen Beziehungen des Forderns, Gestattens und Ausschließens; jedoch modifiziert sich ihr Sinn dadurch, daß der Kreis von Sätzen, mit Bezug auf den diese Beziehungen ausgesagt oder in Erwägung gezogen werden, nicht der, wie gesagt wenigstens annähernd fixierte der Wirklichkeits-Gesetze, sondern ein anderer ist.

Knüpfen wir, um in diese Verhältnisse einen Einblick zu erhalten, an den Fall an, der vielleicht der häufigste dieser Art ist, einen Satz, in dem wir das Eintreten eines bestimmten, konkret gedachten Ereignisses für möglich erklären. „Es ist möglich, daß es heute nachmittag regnen, daß das Marokko-Abkommen noch in diesem Monat zustande kommen wird." Eine aufmerksame Verfolgung der Rolle, die solche Sätze in unserm Denken spielen, wird erkennen lassen, daß sie gestatten, mehrerlei verschiedene Bedeutungen auseinanderzuhalten, in denen sie tatsächlich genommen werden, jedenfalls genommen werden können. Als erste möchte ich die erwähnen, daß das urteilende Subjekt lediglich seine *Unkenntnis* in Bezug auf die erwogene Tatsache aussprechen will. Man kann indessen bezweifeln, ob diese Meinung Sätzen der genannten Art häufig zugrunde liegt. Und man kann auch wohl mit

einigem Recht schon im Hinblick auf formale Verhältnisse bemerken, daß es nicht zutreffend erscheine, den Ausdruck der Möglichkeit in diesem Sinne zu gebrauchen. Auch da vielmehr, wo wir von einer *subjektiven* Möglichkeit zu sprechen gewohnt sind, meinen wir im Allgemeinen wohl, daß mit der Summe dessen, was uns zur Zeit bekannt ist, das Eintreten des betreffenden Ereignisses *vereinbar* sei. Von der bloßen Aussage des Nichtwissens ist dieser Satz insofern verschieden, als bei ihm die erwägende und kombinierende Durcharbeitung des uns Bekannten vorausgesetzt wird. — Formell mit dem Begriffe der nomologischen Möglichkeit übereinstimmend, unterscheidet sich also der der subjektiven von jener dadurch, daß die Beziehung nicht zu den Wirklichkeits-Gesetzen, sondern zu der Summe des dem urteilenden Subjekte jeweils Bekannten in Betracht gezogen wird.

Gehen wir dem tatsächlichen Gebrauche unserer Begriffe des Weiteren nach, so zeigt sich, daß wohl häufiger die Grundlage nochmals eine andere ist. Die Meinung ist hier die, daß das Eintreten des Ereignisses nach Maßgabe des z. Z. nicht gerade dem urteilenden Subjekt, sondern *überhaupt* Bekannten und Erkennbaren möglich sei, d. h. durch eben diese Summe spezieller und allgemeiner Einsichten zugelassen werde. Hierauf beruht die in gewissem Maß allgemeine oder objektive, wenigstens nicht rein subjektiv zu nennende Bedeutung solcher Sätze, freilich auch die große Unbestimmtheit ihres Sinnes. Denn wenn die Gesetze des Geschehens hier in der Regel dem Erkennbaren zugezählt werden, so ist meist die Summe dessen, was in Bezug auf die besonderen jeweiligen Verhältnisse als bekannt oder erkennbar vorausgesetzt werden soll, in hohem Maße ungewiß. Ich möchte diese Bedeutung der uns hier beschäftigenden Begriffe die vulgär-allgemeine oder auch schlechtweg die *vulgäre* nennen [1]).

Bezieht sich die Möglichkeit im vulgären Sinne auf einen Kreis von Sätzen, der jedenfalls mehr als die Wirklichkeits-Gesetze umfaßt, so können wir schließlich noch Wendungen des Möglichkeits-Begriffes anreihen, die sich auf *engere*, übrigens fest bestimmte Gesamtheiten allgemeiner Sätze beziehen. Solche sind zunächst dadurch gegeben, daß unser Erfahrungs-Wissen an die allgemeinen Formen der Logik und Mathematik gebunden ist. Logische und mathematische Sätze stellen also eine Summe von Einsichten dar, die uns in ähnlicher Weise wie die Wirklichkeits-Gesetze gestatten, die Beziehung ins Auge zu fassen und anzugeben, in der irgend welche Real-Urteile, namentlich auch Kombinationen von Real-Urteilen zu ihnen stehen. So können

[1]) Die Summe von Einsichten, auf die sich die Vulgärbegriffe der Möglichkeit usw. beziehen, deckt sich, wie zu beachten nicht ohne Wichtigkeit ist, nicht etwa mit dem, was wir Vulgärgesetze genannt haben. Vielmehr ist bei den Aussagen über Möglichkeit im vulgären Sinne stets die Konformität mit einer Reihe von Verhaltungsweisen gemeint, die als bekannt oder erkennbar gelten, aber selbst bei weitester vulgärer Fassung des Gesetzesbegriffes diesem nicht zugerechnet werden würden.

wir sagen, daß irgend ein Verhalten *mathematisch* oder *logisch* unmöglich sei usw. Entsprechend der ganz scharfen und präzisen Bedeutung, um die es sich hier handelt, sind wir gewohnt, diese Bedeutung des Möglichkeits-Begriffes direkt durch den betreffenden Zusatz zu kennzeichnen. Hierher gehört aber weiter auch der Begriff der Möglichkeit im praktischen Sinne, der sich, wie der nomologische auf die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze, so seinerseits auf die für unser Tun geltenden Gesetze bezieht. Wenn wir in diesem Sinn etwas für möglich oder unmöglich erklären, so bedeutet das die Vereinbarkeit mit dieser bestimmten Gruppe von Wirklichkeits-Gesetzen.

Zusammenfassend wäre also zu sagen, daß die Begriffe der Möglichkeit, Notwendigkeit oder Unmöglichkeit logische Beziehungen (der Vereinbarkeit, des Forderns und Ausschließens) zu irgend welchen Gesamtheiten von Sätzen ausdrücken; ihre besondere Bedeutung aber kann je nach dem Kreise von Sätzen, der in Betracht gezogen wird, eine ungemein verschiedene sein. Wir können in diesem Sinne von einer subjektiven, vulgären, nomologischen, mathematischen und logischen Notwendigkeit reden, je nachdem die Beziehung zu dem, was dem Urteilenden selbst bekannt, zu dem was überhaupt bekannt oder erkennbar, zu den Wirklichkeits-Gesetzen, zu den mathematischen oder logischen Gesetzen gemeint ist [1]).

Ehe wir in die Frage eintreten, wie die uns beschäftigenden Sätze in formaler Hinsicht aufzufassen sind, und was sich aus ihnen mit Bezug auf Bau und begriffliches Material der Real-Urteile ergibt, werden wir zweckmäßig noch einige besondere Punkte besprechen, die für das Verständnis der uns geläufigen Gebrauchsweisen der Möglichkeitsbegriffe von Bedeutung sind. Wir ziehen dabei diese in ihrem strengeren nomologischen Sinn in Betracht; wie weit das dabei zu Beachtende auch auf die andern Bedeutungen Anwendung findet, ergibt sich ohne Schwierigkeit. — Zunächst sei hier erwähnt, daß wir sehr häufig die Beziehungen nicht zu den Wirklichkeits-Gesetzen allein, sondern zu ihnen in Verbindung mit gewissen Verhaltungsweisen nicht nomologischer Natur ins Auge fassen und angeben. Die hierdurch bedingte formale Aenderung ist für die

[1]) Uebrigens sei hier noch ausdrücklich betont, daß wir uns hier nur die Aufgabe stellen konnten und gestellt haben, die wichtigsten und relativ bestcharakterisierten Bedeutungen jener Begriffe darzulegen, und auch nur jene, die im gegenwärtigen Zusammenhange von Interesse sind. So versteht sich, daß z. B. der Begriff der Notwendigkeit sehr vielfach auch in dem hier außer Betracht bleibenden Sinne eines Wert-Urteils gebraucht wird. Auch bezüglich des Möglichkeits-Begriffes würden wir zu andern Ergebnissen gelangen, wenn wir uns die Aufgabe stellten, ihn unter psychologischen Gesichtspunkten zu prüfen, seine Entstehung oder Entwicklung zu verfolgen, wobei gerade das Gemeinsame der hier auseinandergehaltenen Bedeutungen in den Mittelpunkt des Interesses rücken würde. Geben wir also hier eine Anzahl Bedeutungen unserer Begriffe, so soll damit gesagt sein, daß dies die wichtigsten sind, die wir festzulegen und auseinanderzuhalten gut tun, und die sich bei der fortschreitenden Klärung des allgemeinen Denkens allerdings auch in dem tatsächlichen Gebrauche wohl mehr und mehr fixieren und sondern. Vgl. die Ausführungen über die Aufgabe von Begriffs-Bestimmungen im Kapitel 24.

Beziehung des Gestattens oder Ausschließens ohne großen Belang. Denn wenn wir sagen, daß die Wirklichkeits-Gesetze im Verein mit dem Verhalten A ein Verhalten B gestatten (oder nicht gestatten), so können wir statt dessen auch sagen, daß die Wirklichkeits-Gesetze für sich allein die kombinierte Verwirklichung von A und B gestatten (oder ausschließen). Eine solche Umformung ist aber nicht möglich für die Beziehung des Forderns. Es ist daher zu beachten, daß die Wirklichkeits-Gesetze für sich allein immer auch nur allgemeine und unbestimmte Angaben logisch fordern können, dagegen die Notwendigkeit eines speziellen und bestimmten Wirklichkeits-Verhaltens nur aus ihnen in Verbindung mit Realsätzen nicht nomologischer Natur sich ergeben kann. Ein individuell bestimmtes reales Verhalten kann daher niemals als schlechtweg sondern immer nur als unter gewissen Bedingungen nomologisch notwendig bezeichnet werden, womit ja nichts anderes gesagt ist, als daß es von dem in diesen Bedingungen bezeichneten Verhalten in Verbindung mit den Wirklichkeits-Gesetzen logisch gefordert wird.

Es sind diese Umstände, die uns auf eine vom Bisherigen abweichende, an dieser Stelle zweckmäßig zu erwähnende Betrachtung führen. Wenn ein Satz A in Verbindung mit den Wirklichkeits-Gesetzen die Geltung von B fordert, so können wir dies wohl auch als eine besondere Modalität des Forderns bezeichnen und sagen, es werde B von A *nomologisch gefordert*. Im entsprechenden Sinne können wir auch von einem *mathematischen Fordern* reden. Während wir also ursprünglich die Begriffe des Forderns nur im logischen Sinne, jedoch gegenüber wechselnden Gruppen von Sätzen ins Auge faßten, würden wir hier jene zu der Bedingung A noch hinzugedachten Sätze (die Wirklichkeits-Gesetze oder die mathematischen) in den Begriff des zwischen A und B, Bedingung und Bedingtem, stattfindenden Zusammenhanges mit einbeziehen, so daß sich dadurch die Begriffe eines nomologischen oder mathematischen Forderns usw. ergeben. Es handelt sich also dabei um eine formal andere Betrachtung der Aussagen über mathematische oder nomologische Möglichkeiten usw. Der Vorteil dieser Betrachtungsweise liegt darin, daß sie für gewisse logische Verhältnisse eine vorzugsweise einfache und umfassende Darstellung zuläßt, indem wir Sätze entwickeln, die für alle diese Modalitäten des Forderns übereinstimmend gelten, wie dies an späterer Stelle (bei der Schlußlehre) zu berühren ist [1]).

Aus der besonderen Art, wie die hier ins Spiel kommenden Real-Begriffe bezeichnet sind, ergeben sich ferner in Bezug auf die uns beschäftigenden Aussagen eine Reihe von Unterschieden, von denen wenigstens

[1]) Im Hinblick hierauf unterlasse ich eine entsprechende Bezeichnung für den (an den vulgären Möglichkeits-Begriff anknüpfenden) Fall einzuführen, daß ein Satz in Verbindung mit der Summe des zur Zeit Bekannten oder Erkennbaren einen anderen fordere. Auf ein Verhältnis dagegen, das wir schlechtweg als ein reales Fordern bezeichnen können, werden wir unten bei der Besprechung der hypothetischen Urteile geführt werden.

die wichtigeren hier berührt werden müssen. Wir sind zunächst stillschweigend von der Voraussetzung ausgegangen, daß Forderndes und Gefordertes, Ausschließendes und Ausgeschlossenes unabhängig voneinander bezeichnet sind. Ganz vorzugsweise häufig aber stehen diese derart im Zusammenhange, daß beide sich als Bestimmungen desselben allgemeinen Begriffes darstellen. In diesem Fall erhalten unsere Sätze die Form, daß sie Zusammenhänge zwischen den einem allgemeinen Begriffe zukommenden Merkmalen aussagen. Wir erhalten so die in der Lehre von der Verneinung bereits vorgreifend erwähnten Formen [1], daß ein *Merkmal* ein anderes im *logischen*, *mathematischen* oder *nomologischen* Sinne fordere (ausschließe oder gestatte), Bedeutungen, die sich derjenigen des *realen* Forderns und Gestattens anschließen, auf die wir zuerst geführt worden waren [2].

Um die Bedeutung dieser ganzen Gruppe von Begriffen gegenüber den zunächst erwähnten richtig zu beurteilen, muß man im Auge behalten, daß die durch sie bezeichneten Verhältnisse sich als Spezialisierungen dieser darstellen. Dem entspricht es auch, daß wir sie durch eine leichte Umformung auf die ersterwähnte Form bringen können. In der Tat können wir, wenn ein Begriff, als Merkmal, einen andern fordert, statt dessen auch stets sagen, daß das Zutreffen des einen in irgend einer Verbindung das Zutreffen des andern fordere, wobei denn ein Geltungs-Zusammenhang von Urteilen ausgesprochen wird. Es wird aus diesem Grunde genügen, bei den weiteren Erörterungen über die Bedeutung der Möglichkeits-Begriffe und der Urteile, in denen sie auftreten, die allgemeinere Betrachtung zugrunde zu legen, von der wir ausgegangen waren, diejenige, die sich auf den Geltungs-Zusammenhang von Urteilen bezieht.

Wir müssen hier ferner erwähnen, daß die Begriffe von realen Verhaltungsweisen, die in die Möglichkeits- und Notwendigkeits-Aussagen eingehen, wenigstens in der Mehrzahl der Fälle allgemeine sind und die Aussagen hierdurch einen etwas verwickelteren Sinn erhalten, als auf den ersten Blick ersichtlich ist und wohl gemeinhin angenommen wird. Der Satz, daß A unter der Bedingung B notwendig sei, besagt, wenn jeder dieser Begriffe eine gewisse Mannigfaltigkeit von Verhaltungsweisen bedeutet, daß jede der im Begriffe B zusammengefaßten Bedingungen *irgend eine* der dem Begriffe A untergeordneten Verhaltungsweisen fordere. Ebenso besagt der Satz, daß A durch B ausgeschlossen werde, daß *jede* der Bedingungen B *alle* Formen von A ausschließe; er ist ein doppelt allgemeiner Satz. Und wird A unter den Bedingungen B für möglich erklärt, so heißt dies, daß irgend welche der Verhaltungsweisen B irgend welche der Verhaltungsweisen A gestatten. — Auf diesen Verhältnissen beruht es, daß der Begriff der Möglichkeit eine Anwendung auch da findet, wo sein

[1]) Vgl. o. S. 285.
[2]) Vgl. o. S. 230 und 236.

Auftreten auf den ersten Blick befremden könnte, nämlich mit Bezug auf den Zusammenhang von zeitlich vorausgehenden Bedingungen und den sich aus ihnen entwickelnden Folgen. Geht man hier von der Ueberlegung aus, daß, dem Kausal-Prinzip gemäß, ein zeitlich früheres Verhalten jedes spätere *eindeutig* bestimmt, so ist ersichtlich, daß sofern die Bedingungen ein erschöpfend bezeichnetes Wirklichkeits-Verhalten bedeuten, jede Folge entweder notwendig oder unmöglich sein wird, der Begriff der Möglichkeit somit gar keine Anwendung finden würde. Für eine solche ergeben sich dagegen die Voraussetzungen, wenn die Angabe der Bedingungen eine gewisse Mannigfaltigkeit von Verhaltungsweisen zusammenfaßt, also eine ungenaue oder partielle Wirklichkeits-Bestimmung bedeutet. Unter diesen Umständen ist die Behauptung, daß A unter den Bedingungen B möglich sei, gleichbedeutend mit der, daß *einige* der unter B zusammengefaßten Verhaltungsweisen die Folge A mit Notwendigkeit herbeiführen [1].

Noch in anderer Richtung ist es von Interesse, der Definitionsweise der in die Aussagen über Möglichkeit usw. eingehenden Begriffe und den dadurch bedingten Verschiedenheiten in der Bedeutung solcher Sätze nachzugehen. Namentlich sind es die Unterschiede genereller und konkreter Realbegriffe, die hier in Betracht kommen. Ein einfachster Fall ist der, daß in die Sätze lauter Realbegriffe von rein genereller Bedeutung eingehen. So können wir ein generell bezeichnetes Verhalten schlechtweg für möglich oder unmöglich oder unter wiederum ebenso bezeichneten Bedingungen für notwendig, möglich oder unmöglich erklären. Anderseits aber kann die Bezeichnung der Verhaltungsweisen auf konkrete Bestimmungen zurückgehen; so z. B. wenn wir das Eintreten einer Folge unter den tatsächlich gegebenen Bedingungen für notwendig oder unmöglich erklären. Namentlich aber kann die Bezeichnung der Bedingungen sowohl wie der Folgen auch *teilweise* an konkrete Verhältnisse anknüpfen. So können wir von der Möglichkeit oder Unmöglichkeit eines generell bezeichneten Geschehens an einem in concreto gegebenen Gegenstande reden („Es ist möglich diesen Körper aufzulösen"), in welchem Falle dann in Bedingungen und Folge die nämlichen konkreten Verhältnisse eingehen [2].

Als beachtenswert ist ferner zu erwähnen, daß nicht nur das Verhalten eines späteren Zeitpunktes durch das eines früheren gefordert sein kann, sondern auch umgekehrt. So können wir sagen, daß ein bestimmtes Verhalten, als Folge, nur auf gewisse Weise herbeigeführt

[1]) Vgl. über diese Verhältnisse die Ausführungen in meinen Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung, S. 88, sowie den Aufsatz „Ueber den Begriff der objektiven Möglichkeit und einige Anwendungen desselben", Vierteljahrsschrift für wissenschaftl. Philosophie XII, S. 179.

[2]) Ein besonders häufiger Fall dieser Art ist der, daß die Bedingungen als eine bestimmte Abänderung der tatsächlich realisierten Verhältnisse gedacht sind, ein Fall, auf den unten bei der Besprechung der hypothetischen Urteile zurückzukommen ist.

werden könne, eine Aussage, die uns in der Form geläufig ist, daß etwas zur Herbeiführung von etwas anderem notwendig sei [1]).

Endlich mag hier der Aussagen gedacht werden, die die Möglichkeit irgendwelcher realer Gebilde oder Gegenstände betreffen. Man könnte wohl geneigt sein, sie in prinzipieller Weise denjenigen gegenüberzustellen, die sich auf die Möglichkeit eines Verhaltens oder Geschehens beziehen, wie dies bisher vorausgesetzt wurde. Indessen reihen sich Aussagen dieser Art offenbar den bisher betrachteten ohne Weiteres ein, wenn wir beachten, daß sie zu ihnen in der nämlichen Beziehung stehn, wie ein Existenzialsatz zu jenen, ein Verhalten oder einen Vorgang ausdrückenden Urteilen, die wir uns zunächst durch die Einführung des Möglichkeits-Begriffes modifiziert gedacht hatten. Auch einen Satz, der die Möglichkeit irgendwelcher realer Gebilde besagt, können wir also auffassen als die Aussage einer logischen Beziehung zwischen einem bestimmten Real-Urteil, nämlich einem Existenzialsatz, und den Wirklichkeits-Gesetzen [2]).

Wenden wir uns nunmehr der hier vornehmlich interessierenden Frage zu, wie weit sich die hier betrachteten Urteile unsern früheren Darlegungen über den Bau des Real-Urteils einordnen lassen, in wie weit sie uns zu einer Ergänzung derselben veranlassen, so bemerken wir, wie über die einfachen Verhältnisse namentlich des streng theoretischen Real-Urteils zunächst insofern hinausgegangen wird, als gewisse Begriffe in die Aussage eingehen, die logische Beziehungen, nämlich Geltungs-Zusammenhänge verschiedener Urteile bedeuten. In der Tat gelangen wir ja dazu, alle Aussagen über Möglichkeit, Notwendigkeit oder Unmöglichkeit in dem Sinne aufzufassen, daß irgendwelche Real-Urteile von gewissen Gruppen anderer Sätze logisch gefordert, gestattet oder ausgeschlossen werden. Ihre letzte und allgemeinste Grundlage findet diese Erscheinung in Tatsachen, die uns schon früher beschäftigt haben, und durch die sie in die unmittelbarste Analogie mit den mathematischen Beziehungen gesetzt werden. Wenn unser ganzes Wirklichkeits-Denken sich in bestimmten logischen Formen bewegt, so versteht sich von selbst, daß wir an ihm oder zwischen seinen Teilen eine Reihe von logischen Beziehungen aufweisen können, weiter aber auch, daß wir solche logische Beziehungen zur Bezeichnung realer Verhaltungsweisen verwenden können. Während

[1]) Die Sätze dieser Art sind insofern noch von besonderem Interesse, als in sie sehr häufig auch der Sinn eingeht, daß das zu Erreichende selbst im Sinne eines Wert-Urteils als notwendig oder wertvoll bezeichnet werden soll. Sagen wir, daß etwas zur Erreichung eines bestimmten Zweckes notwendig sei, so werden wir darin meist die Kombination dieser beiden Inhalte bemerken können.

[2]) Für eine Absonderung dieser Art von Möglichkeits-Aussagen liegt um so weniger Anlaß vor, als, wie schon früher berührt und an späterer Stelle noch etwas genauer darzulegen sein wird, die Existenzialsätze keineswegs eine streng abzusondernde Gruppe von Real-Urteilen bilden. Sie stellen vielmehr nur eine sprachliche Form dar, in die wir fast jeden Realsatz bringen können, wie auch das, was sie besagen (von einzelnen Ausnahmefällen abgesehen), immer auch in die Form eines Realsatzes anderer Art gebracht werden kann.

jedoch die mathematischen Beziehungen von einer so weit gehenden Anwendung sind, daß wir die Formen von Real-Urteilen, namentlich des mechanischen Begriffskreises, gar nicht entwickeln konnten, ohne wenigstens die einfachsten der hierhergehörigen Begriffe, wie etwa den der Gleichheit, von vornherein in Betracht zu ziehen, so sind wir dort nicht veranlaßt gewesen, von den logischen Beziehungen zu reden. Wir haben daher das Eingehen solcher logischen Beziehungen als etwas formal Neues, die den Geltungs-Zusammenhang von Urteilen betreffenden Begriffe des Forderns, Gestattens und Ausschließens als eine Erweiterung des zunächst ins Auge gefaßten begrifflichen Materials hervorzuheben und anzuerkennen. Ihre Anwendung ist, wie auch sogleich bemerkt sei, keineswegs auf diejenigen Fälle beschränkt, durch die wir hier auf sie geführt wurden. Wir können in ähnlicher Weise wie die Beziehungen zu der Gesamtheit allgemeiner Sätze, die wir als Wirklichkeits-Gesetze zusammenfassen, auch die Beziehungen zu irgend einem Teil dieser Gesetze oder auch zu einem einzelnen, nicht als Gesetz zu bezeichnenden, allgemeinen Satz ins Auge fassen. So etwa, wenn wir sagen, K befinde sich zur Zeit t an einem Punkte, der sich aus dem allgemeinen, seinen Ort als Funktion der Zeit angebenden Satz $O = \varphi(t)$ ergibt.

Für die formale Natur derjenigen Sätze, in die solche logische Beziehungen eingehen, wird ja nun des Weiteren vor allem die Natur eben derjenigen Sätze entscheidend sein, zu denen solche Beziehungen ausgesprochen werden. Wir stellen hier den wichtigsten Fall voran, daß es sich um die Begriffe im nomologischen Sinne handelt, also um die Beziehungen zu der Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze. Sind diese nichts anderes als eine Summe durch gewisse formale Eigentümlichkeiten charakterisierter Realsätze, so geht offenbar in die Urteile der nomologischen Möglichkeit usw. der Begriff des Wirklichkeits-Gesetzes ein, ein Begriff, der sich auf den formalen Bau der Real-Urteile selbst bezieht. In dieser Heraushebung formaler Eigentümlichkeiten der Real-Sätze besteht also ein weiteres charakteristisches Merkmal der im nomologischen Sinne genommenen Möglichkeits- und Notwendigkeits-Sätze, und es ist hiermit auch ein weiterer Punkt bezeichnet, in dem wir die Darlegungen über das begriffliche Material der Real-Urteile zu ergänzen haben [1]).

Bei den uns hier beschäftigenden Urteilen sind nun die beiden soeben erwähnten Eigentümlichkeiten mit einander vereinigt: sie sind die Aussagen gewisser logischer Beziehungen zu dem, was an der Wirklichkeits-Gesamtheit in einer bestimmten Form darstellbar ist.

[1]) Es sei hier daran erinnert, wie ganz ähnlich auch im Gebiete der Mathematik die formalen Verhältnisse, namentlich die der genetischen Begriffsbildung selbst, zum Gegenstande der Bezeichnung gemacht werden, und wie gerade hierdurch das Gebiet der mathematischen Begriffe in der bedeutungsvollsten Weise erweitert wird. Vgl. hierüber S. 19 sowie die genauere Besprechung in Kap. 17.

Um die Bedeutung dieser Sätze und namentlich ihr Verhältnis zu andern Real-Urteilen richtig aufzufassen, muß man mehrere Punkte besonders im Auge behalten, auf die mit einigen Bemerkungen hier einzugehen von Nutzen sein wird. Zunächst ist zu beachten, daß diese Sätze, wiewohl sie eine logische Beziehung ausdrücken, darum keine Reflexions-Urteile sind. Die Verhältnisse stimmen hier ganz mit denjenigen überein, die wir früher für mathematische Beziehungen, z. B. die der Gleichheit kennen gelernt und eingehend besprochen haben. Wie wir dort betonten (S. 222) ist das Eingehen einer Gleichheits-Beziehung oder die Form einer Gleichheits-Aussage für die logische Natur des Aussage-Inhaltes zunächst ohne Belang. Es kommt vielmehr darauf an, von welcher Natur diejenigen Begriffe sind, deren Gleichheit ausgesagt wird, und in welcher Weise sie bestimmt sind [1]. Ganz das Entsprechende gilt auch hier. Die Aussage einer logischen Beziehung kann ein logisches Reflexions-Urteil sein, so z. B. wenn wir sagen, der Satz „alle *A* sind *B*" schließe den, daß einige *A* nicht *B* sind, aus. Sie ist ein Real-Urteil, wenn der Inhalt des einen Satzes nach Maßgabe realer Verhältnisse bezeichnet ist, wie in den uns hier beschäftigenden Fällen, wo von Beziehungen zu den Wirklichkeits-Gesetzen die Rede ist. — Der andere hier zu beachtende Punkt ist der folgende. Je mehr wir Anlaß haben, die Beziehungen gedachter Verhaltungsweisen immer wieder zu demselben Kreise allgemeiner Sätze in Betracht zu ziehen und sie daraufhin als notwendig, möglich oder unmöglich zu bezeichnen, um so mehr werden wir in Versuchung kommen, diese Aussagen als solche von endgültigem Sinne anzusehen und zwar einem solchen, der dem der Verwirklichung als etwas Andersartiges und Inkommensurables anzureihen wäre. Unzweifelhaft ist ja dies nun zulässig und zutreffend, insofern wir der Aussage, daß ein bestimmtes Verhalten verwirklicht sei, die seiner Möglichkeit als eine andersartige, aber in gewissem Sinne koordinierte, gegenüberstellen können. Aber es wäre irrtümlich, wenn wir daraufhin überhaupt zwischen den Sätzen, die eine Möglichkeit, und denjenigen, die etwas über das Verhalten der Wirklichkeit aussagen, einen fundamentalen Unterschied annehmen, etwa nur die ersteren als Real-Urteile in einem eigentlichen Sinne anerkennen, die Möglichkeits-Aussagen aber ganz von ihnen absondern, sie gar nicht als Real-Urteile ansehen wollten. Wir müssen dieser Betrachtungsweise als Hauptergebnis entgegenstellen, daß auch die Aussagen über die Möglichkeit oder Notwendigkeit irgend welcher realer Verhaltungsweisen Real-Urteile sind, die sich von den übrigen nicht durch die fundamentale Art ihres Aussage-Inhaltes, sondern nur durch die besondere Art des begrifflichen Materials unterscheiden, in eben der Hinsicht also, in der auch diese unter einander die mannigfaltigsten Verschiedenheiten aufweisen. Bedeuten die Wirklichkeits-Gesetze die

[1] Vgl. auch die allgemeineren Ausführungen über die Urteilsart und die in der Form der Aussage hervorgehobenen Beziehungen S. 270.

Summe dessen, was an der Wirklichkeits-Gesamtheit in einer bestimmten Form darstellbar ist, so ist jede Aussage, in die der Begriff der Gesetze eingeht, eine die Wirklichkeits-Gesamtheit betreffende. Die Urteile über Möglichkeit usw. bedeuten also, ganz ebenso wie jedes andere Real-Urteil, ein tatsächliches Wirklichkeits-Verhalten, wenn auch dasselbe in eigentümlicher Weise bezeichnet wird.

Die reale Bedeutung der Möglichkeits-Aussagen wird besonders anschaulich, wenn wir den Urteilsinhalt unter den uns auch sonst für Real-Urteile geläufigen methodischen Gesichtspunkten betrachten. Wir müssen, um dies zu übersehen, wiederum an die vorhin berührten Unterschiede anknüpfen, die mit der konkreten oder generellen Bezeichnung der in den Sätzen erwähnten Verhaltungsweisen zusammenhängen. Sprechen wir von der Möglichkeit oder Unmöglichkeit eines generell bezeichneten Verhaltens, so ist ohne Weiteres deutlich, daß wir damit etwas über die Wirklichkeits-Gesetze aussagen. Handelt es sich um Verhaltungsweisen, die ganz oder teilweise in concreto gegeben sind oder an konkrete Verhältnisse anknüpfen, so wird es von den Besonderheiten des methodischen Zusammenhanges abhängen, ob ein Satz uns als eine Aussage über die Wirklichkeits-Gesetze oder über die in ihn eingehenden konkreten Verhältnisse erscheint. Sagen wir, es sei möglich, diesen (uns vorliegenden) Körper aufzulösen, zu verdampfen oder dergl., so werden wir dies in der Regel als eine Angabe über physikalisch-chemische Gesetze auffassen. Dagegen werden die tatsächlich gegebenen Verhältnisse als Gegenstand der Aussage erscheinen, wenn wir etwa sagen, die hier vorliegende Verwundung oder Krankheit mache eine Genesung unmöglich.

Wir können uns kürzer über die in der Hauptsache ganz ähnlichen Verhältnisse fassen, die sich ergeben, wenn die Begriffe der Möglichkeit usw. im subjektiven oder vulgären Sinne genommen werden. Handelt es sich hier um die logischen Beziehungen zu einer Summe von Sätzen, die außer den Wirklichkeits-Gesetzen noch eine gewisse Menge von tatsächlich Gewußtem umfassen, so geht in die Aussagen eine ganz bestimmte Gruppe realer Verhaltungsweisen ein, nämlich eben das Wissen, sei es des denkenden Subjektes, sei es der Gesamtheit. Die Sätze dokumentieren sich somit in noch einfacherer und direkterer Weise als Real-Urteile. Sätze dieser Art können daher auch, je nach Verhältnissen des Zusammenhanges und methodischer Ordnung, als Aussagen über den einen oder den andern der in ihnen erwähnten Realitäten-Kreise erscheinen. Ein Satz, der eine Möglichkeit im vulgären Sinne behauptet, kann unter Umständen als Aussage über die als möglich behaupteten Verhaltungsweisen, unter Umständen jedoch auch gerade über das, was in Bezug auf sie bekannt oder erkennbar war, sich darstellen.

Etwas anders liegen die Dinge für die Aussagen mathematischer

oder logischer Möglichkeiten usw. Für diese spielt die Gesamtheit des logisch oder mathematisch Evidenten die nämliche Rolle wie die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze bei den nomologischen. Solche Sätze können und werden in der Regel Reflexions-Urteile mathematischer oder logischer Natur sein. Fälle, die hier zunächst ausscheiden, und auf die wir unten sogleich zu sprechen kommen. Es ist jedoch zu beachten, daß diese Beziehungen ganz wohl auch in Real-Urteilen auftreten können. Offenbar haben wir es mit Real-Urteilen zu tun, wenn wir z. B. sagen, die Bahn, in der die Erde sich um die Sonne bewegt, oder die Bahn eines freifallenden Körpers gestatte keinen rationalen Ausdruck für ihre Längenwerte oder ihre Flächeninhalte. Für die Qualifikation dieser Sätze als Real-Urteile kommt es also darauf an, daß diejenigen Begriffe, denen wir eine mathematische oder logische Beziehung zuschreiben, real definiert sind, eine Bedingung, die für die nomologischen nicht in der gleichen Weise besteht, da hier die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze schon ihrerseits etwas von realer Bedeutung ist. Im Uebrigen bedürfen diese Sätze keiner genaueren Verfolgung.

Es bleibt uns übrig noch kurz das Eingehen der Möglichkeits-Begriffe in die mathematischen und logischen Reflexions-Urteile ins Auge zu fassen. Allerdings greifen wir damit bereits auf Verhältnisse über, die uns später bei der allgemeinen Erörterung des Baues dieser Urteile beschäftigen werden. Doch empfiehlt es sich, auch im gegenwärtigen Zusammenhange mit einigen Bemerkungen darauf einzugehen. Die zwingende Evidenz, die allen jenen Reflexions-Urteilen zukommt, sind wir wohl auch als eine notwendige Geltung zu bezeichnen gewohnt; wir können daher in diesem Sinne bei jedem mathematischen oder logischen Reflexions-Urteil von einer Notwendigkeit sprechen, die, ganz ähnlich wie die chronogenetische allen Real-Urteilen, ihrerseits der Gesamtheit aller Reflexions-Urteile zukommt. Dieser Umstand schließt jedoch nicht aus, daß in den Inhalt des genannten Urteils selbst jene Begriffe nochmals eingehen, wie dies am einfachsten an zahlreichen logischen Reflexions-Urteilen ersichtlich ist. Wir können es als möglich bezeichnen, daß der Satz „einige A sind B“ richtig, dabei aber der andere „alle A sind B“, falsch ist. Wir können dieses Urteil als ein zwingend evidentes und insofern notwendiges bezeichnen, daneben aber bemerken, daß sein Inhalt gerade in der Aussage einer Vereinbarkeit oder Möglichkeit besteht. Betrachtet man die Dinge in dieser Weise, so ist ohne Weiteres ersichtlich, daß in die logischen Reflexions-Urteile in mannigfaltiger Weise Aussagen über Vereinbarkeit, Fordern und Ausschließen eingehen, ja, daß diese Begriffe in erster Linie zu dem Material der logischen Reflexions-Urteile gehören. Eine genauere Verfolgung dieser Verhältnisse kann der späteren Stelle vorbehalten bleiben. — Was die mathematischen Reflexions-Urteile anlangt, so wird man auf den ersten Blick geneigt sein, auch in vielen rein mathematischen Sätzen Möglichkeits-

Aussagen zu erblicken. So etwa, wenn wir sagen, eine Zahl könne sowohl Quadrat- als Kubikzahl sein, ein Dreieck von drei gleichen Winkeln sei möglich u. dgl. Wir werden jedoch bei der formalen Betrachtung der mathematischen Sätze sehen, daß diese sich in einem Sinne auffassen lassen, der von dem Begriffe der Möglichkeit ganz absieht und dabei ihre Bedeutung eigentlich wohl greifbarer und klarer hervortreten läßt, so daß es, wenn auch vielleicht Sache einer willkürlichen Auffassung, doch mindestens zweifelhaft ist, ob man hier von Möglichkeiten reden soll. Dagegen sind die Urteile, in denen es uns durchaus geläufig ist, von einer mathematischen Möglichkeit zu sprechen, diejenigen, in denen wir ein reales Verhalten als durch die mathematischen Verhältnisse zugelassen (oder ausgeschlossen) behaupten. Im Gegensatz zu den vorhin berührten Fällen, die sich als Real-Urteil qualifizieren, handelt es sich um mathematische Reflexions-Urteile, wenn die erwähnten Begriffe zwar im allgemeinen zur Bezeichnung realer Verhaltungsweisen oder Vorgänge geeignet, aber nicht in der speziellen Weise, wie es dort der Fall war, durch die Anknüpfung an Verwirklichtes definiert sind. So ist die Natur des mathematischen Reflexions-Urteils erkennbar in dem Satz, daß ein Körper, dessen Bewegungen durch das Newtonsche Anziehungsgesetz bestimmt werden, sich sowohl in einer geschlossenen wie in einer offenen Bahn bewegen könne. In Sätzen dieser Art sind die mathematischen Begriffe nur durch reale Anknüpfungen spezialisiert. Die Sätze sind daher Reflexions-Urteile, und wir dürfen sie, wegen der mathematischen Grundlagen, auf denen sie beruhen, den mathematischen Reflexions-Urteilen zuzählen. Aber ihre besondere Gestaltung ist dadurch bedingt, daß wir das Wirkliche in mathematischen Begriffen denken. Die Möglichkeit, von der hier die Rede, ist also allerdings eine mathematisch bedingte, und es beruht hierauf, daß das Urteil ein mathematisches Reflexions-Urteil ist. Aber sie betrifft doch ein reales Verhalten; ein solches wird, eben im Hinblick auf mathematische Verhältnisse, als möglich oder unmöglich bezeichnet; und gerade hierin liegt wohl der Grund, weshalb es uns zutreffend erscheint, hier von Möglichkeiten zu sprechen.

Was die disjunktiven Urteile anlangt, so führt uns die Erwägung ihres Sinnes zunächst dazu, zweierlei Bedeutungen auseinander zu halten, in denen sie genommen werden können. Gehen in einen Satz zwei Begriffe in der dem disjunktiven Urteil charakteristischen durch die Partikel „oder“ bezeichneten Verknüpfung ein (A ist B oder C), so kann die Meinung eine sein, die sich unsrer diluierten Aussage unmittelbar anschließt, die einer unbestimmten Bezeichnung des von A Ausgesagten. Mit dieser Meinung braucht die weitere, daß das Zutreffen von A und B sich wechselseitig ausschließe, nicht verknüpft zu sein. In vielen Fällen zwar bringen es besondere Umstände mit sich, daß dies der Fall sein muß, daß ein Zutreffen von

A und B außer Frage bleibt. Sagen wir, daß jemand z. Z. in Berlin oder in Leipzig sei, so ist durch die allgemeine Form unsrer Wirklichkeits-Vorstellung gegeben, daß nicht beides der Fall sein kann. Sehr häufig jedoch bestehen keine derartigen ganz allgemeinen Verhältnisse, die das Zutreffen beider Disjunktionsglieder ausschließen. Alsdann kann freilich diese Ausschließung gleichwohl mitgemeint und mitbehauptet werden; aber es braucht das nicht der Fall zu sein. Und so ergeben sich in der Tat zwei Modalitäten disjunktiver Aussage, die wir auseinander zu halten um so mehr Anlaß haben, als die sprachliche Bezeichnung den Unterschied nicht so deutlich erkennbar macht, als man wünschen könnte. Im täglichen Leben begegnen uns sehr häufig Sätze, die an sich den einen wie den andern Sinn zulassen. Sagt der Arzt einem Patienten, es werde im Lauf des Tages noch einmal er selbst oder sein Assistent vorsprechen, so wird das nicht selten in dem Sinn gemeint sein, daß dadurch das Kommen beider keineswegs verneint werden soll. Die Meinung kann aber anderseits auch gerade die sein, daß jedenfalls nicht beides geschehen werde, und es würde dies etwa durch die besondere Betonung des Entweder-Oder sprachlich zum Ausdruck gebracht werden [1]).

Die logische Untersuchung muß daher die beiden Bedeutungen auseinanderhalten, und sie muß auch von der ersteren als einer jedenfalls zulässigen und in unserm tatsächlichen Denken nicht selten gegebenen Notiz nehmen [2]). Um für beide Fälle eine kurze Bezeichnung zu haben, will ich das Urteil im ersteren Sinne ein unbestimmt, im letzteren ein exkludierend disjunktives nennen. Auch können wir sogleich hinzufügen, daß das letztere einen doppelten Inhalt aufweist: zu einer ersten Aussage, die nichts anderes ist, als die des unbestimmt disjunktiven Urteils, tritt als zweite die Behauptung der wechselseitigen Ausschließung der Disjunktionsglieder.

Ziehen wir zunächst das unbestimmt disjunktive Urteil in Betracht, so steht dieses, wie schon früher bemerkt [3]), zu den von uns als diluiert bezeichneten Aussagen in der nächsten Beziehung. Diese ist am einfachsten, wenn die Disjunktion einen der in ein Urteil eingehenden Begriffe betrifft. Sagen wir: „K befindet sich zur Zeit t an einem Punkte der Strecke O_1 bis O_2", so haben wir eine diluierte Aussage der früher behandelten Art. Sagen wir: „K befindet sich zur Zeit an einem der Orte O, P, Q, R", so haben wir einen disjunktiven Satz der

[1]) Irre ich nicht, so kommt es sogar auch vor, daß ein emphatisches Entweder-Oder lediglich die Ausschluß-Beziehung der beiden Fälle besagen soll, die Aussage aber, daß einer von beiden zutreffe, dabei gar nicht gemeint ist oder doch ganz zurücktritt.

[2]) Wir entfernen uns hiermit von der herkömmlichen Auffassung des disjunktiven Urteils, die den wechselseitigen Ausschluß der Disjunktionsglieder als unerläßlich zu betrachten pflegt. Wir kommen auf Grund und Berechtigung dieser Abweichung unten noch zurück.

[3]) S. o. S. 229.

geläufigen Form. Beide Fälle unterscheiden sich lediglich durch die Art des in sie eingehenden Gesamtheits-Begriffes. Wir haben im ersteren Falle eine mathematische (in anderen früher berücksichtigten Fällen eine real definierte), im letzteren dagegen eine sogenannte konkrete, d. h. eine durch Zusammenfügung einer aufzählbaren Summe einzelner Elemente gebildete Gesamtheit. Das disjunktive Urteil ist also ein auf eine solche konkrete Gesamtheit zurückgehende diluierte Aussage. Anderseits können wir die diluierten Aussagen auch als disjunktive Urteile mit einer unendlich großen oder nicht angebbaren Zahl von Disjunktionsgliedern auffassen. So wären denn lediglich die konkreten Gesamtheiten das formal Neue, was wir den früheren Darlegungen über den begrifflichen Bau des Urteils hinzuzufügen hätten.

Auf etwas Weiteres werden wir geführt, wenn die Disjunktion ganze Sätze betrifft: es gilt entweder A oder B. Wir beschränken hier die Betrachtung auf den Fall, daß beide Real-Urteile sind. Ohne weiteres leuchtet ein, daß wir auch in diesem Fall es mit einer ungenauen oder unbestimmten Wirklichkeits-Bezeichnung zu tun haben, und es versteht sich, daß auch diese auf die Form des diluierten Satzes gebracht werden kann. Wir müssen zu diesem Zwecke nur, mit einer formalen Auffassung des Real-Urteils, auf die uns die Lehre von der Negation auch schon geführt hatte, den gesamten Aussage-Inhalt als etwas Einheitliches zusammenfassen, von dem dann die Verwirklichung ausgesagt wird. Sind X und Y die in den Sätzen A und B behaupteten Verhaltungsweisen, so können wir den Satz, daß entweder A oder B gilt, in die Form bringen, daß eines der in der konkreten Gesamtheit $X + Y$ enthaltenen Elemente verwirklicht sei. Wir werden also die zusammenfassende Bildung dieses, eine Mehrheit von Wirklichkeits-Verhalten bezeichnenden Begriffes als eine weitere, den früheren Darstellungen des begrifflichen Baues hinzuzufügende Ergänzung anzuführen haben.

Wenden wir uns nunmehr dem exkludierend disjunktiven Urteil zu und beschränken wir uns hier zunächst auf den Fall der zweigliedrigen Disjunktion (es gilt entweder A oder B), so wird zu der vorhin erörterten Aussage nun als ein weiteres noch der hinzutreten, daß die kombinierte Geltung von A und B verneint wird. Auch hier werden wir also auf den Begriff einer Kombination von Verhaltungsweisen oder einer mehrere solcher zusammenfassenden konkreten Gesamtheit geführt; während sie im ersteren Falle einer diluierten Aussage zugrunde lag, wird hier ein auf sie bezüglicher Satz verneint.

Auch für den Fall einer größeren Zahl von Disjunktionsgliedern können wir diejenige weitere Aussage, die zu dem unbestimmt-disjunktiven Urteil hinzutreten muß, um den exkludierenden Sinn desselben zu ergeben, zunächst in der entsprechenden Form darstellen. Sie würde in der Verneinung sämtlicher, zwei oder mehr jener Glieder vereinigenden Kombinationen bestehen, also die Verneinung aller Sätze bedeuten, die einer gewissen mathematisch definierten Gesamtheit angehören. Wir

können jedoch denselben Behauptungsinhalt einfacher und direkter in der Form darstellen, daß wir sagen, es treffe nur eines jener Disjunktionsglieder zu. Man bemerkt, daß diese Form die naturgemäß gegebene namentlich da ist, wo die Zahl der Disjunktionsglieder eine unendlich große oder nicht angebbare ist.

Die Formen, zu denen wir hier gelangt sind, gestatten zunächst noch eine gewisse Erweiterung insofern, als wir auch Verhaltungsweisen, die selbst bereits begrifflich kombinierter Art sind, wiederum zu Gesamtheiten vereinigen können. So können wir z. B. die (kombinierte) Verhaltungsweise, daß A, aber nicht B gilt, ferner die andere, daß B, aber nicht A gilt, ins Auge fassen. Vereinigen wir diese beiden in disjunktiver Form, so erhalten wir den Satz, daß entweder A und nicht B oder aber B und nicht A verwirklicht sind, der offenbar identisch ist mit der Aussage, daß A oder B gelte, wenn wir sie im exkludierend disjunktiven Sinne nehmen. Es führt uns dies sogleich auf den andern hier noch zu erwähnenden Punkt, den nämlich, daß zwischen den uns hier beschäftigenden Aussagen eine Reihe von Aequivalenzverhältnissen besteht. Die Ausschließung einer kombinierten Verwirklichung von A und B, die wir im letzteren Falle durch eine besondere verneinende Hinzufügung ausdrücken, kann auch durch eine Modifikation der Disjunktionsglieder erzielt werden, indem wir statt A setzen „A und nicht B", statt B ebenso „B und nicht A". Beachtenswert ist namentlich, daß solche Aequivalenzverhältnisse sich auch aus dem Umstande ergeben, daß für Gültigkeit und Ungültigkeit einer beschränkten Zahl von Sätzen immer nur eine übersehbare Zahl einander ausschließender Fälle möglich ist. So kommt es, daß jedesmal die Verneinung eines oder einiger derselben die Geltung irgend eines von denjenigen bedeutet, die nach Ausscheidung jener übrig bleiben. Für zwei Sätze A und B z. B. haben wir die 4 Fälle:

1. A gilt und B gilt.
2. A gilt und B gilt nicht.
3. A gilt nicht und B gilt.
4. A gilt nicht und B gilt nicht.

Das disjunktive Urteil „es gilt A oder B", würde je nach dem Sinne, in dem es genommen wird, den Fall 4 oder aber 1. und 4. ausscheiden und die Realisierung eines der übrig bleibenden behaupten [1]).

Die Auffassung der disjunktiven Urteile, zu der wir hier gelangt sind, weicht in manchen Hinsichten von dem Herkömmlichen ab, und ich darf nicht unterlassen, die Gründe dieser Abweichungen hier noch mit einigen Bemerkungen zu erläutern. Wie schon bemerkt, kann man das diluierte, irgend einer unbestimmten Bezeichnung sich bedienende Urteil als ein unbestimmt disjunktives auffassen. Geht die diluierte Bezeichnung auf eine mathematische Gesamtheit zurück, so würde

[1]) Auf die Verneinung von 2. läuft, wie sogleich zu besprechen ist, das hypothetische Urteil „Wenn A gilt, gilt auch B" hinaus.

die Zahl der Disjunktionsglieder unendlich groß, geht sie auf eine real definierte zurück, so würde sie nicht angebbar sein; unendlich groß und überdies mehr oder weniger unscharf begrenzt wäre sie bei der Verwendung von synchytischen Begriffen, die in der besonderen, ihrer Natur entsprechenden Weise mehr oder weniger unbestimmt sind. Ob man nun alle Sätze, die sich derartiger unbestimmter Bezeichnungen bedienen, den disjunktiven Urteilen zurechnen, oder ob man die Bezeichnung des disjunktiven Urteils für die geläufige Art, d. h. die mit einer beschränkten und übersehbaren Zahl von Disjunktionsgliedern vorbehalten soll, das ist eine wohl nur nach Zweckmäßigkeitsgründen zu entscheidende Frage. Bedenkt man indessen, eine wie große Rolle gerade jene, der gewohnten Form des disjunktiven Urteils nicht entsprechenden Verwendungen der unbestimmten Begriffe spielen — es sei nur an die komprehensiv allgemeinen Sätze, komprehensiv definierte Gesamtheiten usw. erinnert [1]) —, so erscheint es doch kaum angängig, den Begriff der disjunktiven Aussage in einer alle diese Fälle umfassenden Weise zu erweitern. Dieser Erwägung folgend habe ich von vornherein den ganz allgemeinen Begriff der diluierten Bezeichnung eingeführt, wobei nun das unbestimmt disjunktive Urteil sich als besonderer Fall dieser sehr viel umfassenderen Klasse einreihen läßt. — Von der üblichen Darstellung sind wir dann auch insofern abgewichen, als diese nur den hier an zweiter Stelle besprochenen Fall in Betracht zieht, die wechselseitige Ausschließung der Disjunktionsglieder also als unerläßlich betrachtet. Nun ist allerdings richtig, daß wir den Inhalt eines unbestimmt disjunktiven Satzes stets in die Form eines exkludierend disjunktiven bringen können. Der in ersterem Sinne genommenen Aussage, daß A oder B gelte, können wir die im letzteren Sinne gemeinte substituieren, daß entweder A oder B oder sowohl A als B gelte. Wollen wir einen unbestimmt-disjunktiven Satz von mehreren Disjunktionsgliedern A, B, C, D, E in der entsprechenden Weise behandeln, so könnten wir sagen, es gelte entweder A oder B, C, D, E oder irgend eine der aus diesen Elementen zu bildenden Kombinationen zu zweit, dritt, usw. Aehnlich können wir auch den einfachen diluierten Satz der früher besprochenen Art als eine Reihe sich durchweg ausschließender Disjunktionsglieder darstellen. Man wird indessen doch nicht bestreiten können, daß diese Darstellungen etwas Unbefriedigendes haben, teils schon wegen der Weitläufigkeit und Unübersehbarkeit der hier aufgeführten Fälle, teils auch weil in dem ursprünglichen Urteil doch streng genommen von ihnen gar nicht die Rede ist. So würde denn auch für die Zurückführung auf die Form des exkludierend disjunktiven Urteils nur dann ein Anlaß gegeben sein, wenn diese Form sich als eine vorzugsweise durchsichtige, als eine endgültige, oder insbesondere als eine einheitliche bezeichnen ließe. Eben dies aber ist ohne Zweifel nicht der Fall. Haben

[1]) Vgl. o. S. 231 f.

wir ein exkludierend disjunktives Urteil z. B. von sechs Gliedern, so führt die Prüfung seines Sinnes uns allemal dazu, die beiden in ihm steckenden Behauptungen zu unterscheiden, daß *eines* jener Glieder zutreffe, und daß *nur* eines (nicht mehr als eines) zutreffe; der Satzinhalt erweist sich als ein zweiteiliger. Ist aber dies der Fall, so besteht offenbar kein Grund, diese beiden Aussagen lediglich in Verbindung miteinander in Betracht zu ziehen, und es besteht auch kein Anlaß, für den ersten jener Sätze nach einer andern Form zu suchen, als der durch die Fortlassung jenes andern Teiles sich ergebenden. Wir müssen also unbedingt das hier als unbestimmt-disjunktives bezeichnete Urteil als eine zulässige Form anerkennen, für die eine Zurückführung auf andere Formen zu suchen überflüssig ist. Auch dürfte es dem Sprachgebrauch gemäß wohl geboten sein, auch hierfür den Namen des disjunktiven Urteils in Anspruch zu nehmen und durch eine Hinzufügung das Fehlen oder Hinzutreten des Exklusionssatzes anzudeuten.

Auch für einige weitere hier noch anzuschließende Fälle ergibt sich eine von der üblichen mehr oder weniger abweichende Auffassung, wobei wir übrigens z. T. nicht auf neue, sondern früher schon in anderem Zusammenhange behandelte Formen geführt werden. So müssen wir insbesondere betonen, daß dem allgemeinen Satze mit disjunktiver Prädikats-Bezeichnung (alle A sind entweder B oder C) neben der durch die Disjunktion gegebenen unbestimmten Bezeichnung auch eine weitere formale Besonderheit zukommt und zwar die nämliche, die wir oben im Anschluß an diluierte Bezeichnungen behandelten und derzufolge wir solche Sätze als *komprehensiv allgemein* bezeichneten [1]). In der Tat ist ja auch hier zu bemerken, daß nicht für alle A etwas streng Bestimmtes und genau Uebereinstimmendes zutreffen soll, sondern für einige dies, für andere jenes, und daher die Möglichkeit der allgemeinen Aussage, wie dort an den Gesamtheits-Begriff und an die diluierte Bezeichnung, so hier an die Disjunktion geknüpft ist. Wir werden daher diese Sätze mit Recht den komprehensiv allgemeinen zurechnen können. Entsprechend dem vorhin Ausgeführten ist hiermit zunächst nur der unbestimmt disjunktive Sinn des betr. Urteils ins Auge gefaßt. Gilt es zugleich auch im exkludierend disjunktiven, so würde die für alle A geltende verneinende Aussage, daß für sie nicht B und C zutreffe, als ein weiteres hinzutreten. Die doppelte Aussage, zu der wir so gelangen, ist nichts anderes als was unter der Beziehung des *divisiven Urteils* geläufig ist. Denn die Gesamtheit der A wird auf diese Weise in einen Teil, von dem B, und einen andern Teil, von dem C gilt, zerlegt. Obwohl wir in gewissem Maß gewohnt sind, derartige Aussagen als etwas Einheitliches anzusehen, so nötigt die eingehendere Erwägung ihres Sinnes doch zweifellos, die Zusammenfügung ihres Inhalts aus zwei wohl unterscheidbaren Teilen anzuerkennen. Soll es sich um eine restlose und einwandfreie Einteilung handeln, so

[1]) Vgl. o. S. 231.

ist eben erforderlich, daß kein A übrig bleibt, es also keines gibt, für das weder A noch B zutrifft, und daß nirgend eine doppelte Zurechnung möglich ist, es also auch keines gibt, für das sowohl B als C gilt.

Nach all dem ergeben sich aus der Prüfung des disjunktiven Urteils zwei formale Besonderheiten, die wir als früher noch nicht berücksichtigte hier hervorzuheben hätten: 1. die Bildung von Begriffen, die konkrete, aufzählbare Gesamtheiten bedeuten; 2. die einheitliche Bezeichnung eines ganzen Wirklichkeits-Verhaltens und die kombinierende Zusammenfassung zweier oder mehrerer solcher, ein Wirklichkeits-Verhalten bezeichnender Begriffe. Die besprochenen Urteilsformen ergeben sich teils daraus, daß solche Begriffe diluierten Bezeichnungen zugrunde gelegt werden, teils daraus, daß sie in verneinende Sätze eingehen.

Wir wenden uns zur Besprechung des *hypothetischen Urteils*, eines Satzes also von der Form: Wenn A gilt, gilt auch B, wobei wir zunächst die beiden so verknüpften Urteile, die Bedingung und das Bedingte, als Real-Urteile voraussetzen [1]). — Prüfen wir den Sinn, in dem diese Sätze genommen werden, so stoßen wir, ähnlich den Aussagen über Möglichkeit und Notwendigkeit, auf die Schwierigkeit, daß dieser Sinn kein einheitlicher und streng fixierter ist, sondern mancherlei Unterschiede und Schwankungen aufweist. Und zwar zeigt sich, daß wir dem hypothetischen Urteil einen engsten Sinn zuschreiben dürfen, der ihm unter allen Umständen zukommt, daß daneben aber meist noch anderes hinzugedacht wird, dessen Verfolgung und Aufklärung uns auf mannigfaltige und oft nicht mit Sicherheit angebbare Verhältnisse führt. Jener engste Sinn ist offenbar ein verneinender. Sagen wir: „Wenn das reale Verhalten A besteht, so besteht auch das andere B", so ist damit unter allen Umständen ein Verhalten von der Art *verneint*, daß A verwirklicht, B aber nicht verwirklicht wäre. Auch können wir eine solche verneinende Aussage machen, ohne irgend einen Gedanken darüber hinzuzufügen, aus welchem Grunde oder in welcher Weise die Realisierung von B an diejenige von A geknüpft sei.

[1]) Wir setzen ferner voraus, daß Bedingung und Bedingtes voneinander unabhängig erschöpfend bezeichnet sind, und schließen hierdurch gewisse Fälle aus, die, wiewohl in der hypothetischen Form ausgedrückt, sich ohne weiteres in andrer Form, nämlich als allgemeine Sätze darstellen lassen und daher zutreffender den hypothetischen gar nicht zugerechnet werden. Sagen wir z. B.: „wenn jemand lügt, so stiehlt er auch", so bedeutet dies, daß mit dem einen Merkmal allemal auch das andere verknüpft sei, oder daß allen durch die eine Eigenschaft charakterisierten Menschen auch die andere zukomme, eine Bedeutung, die sich mit der gewöhnlichen eines allgemeinen Satzes vollkommen deckt. In diesen Fällen sind Bedingung und Bedingtes nicht unabhängig definiert, sondern es findet zwischen dem Inhalt beider ein bestimmter Zusammenhang statt. Wenn irgend jemand lügt, so gilt von *ihm* (nämlich eben demjenigen, für den die Bedingung zutrifft), auch daß er stiehlt. Der hier bestehende Zusammenhang zwischen Bedingung und Bedingtem ist ganz ähnlich demjenigen, der im komplex allgemeinen Satze zwischen der als Subjekt figurierenden Gesamtheit und dem von ihr allgemein Ausgesagten besteht.

Wir haben es hier also in der Tat mit dem engsten, dem hypothetischen Urteil unerläßlich zukommenden Sinne zu tun. Das in diesem Sinne genommene hypothetische Urteil mag ein unfundiertes genannt werden. Seine Form bietet als besondere Eigentümlichkeit die nämliche, auf die wir schon bei den disjunktiven Urteilen geführt worden waren: die kombinierende Bezeichnung einer zweierlei verschiedene Verhaltungsweisen vereinigenden Wirklichkeits-Gestaltung. Und zwar ist hier der eine Teil verneinend bezeichnet; überdies wird das kombinierte Verhalten verneint. Die ganze Art der Aussage schließt sich also den dort bereits erörterten Fällen durchaus an und bedarf keiner weiteren Besprechung.

Unzweifelhaft geht nun aber der Sinn des hypothetischen Urteils, wenn nicht immer, doch sehr häufig über diese engste Bedeutung mehr oder weniger hinaus. In den meisten Fällen wird er der sein, den auch die hergebrachte Auffassung ihm zuzuschreiben gewohnt ist, daß über die Natur der zwischen Bedingung und Bedingtem bestehenden Verknüpfung noch irgend etwas ausgesagt werden soll, daß insbesondere diese das Ergebnis eines allgemeinen Zusammenhanges oder ein solcher mindestens an ihr beteiligt sein soll. Wir können in diesem Falle, im Gegensatz zu dem zunächst ins Auge gefaßten engsten Sinne, das Urteil ein fundiert hypothetisches nennen. Daß der Sinn ein derartiger tatsächlich ist, läßt sich durch einige einfache Ueberlegungen leicht bestätigen. Es zeigt sich am direktesten, wenn wir den Fall erwägen, daß die Bedingung nicht verwirklicht ist. Nehmen wir den Satz „Wenn A stattfindet, findet auch B statt“, lediglich als die Verneinung eines Verhaltens, in dem A aber nicht B gegeben wäre, so wird dieser Satz ja stets als zutreffend anzuerkennen sein, wenn A nicht verwirklicht ist. Sehr häufig erscheint uns aber die Richtigkeit des hypothetischen Urteils, auch wenn die Bedingung nicht verwirklicht ist, doch keineswegs selbstverständlich und wohl auch bestreitbar. Wir können etwa sagen: auch wenn A verwirklicht wäre, so würde es doch nicht berechtigt sein, daraus auf B zu schließen. Jedesmal also, wenn das hypothetische Urteil auch für den Fall der Nicht-Realisierung der Bedingung etwas nicht Selbstverständliches, sondern Diskutierbares bedeutet, zeigt sich darin, daß ihm eine über den unfundierten Sinn hinausgehende Meinung zukommt. Und was wir dann noch behaupten (oder bestreiten) können, ist offenbar nichts anderes, als irgend ein allgemeiner, eine Verknüpfung von A und B ergebender Zusammenhang, und zwar ein Zusammenhang von der Art, daß er sich auch auf nicht verwirklichte Fälle erstreckt.

Kann es bei der zunächst ins Auge gefaßten Form des hypothetischen Urteils vielfach zweifelhaft erscheinen, ob es im fundierten oder unfundierten Sinne gemeint ist, so muß hier daran erinnert werden, daß in gewissen Fällen die fundierte Bedeutung allein in Frage kommt. Dies ist der Fall bei derjenigen Art der hypothetischen Urteile, bei der

wir direkt von der Nicht-Verwirklichung der Bedingung ausgehen und dies in der bekannten sprachlichen Form zum Ausdruck bringen. Sagen wir: „Wenn A stattgefunden hätte, so hätte auch B stattgefunden“, so bedeutet dies offenbar jedesmal die Behauptung eines allgemeinen, auch nicht verwirklichte Fälle mit umfassenden Zusammenhanges.

Fassen wir den Sinn eines fundiert hypothetischen Urteils des Genaueren ins Auge, so begegnen wir der vorhin erwähnten Unsicherheit und Unbestimmtheit. Allerdings kann man sagen, es werde eben irgend etwas behauptet, woraus in Verbindung mit der Bedingung auf das Bedingte geschlossen werden kann. Und man könnte meinen, daß wir es hier mit einer indirekten, durch eine gewisse logische Beziehung gegebenen Charakterisierung eines Behauptungs-Inhaltes zu tun haben. Allein diese Bezeichnung ist eben eine überaus unbestimmte, da die mannigfaltigsten Sätze denkbar sind, aus denen in Verbindung mit der Bedingung auf das Bedingte geschlossen werden darf; auch der zuerst erwähnte unfundierte Sinn würde hierhin gehören. — Versuchen wir den fundierten Sinn in präziserer Weise festzulegen, so kommen wir zunächst auf Bedeutungen, die sich mit früher besprochenen Fällen decken. Die Meinung kann die sein, daß die Bedingung zufolge eines logischen, mathematischen oder nomologischen Zusammenhanges das Bedingte fordere oder, was auf dasselbe hinausläuft, daß ein die Bedingung enthaltendes, des Bedingten jedoch ermangelndes Verhalten im logischen, mathematischen oder nomologischen Sinne unmöglich sei. Werden wir hiermit, wie gesagt, auf früher bereits in anderem Zusammenhange besprochene Fälle geführt, so tritt dazu hier noch ein Weiteres. In anderen und wohl nicht minder häufigen Fällen ist die Meinung die, daß das Zutreffen des Bedingten sich aus der Verwirklichung der Bedingung zwar zum Teil auf Grund allgemeiner Gesetze, anderseits aber auch im Hinblick auf irgendwelche weitere reale Verhaltungsweisen ergab. Es möge z. B. gesagt werden „Wenn jetzt ein Krieg zwischen Bulgarien und der Türkei ausbricht, so wird dies auch zu einem Kriege zwischen Rußland und Deutschland führen“. Dieser Satz will nicht nur (im Sinne eines unfundierten hypothetischen Urteils) den Fall eines auf die erstgenannten Länder beschränkten Krieges verneinen. Ebensowenig will er dies Geschehen für sich als den Wirklichkeits-Gesetzen widersprechend, als nomologisch unmöglich behaupten. Als unmöglich wird es vielmehr behauptet in Verbindung mit einer Reihe sonstiger realer Verhaltungsweisen. Wir können daher in diesem Falle von einem realen Fordern reden, das sich, wie oben schon angedeutet wurde, als letzter Fall dem logischen, mathematischen und nomologischen Fordern anreihen würde.

Es bleibt uns nach der Darlegung dieser vornehmlich wichtigen Punkte nur übrig, die Lehre vom hypothetischen Urteil noch durch einige minder wichtige Hinzufügungen zu ergänzen. An die zuletzt

erwähnte Darstellung anknüpfend kann man fragen, ob es denn nicht einfacher und richtiger wäre, den Sinn des hypothetischen Urteils schlechtweg dahin anzugeben, daß die Bedingung das Bedingte „fordere". Selbstverständlich kann man dies. Allein es wäre eine Verkennung, wenn wir glauben wollten, die uns obliegende Aufgabe hiermit gelöst zu haben. Denn wie wir es ähnlich mit Bezug auf die analoge den Zusammenhang von Merkmalen betreffende Gruppe von Begriffen [1]) betonten, bedeutet jenes Fordern keinen endgültigen und einheitlichen Begriff. Sobald wir in seine Prüfung eintreten, zeigt sich vielmehr, daß er die zusammenfassende Bezeichnung einer Anzahl einzelner Begriffe ist, die ihrerseits als endgültige in Anspruch genommen werden müssen. Damit aber sind wir wieder zu der nämlichen Betrachtung zurückgekehrt, der wir hier ohnehin gefolgt waren.

Eine kurze Besprechung erfordern hier ferner die Verhältnisse, die sich aus der Kombination der Verneinung mit hypothetischen Urteilen ergeben. In der zunächst ins Auge gefaßten Form, daß eine Bedingung A ein Bedingtes B fordere, erhalten wir die des Ausschließens dadurch, daß an Stelle des B etwas verneinend Bezeichnetes tritt. Auch das Ausschließen kann wie das Fordern ein logisches, mathematisches, nomologisches oder reales sein. — Auf andere Verhältnisse dagegen führt uns die Verneinung, die dem hypothetischen Satze als solchem gilt, und es wird dabei darauf ankommen, in welchem Sinne dasselbe gemeint ist. Nehmen wir es im unfundierten engsten Sinne, so wird seine Verneinung besagen, daß eben das verwirklicht ist, was das hypothetische Urteil verneint, d. h. also, daß die Bedingung, nicht aber das Bedingte verwirklicht ist. Dagegen bedeutet die Verneinung des im fundierten Sinne genommenen hypothetischen Urteils, daß die Bedingung das Bedingte nicht fordere, daß sie also sein Fehlen oder, wie wir allgemeiner sagen können, irgend etwas, sei es positiv, sei es negativ Bezeichnetes, gestatte. Je nach der Meinung des hypothetischen Urteils, von dem ausgegangen wird, ist dann auch dieses Gestatten ein logisches, mathematisches, nomologisches oder reales.

Die hiermit erhaltenen Begriffe für die Geltungs-Zusammenhänge von Urteilen treten damit in eine weitgehende Analogie zu denjenigen, die den Zusammenhang der einem allgemeinen Begriffe zuzuschreibenden Merkmale betreffen, worauf an früherer Stelle vorgreifend hingewiesen wurde [2]).

[1]) Vgl. o. S. 286.

[2]) Eine besondere Bemerkung erfordert hier nur der Begriff eines realen Gestattens. Die Aussage eines realen Forderns bedeutet, daß A in Verbindung mit den im Uebrigen bestehenden tatsächlichen Verhältnissen B fordert. Die Aussage eines realen Ausschließens besagt, daß A im gleichen Sinne B ausschließt. Da nach unsern allgemeinen Anschauungen durch eine erschöpfende Bestimmung der Bedingungen auch das Bedingte eindeutig bestimmt sein muß, so kann es scheinen, als ob eine bestimmte Bedingung in diesem realen Sinne irgend etwas anderes unter allen Umständen entweder fordern oder ausschließen müsse, wonach denn der Begriff eines realen Gestattens gegenstandslos werden würde.

Ein im alltäglichen Denken vorzugsweise häufiger Fall ist, wie oben schon kurz angedeutet wurde, der, daß als Bedingung eine Aenderung des tatsächlich Verwirklichten, ein bestimmtes Anders-Verhalten ins Auge gefaßt wird. Sätzen dieser Art haftet eine gewisse Zweideutigkeit an, die eine doppelte Auffassung zwar nicht ihres Inhaltes, wohl aber ihrer Form unter den uns hier beschäftigenden Gesichtspunkten zuläßt. Ihre Meinung ist ja im Allgemeinen die, daß für die bedingenden Umstände in den nicht erwähnten Hinsichten keine Aenderung angenommen, sie vielmehr als die tatsächlich verwirklichten vorausgesetzt werden. Betrachten wir als Bedingung lediglich das ausdrücklich erwähnte (das abgeänderte Verhalten), so werden wir es mit dem Falle eines realen Forderns zu tun haben. Man kann aber auch wohl jenes Gleichverhalten in den übrigen Hinsichten als ein zwar nicht ausdrücklich erwähntes, aber stillschweigend hinzugedachtes der Bedingung mit zurechnen. Bei dieser Betrachtung wären die bedingenden Umstände erschöpfend bestimmt und es würde sich demgemäß nicht um ein reales, sondern um ein nomologisches Fordern handeln. Die Unsicherheit der Auffassung beruht, wie man sieht, darauf, daß der sprachliche Ausdruck nicht genau erkennen läßt, was als Bedingung gemeint und in dieselbe einbezogen sein soll.

Ein letzter hier zu berührender Punkt betrifft die an früherer Stelle erwähnten Verhältnisse methodischen Zusammenhanges, denen zufolge bei Urteilen zusammengesetzten Inhaltes eines oder das andere als das uns interessierende und als Gegenstand der Aussage erscheint. Der zusammengesetzte Inhalt namentlich der hier zuletzt erwähnten fundiert hypothetischen Urteile bringt es mit sich, daß hier besonders mannigfaltige Verhältnisse bestehen können. Auch ist ihre Betrachtung gerade unter diesen Gesichtspunkten besonders geeignet, den Inhalt des Urteils als einen derartig zusammengesetzten zu erweisen. Schon in anderem Zusammenhange war davon die Rede [1]), daß hypothetische Urteile, die sich auf nicht verwirklichte Bedingungen beziehen, namentlich diejenigen, die eine Abänderung des Verwirklichten als Bedingung ins Auge fassen, sich als Aussage über nomologische Verhältnisse, insbesondere über die Gesetze des Geschehens darstellen. In den hier zuletzt erwähnten Fällen wird sich das vielfach ebenso verhalten. Oft aber werden nicht sowohl allgemeine Gesetze des Geschehens, als vielmehr andere in der Bedingung nicht erwähnte reale Gestaltungen das sein, was sich als Gegenstand der Aussage in diesem Sinne heraushebt. So gerade in dem dort angeführten Beispiel: der Satz über die Aus-

Indessen trifft dies doch nur dann zu, wenn wir als Bedingung ein Verhalten in voller individueller Bestimmtheit ins Auge fassen, nicht aber, sobald die Bedingung generell angegeben ist und somit eine Mehrheit von Verhaltungsweisen umfaßt, ganz in Ueberstimmung mit dem, was in etwas anderem Sinne für Möglichkeits-Verhältnisse dargelegt wurde.

[1]) Vgl. o. S. 118.

breitung eines etwaigen Balkankrieges stellt sich, unter diesem Gesichtspunkte betrachtet, offenbar als eine Aussage über die tatsächliche Lage der allgemeinen politischen Verhältnisse und Beziehungen dar.

Ueberblicken wir auch hier zusammenfassend, in wie weit die Prüfung der hypothetischen Urteile uns auf neue Verhältnisse des begrifflichen Materials oder der Formen geführt hat, so bemerken wir, daß dies überhaupt nicht der Fall ist, vielmehr sich hier nur, wenn auch in anderer Kombination oder speziellerer Gestaltung diejenigen Formen wiederfinden, auf die uns die Verfolgung der Urteile über Möglichkeit und Notwendigkeit, sowie der disjunktiven bereits geführt hatte, ein Ergebnis, dem ja auch der mannigfaltige Zusammenhang dieser verschiedenen Formen entspricht. Die zusammenfassende Bezeichnung eines kombinierten Verhaltens, ferner die logischen Beziehungen, insbesondere zu den Wirklichkeits-Gesetzen, und endlich die Einbeziehung verneinender Bezeichnungen sind die Besonderheiten, die auch im Sinne der hypothetischen Urteile zur Erscheinung kommen.

Wir haben die Formen des disjunktiven und hypothetischen Urteils zunächst nur für Realsätze in Betracht gezogen. Es versteht sich jedoch, daß ganz die gleichen Erscheinungen auch im Gebiete der mathematischen und logischen Reflexions-Urteile Platz greifen können. Auch bedarf es nur weniger erläuternder Bemerkungen für den Fall, daß die disjunktiv oder hypothetisch verknüpften Sätze beide mathematischen oder logischen Inhalts sind. Wir können z. B. sagen, daß das Produkt von 4 und 6 gleich einer zwischen 20 und 30 gelegenen Zahl, auch wohl daß es entweder 24 oder 25 sei [1]; ähnlich: wenn $7 \times 13 = 91$, so ist $6 + (7 \times 13) = 6 + 91$ u. dgl. Zu beachten wird hier höchstens sein, daß die Vieldeutigkeit, die den hypothetischen Sätzen im Gebiete der Real-Urteile anhaftet, hier im Allgemeinen nicht vorliegt oder doch ohne Belang ist. Denn da den mathematischen Sätzen durchgängig der Charakter der Notwendigkeit zukommt, und jeder einzelne sich als Ergebnis irgend welcher allgemeiner Sätze darstellen läßt, so können wir auch das hypothetische Urteil hier stets als ein fundiertes, auf die Gesamtheit mathematischer Gesetze sich stützendes auffassen.

Eine etwas genauere Erwägung erfordert die Frage, ob auch eine disjunktive oder hypothetische Verknüpfung von Sätzen verschiedener Urteils-Klassen vorkommen kann und logisch einwandsfrei ist. Auf den ersten Blick könnte man wohl geneigt sein, Sätze wie den „wenn $3 \times 3 = 9$ ist, so wird es heute regnen" für unsinnig oder wertlos zu erklären. Wir müssen jedoch beachten, daß sehr wohl aus einem Real- und einem mathematischen Urteil sich ein anderes Real-Urteil ergeben kann. Bei gewissen inhaltlichen Beziehungen kann daher das hypothetische Urteil, das an eine Bedingung mathematischen Inhalts eine

[1]) Ob für solche Sätze tatsächlich zuweilen Anlaß gegeben ist, ist hier im Grunde gleichgültig. Doch wird eine sorgsame Prüfung erkennen lassen, daß dies unter mancherlei Bedingungen ganz wohl der Fall sein kann.

Folgerung von realer Bedeutung knüpft, ähnlich einer Fundierung im obigen Sinne, gerade jenes erstere reale Verhalten bedeuten, aus dem in Verbindung mit dem mathematischen Satze das zweite Realurteil sich als Folgerung ergibt. Unter diesen Umständen ist der hypothetische Satz von einleuchtender Berechtigung. Wer 3 mal je 17 Mk. ausgegeben hat, kann sagen: wenn $3 \times 17 = 51$ ist, so habe ich 51 Mk. ausgegeben. — Eher könnten sich darüber Zweifel erheben, ob die rein kombinatorische Zusammenfügung, wie wir sie als Grundlage des disjunktiven und des unfundierten hypothetischen Urteils fanden, für Real- und Reflexions-Urteile angängig ist. Und wir gelangen hiermit schließlich noch zu einem Punkt von etwas weitergehendem Interesse. Wir müßten, um dies zu prüfen, etwa an Zusammenfügungen von Sätzen denken, die begrifflicher Beziehungen ihres Inhalts ganz ermangeln. Der Satz „Entweder starb Friedrich der Große im Jahre 1786 oder 7×8 ist $= 57$" wird wiederum auf den ersten Blick als unsinnig erscheinen. Auch Sätze dieser Art sind jedoch nicht schlechtweg abzulehnen; sie erweisen sich vielmehr als zulässig, wenn auch an eine bestimmte Betrachtungsweise geknüpft. Man bemerkt dies, wenn man die Aussage auf die Form bringt, von den beiden Urteilen „$7 \times 8 = 57$" und „Friedrich der Große starb im Jahre 1786" sei eines richtig und eines falsch, es gelte also entweder das eine oder das andere. Der Satz wird in dieser Form einwandfrei erscheinen, läßt aber auch sogleich erkennen, worauf er beruht. Er ist an den allgemeinen, Real- und mathematisches Urteil zusammenfassenden Begriff des Urteils und ebenso an den die Verwirklichung und das mathematische Zutreffen vereinigenden Begriff der Geltung oder der Richtigkeit geknüpft. Sobald wir diese Begriffe heranziehen, können wir Aussagen der erwähnten Art in der Tat machen. Nicht minder versteht sich, daß wir auch sie auf die Form von kombinatorischen Aussagen bringen können. Nur müßten wir auch hier von einem, Realität und mathematische Verhältnisse umfassenden Begriff ausgehen, für den wir eine geläufige Bezeichnung nicht besitzen. Mit Benutzung eines solchen können wir von einem Mathematisches und Reales kombinierenden Gesamtverhalten reden, dessen Verneinung ein unfundiertes hypothetisches Urteil darstellen würde usw.

Es ist hier der Ort, noch eine besonderen Gestaltung hypothetischer Urteile zu erwähnen, die insofern von Interesse ist, als sie neben der hypothetischen Form eine andere Darstellung gestattet, bei der von einer besonderen, übrigens bei der Lehre von der Verneinung schon erwähnten Auffassung des Urteils-Baues ausgegangen wird. Es handelt sich hier um das doppelte hypothetische Urteil: Wenn A gilt, gilt auch B, und wenn A nicht gilt, gilt auch B nicht. Der hier behauptete Zusammenhang läßt sich offenbar in der Form aussprechen, daß der Geltungsmodus (wenn wir hiermit zusammenfassend Bejahung und Verneinung bezeichnen) von B der nämliche wie der von A sei. Wir haben es hier mit einer Form zu tun, die den oben ausführlicher bespro-

chenen verkettenden Bestimmungen sich ohne Weiteres anschließt. Das Anwendungsgebiet derselben erscheint aber dadurch erweitert, daß wir einerseits den ganzen Inhalt des Urteils als etwas Einheitliches zusammenfassen, anderseits seine Bejahung oder Verneinung als etwas zu diesem Inhalt Hinzutretendes und mit ihm das Urteil Ausmachendes betrachten. Wir haben also zu beachten, daß mit dieser Betrachtungsweise die Möglichkeit verkettender Bezeichnung sich erweitert.

Aehnlich der Unterscheidung bejahender und verneinender Urteile sind auch die im Obigen besprochenen Formen vielfach so aufgefaßt worden, daß mit ihnen wohlcharakterisierte Urteils-Arten bezeichnet sein sollten, die bei einer rationellen Einteilung der Urteile irgendwie Verwendung zu finden hätten. Aus dem Obigen geht hervor, daß wir unter Benutzung der hergebrachten Bezeichnungen zu diesem Ziel jedenfalls nicht gelangen. Umfaßt doch z. B. das hypothetische Urteil mehrerlei verschiedene Bedeutungen, von denen ein Teil sich mit der eines disjunktiven, ein anderer mit der eines Notwendigkeits-Urteils zur Deckung bringen läßt. Den an eine korrekte Einteilung zu stellenden Anforderungen entsprechen also jene Bezeichnungen in keiner Weise. Es wird nun nicht ohne Interesse sein zu prüfen, ob etwa auf Grund der genauer bestimmten formalen Merkmale, auf die wir vorhin geführt wurden, eine bestimmte Einteilung der Urteile gegeben werden kann. Wir können hier in erster Linie davon ausgehen, daß die Angabe einer logischen Beziehung zu den Wirklichkeits-Gesetzen ein in der Tat ganz bestimmtes Kriterium ist. Beachtet man weiter, daß es sich dabei immer nur um die drei logischen Beziehungen des Forderns, Gestattens und Ausschließens handeln kann, so könnte man weiter meinen, daß wir die Aussagen einer Notwendigkeit, Möglichkeit und Unmöglichkeit als drei Typen zu unterscheiden hätten. Dem wäre jedoch zunächst als eine weitere Form die hinzuzufügen, daß die Wirklichkeits-Gesetze in Verbindung mit irgend einem realen Verhalten A ein anderes B fordern (ausschließen oder gestatten). Sodann aber erhalten wir eine Vermehrung der zu unterscheidenden Formen dadurch, daß Sätze der angeführten Art nicht nur bejaht, sondern auch verneint werden können, ferner dadurch, daß sowohl das als Bedingung zu den Wirklichkeits-Gesetzen hinzutretende Verhalten, sowie auch dasjenige, über dessen Beziehung zu jenen etwas ausgesagt wird, verneinend und bejahend bezeichnet sein können. Zwischen der sehr großen so zu erhaltenden Zahl von Formen finden nun zwar eine Reihe von Aequivalenz-Beziehungen statt. Aber auch wenn wir die Zahl der Typen in der hierdurch gebotenen Weise reduzieren, erhalten wir deren doch noch eine sehr erhebliche Menge, deren Aufzählung zwar ohne Schwierigkeit möglich, aber von geringem Interesse sein würde; und noch weniger wird man daran denken, jede dieser Formen mit einem besonderen Namen zu belegen. Wenn wir anderseits die Unterscheidung der Bejahung und Verneinung außer Spiel lassen, d. h. zwei Urteile derselben

Form zurechnen, sobald das eine aus dem andern durch Vertauschung von Bejahung und Verneinung erhalten werden kann, so reduzieren sich jene Formen auf die eine, daß irgend eine logische Beziehung zu den Wirklichkeits-Gesetzen nebst einer zu ihnen hinzutretenden Summe realen Verhaltens ausgesagt wird. Wir können lediglich Sätze, in denen die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze überhaupt erwähnt oder mitgedacht wird, unterscheiden von solchen, in denen dies nicht der Fall ist.

Zu einem ganz übereinstimmenden Ergebnis gelangen wir, wenn wir von der andern Eigentümlichkeit des Baues ausgehen, die wir oben hervorzuheben Anlaß hatten, der kombinatorischen Bezeichnung eines Verhaltens. Der Fall, daß ein in dieser Weise kombiniert bezeichnetes Verhalten bejaht wird (es gilt sowohl A als B) scheidet hier zunächst aus, da diese Form sich ohne Weiteres in die doppelte Aussage von A und B zerlegt. So bleibt zunächst die Form, daß die kombinierte Verwirklichung von A und B v e r n e i n t wird, und die, daß eine auf diese Kombination zurückgehende d i l u i e r t e Aussage gemacht wird (es gilt entweder A oder B). Auch hier erhalten wir nun weitere Formen, indem wir die bejahenden Sätze durch verneinende ersetzen. Wir können aber hier sogleich noch einen Schritt weiter gehen und statt der einfachen Sätze Kombinationen einführen. Allerdings bestehen auch hier nun wieder zahlreiche Aequivalenzverhältnisse. So vor allem jenes oben schon besprochene, das auf der begrenzten Zahl von Kombinationen beruht, die für Geltung und Nicht-Geltung zweier Urteile möglich sind, und demzufolge jeder Satz, der sich als die Verneinung eines kombinatorisch bezeichneten Verhaltens darstellen läßt, auch in die Form einer diluierten Aussage gebracht werden kann. Gleichwohl versteht sich, daß auch hier sich eine große Zahl von Formen ergibt, deren genauere Darstellung und Auseinanderhaltung ebenso unfruchtbar und unersprießlich sein würde, wie in dem vorigen Falle.

Vergleichen wir hiernach die erhaltenen Ergebnisse mit den die ältere formale Logik beherrschenden Anschauungen, die in erster Linie auf eine Sonderung verschiedener Urteils-Arten hinauslaufen, und sich diese zum Ziele stecken, so werden wir als Hauptsache hervorheben dürfen, daß sich dieses Ziel als ein auf dieser Grundlage nicht erreichbares herausstellt. Die Prüfung jener Urteile führt uns vielmehr dazu, ganz bestimmte Eigentümlichkeiten des Baues und begrifflichen Materials aufzuweisen, durch die wir die in dieser Hinsicht sich zunächst darbietenden Anschauungen zu ergänzen haben. Es sind dies die Begriffe der Verneinung, insbesondere die Exklusions- und Oppositions-Begriffe, ferner die kombinatorische Bezeichnung eines Wirklichkeits-Verhaltens, endlich die Angabe logischer Beziehungen, sei es zu den Wirklichkeits-Gesetzen, sei es zu irgend einer anderen Gruppe von Urteilen. Aehnlich aber wie Allgemeinheit und Diluierung, können auch diese Modalitäten des Urteils-Baues in mancherlei Verschlingungen

und Kombinationen vorkommen. Es gelingt daher wohl, diese Besonderheiten formaler Bildung klarzustellen und dadurch unsere Anschauungen vom Bau der Urteile zu vervollständigen. Aber zu einer Aufstellung streng charakterisierter Urteils-Arten oder zu einer rationellen Einteilung der Urteile ist auf diesem Wege überhaupt nicht zu gelangen. Selbstverständlich wird hiermit nicht bestritten, daß die Anwendung der altgewohnten Begriffe in weitem Umfange zulässig und nützlich ist. Niemand wird es beanstanden, daß wir den Satz „wenn du nicht gehorchst, so wirst du bestraft werden“ ein hypothetisches, die Aussage „es wird entweder regnen oder schneien“ ein disjunktives Urteil nennen. Einfache Sätze werden sich sehr häufig einwandfrei jenen Gruppen einordnen lassen, und in vielen Fällen wird die Einreihung in eine bestimmte Klasse, wenn nicht als die einzig mögliche, doch als die nächstliegende und naturgemäßeste erscheinen. Aber man wird nicht außer Acht lassen dürfen, daß es auch Urteile gibt, bei denen diese Einordnung unsicher oder willkürlich erscheint, und viele, denen gegenüber uns jene Unterscheidungen ganz im Stiche lassen.

Sechzehntes Kapitel.

Synthetische Begriffsbildung.

Vollständige und unvollständige Synthesen. Implizierende und Korrelat-Begriffe. Analytische Urteile. Substituierende und explizierende Definition. Begriffsbildung und Wissens-Erwerb.

Die Absicht unserer bisherigen Erörterungen über Form und begrifflichen Bau des Urteils brachte es mit sich, daß wir soweit als möglich auf letzte, nicht analysierbare Elemente zurückzugreifen suchten; wir hatten daher überall, wo etwa synthetisch gebildete Begriffe uns begegneten, diese durch die elementaren Begriffe, in die sie sich zerlegen lassen, zu ersetzen. Im Folgenden sollen nun die Verhältnisse solcher synthetischen Begriffsbildungen selbst einer genaueren Betrachtung unterzogen werden[1]). Es läßt sich erwarten, daß eine solche Untersuchung eines gewissen Interesses nicht ermangeln wird. Denn schon die bisherigen formalen Betrachtungen lehren, daß es bei der Synthese auf die Art und die Beziehungen jener endgültigen Elemente sehr ankommt. So wenig jeder beliebige Begriff von jedem andern „ausgesagt“

[1]) Es ist ratsam, auch diesen Gegenstand der formalen Besprechung der mathematischen Sätze vorauszuschicken. Denn die große und eigenartige Rolle, welche die synthetische Begriffsbildung gerade in diesem Gebiete spielt, läßt sich nicht wohl verständlich machen, ehe wir diese Verhältnisse in allgemeinerer Weise erörtert haben. Allerdings werden wir hier nicht umhin können, öfter vorgreifend auf die mathematischen Begriffe hinzuweisen.

werden kann, so wenig können auch zwei ganz beliebige Begriffe synthetisch zusammengefügt werden. Und als sicher kann im Voraus jedenfalls das gelten, daß es nicht zutreffend oder mindestens nicht ausreichend sein wird, in der Weise der älteren Logik die Bildung eines Begriffs als Zusammenfügung von „Merkmalen“ aufzufassen. Da ferner die synthetische Begriffsbildung naturgemäß die Grundlage für eine besondere Klasse von Urteilen, die analytischen, abgibt, so wird auf diese zweckmäßig gerade hier einzugehen sein. Auch in dieser Hinsicht bestehen, wie man leicht sieht, beachtenswerte und nicht mit einem Wort zu erledigende Verhältnisse. Die Betrachtung naheliegender Beispiele lehrt, daß verschiedene Fälle synthetischer Begriffsbildung sich in Bezug auf die ihnen entsprechenden analytischen Urteile ungleich verhalten. Der Begriff eines schwarzen Pferdes (Rappen) führt uns in bekannter Weise zu den als analytische Urteile bezeichneten Sätzen „alle Rappen sind schwarz“ oder „alle Rappen sind Pferde“, in denen von dem synthetisch gebildeten Begriff eines der in ihn eingehenden Elemente „ausgesagt“ wird. Wenn wir den Begriff des Quadrats bilden als einer ebenen rechtwinkligen Figur mit vier gleichen Seiten, so sind die Begriffe der Vier und der Gleichheit Bestandteile von dem des Quadrats. Auch dies können wir wohl in einem analytischen Urteil zum Ausdruck bringen, indem wir sagen, daß der Begriff der Gleichheit in den des Quadrats eingehe u. dgl. Dagegen können wir nicht sagen, daß alle Quadrate gleich oder daß alle Quadrate vier seien. Offenbar kommt also die besondere Art der Synthese in der Art der analytischen Urteile zur Geltung. Hierzu kommt noch, daß zufolge einer früher herrschenden und jetzt auch wohl noch in gewissem Umfang anerkannten Anschauung eine Bildung von Begriffen als eine regelmäßige und unerläßliche Begleiterscheinung des Wissenserwerbs, selbst aufgefaßt, ja die unserer Erkenntnis gestellte Aufgabe geradezu als eine Begriffsbildung bezeichnet wird. Man kann dieser Auffassung die Frage entgegenstellen, ob wir nicht, streng genommen, in der Lage sein müßten, alles was wir überhaupt wissen, unter Benutzung unserer elementaren endgültigen Begriffe auszusagen, also unter Verzicht auf jede synthetische Begriffsbildung. Selbstverständlich zwar würde eine solche Darstellung über die Maßen weitläufig und schwerfällig sein und vielleicht unser Auffassungs- und Denkvermögen überschreiten. Ist sie aber auch nur theoretisch denkbar, so scheint sich daraus zu ergeben, daß die synthetische Begriffsbildung in der Hauptsache eine formale Umgestaltung unseres Wissens bedeutet, durch die dasselbe (ohne inhaltliche Veränderung) an psychologischer Brauchbarkeit gewinnt. Auch auf die Berechtigung dieser beiden einander entgegenstehenden Auffassungen werden wir unsere Aufmerksamkeit zu richten haben.

Fragen wir ganz im Allgemeinen, in welcher Weise eine Zusammenfügung begrifflicher Elemente zu einem neuen einheitlichen Begriffe möglich ist, so können wir zunächst einen vorzugsweise einfachen

Fall an die Spitze stellen, den ich als Aggregierung bezeichnen möchte. Er besteht in der Aneinanderreihung zweier (oder mehrerer) logisch gleichartiger Begriffe. Sowohl die theoretischen wie die empirischen Begriffe unserer Real-Urteile ordnen sich ja in Klassen, deren jede eine Anzahl von Begriffen individuell verschiedener Bedeutung, aber logisch gleicher Art umfaßt. Zwei Zeitpunkte, zwei Orte, zwei Körper, aber auch zwei sinnliche Eigenschaften können wir offenbar in solcher Weise zusammenfassen. Auch sind uns manche derartige Bildungen nicht ungeläufig. Es gehört hierher, wenn wir die Impersonal-Begriffe Blitzen und Donnern in den des Gewitters zusammenfassen; ebenso auch wenn wir in den Ausdruck „beiderseitig“ die örtlichen Relations-Begriffe rechts und links, oder wenn wir zwei irgendwie zusammengehörige Personen in den Begriff „die Eltern“, die „Zwillinge“ usw. vereinigen. — Auch die Verwendung solcher Aggregierungen im Urteil können wir mit wenigen Worten erledigen. In der Tat ist selbstverständlich, daß das Aggregat in formell gleicher Weise wie jedes der in ihm verbundenen Elemente mit andern Begriffen verknüpft werden und solcherart in ein Urteil eingehen kann.

Sehen wir von diesem, einer besonderen Erörterung nicht bedürftigen Falle ab, so versteht sich, daß im übrigen die synthetische Vereinigung mehrerer Elemente in einen einheitlichen Begriff an besondere Beziehungen ihrer Bedeutung, oder, ganz allgemein gesprochen, an irgend welche besonderen logischen Verhältnisse gebunden sein wird; wir kommen mit der Prüfung dieser Bedingungen der Synthese zu unserer eigentlichen Aufgabe. Zweckmäßig werden wir auch hier unsere in der Lehre vom Urteil selbst durchgeführte Unterscheidung zum Ausgangspunkt nehmen und demgemäß unter den hier gegebenen Gesichtspunkten zunächst die Real-Urteile in Betracht ziehen. Hier bietet sich denn als nächstliegender Fall zunächst der, den ich eine vollständige Synthese nennen möchte; er liegt vor, wenn wir zwei Begriffe von solcher Bedeutungen verbinden, daß der eine vom andern ausgesagt werden kann, oder, wie wir lieber sagen wollen, daß sie sich mit einander zu einem sinnvollen Real-Urteil verknüpfen können. Kann irgend etwas durch den Begriff X zu Bezeichnendes von einem Dinge gelten, so können wir synthetisch den Begriff desjenigen Dinges oder derjenigen Dinge bilden, von dem oder von denen X gilt. Hier zeigt sich nun sogleich, daß die synthetische Begriffsbildung in einer gewissen Abhängigkeit nicht nur von der Form des Urteils, sondern auch von dem materiellen Inhalt des Wissens selbst steht. Denn in dem erwähnten Falle wird eben zu fragen sein, ob es Dinge tatsächlich gibt, von denen jene Bestimmungen gelten, ob der erwähnte Begriff nicht bloß ein formal zulässiger ist, sondern auch etwas wirklich Vorhandenes bedeutet.

Eine genauere Prüfung lehrt, daß für diese vollständigen Synthesen eine gewisse Abhängigkeit vom positiven Wissen zwar überall besteht,

daß diese aber doch je nach der besonderen Natur der ins Spiel kommenden Begriffe eine ungemein verschiedene sein kann.

Stellen wir hier denjenigen Fall an die Spitze, in dem jene Abhängigkeit die engste und genaueste ist. Er besteht für diejenigen Begriffe, denen in der früher dargelegten Weise eine konkrete (individuelle) Bedeutung zukommt, die also etwas ganz Bestimmtes, tatsächlich Verwirklichtes bezeichnen, Begriffe wie Sokrates, Rhein, aber auch dreißigjähriger Krieg usw. Der Sinn derartiger Begriffe bringt es mit sich, daß jede zu ihnen gemachte Hinzufügung ein Verhalten bedeutet, das entweder verwirklicht oder nicht verwirklicht ist; es drückt sich also in der Synthese ein Urteil aus, das entweder richtig oder falsch ist. Der Begriff des in Amerika weilenden Sokrates, des im 19. Jahrhundert stattfindenden 30jährigen Krieges, ist unrichtig. Ueberall also, wo ein konkreter Begriff den Ausgangspunkt der Synthese bildet, wird diese sich als eine richtige oder falsche qualifizieren, und die erstere dadurch charakterisiert sein, daß sie ein bestimmtes Wissen in einer psychologisch ausgezeichneten Form darstellt. — Anders liegen dagegen die Dinge, wo wir Begriffe von genereller Bedeutung zum Ausgangspunkt nehmen. Wir können in diesem Falle dem generellen Begriff eine Bestimmung der Art hinzufügen, wie sie für ihn gelten kann, und erhalten so einen neuen, synthetisch gebildeten Begriff von wiederum genereller Bedeutung. Die Form des Urteils ist hier allerdings für die Begriffsbildung auch insofern maßgebend, als sie bestimmt, was als nähere Bezeichnung zu irgend einem generellen Oberbegriff hinzugefügt werden kann. Sie bringt es mit sich, daß wir den Begriff derjenigen Zeitpunkte bilden können, zu denen irgend ein reales Verhalten stattfindet (Zeitpunkte des Vollmonds, Zeiten des Krieges u. dgl.), nicht aber den eines Zeitpunkts, der drei oder rot ist, den eines Menschen, der durch fünf teilbar ist, usw. Sie schließt also gewisse Verknüpfungen als logisch unmöglich aus. Dagegen müssen wir betonen, daß bei logisch zulässigen Verknüpfungen hier nicht in so einfacher Weise wie in dem vorhin betrachteten Falle von einer Richtigkeit oder Unrichtigkeit gesprochen werden kann, weil sich in der Bildung eines generellen Begriffes ein bestimmtes Urteil zunächst nicht ausdrückt. Erst die Behauptung, daß es einen oder mehrere durch eine solche Bestimmung charakterisierte Zeitpunkte, Gegenstände usw. tatsächlich gäbe, würde ein Urteil sein. Wir werden hier also jedenfalls nicht in ähnlichem Sinne wie bei den konkreten Begriffen von einer Richtigkeit oder Unrichtigkeit der Synthese, sondern nur von einer Brauchbarkeit des gebildeten Begriffes reden können. Nun kann man freilich sagen, daß eben diejenigen Begriffe, denen ein Verwirklichtes entspricht, die brauchbaren sind, die zu bilden wir Anlaß haben und bestrebt sind, und daß aus diesem Grunde doch auch hier die Begriffsbildung unserm Wissen folge und ein Ausdruck desselben sei. Allein wenn, wie allerdings zuzugeben ist, ein Begriff, der nirgends zu einer urteilenden Verwendung

gelangt, sich als unbrauchbar qualifiziert, so läßt doch anderseits die bloße Tatsache, daß ein Begriff irgendwie oder irgendwo Anwendung findet, noch den mannigfaltigsten Verhältnissen Raum, und es kann demgemäß das in einer solchen Begriffsbildung sich ausdrückende Wissen von äußerst ungleicher Bedeutung sein. Es ist nicht ohne Interesse, die mannigfaltigen hier denkbaren und tatsächlich vorkommenden Fälle vergleichend zu überblicken. Nehmen wir an, daß die existierenden Dinge in eine bestimmte Anzahl von Gruppen zerfallen, deren jede eine Anzahl hinsichtlich ihrer Eigenschaften völlig übereinstimmender Einzeldinge umfaßt (wie wir es z. B. hinsichtlich der chemischen Elemente uns vorzustellen pflegen), so ergeben sich hier eine Anzahl genereller Begriffe. Von jeder dieser Körperarten können irgendwelche Eigenschaften ausgesagt werden, und wir können dem Begriff einer Körperart den irgend einer Eigenschaft synthetisch hinzufügen. Die tatsächliche absolute Gleichartigkeit der einer Gruppe angehörigen Körper bringt es nun aber mit sich, daß ihnen (und zwar durchweg) eine solche Eigenschaft entweder zukommt oder abgeht. Und so ist hier, trotz der generellen Bedeutung, die Synthese gleichwohl in ähnlichem Sinne wie bei den konkreten Begriffen richtig oder falsch zu nennen und in ebenso strenger Weise an unser tatsächliches Wissen gebunden. Von einem in Wasser löslichen Golde oder einem nicht flüchtigen Alkohol zu sprechen, würde wegen des Widerspruchs mit der Wirklichkeit verkehrt sein, während wir beide Begriffe durch die Hinzufügung der ihnen tatsächlich zukommenden Eigenschaften ergänzen können. Aber wir finden leicht auch Fälle, in denen diese Verbindung weit lockerer ist. Schon wenn wir von generellen Begriffen der gleichen Art ausgehen, wie sie hier zunächst in Betracht gezogen wurden, stellen sich die Dinge wesentlich anders dar, sobald wir ihnen Bestimmungen von anderer Bedeutung hinzufügen. Bilden wir z. B. den Begriff des „Afrikanders" (als eines Menschen, der in Afrika von Eltern europäischer Abstammung geboren ist), so ist zwar klar, daß auch hier, sofern etwas tatsächlich Vorhandenes oder Verwirklichtes bezeichnet sein soll, ein Wissen irgend welcher Art zu Grunde liegt und in dem Begriff sich ausdrückt; aber dieses Wissen ist doch ein hochgradig unbestimmtes. Noch mehr gilt dies für Oberbegriffe anderer Art. Bezeichnen wir eine bestimmte Art gewerblicher Tätigkeit als Heimarbeit, eine Art der Kriegführung als Stellungskrieg, eine Art der Malerei als Oelmalerei, so läßt sich dies ganz wie die früheren Beispiele als eine Synthese auffassen, die in der Hinzufügung bestimmter Merkmale zu einem Oberbegriff von genereller Bedeutung besteht. Daß auch sie von dem, was wir als verwirklicht kennen, in gewissem Maße abhängig ist, läßt sich nicht bestreiten. Aber was sich in diesem Begriff an positivem Wissen ausdrückt, ist äußerst geringfügig, und die Verhältnisse sind in dieser Hinsicht gänzlich verschieden von denen, die wir bei der Vereinigung von Eigenschaften in den Begriff des Goldes haben.

Die bisher in Betracht gezogene vollständige Synthese war dadurch charakterisiert, daß das zu einem Begriff Hinzuzufügende formell übereinstimmt mit dem, was von ihm ausgesagt werden kann. Der verwickelte Bau der Real-Urteile bringt es aber mit sich, daß neben diesen auch andere Synthesen möglich sind (ich möchte sie u n v o l l s t ä n d i g e nennen), die nur einen Teil der im Real-Urteil zu verknüpfenden Begriffe umfassen. Im Gebiete der theoretisch-mechanischen Begriffe würde z. B. die Vereinigung einer zeitlichen und einer räumlichen Bestimmung in dieser Weise möglich sein. Anschaulichere und dem gewohnten Denken näher liegende Beispiele bieten die empirischen Begriffe mit ihren meist verwickelteren Bildungen des Real-Urteils. Denken wir an die transitiven Konstruktionen, bei denen das Urteil außer zeitlicher und räumlicher Bestimmung Subjekts- und Objekts-Begriff enthält, so sieht man, daß wir z. B. den Begriff eines transitiven, eine Handlung bezeichnenden Zeitwortes mit dem eines bestimmten Objektes vereinigen können. Wir erhalten so Begriffe wie etwa Fleischfressen, Baumwolleproduzieren u. dgl. Auch hier sind die Formen der Synthese an den logischen Bau des Urteils geknüpft; und entsprechend den sehr mannigfaltigen in dieser Hinsicht bestehenden Möglichkeiten, wie sie früher besprochen wurden, ergeben sich auch für die synthetische Begriffsbildung mannigfaltige Modalitäten, die wir hier im einzelnen nicht wieder zu verfolgen brauchen. Ein bestimmtes Wissen drückt sich offenbar in der Bildung solcher Begriffe noch weniger aus, als in den vorhin besprochenen Fällen, wenngleich man auch hier sagen darf, daß die Synthese sich in einer gewissen Abhängigkeit von dem positiven Inhalt unserer Erfahrung vollziehen wird. — Ganz ähnliche Verhältnisse ergeben sich auch für diejenige Klasse von Real-Begriffen, die zur Bezeichnung psychischer Zustände oder Vorgänge dienen. Wie früher besprochen, hängt es mit fundamentalen psychologischen Tatsachen zusammen, daß die Bezeichnung eines jeweiligen psychischen Verhaltens durch die Zusammenfügung mehrerer Begriffe zu geben ist. Von den in dieser Hinsicht möglichen Fällen würde hier der ausscheiden, daß es sich um ein einfaches unabhängiges Nebeneinander-Bestehn zweier Bewußtseins-Inhalte handelte. Ein Begriff z. B., der das gleichzeitige Bestehn einer optischen und einer akustischen Empfindung bedeutet, würde den vorhin erwähnten Aggregierungen zurechnen sein. Dagegen wurde ja nun oben[1]) schon hervorgehoben, daß die meisten Bewußtseins-Inhalte durch die Einordnung unter mehrere Begriffe beschrieben werden können, wobei die Zusammenfügung aber nicht ein unabhängiges Nebeneinander, sondern eine f u n k t i o n e l l e V e r k n ü p f u n g bedeutet. Ganz ähnlich den Verbindungen, denen wir im Real-Urteil von objektiver Bedeutung begegnen, geben auch diese funktionellen Verknüpfungen die Grundlage für synthetische Begriffs-Bildungen ab und zwar

[1]) Vgl. o. S. 32 und 272.

für solche, die im obigen Sinne als unvollständige Synthesen zu bezeichnen wären.

Wenden wir uns zu der Betrachtung der mathematischen und der logischen Reflexions-Urteile, so begegnen wir ganz ähnlichen Verhältnissen. Auch hier können wir zunächst von vollständigen Synthesen sprechen, die sich der Form der Urteile anschließen. Wenn wir in den Begriff des Kreises eine Reihe tatsächlich von ihm geltender Bestimmungen einbeziehen, so können wir ihn in ähnlicher Weise wie den eines konkreten Gegenstandes vervollständigen, und es versteht sich, daß solche Hinzufügungen formal und inhaltlich mit den mathematischen Sätzen übereinstimmen, die jene Bestimmungen vom Kreise aussagen. Wir können ferner den Begriff eines geschlossenen Kegelschnittes, einer durch keine kleinere teilbaren Zahl (Primzahl) bilden und erhalten hier analoge Verhältnisse wie für die soeben besprochenen generellen Real-Begriffe. Nur wird Bedeutung und Brauchbarkeit des Begriffes nicht an seine Verwirklichung, sondern an seine mathematische Möglichkeit geknüpft sein. Demselben Prinzip folgend bilden wir den Begriff des verneinenden Urteils, dessen Zusammenfügung mit der Aussage, daß irgend ein bestimmter Satz, oder daß gewisse Sätze verneinend seien, übereinstimmt. — Es versteht sich jedoch, daß gerade in diesen Gebieten auch Synthesen vorkommen und von Bedeutung sind, die sich nicht in so unmittelbarer Weise der Aussageform des Urteils anschließen und daher nicht der vollständigen Synthese analog zu setzen sind, die vielmehr der unvollständigen entsprechen, und, wie diese in dem begrifflicheren Material des Real-Urteils, so ihrerseits in demjenigen der mathematischen und logischen Sätze ihre Grundlage finden. Hierher gehören vor allem die Synthesen, vermöge deren in der besonderen, gerade der Mathematik eigentümlichen Weise, fortschreitend neue Begriffe erzeugt werden. Die Natur der Zahl-Begriffe, der Zeit- und Raum-Vorstellungen bringt es mit sich, daß hier gewisse Elemente durch eine ihnen eigentümliche, nicht weiter erläuterbare Zusammenfügung zur Bildung neuer Begriffe führen. Definieren wir 5 als $4+1$, so sind offenbar die Begriffe der Vier, der Einheit, der Zusammenfügung in einer spezifischen, durch die Bedeutung eben dieser Begriffe ermöglichten Weise vereinigt. Etwas ähnliches liegt vor, wenn wir uns aus dem Begriffe der Geraden, dem des rechten Winkels und einem oder mehreren Zahl-Begriffen den Begriff einer bestimmten Figur, gebildet denken usw. Aber auch an die Vereinigung des Zahl-Begriffes mit dem des Gezählten, wie sie überall vorliegt, wenn wir von einer Anzahl von Objekten irgend welcher Art sprechen, wird hier zu denken sein. Auch hier finden wir also eine Reihe synthetischer Verknüpfungen, die nicht den Aussageformen parallel gehen, Verknüpfungen, die durch die besondere Natur der mathematischen Begriffe bedingt und nicht weiter erläuterbar, demgemäß auch gleich ihnen von endgültiger Bedeutung sind.

Eine etwas genauere Betrachtung dieser Verhältnisse und namentlich der Versuch, die analogen Erscheinungen auch im Gebiete der logischen Reflexions-Urteile zu verfolgen, führt uns auf einen Umstand von weitgehender Bedeutung, der zunächst zwar gerade an dieser Stelle in Betracht kommt, durch den aber, wie sich zeigen wird, unsere ganze Auffassung von der Aufgabe, die wir einer Untersuchung über Bau und Material der Urteile zu stellen haben, sich in gewisser Weise modifiziert und erweitert. Wir waren bisher von der Voraussetzung ausgegangen, daß es eine (begrenzte oder unbegrenzte) Summe elementarer Begriffe gebe, die in gewissen Formen, sei es zu Urteilen, sei es zu neuen Begriffen, synthetisch zusammengefügt werden können, und wir konnten demgemäß fragen, welche jener (endgültig gegebenen) Begriffe eine solche Zusammenfügung gestatten. Wir müssen nun beachten, daß wir die Formen und Modalitäten logischer Verknüpfung selbst zum Gegenstande der Betrachtung und selbständigen Bezeichnung machen können. Wir gelangen auf diese Weise zu Begriffen von einer neuen und besondern Art der Bedeutung. Ich möchte für alle diese Begriffe, welche die formalen Verhältnisse des Urteilsbaues oder der Begriffserzeugung selbst betreffen, die Bezeichnung der strukturellen festlegen. Von dieser Art ist z. B. der Begriff der Zusammenfügung (von Zahlen) oder der allgemeinere der mathematischen Operation, ebenso der der urteilenden Verknüpfung, der Subsumtion, oder auch der uns gerade hier beschäftigende der begrifflichen Synthese. Nicht minder gehören ferner auch diejenigen Begriffe hierher, die gleichfalls, aber in etwas anderer Form, den Zusammenhang betreffen, in den ein Begriff mit anderen gesetzt ist, Begriffe wie z. B. der des Exponenten, oder auf logischem Gebiete der des Subjekts u. dgl. Sie bezeichnen mit einem besondern Namen nicht die Art einer Verknüpfung im Urteil oder im synthetischen Aufbau eines Begriffes, wohl aber eben denjenigen Bestandteil, der in einer besonderen Weise mit anderen in Verbindung gebracht wird, der also im Bau des Urteils oder in der Begriffs-Synthese eine bestimmte Rolle spielt. Endlich aber gehören hierher auch Begriffe, die besondere nach der Art ihrer Zusammensetzung definierte Arten von Urteilen oder von Begriffen bezeichnen, so z. B. der des rückbezüglichen Urteils (eines Satzes von transitiver Konstruktion, in dem Subjekt und Objekt identisch sind) oder der Begriff einer Potenz (eines Produktes aus untereinander gleichen Faktoren).

Die selbständige Betrachtung der formalen Verhältnisse führt uns also, wie wir zusammenfassend sagen können, zur Entwicklung einer Reihe von Begriffen besonderer Art und Bedeutung. Dies ist für uns hier zunächst insofern von Interesse, als auch für die strukturellen Begriffe ganz ähnliche Verhältnisse synthetischer Bildung bestehn, somit das Gebiet der synthetischen Begriffsbildung eben hierdurch eine Erweiterung erfährt. Auf die formalen Verhältnisse dieser Begriffe,

namentlich auf das elementare Material, von dem sie ausgehen, wird an späterer Stelle noch zurückzukommen sein [1]). Aber auch in Bezug auf die hier vorliegenden Synthesen bestätigen wir leicht in analoger Weise die vorhin gemachte Unterscheidung. Bilden wir den Begriff einer bestimmten Urteilsart (rückbezügliches Urteil) oder einer bestimmten mathematischen Operation (Potenzierung), so fügen wir dem allgemeinen Begriffe eine Bestimmung von der Art hinzu, wie sie von ihm ausgesagt werden kann. Aber der Begriff „rückbezüglich" ist auch seinerseits bereits ein synthetisch gebildeter, in den u. a. der der Identität eingeht, und seine Zusammenfügung wird im obigen Sinne eine unvollständige Synthese zu nennen sein.

Man könnte auf den ersten Blick wohl meinen, daß wir zu der soeben erwähnten selbständigen Bezeichnung logischer Formen nur durch die wissenschaftliche Reflexion veranlaßt werden, und daß es daher lediglich die formale Logik selbst sein wird, in der die auf dieser Grundlage sich ergebenden Begriffe zur Verwendung kommen. Bis zu einem gewissen Grade trifft dies auch zu; es gilt namentlich von den hier zunächst ins Auge gefaßten strukturellen Begriffen. Wir müssen jedoch nun weiter hinzufügen, daß die selbständige Betrachtung der logischen Verknüpfungs-Formen auch noch in einer anderen Weise stattfinden kann, und daß auf diese Weise sich Begriffe ergeben, die von viel weitergehender Bedeutung sind und namentlich auch in den Real-Urteilen eine große Rolle spielen. In welcher Weise dies der Fall ist, wird am einfachsten vielleicht durch eine symbolische Darstellung klar zu legen sein. Nehmen wir an, es sei ein Real-Urteil gegeben, in das die Begriffe k_1, k_2, k_3 in irgend einer Form eingehen (diese mag eine verwickelte sein, so daß insbesondere etwa auch derselbe Begriff an mehreren Stellen auftritt), so können wir offenbar diese Form durch einen einheitlichen Begriff Φ bezeichnen und den Satz in einer Form ausdrücken, die symbolisch etwa als $\Phi\ (k_1, k_2, k_3)$ darzustellen wäre. Ein Begriff dieser Art wäre von den vorhin besprochenen strukturellen dadurch zu unterscheiden, daß er nicht irgend eine Art logischen Baues für sich bezeichnete, sondern daß er in Verbindung mit gewissen anderen Begriffen eine bestimmte Form logischer Verknüpfung eben dieser besagt. Seine Bedeutung ist dabei insofern eine allgemeine, als er ähnlich wie mit k_1, k_2, k_3, auch mit beliebigen andern Begriffen, l_1, l_2, l_3 usw. zusammengefügt werden kann, und nun die formal gleiche Verknüpfung dieser anderen bedeuten würde. Ich will einen Begriff, der in der angegebenen Weise in Verbindung mit einer Anzahl anderer eine formal bestimmte Verknüpfung eben dieser bedeutet, einen implizierenden, diejenigen, die in der angegebenen Weise ergänzend zu ihm hinzutreten, seine Korrelat-Begriffe nennen. — Wie dieser zunächst theoretisch konstruierte Fall in unserem Denken verwirk-

[1]) Im 18. Kapitel bei der Besprechung der logischen Reflexions-Urteile.

licht ist, und daß er darin tatsächlich eine sehr große Rolle spielt, das wird ersichtlich, wenn wir einige passende Beispiele betrachten. Unter der Geschwindigkeit eines Körpers verstehen wir (ich habe hier das Wort in seiner wissenschaftlich fixierten Bedeutung im Auge) den Grenzwert, dem sich der Betrag $\frac{O_{t+\delta} - O_t}{\delta}$ bei unbegrenzter Verkleinerung von δ annähert, wobei unter t ein bestimmter Zeitpunkt, unter O_t der Ort eines bestimmten Körpers zu eben diesem Zeitpunkte, unter δ ein beliebig zu verkleinerndes Zeitteilchen verstanden ist. Dabei ist, wenn von diesem Bruch als einem bestimmten Zahlenwert gesprochen werden soll, noch vorauszusetzen, daß der Abstand der beiden Orte in einer bestimmten Längeneinheit, das Zeitteilchen in einer bestimmten Zeiteinheit gemessen sei. Der Begriff der Geschwindigkeit hat also zu Korrelat-Begriffen den eines bestimmten Körpers, eines Zeitpunktes, einer Längen- und einer Zeiteinheit. Wir sprechen demgemäß, wenn wir uns vollständig ausdrücken, von der in einer bestimmten Längen- und Zeiteinheit gemessenen Geschwindigkeit eines bestimmten Körpers zu einer bestimmten Zeit. Und dieser Begriff bedeutet eine Zahl, in deren Definition, wenn wir sie explicite angeben, eben jener Körper und Zeitpunkt, Längen- und Zeiteinheit in einer formal bestimmten mehr oder weniger verwickelten Weise eingehen [1]).

Eine überaus große Zahl physikalischer Begriffe sind, wie man sich leicht überzeugt, von ganz gleicher Art; es sei an den des spezifischen Gewichts, des logarithmischen Dekrements, der Empfindlichkeit (eines Meßinstrumentes) usw. erinnert. Bei zahlreichen, sei es durch Worte, sei es durch Symbole bezeichneten Begriffen der reinen Mathematik finden wir das gleiche Prinzip der Bildung wieder. Schreiben wir a^n oder sprechen wir von der n^{ten} Potenz einer Zahl a, so ist damit eine Zahl gemeint, bei deren Erzeugung die Zahlen a und n in einer formell bestimmten Weise beteiligt sind [2]).

Aber auch in ganz anderen Begriffs-Kreisen finden wir Aehnliches. In der Tat begegnen wir überaus häufig der Erscheinung, daß wir in der Lage und gewohnt sind, verwickelte und zusammengesetzte reale Verhaltungsweisen durch einen einheitlichen Begriff zu bezeichnen, zu welchem in der festen, durch bestimmte grammatische Verbindungen vorgezeichneten Weise eine Anzahl anderer hinzutreten, während bei

[1]) Wer hier an der Einführung des mathematischen Grenz-Begriffes Anstoß nimmt, kann sich den Begriff der Geschwindigkeit leicht durch einen ähnlichen (wissenschaftlich freilich nicht gebräuchlichen) ersetzen, in dem dieser vermieden wird. So können wir etwa den Begriff der Sekunden-Geschwindigkeit bilden und unter der für einen Zeitpunkt geltenden Sekunden-Geschwindigkeit eines Körpers den Abstand der beiden Orte verstehen, die er 0,5 Sekunden vor und 0,5 Sekunden nach jenem Zeitpunkt eingenommen hat.

[2]) Auf die besondere Art, in der hier der Exponent in die Erzeugung eines Zahlbegriffes eingeht, kommen wir unten noch zurück.

einer ausführlichen Darstellung des gemeinten Sachverhaltes diese Begriffe in irgend welchen mehr oder weniger verwickelten Verknüpfungsformen zu erwähnen sein würden, ganz wie dies soeben als Kriterium der implizierenden Begriffe dargelegt wurde. Wenn wir sagen, daß X den Y betrogen habe, so bedeutet dies (auch hier ist der Begriff in seinem wissenschaftlich fixierten Sinne gemeint), daß der eine den andern in irgend einer Weise getäuscht und mit Benutzung dieser Täuschung dessen Vermögen geschädigt habe. Der ganze gemeinte Sachverhalt würde also, explicite dargestellt, ein Verhalten der einen wie der anderen Person, einen ursächlichen Zusammenhang und vielleicht noch manches andere umfassen. Der hier vorliegende implizierende Begriff ist ein transitives Zeitwort, und die ihm zugehörigen Korrelat-Begriffe sind diejenigen des damit verbundenen Subjekts und Objekts. Gerade unter den transitiven Zeitworten findet sich eine große Zahl solcher, die, wenn wir ihren Sinn als einen synthetisch gebildeten auffassen, uns auf ähnliche Formen ihrer Bedeutung führen. So kann man Entsprechendes leicht bestätigen, wenn gesagt wird, daß einer einen anderen bestochen, mißverstanden, vertreten habe, oder, um Fälle eines anderen Begriffs-Kreises anzuführen, daß wir eine Substanz entgiften, trocknen u. dgl. Auch Fälle mit mehr als zwei Korrelat-Begriffen sind keineswegs selten. Man denke an Sätze wie den, daß wir einen Körper in einem anderen auflösen, daß jemand einen andern bei einem Dritten verleumdet habe u. dgl. Uebrigens beschränkt sich das hier Gemeinte keineswegs auf transitive Zeitwörter. Namentlich gehören hierher auch die Fälle, in denen oft sehr zusammengesetzte Verhältnisse in der Form ausgedrückt werden, daß ein Hauptwort mit dem Genitiv eines anderen verknüpft wird, so wenn wir von dem Lehrer, dem Gegner, dem Anwalt usw. einer Person sprechen [1]).

Die herangezogenen Beispiele genügen, um eine Anzahl von Punkten hervortreten zu lassen, die in Bezug auf Natur und Bedeutung der implizierenden Begriffe beachtenswert sind. Einiges davon ist wesentlich in sprachpsychologischer Hinsicht von Interesse, sodaß wir uns in Bezug darauf mit einigen kurzen Andeutungen begnügen dürfen. Das Befremdende, das der Auffassung zahlreicher Begriffe als implizierende anhaftet, hängt damit zusammen, daß diese Bedeutung vielfach in der Tat keine ursprüngliche ist, sondern ihnen erst zufolge eines Bedeutungswandels zukommt. Dabei ist dann bemerkenswert, wie im

[1]) Wir berühren hiermit wieder Verhältnisse, von denen in anderem Zusammenhange schon früher die Rede war (S. 264. Wie dort bemerkt, kann es bei gewissen sprachlichen Formen zweifelhaft erscheinen, ob wir eine übereinstimmende begriffliche Zusammenfügung des Urteils als eine in gewissem Sinn endgültige annehmen sollen, oder ob es richtiger ist, sie so aufzufassen, daß sie in der Weise einer synthetischen Begriffsbildung sich auf andere einfachere Begriffe in anderen Verknüpfungsformen zurückführen lassen. Hier ist jene Unsicherheit der Abgrenzung ohne Bedeutung. Wir haben nur die formalen Verhältnisse für solche Fälle darzulegen, in denen unbedenklich die letztere Auffassung als die zutreffende anzuerkennen sein wird.

Zusammenhang mit einem solchen Bedeutungswandel auch die grammatischen Formen, in denen wir den implizierenden Begriff mit seinen Korrelat-Begriffen verknüpfen, ihre Bedeutung verändern. Aber auch wenn wir zur Bezeichnung eines mehr oder weniger verwickelten Sachverhaltes einen Begriff neu bilden, nötigen uns die sprachlichen Gewohnheiten, uns der gegebenen und ausgebildeten grammatischen Formen zu bedienen, denen dann wiederum je nach Umständen eine sehr mannigfaltige Bedeutung zukommen kann. Mit sprachpsychologischen Verhältnissen hängt es auch zusammen, daß die implizierenden Begriffe in der Regel nicht allein die Form bedeuten, in der die Korrelat-Begriffe verknüpft sind, sondern daneben noch einen Begriff enthalten, der bei der Explicite-Darstellung noch außer den Korrelat-Begriffen zu erwähnen ist. Symbolisch ausgedrückt würde also $J\ (k_1,\ k_2,\ k_3)$ nicht eine formal bestimmte Verknüpfung von k_1, k_2, k_3, sondern von diesen mit noch einem weiteren, in die Bedeutung von J miteinbezogenen Begriffe besagen.

Etwas genauer müssen wir auf die andern Seiten der implizierenden Begriffe eingehen, die in logischer Hinsicht von Bedeutung und Interesse sind. Zunächst ist ersichtlich, daß auch hier zwei Fälle vorkommen können, deren Unterschied wiederum dem vorhin gemachten der vollständigen und unvollständigen Synthese in gewisser Weise parallel geht. Der eine ist der, daß der implizierende Begriff in Verbindung mit seinen Korrelat-Begriffen einen bestimmten B e g r i f f bedeutet, der explicite durch eine formal bestimmte Verknüpfung der Korrelat-Begriffe zu definieren wäre. So ist die Geschwindigkeit eines Körpers zu einer Zeit, wie oben erwähnt, eine Zahl, in deren Definition diese Korrelat-Begriffe in bestimmter Weise auftreten. Der Sinn des implizierenden Begriffes wird also hier durch die ihn erläuternde Definition eines Begriffes darzulegen sein. Im zweiten Falle dagegen ergänzen die Korrelat-Begriffe den implizierenden zu einem ganzen U r t e i l. Der Sinn des implizierenden Begriffes wird daher durch ein diesem äquivalentes explicite dargestelltes Urteil anzugeben sein. Auf die hierdurch bedingten formalen Unterschiede namentlich in der analysierenden Erläuterung solcher Begriffe, kommen wir unten zurück. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß diese beiden Formen in engem Zusammenhange stehen. In der Regel kann einem Begriff der einen Form ein entsprechender der anderen Form angeschlossen werden, und es ist Sache einer willkürlichen und leicht zu wechselnden Auffassung, ob wir einen gewissen Verknüpfungsmodus in der einen oder der anderen Form zur Erscheinung kommen lassen. So könnten wir statt des (eine Zahl bedeutenden) Begriffes der Geschwindigkeit auch den Begriff „eine Geschwindigkeit haben“ bilden und die ihn zu einem Urteil ergänzenden als seine Korrelat-Begriffe auffassen. Und umgekehrt können wir in dem vorhin an zweiter Stelle erwähnten Falle auch den Begriff des Betruges bilden, der in Verbindung mit seinen Korrelat-Begriffen etwa eine in bestimmter

Weise definierte Handlung bedeuten würde usw. — Sodann ist hier darauf hinzuweisen, daß die implizierenden Begriffe, weil ihr Sinn gerade in dem besteht, was ihre Verknüpfung mit einer Anzahl von Korrelat-Begriffen bedeutet, sich von allen bisher betrachteten synthetischen Begriffen formell unterscheiden. Denn diesen ist gemeinsam, daß der Begriff A einer synthetischen Zusammenfügung $b\ c\ d$ schlechtweg äquivalent gesetzt und ihr daher auch ohne weiteres substituiert werden kann. Die Bedeutung des implizierenden Begriffes kann dagegen nicht angegeben werden, ohne daß dabei die zugehörigen Korrelat-Begriffe mit erwähnt werden. Auch auf diesen Umstand kommen wir sogleich bei der formalen Betrachtung derjenigen Sätze zurück, die die Bedeutung eines synthetischen Begriffes analysierend angeben.

Eine etwas genauere Betrachtung erfordert hier noch die Beziehung der implizierenden Begriffe zu den vorhin erwähnten strukturellen. Schon die vorhin herangezogenen Beispiele lassen erkennen, daß in dieser Hinsicht verschiedene Möglichkeiten bestehen. In dem zuletzt erwähnten Falle, dem Begriff des Betrügens, ist die Bedeutung des implizierenden Begriffes in der Weise anzugeben, daß wir direkt auf solche Verknüpfungen der Korrelat-Begriffe zurückgehen, die wir als endgültige in Anspruch nehmen. In Fällen dieser Art findet also eine besondere begriffliche Bezeichnung eben dieser Verknüpfungsformen nicht statt, und strukturelle Begriffe kommen nicht ins Spiel. Anders dagegen in dem Falle mathematischer Begriffe. Wir können zunächst den Begriff eines Produktes (als einer wiederholten Zusammenfügung gleicher Posten) oder einer Potenz (als eines Produktes gleicher Faktoren) bilden. Und wir haben es hier, wo auf Korrelat-Begriffe gar nicht Bezug genommen wird, sondern lediglich von Zahlen die Rede ist, die in einer formell bestimmten Weise erzeugt sind, mit strukturellen Begriffen zu tun. Definieren wir dagegen die n^{te} Potenz von a, symbolisch a^n, als ein Produkt aus n Faktoren, deren jeder $= a$ ist, so haben wir es mit einem implizierenden Begriffe zu tun: unsere Definition bedeutet eine Zahl, in deren Erzeugung die Korrelat-Begriffe a und n in einer formell bestimmten Weise eingehn. Aber wir bedienen uns dabei gewisser Begriffe, die die Formen mathematischer Begriffs-Erzeugung betreffen und strukturelle sind. Implizierende und strukturelle Begriffe sind also auseinanderzuhalten; wohl aber kann es der Fall sein, daß der implizierende an einen strukturellen anknüpft oder in die Definition des implizierenden ein struktureller Begriff eingeht. Ganz allgemein versteht sich auch, daß wir die Definition implizierender Begriffe durch die Benutzung struktureller vereinfachen können. Es wird jedoch gleich hier der Ort sein, auf einen in mancher Hinsicht besonders ausgezeichneten Fall hinzuweisen. Er besteht darin, daß formale Verhältnisse, wie namentlich mathematische Operationen, in wiederholtem Aneinanderschluß auftreten und selbst zum Gegenstande der Zählung gemacht werden. In den implizierenden Begriff geht alsdann der einer bestimmten Operation ein, und unter den Korrelat-Begriffen tritt eine Zahl auf, die die Häufigkeit der Wiederholung einer solchen Operation bedeutet. Wir können in diesem Falle von einem operationszählenden Korrelat-Begriff sprechen. Von dieser Art ist z. B. der Begriff des Exponenten. Wir werden bei der formalen Betrachtung der mathematischen Sätze auf diese Verhältnisse zurückzukommen haben. Und es wird dort namentlich hervorzuheben sein, daß unter diesen Umständen die Bildung eines strukturellen Begriffes (nämlich eben der zu zählenden Operation) nicht nur die Bedeutung einer vereinfachenden Zusammenfassung besitzt, sondern in besonderem Sinne eine unerläßliche Bedingung für den Inhalt mathematischer Sätze bilden kann.

Nach dem gewonnenen Ueberblick über die Modalitäten synthetischer Begriffs-Bildung erledigen sich verhältnismäßig leicht die mit jener Synthese zusammenhängenden Urteile. Zwei Fälle können wir ohne weiteres auseinanderhalten. Erstens können Angaben gemacht werden, welche die ganze Bedeutung eines synthetischen Begriffes erschöpfend darlegen; wir können hier von einer Total-Analyse des Begriffs sprechen. Zweitens aber können wir auch Sätze bilden, die die Bedeutung des Begriffes nicht vollkommen darlegen, wohl aber auf seiner synthetischen Bildung beruhen. Es sind gerade diese, die man in erster Linie mit dem Namen der analytischen Urteile zu bezeichnen pflegt, und für die wir diesen Ausdruck auch festhalten wollen. Hierher gehören die bekannten schon oben erwähnten Schulbeispiele „alle Rappen sind schwarz", „alle Rappen sind Pferde".

Was die Total-Analyse anlangt, so sei zunächst erwähnt, daß wir bei gewissen Begriffen aus sogleich zu besprechenden Gründen keinen Anlaß haben und auch nicht gewohnt sind, das, was wir dem Begriffe zurechnen, in bestimmter Weise abzugrenzen und von dem, was wir als von ihm geltend wissen, zu unterscheiden. Für Begriffe dieser Art wird also eine Total-Analyse im allgemeinen nicht oder nicht ohne Willkür möglich sein. Wo Komplikationen dieser Art nicht vorliegen, also ein in bestimmter Weise gebildeter und entsprechend analysierbarer Begriff überhaupt vorliegt, deckt sich die Total-Analyse mit dem, was wir auch als Definition des Begriffes zu bezeichnen gewohnt sind[1]).

Die formalen Verhältnisse der Total-Analyse sind im Grunde durch das, was vorhin über die synthetische Bildung der Begriffe dargelegt wurde, ohne weiteres gegeben. Doch ist es nützlich, einige Punkte besonders hervorzuheben. Wir können, gemäß den obigen Ausführungen

[1]) Dies ist wenigstens dann der Fall, wenn, wie wir hier voraussetzen, der Begriff als ein festbestimmter gegeben ist. So z. B. bei den mathematischen Begriffen. Häufig aber stellen wir, worauf wir an späterer Stelle zurückkommen, der Definition gerade die Aufgabe, einen Begriff, der unklar, unscharf oder sonstwie ungeeignet ist, durch einen deutlicheren oder wertvolleren zu ersetzen. Das Wort Definition gewinnt hierdurch eine gewisse Vieldeutigkeit, die jedoch hier, wo uns lediglich die formalen Verhältnisse beschäftigen, außer Betracht bleiben darf.

über die Synthese, vor allem auch zwei Hauptformen der Definition unterscheiden. Die erste entspricht den oben vorangestellten Modalitäten der Synthese, nämlich der Aggregierung und den an die Form des Urteils sich anschließenden vollständigen und unvollständigen Synthesen. Allen diesen Fällen ist, wie vorhin schon bemerkt, gemeinsam, daß der synthetische Begriff schlechtweg einer Verknüpfung seiner Elemente äquivalent gesetzt werden, demgemäß denn auch überall, wo er etwa in einem Urteil auftritt durch diese Kombination von Elementen ersetzt werden kann und umgekehrt. Von dieser Art ist z. B. die Definition des Kreises als derjenigen ebenen Figur, deren Punkte sämtlich von einem mittleren gleichweit entfernt sind. Eine solche Definition kann eine substituierende genannt werden. Zu beachten ist hier nur, daß die korrekte Form der Definition zuweilen durch eine sprachliche Schwerfälligkeit, vielleicht wohl auch durch eine gewisse logische Pedanterie behindert wird, die uns für die Definitionen eine substantivische Form zu suchen veranlaßt. Ein synthetisch gebildeter Begriff, der sprachlich z. B. in der Form des Zeitwortes auftritt, muß in der Definition einem andern Zeitwort äquivalent gesetzt werden, das noch durch das Hinzutreten eines anderen Begriffes (als adverbiale Bestimmung, als Objekt usw.) ergänzt ist. So könnten wir sagen, „tanzen heißt sich in einer rhythmisch geordneten und ästhetisch eindrucksvollen Weise bewegen". Es liegt keinerlei Anlaß vor, die Definition in die Form zu bringen, daß der zu definierende Begriff in substantivischer Form darin figuriert. Vielmehr wird bei dieser Umgestaltung der zu definierende Begriff, streng genommen, in einer keineswegs notwendigen Weise formal modifiziert.

Eine ganz andere Form der Definition erfordern dagegen diejenigen Begriffe, die wir als implizierende bezeichnet hatten, und wir wollen entsprechend auch von einer explizierenden Definition reden. Wir müssen hier so verfahren, daß wir die Bedeutung eines Begriffes oder den Sinn eines Satzes, die unter Benutzung eines implizierenden Begriffs und eines oder mehrerer Korrelat-Begriffe gebildet sind, explicite angeben. So werden wir den Begriff des spezifischen Gewichtes definieren, indem wir sagen: „Daß ein Körper das spezifische Gewicht a besitze, besagt, daß das Gewicht der Volumeneinheit dieses Körpers das a fache von dem des gleichen Volumens Wasser ist". Oder auch: „ Spezifisches Gewicht eines Körpers ist die Zahl, die das Gewichtsverhältnis zwischen einem Volumen dieses Körpers und dem gleichen Volumen Wasser angibt". Die Bedeutung eines explizierenden Begriffes können wir also, wie oben schon betont wurde, nicht angeben, ohne die Korrelat-Begriffe dabei mit zu erwähnen. Und wollen wir in einem Satze, der sich eines derartigen Begriffes bedient, diesen beseitigen, so kann das nicht dadurch geschehen, daß wir einfach an seine Stelle irgendwelche Elemente setzen, die er bedeutet, sondern wir müssen den ganzen Satz nach Maßgabe einer solchen Definition umformen.

Die im engeren Sinne sogenannten analytischen Urteile würden sich symbolisch, wenn S einen aus A und B synthetisch gebildeten Begriff bedeutet, in der Form einer Aussage darstellen, die S mit A oder mit B verknüpft. Bei der Verschiedenheit der Beziehungen, in die A und B bei der Synthese gebracht werden und demgemäß auch zu S stehen können, versteht sich, daß solche Aussagen auf Grund der S zukommenden Bedeutung zwar immer gemacht werden, aber von ganz verschiedener Form sein können. Nur da werden sie mit anderen uns geläufigen Urteilen übereinstimmen, wo die Synthese sich der Form des Urteils anschließt, nämlich in denjenigen Fällen, die wir vorhin als vollständige Synthesen bezeichnet hatten. Ist A ein Begriff von konkreter Bedeutung, der durch die Hinzufügung des von ihm geltenden B zu S ergänzt wird, so können wir nun B als von diesem S geltend aussagen und diese Aussage ein analytisches Urteil nennen. Vor allem gehört hierher der geläufige Fall, daß ein Begriff von genereller Bedeutung durch die Hinzufügung eines Merkmales eingeschränkt wird. So liefert die synthetische Bildung des Begriffes Rappe (= schwarzes Pferd), die analytischen Urteile, daß alle Rappen schwarz und daß alle Rappen Pferde sind. Es sind also die nach unserer obigen Bezeichnung vollständigen Synthesen, welche die Grundlage für die herkömmlicher Weise als analytische Urteile bezeichneten Sätze abgeben.

In allen anderen Fällen müssen wir dagegen im partial-analytischen Urteil die Beziehung des synthetischen Begriffes zu einem, bei seinem Aufbau beteiligten Elemente noch durch irgend eine besondere Bezeichnung angeben. Nennen wir Quadrat die ebene und rechtwinklige von 4 gleichen Seiten begrenzte Figur, so können wir, wie oben schon berührt, nicht sagen, daß alle Quadrate 4 seien, sondern nur, daß der Begriff 4 in den des Quadrates irgendwie eingehe. Auch für die Aggregierung trifft dies zu. Ist G die konkrete Gesamtheit, die die Begriffe X, Y, Z umfaßt, so können wir sagen, daß X ein Teil von G sei, oder daß G X enthalte; Aehnliches gilt für Merkmals-Begriffe, die eine Reihe von Einzelbestimmungen zusammenfassen. Auch für die unvollständigen Synthesen von Real-Begriffen gilt das gleiche. Und man darf sich darüber nicht durch den Umstand täuschen lassen, daß wir analytische Urteile der gewöhnlichen Form anzuknüpfen in der Lage sind. Gehn wir z. B. von dem Begriffe „Baumwolleproduziren" aus, den wir vorhin zur Erläuterung der unvollständigen Synthese herangezogen hatten, so kann man freilich etwa sagen „alles Baumwolleproduzieren ist ein Produzieren". Aber es versteht sich, daß wir hier die Begriffe in der Weise formal verändert haben, daß auch die Synthese eine vollständige geworden ist. Es wird der Begriff „das Produzieren" zu Grunde gelegt, dem wir die nähere Bestimmung „auf Baumwolle gerichtet" oder „mit Baumwolle beschäftigt" hinzufügen. Und

nur, wenn wir von dieser modifizierten Auffassung ausgehen, gelangen wir zu jenem analytischen Urteil[1]).

Es bleibt uns übrig, zu erwägen, welche Bedeutung der synthetischen Begriffsbildung im Ganzen, sei es zufolge logischer Notwendigkeiten, sei es zufolge der tatsächlichen Gestaltung unseres Denkens, zukommt. Fragen wir zunächst, wie weit oder in welchem Sinne eine synthetische Begriffsbildung überhaupt erforderlich ist, so versteht sich, daß von einer solchen Notwendigkeit vor allem in denkpsychologischem Sinne gesprochen werden kann. Ohne in speziellerer Weise die psychologischen Verhältnisse der synthetischen Begriffsbildung zu prüfen oder zu erörtern, können wir doch als unbestritten das zu Grunde legen, daß die Bildung und Benutzung eines synthetischen Begriffes uns der Notwendigkeit überhebt, jedesmal die sämtlichen in ihn eingehenden Elemente bewußt und deutlich zu denken. Vielmehr kommen diese, wenn wir den synthetischen Begriff denkend verwenden, nur potentiell ins Spiel: wir sind, sofern uns die Bedeutung jenes bekannt ist, in der Lage auf seine Elemente zurückzugreifen, falls sich ein Bedürfnis hierfür herausstellt. Es versteht sich, daß diese denkpsychologische Bedeutung den verschiedenen synthetischen Begriffen in sehr ungleicher Art und ungleichem Maße zukommt. Ein genaueres Eingehen darauf scheint hier nicht geboten. Als besonders beachtenswert möchte ich nur einen früher bereits berührten Fall hervorheben, die außerordentliche Vereinfachung nämlich, welche die komplex allgemeinen Sätze durch die Bildung implizierender Begriffe erfahren können. Wir hatten diesen Namen für Sätze eingeführt (S. 232), die bezüglich irgend einer Gesamtheit allgemein gelten, wobei jedoch nicht von jedem Elemente jener Gesamtheit etwas streng Uebereinstimmendes behauptet wird, vielmehr in die für jedes Element geltende Aussage eben dieses Element wieder in einer formal bestimmten Weise eingeht. Denken wir uns eine Anzahl solcher Sätze, wie sie das komplex-allgemeine Urteil zusammenfaßt, einzeln dargestellt, so erhalten wir die Form, daß für das Element E_1 eine Aussage gilt, in die dieses Element in einer bestimmten Form eingeht; ebenso gelten für E_2, E_3 Aussagen, in die wiederum E_2, E_3 usw. in der gleichen Form eingehen. Die Möglichkeit einer zusammenfassenden allgemeinen Bezeichnung aller dieser Sätze beruht ja nun darauf, daß wir ihre formale Uebereinstimmung bemerken. Und so versteht sich, daß die Einsicht in die Geltung des komplex allgemeinen Satzes meist mit der Bildung eines eben diese Form bedeu-

[1]) Es ist hier der Ort, nochmals mit einigen Worten an die früher eingehend besprochene Auffassung zu erinnern, derzufolge in den Sätzen der Mathematik analytische Urteile erblickt werden sollten. Wie unhaltbar diese Meinung ist, das leuchtet, wie ich glaube, in besonders überzeugender Weise ein, nachdem wir hier die analytischen Urteile selbst einer genaueren Betrachtung unterzogen haben. Einem Urteil wie dem dort als Beispiel herangezogenen Satze 7 + 5 = 12 gehn offenbar die hier dargelegten Voraussetzungen und Merkmale des analytischen Urteils durchgängig ab.

tenden Begriffes verknüpft sein, zugleich auch, daß die Darstellung des komplex allgemeinen Satzes durch die Benutzung eines solchen Begriffes in hohem Maße vereinfacht wird. Die Angabe z. B., daß ein Körper zu allen Zeiten von t_1 bis t_2 die Geschwindigkeit von 10 Meter pro Sekunde besessen habe, ist von relativ einfacher Form, während ein Satz, der den hierdurch besagten Sachverhalt explicite ohne Benutzung des Geschwindigkeits-Begriffes anzugeben hätte, sich als ein komplex allgemeiner Satz von sehr verwickeltem Bau darstellen würde.

Können wir der synthetischen Begriffsbildung in erster Linie eine denkpsychologische Bedeutung zuschreiben, und erscheint danach ein Denken, welches, überall auf letzte Elemente zurückgehend, ganz auf sie verzichtete, wenn auch realiter unmöglich, doch in gewissem Sinne theoretisch denkbar, so müssen wir nunmehr noch hervorheben, daß in gewissem Umfange die synthetische Begriffsbildung sich in besonderer und eigenartiger Weise als logisches Erfordernis darstellt. Es gilt dies vor allem für die mathematischen Begriffe, und wir haben hier wieder an den vorhin schon berührten Punkt zu erinnern, daß wir strukturelle Verhältnisse selbst zum Gegenstande der Zählung machen. Es versteht sich, daß dies nicht geschehen kann, ohne daß wir das zu Zählende als etwas Einheitliches und Gleichartiges denken und begrifflich zusammenfassen. So können wir die implizierenden Begriffe $n.a$ oder a^n nicht definieren, ohne daß wir die Operations-Begriffe der Zusammenfügung resp. der Multiplikation einer Zahl mit sich selbst bilden und in die Definition einbeziehen. Und es ist nicht möglich, einen auf Produkte oder Potenzen bezüglichen Satz durch eine Explicite-Darstellung auf eine Form zu bringen, die jener Begriffe ermangelte[1]).

Wenn für die synthetische Begriffsbildung eine unbedingte logische Notwendigkeit nur in beschränktem Umfange gegeben ist, und wenn namentlich das psychologische Bedürfnis der Vereinfachung einer sehr ungleichen Verwendung Raum gibt, so kann die Frage aufgeworfen werden, wie sich denn im wirklichen Gange unseres Denkens diese Verhältnisse eigentlich gestalten, welches die Rolle und Bedeutung der synthetischen Begriffsbildung tatsächlich ist, und wir kommen hiermit auch auf die eingangs gestellte Frage zurück, in welcher Beziehung die Begriffsbildung zu dem Erwerbe des Wissens steht. Die Beurteilung dieser Verhältnisse wird in gewissem Maße dadurch erschwert, daß wir für die Bildung eines einheitlichen Begriffes kein ganz scharfes und sicheres Kriterium haben. In erster Linie freilich werden wir uns an die sprachlichen Bezeichnungen halten können und müssen. Namentlich also wird von der Bildung eines neuen und einheitlichen Be-

[1]) In ganz ähnlicher Weise werden gewisse Modalitäten synthetischer Begriffsbildung unentbehrlich, wenn aus irgend einem Grunde unbestimmte (diluierte) Angaben gefordert werden, wie dies z. B. bei den nomologischen Angaben der Wirklichkeits-Gesetze der Fall sein kann. Wir werden auch auf diesen Punkt unten zurückzukommen haben.

griffes da zu reden sein, wo für etwas, was zunächst durch die Zusammenfügung einer Anzahl von Worten bezeichnet wurde, eine neue und einheitliche Benennung eingeführt wird. Allein schon an früheren Stellen wurde darauf hingewiesen, wie unangängig es wäre, den begrifflichen Bau des Urteils mit seiner sprachlichen Form zu identifizieren und als Substrat jedes Wortes einen einheitlichen und selbständigen Begriff anzunehmen. Heben wir als an dieser Stelle wichtig noch hervor, daß wir sicherlich nicht selten auch da von einer synthetischen Begriffsbildung zu sprechen berechtigt sind, wo die sprachliche Bezeichnung keine einheitliche wird, sondern als eine doppelte bestehen bleibt. Die Art, wie wir vom verneinenden Urteil, dem transitiven Zeitwort, der konstitutionellen Monarchie sprechen, läßt keinen Zweifel darüber, daß wir es hier in der Tat mit einer synthetischen Bildung einheitlicher Begriffe zu tun haben. Und es ist dabei ganz ohne Belang, ob wir für das Gemeinte ein neues einfaches Wort einführen oder an der Doppelbezeichnung festhalten. — Trotz der hierdurch bedingten Unsicherheit bestätigt, wie mir scheint, eine detaillierte Prüfung, was eine allgemeine Erwägung von vornherein wahrscheinlich macht, daß zwischen Wissens-Erwerb und Begriffsbildung zwar sicherlich eine enge Beziehung besteht, daß sie aber eine sehr ungleiche ist, und daß zwischen den beiden Funktionen keineswegs ein strenger Parallelismus oder ein durchgängiges Zusammenfallen stattfindet. Vor allem wird mit Bezug auf unser Wirklichkeits-Denken nicht zu bestreiten sein (die unmittelbare Selbstbeobachtung lehrt dies unzweideutig), daß die Bildung eines Begriffes von der im W i s s e n gegebenen, dem U r t e i l eigentümlichen Verknüpfung verschieden ist. So können wir eine Menge von Tatsachen aufweisen, die uns bekannt sind, von uns gewußt werden, und die wir urteilend aussagen, ohne daß sie sich in einen Begriff verkörpern. Sehe ich, daß im Augenblick zwei Amseln auf meinem Balkon sitzen, so kann ich dies urteilend aussagen, auch im Gedächtnis behalten, ohne daß sich ein Begriff angeben ließe (wenn wir nicht zu sehr gezwungenen Darstellungen greifen wollen), der dies Wissen verkörperte. Nun kann man freilich sagen, daß Tatsachen dieser Art nicht Gegenstand wissenschaftlicher Festhaltung seien. Und man könnte daher vielleicht daran denken, daß ein wissenschaftlich geordnetes und ausgewähltes Real-Wissen sich überall als die Festlegung einer Anzahl bestimmter Begriffe auffassen und darstellen ließe. Allein auch in dieser Einschränkung wird die Betrachtung nicht zutreffend erscheinen, schon im Hinblick auf die tatsächlich doch niemals abgeschlossene Menge dessen, was von einem Gegenstande ermittelt werden kann, und auf die gleichfalls nie zu beseitigende ungleiche Sicherheit der verschiedenen von ihm zu machenden Feststellungen. Von Sokrates wissen wir in erster Linie eine Summe von Tatsachen, die wir für völlig sicher halten, die uns die geläufigsten und wichtigsten sind, und die wir als den Begriff „Sokrates" konstituierend unbedenklich anerkennen

werden. Von ihm aber kann manches Weitere ausgesagt werden, was wir, weil es bestritten oder ungewiß ist oder vielleicht uns als ein eben neu Ermitteltes entgegentritt, dem Begriffe zuzurechnen Bedenken tragen werden. Unzweifelhaft liegt da, wo wir von einer Vereinigung mehrerer Vorstellungen in einem einheitlichen Begriff reden, eine besonders enge Verknüpfung dieser Elemente vor; auf ihr beruht es, daß das den synthetischen Begriff bedeutende Wort genügt, um jene Elemente, wie man zu sagen pflegt, anklingen zu lassen, und daß der synthetische Begriff im Gange des Denkens eine ähnliche Rolle spielt, wie jene Elemente selbst oder ihre ausdrücklich gedachte Verbindung. Geht man hiervon aus, so wird man konstatieren müssen, daß die Verknüpfung im Begriff doch von derjenigen verschieden ist, die vorliegt, wenn wir irgend etwas urteilend aussagen. Verstehen wir also unter der synthetischen Begriffsbildung jene feste Vereinigung, wie sie in gewissen Fällen typisch gegeben ist, so wird man sagen müssen, daß sie dem größeren Teile unseres Wissens tatsächlich abgeht. Eine Identifizierung könnte also hier höchstens für einen gedachten Fall, eine zu erstrebende Form des Wissens angenommen werden, während sie für unser Wissen, so wie es tatsächlich verwirklicht ist, unzweifelhaft nicht besteht[1]). Auf der andern Seite ist aber dann auch zu beachten, daß in großem Umfange Begriffsbildungen vorkommen, in denen sich, wie oben gezeigt, ein bestimmtes Wissen nicht ausdrückt, deren Bedeutung vielmehr wesentlich eine denkpsychologische ist. Es gilt dies nicht nur für diejenige Klasse, die wir vorhin durch den Begriff des Baumwolle-Produzierens erläutert hatten, die unvollständigen Synthesen, sondern auch für einen großen Teil der dem empirischen Begriffskreise angehörigen implizierenden Begriffe. Hier geht also die Begriffsbildung im denkpsychologischen Interesse über den Wissens-Erwerb hinaus.

Ganz ähnlich liegen die Dinge für die Mathematik. Daß auch hier ein enger Zusammenhang zwischen Begriffsbildung und Wissens-Erwerb stattfindet, versteht sich von selbst. Ein bedeutungsvolles und umfangreiches mathematisches Wissen ohne eine weitgehende Bildung synthetischer Begriffe wird und kann es schon aus den oben berührten und hier nicht nochmals zu wiederholenden Gründen nicht geben. Anderseits stellt sich aber doch das mathematische Wissen als die Kenntnis einer der Natur der Sache nach unbegrenzten Menge von Zusammenhängen dar, die unter Benutzung jener Begriffe auszudrücken sind oder für sie gelten. Die unbefangene und gewohnte Auffassung betrachtet also jene Begriffe als durch eine bestimmte Defini-

[1]) Auf die Frage, ob und unter welchen Voraussetzungen wir eine Form des Wissens erstreben sollen, bei der der hier besprochene Unterschied in Wegfall kommt, wird an späterer Stelle einzugehen sein. Wir werden dort sehen, daß in gewissem Umfang ganz im Gegensatz dazu eine Form als besonders befriedigend betrachtet werden kann, bei der jeder Begriff durch eine bestimmte Definition festgelegt wird, somit nur ein sehr kleiner Teil alles dessen, was von ihm gilt und bekannt ist, dem Begriffe zugerechnet wird.

tion festgelegt und trennt das sie betreffende oder in ihnen auszudrückende mathematische Wissen von ihrer definierenden Feststellung, den fortschreitenden Erwerb derartigen Wissens von der Bildung des Begriffs. So denken wir uns die trigonometrischen Funktionen, sei es geometrisch, sei es analytisch (in der Form unendlicher Reihen) definiert. Den Satz aber, daß $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$, betrachten wir als ein auf diese Funktionen bezügliches Wissen, das nicht durch einen bestimmten Begriff repräsentiert ist; und wir sind nicht gewohnt, seine Geltung dem Sinne des Begriffes zuzurechnen. Bei dieser Auffassung fallen die Bildung des Begriffes und die Erwerbung des Wissens, wiewohl diese an jene gebunden und ohne sie unmöglich ist, doch deutlich als etwas Verschiedenes auseinander. Auch hier könnte man nun ja freilich daran denken, alles was von der Sinusfunktion gilt oder mit Benutzung derselben anzugeben ist, in den Begriff des Sinus einzubeziehen. Aber diese Betrachtung wird hier noch mehr als bei den Real-Begriffen als eine gezwungene und unzutreffende, auch im Hinblick auf die fortschreitende Erweiterung unseres Wissens keineswegs zweckmäßig erscheinen.

Siebzehntes Kapitel.

Formen und begriffliches Material der mathematischen Urteile.

Die Verknüpfung von genetischen und Gleichheits-Beziehungen. Fiktive Erweiterungen. Andere Arten mathematischer Sätze.

Indem wir uns der Untersuchung über das begriffliche Material und den Bau der mathematischen Sätze zuwenden, nehmen wir eine Aufgabe in Angriff, die mit mancherlei besonderen Schwierigkeiten behaftet ist. Sie liegen, wie wir sehen werden, wenigstens zum Teil darin, daß es einigermaßen fraglich bleibt, ob es überhaupt möglich ist, alles Hierhergehörige in einer sicher erschöpfenden Weise aufzuzählen und übersichtlich zu machen. Indessen können wir aus der Gesamtheit dessen, was den Inhalt der Mathematik ausmacht, ein großes und in verschiedenen Hinsichten vorzugsweise wichtiges Gebiet aussondern, für das sich die uns hier beschäftigenden Fragen relativ befriedigend und in einer gewissen Einheitlichkeit beantworten lassen. Es wird sich daher empfehlen, diesem in erster Linie unsere Aufmerksamkeit zuzuwenden. Wir können dabei von einfachsten Ausgangspunkten beginnen, und indem wir von ihnen fortschreiten, wird auch zugleich ersichtlich werden, welches dieses größere ihnen gleichartige Gebiet ist, und wie es sich begrenzt.

Wir nehmen hier zum Ausgange dieselben einfachsten Sätze, mit

denen wir uns schon früher beschäftigt hatten, um die Natur der mathematischen Urteile als Reflexions-Urteile zu erweisen, die Zahlen-Gleichungen, wie etwa den Satz $7 + 5 = 12$. Wir hatten schon dort nicht unterlassen können, uns auch mit der formalen Natur dieser Sätze und ihrem begrifflichen Material zu befassen, und wir können daher auch an die dort erhaltenen Ergebnisse hier ohne weiteres anknüpfen. Der mathematische Satz dieser Art besagt (zu dieser Formulierung waren wir oben gelangt) einen Zusammenhang zwischen den genetischen Beziehungen und der numerischen Gleichheit. — An diesem Ergebnis können wir einiges als hier vorzugsweise wichtig hervorheben. Was die Begriffselemente anlangt, auf die hier als letzte und endgültige zurückgegangen wird, so haben wir als solche zunächst diejenigen aufzuweisen, die für die „Genese" d. h. die spezifisch mathematische Erzeugung mathematischer Begriffe die Grundlage bilden, also die der Einheit und der Hinzufügung, sodann aber den der numerischen Gleichheit. Und wir hatten schon oben auf die endgültige, irgend eine Analyse oder Zurückführung nicht gestattende Bedeutung dieser Begriffe, namentlich der hier gemeinten Gleichheit hinzuweisen[1]. — Auf der andern Seite ist nun auch für die diese Begriffe verknüpfenden Sätze eben zufolge dessen, was in zwingender Evidenz gilt, eine ganz bestimmte Form vorgeschrieben. Beruhen die hier zunächst ins Auge gefaßten Sätze auf einer Einsicht, die uns lehrt, daß der Wert einer Zahl von der Art der gruppierenden Zusammenfügung ihrer Teile unabhängig ist, so versteht sich, daß die beiden Seiten der Gleichung, die beiden gleichgesetzten Zahlen, dieselben Elemente in einer ungleichen Gruppierung und Zusammenfassung enthalten müssen. Auch können wir vorgreifend schon für die später zu besprechenden Arten mathematischer Sätze entnehmen, daß sie, in selbstverständlichem Zusammenhange, durch einen anderen Inhalt, eine andere axiomatische Grundlage und einen anderen formalen Bau von den hier zunächst herangezogenen abweichen werden.

Es ist, wenn auch nicht die Gesamtheit, doch ein sehr großes Gebiet mathematischer Sätze, auf das wir das hier zunächst für die einfachsten Fälle Dargelegte ohne weiteres anwenden können. Alle Sätze dieser Art behaupten einen bestimmten Zusammenhang zwischen genetischen und Gleichheits-Beziehungen und sind Folgerungen aus den einfachsten und mit endgültiger Evidenz zu behauptenden Zusammenhängen dieser Art. Die überaus weitgehende und mannigfaltige Entwicklung solcher Sätze beruht nun auf einer Reihe verschiedener Umstände, die wir hier genauer zu verfolgen haben.

Der wichtigste hier zu erwähnende Punkt ist die enorm umfassende Allgemeinheit, die diesen Axiomen zukommt, und wir hatten dem-

[1] Vgl. o. S. 20. Auf einige Punkte, welche die Psychologie des Zahlbegriffes betreffen und für die hier behandelten Verhältnisse in manchem Sinne von Bedeutung sind, wird noch an späterer Stelle einzugehen sein.

gemäß schon oben als besonders wichtig den Umstand betont, daß, wiewohl wir in gewisser Weise an die Betrachtung einzelner Beispiele gebunden sind, doch stets etwas Allgemeines an ihnen und durch sie in zwingender Weise deutlich gemacht wird. Nehmen wir als Ausgang der Betrachtung zunächst etwa den direkt und endgültig evidenten Satz: $a + (b + c) = (a + b) + c$, oder $a + b = b + a$. Er ist zunächst insofern allgemein, und zwar universell allgemein, als jedes Symbol jede beliebige Zahl bedeuten kann; er gestattet also eine unbegrenzte Reihe von Einzelfolgerungen, die erhalten werden, indem wir für ein Symbol eine beliebige Zahl setzen. Der Sinn seiner Allgemeinheit bringt es jedoch weiter mit sich, daß wir auch das Symbol durch eine beliebige Kombination neuer Symbole ersetzen können, sofern diese von der Art ist, daß sie eine eindeutig bestimmte Zahl besagt, also weder mehrdeutig noch unmöglich ist. Nun ist zunächst die Erzeugung neuer Zahlen durch die Zusammenfügung eine unbegrenzte; sofern x und y bestimmte Zahlen sind, bedeutet auch die Zusammenfügung von x und y eine, und zwar eine ganz bestimmte neue. So können wir an den Satz $a + b = b + a$ den neuen knüpfen: $(x + y) + b = b + (x + y)$. — Hierzu kommt als Ergebnis einer weiteren, nicht minder zwingenden und endgültigen Evidenz, daß für die behaupteten Gleichheiten nicht die begriffliche Identität, sondern nur die numerische Gleichheit dessen, was ein Symbol an verschiedenen Stellen bedeutet, maßgebend ist. (Gleiches zu Gleichem addiert gibt Gleiches.) Demgemäß können wir aus dem Satz: $a + b = b + a$ nicht nur folgern, daß $(x + y) + b = b + (x + y)$, sondern indem wir beachten, daß $x + y = y + x$ ist, auch daß $(x + y) + b = b + (y + x)$ Wir können ferner einen Zahlenwert indirekt definieren als einen, der, mit einer Zahl a zusammengefügt, b gibt. Und man kann diesen Sachverhalt auch so ausdrücken, daß man der zunächst ins Auge gefaßten Form der Begriffserzeugung, der Zusammenfügung, eine entgegengesetzte, der Addition die Subtraktion, der „thetischen" eine „lytische" Operation gegenüberstellt. Zu beachten ist dabei, daß, da wir nur eine kleinere Zahl von einer größeren abziehen können, nicht umgekehrt, die Allgemeinheit dieser Operation keine ganz unbegrenzte, ihre Anwendung vielmehr mit einer gewissen Einschränkung behaftet ist [1]).

Als den weitaus bedeutungsvollsten Umstand haben wir aber schließlich einen andersartigen zu erwähnen. Er besteht darin, daß die genetischen Beziehungen oder, wie wir auch sagen dürfen, die in die Bildung von Zahlen eingehenden Operationen in gleichartiger Weise wiederholt und demgemäß selbst zum Gegenstande der Zählung gemacht und zahlenmäßig bezeichnet werden können. Dies ist wie bekannt das Prinzip, nach dem wir von der Addition zu der Multiplikation, von dieser

[1]) Auf den im Anschluß hieran sich ergebenden Begriff der negativen Größen kommen wir unten zurück.

wiederum zu der Potenzierung fortschreiten. So bedeutet der Faktor, mit dem wir eine Zahl multiplizieren, die Anzahl der additiv zusammengefügten gleichen Posten, der Exponent einer Potenz die Anzahl der in einem Produkt zusammengefügten gleichen Faktoren. Unter Benutzung dieses Umstandes können wir uns zunächst Sätze, die sich aus den die Addition betreffenden Prinzipien ableiten lassen, umgeformt und in einfacherer Weise dargestellt denken. Dazu aber kommt dann weiter, daß auch für die hier bestehende, die Zählung der Operationen betreffenden Verhältnisse selbst gewisse Beziehungen in anschaulicher Evidenz feststehen. So ist hier an die die Multiplikation betreffenden Prinzipien zu erinnern: $a\,(b + c) = a\,b + a\,c$, $a\,b = b\,a$, von deren direkter Evidenz schon früher die Rede war.

So ergibt sich denn für die uns beschäftigenden Sätze eine Erweiterung der Grundlagen, auf denen sie beruhen, und wenn man so will, auch eine Erweiterung des ihnen zukommenden Sinnes, indem sie sich auch auf die Zahlen erstrecken, die die Häufigkeit irgend welcher in die Erzeugung eines Begriffes eingehenden Operationen bedeuten. Im übrigen ist nur zu beachten, daß auch auf dieser Grundlage eine Erweiterung der Sätze nach den nämlichen Prinzipien stattfinden kann, die wir vorhin schon im Hinblick auf die einfachste Form der Begriffserzeugung erwähnt hatten. Denn auch hier sind die den Ausgangspunkt bildenden Sätze allgemein, so daß irgend ein Symbol durch jede eine bestimmte Zahl bedeutende Kombination von Symbolen ersetzt werden. Auch hier gilt, daß durch die Multiplikation zweier Zahlen eine neue eindeutig bestimmt wird. Auch hier gilt insbesondere, daß die Formen der Sätze durch die Einführung der indirekten Definition oder der entgegengesetzten lytischen Operation modifiziert werden können usw. Es versteht sich, daß man, immer diesen Prinzipien folgend, die mathematischen Sätze, die wir hier im Auge haben, zu einer beliebig fortschreitenden und prinzipiell unbegrenzten Komplikation begrifflichen Baues weiter entwickeln kann.

Ueberblicken wir das mit den bisherigen Betrachtungen erhaltene Ergebnis, so wäre zu sagen, daß wir ein jedenfalls sehr weites Gebiet mathematischer Sätze inhaltlich dahin charakterisieren können, daß sie einen Zusammenhang zwischen genetischen und Gleichheits-Beziehungen aussagen. Wir können hinzufügen, daß durch eben das, was in dieser Hinsicht axiomatisch gilt, auch die formale Natur dieser Sätze des Genaueren festgelegt ist, jedoch nur in der Weise, daß wir einerseits eine Anzahl einfachster Ausgangsformen aufzeigen, anderseits die Prinzipien dartun können, nach denen wir von diesen Anfängen zu einer in unbegrenzter Mannigfaltigkeit sich weiter entwickelnden Fülle von Formen fortschreiten. Was wir hier finden, ist also in mancher Hinsicht dem Ergebnis ganz ähnlich, zu dem wir auch bei der formalen Betrachtung der Real-Urteile gelangt waren: die gestellte Aufgabe, den formalen Bau des Urteils darzulegen, ist, da auch hier ein festbestimmter

Typus des Urteilsbaues oder eine begrenzte Anzahl solcher Typen nicht existiert, in vollem erschöpfenden Sinne nicht lösbar. Auch hier werden wir uns mit einer bedingten Lösung und einem Einblick in die Verhältnisse, denen zufolge eine erschöpfende unmöglich ist, begnügen können und müssen. Zwischen den beiden Gebieten bestehen nun aber doch gerade in diesen formalen Hinsichten sehr bedeutungsvolle Unterschiede. Wir kommen auf sie, wenn wir unsere Aufmerksamkeit einer Anzahl von Punkten zuwenden, in denen die formalen Verhältnisse der mathematischen Sätze ohnehin noch eine genauere Verfolgung gestatten und verlangen. Zunächst ist hier darauf hinzuweisen, daß sehr viele und gerade die wichtigsten mathematischen Sätze zwar allgemein sind, keineswegs aber der der Schul-Logik geläufigen Form allgemeiner Sätze (alle A sind B) entsprechen. Vielmehr ist ihre Form diejenige, die wir früher (S. 232) als die komplex allgemeine bezeichnet hatten. Ja, wie bereits oben angedeutet wurde, treten diese Eigentümlichkeiten ganz besonders einfach und deutlich hervor, wenn wir, wie es in der Mathematik durchweg gebräuchlich ist, Symbole einführen, die jede beliebige Zahl bedeuten können. Sagen wir z. B. $3 . a = a . 3$, so bestätigt man hierin leicht das, wodurch wir den komplex allgemeinen Satz charakterisiert hatten. Gegenstand der Aussage ist eine Gesamtheit von Zahlen, und der Satz ist in Bezug auf sie allgemein. Es wird jedoch nicht in Bezug auf alle genau das Nämliche behauptet; sondern in die dem einzelnen Element geltende Aussage geht eben dieses Element wiederum ein. Dieses, den komplex allgemeinen Satz charakterisierende Verhältnis ist hier, wie gesagt, vorzugsweise einfach, nämlich dadurch gegeben, daß in der der Gesamtheit geltenden Aussage dasselbe Symbol auftritt, wobei nun die Meinung des Satzes die ist, daß das Symbol allerdings jede beliebige Zahl bedeuten kann, aber an beiden Stellen dieselbe bedeuten muß. — Dies Ergebnis läßt sich in mehreren Richtungen erweitern. Zunächst wurde schon oben darauf hingewiesen, daß die Form der komplexen Zusammenhänge in unbegrenzter Weise verwickelt werden kann. So ist auch hier zunächst hinzuzufügen, daß in das, was für die Gesamtheit der Werte $3 . a$ gilt, das Symbol a nicht nur einmal, sondern auch mehrmals in irgend welchen Verknüpfungen eingehen kann. Ferner ist zu beachten, daß gerade hier die Sätze meist in mehr als einer Beziehung allgemein sind; wir können Gesamtheiten bilden, in deren Bezeichnung mehr als ein Symbol eingeht, wobei nun auch in dem, was von ihnen gilt, alle diese Symbole wieder auftreten. Ein einfaches Beispiel dieser Art war der Satz $a + b = b + a$. Ganz das Gleiche trifft für Sätze zu, die ein schon fortgeschritteneres mathematisches Wissen repräsentieren, wie etwa der Satz: $(a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$ oder $\sin (a + b) = \sin a . \cos b + \cos a . \sin b$.

Endlich aber ist daran zu erinnern, daß wir die komplexen Zusammenhänge auch in die Form der Begriffserzeugung einführen können. Es war schon davon die Rede, daß wir den Inhalt komplex allgemeiner Sätze so umformen können, daß wir von einer komplex definierten Gesamtheit etwas präzis Allgemeines aussagen [1]. Entsprechende Umformungen sind auch hier überall möglich und in der mathematischen Darstellung sehr gebräuchlich. So könnten wir die eben erwähnten auch in die Form bringen $(a + b)^2 - a^2 - 2 a b - b^2 = 0$ oder $\sin (a + b) - \sin a . \cos b - \cos a . \sin b = 0$.

Hier besagt der Satz, daß eine Gesamtheit von Zahlen durchweg gleich Null ist, aber die Definition dieser Zahlengesamtheit selbst ist in unserer obigen Bezeichnung eine komplex-komprehensive. — Hiernach können wir denn die Form, in der die Allgemeinheit solcher Sätze zum Ausdruck kommt, leicht und in ganz umfassender Weise kennzeichnen. Sie besteht darin, daß in irgend welcher Verknüpfung eine beliebige Zahl von Symbolen in den Satz eingehen, deren jedes jede beliebige Zahl bedeuten kann, wobei aber jedes dieser Symbole nicht nur an einer, sondern an mehreren Stellen des Satzes auftritt. Die Aussage umfaßt demgemäß eine unbegrenzte Zahl einzelner Sätze, die erhalten wird, indem wir für jedes Symbol irgend eine Zahl setzen, wobei aber an jeder Stelle, an der das Symbol figuriert, die nämliche Zahl gesetzt werden muß.

Dieser wohl einfachsten und durchsichtigsten Form, in der sich die uns beschäftigenden Sätze präsentieren können, mögen sogleich noch einige Modifikationen hinzugefügt werden. Zunächst ist zu bemerken, daß auch jeder Satz der eben ins Auge gefaßten Art in der schon oben berührten Weise die erweiternde Modifikation seines Sinnes gestattet, daß das einzelne Symbol an verschiedenen Stellen nicht begrifflich identische, sondern nur gleiche Zahlen zu bedeuten braucht. An der komplex allgemeinen Form ändert sich hierdurch nichts; denn wenn an einer Stelle a, an einer andern nicht a, sondern „irgend etwas dem a gleiches" erwähnt wird, so tritt ja auch hier das a wiederum, nur in einer besonderen begrifflichen Verknüpfung auf.

In tiefergreifender Weise ist eine andere Form von der zunächst betrachteten verschieden. Wir können Sätze bilden, die sich als ein Zusammenhang zweier Gleichheitsbeziehungen darstellen, symbolisch also etwa in der Form auszudrücken wären, daß wenn zwischen irgend welchen Zahlen a b c eine Beziehung Φ stattfindet, für sie auch eine Beziehung Ψ gilt. Sätze dieser Art sind uns namentlich als Rechnungsregeln sehr geläufig und in der Tat für den Fortgang der Rechnung besonders bedeutungsvoll, worauf wir an späterer Stelle zurückkommen. Es sei hier an die bekannte Regel erinnert, nach der wir eine quadratische Gleichung auflösen. Wenn

[1]) Vgl. o. S. 235.

$$x^2 + a x = b, \text{ so ist}$$
$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{b + \frac{a^2}{4}}$$

Hier ist nun zunächst zu beachten, daß ein solcher Satz eine regelmäßige Verknüpfung zweier Merkmale besagt, also eben diejenige Form darbietet, die den allgemeinen Sätzen (mit Ausnahme des universell allgemeinen) charakteristisch ist. Er ist daher zutreffend nicht als hypothetisches Urteil, sondern als allgemeine Aussage aufzufassen[1]). Bringen wir ihn in diese Form, so zeigt sich des Weiteren, daß wir es auch hier wiederum nicht mit einem allgemeinen Satze der Schulform (alle A sind B) zu tun haben, sondern mit einer komplexen Allgemeinheit. Wir stoßen dabei aber noch auf einige weitere Besonderheiten. Wir können zunächst unter Heraushebung einer jener Größen, etwa der x sagen: für alle Zahlen x, für die die durch die erste Gleichung ausgedrückte Beziehung zu irgend welchen Zahlen a und b gilt, trifft auch die durch die zweite Gleichung angegebene Beziehung zu den nämlichen Zahlen a und b zu. Man bemerkt leicht die formale Analogie dieser Sätze mit den einfacheren, die wir an früherer Stelle zur Erläuterung der komplex-allgemeinen Formen herangezogen hatten. Sagen wir, um auf ein dort benutztes Beispiel zurückzugreifen: „alle Körper, die sich zur Zeit t_1 an irgend einem Punkte des Raumes R befunden haben, sind zur Zeit t_2 wieder an dem nämlichen Ort, so ist zunächst die Gesamtheit unter Erwähnung einer anderen Gesamtheit definiert (hier des Raumes R, dort der Gesamtheit aller Zahlen, insofern a und b jeden Wert haben können). In die das einzelne Element betreffende Aussage geht wiederum dasjenige Element dieser letzteren Gesamtheiten ein, durch die es definiert ist, (hier der betreffende Punkt des Raumes R, dort die übereinstimmenden Werte von a und b).

Neben dieser müssen wir dann noch eine andere Darstellung jener Sätze erwähnen, die vielleicht als die einfachere und näherliegende erscheinen wird. Wir können, ohne gerade eine jener Größen besonders herauszuheben, sagen, daß für alle Gruppen von Werten (x, a, b), für die gewisse Beziehungen B zutreffen, auch gewisse andere Beziehungen B' gelten. Wir erhalten hiermit eine Form, die oben bei der Besprechung der komplex-allgemeinen Sätze nicht erwähnt worden ist[2]) und deren Zugehörigkeit zu diesen nicht ohne weiteres kenntlich ist: es wird in der gewöhnlichen Form des allgemeinen Satzes etwas für alle Wertgruppen einer bestimmten Beschaffenheit ausgesagt. Es versteht sich aber, daß auch durch diese Ausdrucksweise die komplex-allgemeine Natur der in Rede stehenden Sätze zwar wiederum

[1]) Vgl. o. S. 311.
[2]) Vgl. darüber die jene Darstellung ergänzenden Bemerkungen im 1. Anhangskapitel.

anders dargestellt aber nicht aufgehoben wird. Denn wir müssen beachten, daß das Merkmal, durch welches jene Gesamtheit von Wertgruppen charakterisiert ist, ja nichts bedeutet, was von einer solchen als Ganzem gilt. Es bedeutet vielmehr das Zutreffen eines Satzes, in den die verschiedenen jener Gruppe angehörigen Werte in einer formal bestimmten Weise eingehen. Und ebenso ist auch das, was nun von allen diesen Wertgruppen ausgesagt wird, wiederum nichts, was für jede einzelne als Ganzes zuträfe, sondern ein Verhalten, an dem wiederum die Elemente der Gruppe in einer formal bestimmten Weise beteiligt sind[1]).

Eine etwas genauere Besprechung müssen wir sodann an dieser Stelle der Bedeutung der synthetischen Begriffsbildung widmen. Es war oben davon die Rede, daß die Bildung einer bestimmten Art von Begriffen (sie wurden als implizierende bezeichnet) uns in großem Umfange zu einer formal vereinfachten Darstellung komplex-allgemeiner Sätze führt. So ist der Satz, daß die Geschwindigkeit eines Körpers während einer gewissen Zeitstrecke dauernd einem bestimmten Werte gleich sei, von der einfachen Form eines allgemeinen Satzes, während wir, sobald wir den Begriff der Geschwindigkeit explicite darstellen wollten, auf einen komplex-allgemeinen Satz verwickelter Form geführt werden. Man kann fragen, ob die mathematischen Sätze durchweg solche vereinfachte Darstellungen zulassen. Und es ist nicht ohne Wichtigkeit, daß dies ganz und gar nicht der Fall, vielmehr die Entwicklung derartiger Begriffe gegenüber der unbegrenzten Mannigfaltigkeit mathematischer Sätze doch eine beschränkte ist. Wollten wir z. B. den obigen Satz $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ durch die Bildung eines implizierenden Begriffes in der früher besprochenen Weise vereinfachen, so müßten wir ihn auf die Form bringen

$$(a + b)^2 - a^2 - 2ab - b^2 = 0$$

und wir müßten die ganze für die Größen a und b hier angegebene Verknüpfung durch einen einheitlichen Begriff bezeichnen. Man sieht bei dieser Betrachtung sogleich, daß gar nicht daran gedacht werden kann, etwa ganz durchgängig alle in den mathematischen Sätzen vorkommenden Verknüpfungsformen durch bestimmt bezeichnete Begriffe festzulegen. Trotz einer weitgehenden Entwicklung der implizierenden Begriffe bleiben also die mathematischen Sätze zum überwiegenden Teile doch von der Form, daß ihre komplex-allgemeine Natur durch das wiederholte Auftreten des nämlichen Symbols unmittelbar zum Ausdruck kommt.

Auf der anderen Seite kann man fragen, ob oder wie weit wir bei der Darstellung mathematischer Sätze etwa auf eine synthetische Be-

[1]) Hiermit hängt es denn auch zusammen, daß die an solche Sätze zu knüpfenden Schlüsse sich formal ganz anders gestalten als diejenigen, die auf allgemeinen Sätzen der gewöhnlichen Art beruhen, worauf wir bei der Schlußlehre zurückzukommen haben.

griffsbildung ganz verzichten könnten. Wir waren, wie erinnerlich bei der Formulierung der diesem ganzen Abschnitt, der formalen Urteilslehre, gestellten Aufgabe von der Annahme ausgegangen, daß die synthetische Begriffsbildung eine im denkpsychologischen Interesse gebotene Zusammenziehung darstelle, von der wir aber, um den elementaren und endgültigen Bau des Urteils aufzuklären, vollständig abzusehen hätten. Und wir hatten demgemäß der Untersuchung den Weg vorgezeichnet, daß überall, wo wir synthetisch gebildeten Begriffen begegneten, diese nach Maßgabe ihrer Bedeutung in ihre Elemente aufzulösen seien. Hiernach wird es zunächst scheinen, daß auch die im Obigen gegebene formale Betrachtung der mathematischen Sätze noch keine abschließende sei; vielmehr scheint es geboten, auch aus den mathematischen Sätzen die synthetische Begriffsbildung durch eine bis zu den letzten Elementen durchgeführte Analyse zu eliminieren. Und es erhebt sich die Frage, welche Formen sich bei einer solchen analysierenden Darstellung für die mathematischen Sätze ergeben würden. Greifen wir, um hierüber ins Klare zu kommen, wieder auf einfachste mathematische Sätze zurück, wie etwa die Zahlen-Gleichung $4 + 3 = 7$. Wir hatten oben [1]) schon die Form besprochen, zu der wir gelangen, wenn wir uns die einzelnen Zahlenbegriffe in systematischer Weise (jeden als durch Hinzufügung der Einheit aus dem voraufgehenden entstanden) definiert, den Satz nach Maßgabe dieser Definitionen analysiert und in dieser Form explicite dargestellt denken. Würde bei einer solchen Darstellung die synthetische Begriffsbildung ganz in Wegfall kommen? Um dies zu beurteilen, müssen wir zunächst im Auge behalten, daß, wie schon früher [2]) betont wurde, die als gleich bezeichneten Gebilde, die durch wiederholte Hinzufügung der Einheit definierte Sieben und die Summe von Drei und Vier ja nicht begrifflich identisch sind, sondern sich durch die Art unterscheiden, in der die Einheiten zusammengefügt gedacht werden. Ob hier noch von synthetischer Begriffsbildung zu sprechen ist, hängt daher davon ab, ob diese Zusammenfügung als eine solche zu betrachten ist, eine Frage, deren Beantwortung vielleicht nicht ganz zwingend im einen oder anderen Sinne gegeben werden kann, sondern Sache eines undiskutierbaren Ermessens ist. Ohne Zweifel kann man sagen, daß wenn wir Zwei als Eins + Eins definieren, Zwei als synthetisch gebildeter Begriff anzusprechen ist, und daß wir diesen durch das explicite gedachte Eins + Eins ersetzen können. Auf der andern Seite ist jedoch auch nicht zu bestreiten, daß wenn wir bei der Bildung des Begriffes Drei dem zunächst ins Auge gefaßten, die Zwei bedeutenden eine weitere Einheit hinzufügen, darin eine andersartige engere Verknüpfung jener beiden ersten, den Begriff Zwei konstituierenden, zum Ausdruck kommt. Und ähnlich

[1]) Vgl. o. S. 16.
[2]) Vgl. o. S. 17.

müssen wir, um die Zusammenfügung von Vier und Drei zu denken, ja jeden dieser Begriffe, auch wenn wir ihn in der hier versuchten Weise auseinandergelegt denken, doch auch in gewissem Sinne als etwas Einheitliches nehmen.

Am richtigsten wird es hiernach sein, anzuerkennen, daß auch in die hier ins Auge gefaßten mathematischen Sätze eine synthetische Begriffsbildung unter allen Umständen eingeht, allerdings aber eine von spezifischer Art und Bedeutung. Dagegen können wir uns diejenige Besonderheit, durch die die synthetische Begriffsbildung sonst in erster Linie psychologisch charakterisiert ist, die Erzeugung eines einheitlichen Denkgebildes, bei dem die Bestandteile nicht ausdrücklich mitgedacht zu werden brauchen, durch eine überall bis auf den Einheitsbegriff zurückgehende Analyse in Wegfall gebracht denken. In denkpsychologischer Hinsicht, das versteht sich allerdings von selbst, ist die synthetische Begriffsbildung auch im letzteren Sinne gerade hier durchaus unentbehrlich, da ein ausdrückliches Denken der sämtlichen Einheiten schon bei geringen Zahlen unser Vorstellungsvermögen überschreitet, so daß eine überall auf die Einheiten zurückgehende Analyse lediglich eine Fiktion bedeutet.

Können wir für einfachste Sätze die synthetische Begriffsbildung nur in bedingtem Sinne als unerläßlich bezeichnen, so müssen wir nun hinzufügen, daß sie für die weitere Entwicklung der Mathematik in anderem Sinne und auf anderer Grundlage eine durchaus unerläßliche Bedingung darstellt. Und wir müssen hier an die oben schon [1]) berührte besondere Bedeutung des Umstandes erinnern, daß wir in die Genese von Zahlen gewisse andere als „operationszählende" einführen, wodurch auch der (synthetisch gebildete) Begriff einer bestimmten Operation einen in besonderem Sinne unentbehrlichen, durch keine analysierende Darstellung zu ersetzenden Bestandteil gewisser Sätze bildet. So definieren wir das Produkt $n \, . \, a$ als eine Summe aus n Posten, deren jeder $= a$ ist. Nun können wir freilich das Produkt $3 \, . \, 5$ durch $5 + 5 + 5$ ersetzen, dagegen kann ein Satz, der sich auf Produkte a l l g e m e i n bezieht, d. h. Multiplikator und Multiplikandus unbestimmt bezeichnet, wie etwa der Satz $n \, . \, a = a \, . \, n$ gar nicht ausgedrückt werden, ohne daß wir den Begriff des Produktes bilden. Es kommt dabei nicht nur darauf an, daß er eine unbegrenzte Menge einzelner Sätze repräsentiert, die, in extenso unübersehbar, hier in einfacher Form zusammengezogen erscheinen. Selbst wenn wir uns eine ungeheure oder auch ganz unbegrenzte Zahl solcher Sätze einzeln ausgedrückt und nebeneinander dargestellt dächten, so würde in dieser Einzelfassung gerade das fehlen, was den eigentlichen Inhalt jenes allgemeinen Satzes ($n \, . \, a = a \, . \, n$) ausmacht, die Heraushebung des Gleichartigen, was ihnen allen gemeinsam zukommt. Es ist die Bildung des Begriffes Produkt oder Zusammenfügung gleicher Posten, die für die Aufstellung jenes Satzes eine durchaus unerläßliche Be-

[1]) Vgl. o. S. 337.

dingung bildet. Ebenso können wir wohl den Satz $4^6 = 4^3 . 4^3$ nach Maßgabe der dem Begriff der Potenz ex definitione zukommenden Bedeutung in die Form bringen, daß wir sagen $(4 . 4 . 4)(4 . 4 . 4) = 4 . 4 . 4 . 4 . 4 . 4$. Aber ein auf Potenzen allgemein bezüglicher Satz wird durch eine analysierende Beseitigung des Potenzenbegriffes nicht etwa nur eine besonders umständliche Darstellungsform erhalten, sondern er kann überhaupt gar nicht gedacht werden, ohne daß wir den Begriff der Multiplikation mit sich selbst als einen einheitlichen gebildet haben.

Ueberblickt man die Dinge, so zeigt sich also, daß die formalen Verhältnisse der mathematischen Sätze von den früher betrachteten der Real-Urteile doch in einer tiefer greifenden Weise verschieden sind. Es handelt sich hier nicht um eine große oder kleine Zahl begrifflicher Elemente, deren einem bestimmten formalen Prinzip folgende Verknüpfung in beliebiger Wiederholung und Kombination fortgesetzt und ausgesponnen werden kann. Das Charakteristische der mathematischen Formen besteht vielmehr darin, daß zunächst aus gewissen als endgültig zu betrachtenden Elementen in eigenartiger Weise fortschreitend neue erzeugt werden, daß wir aber dann weiter die Formen dieser Begriffserzeugung selbst wieder zum Gegenstande begrifflicher Bezeichnung machen können, und daß sich unsere Sätze nicht in jene letzten Elemente auflösen und in ihnen allein ausdrücken lassen, sondern gerade die Verhältnisse jener fortschreitenden Begriffserzeugung selbst betreffen. So beruht denn die unbegrenzte Erweiterbarkeit der Urteilsformen hier doch auf ganz anderer Grundlage, als den für die Real-Urteile denkbaren Verkettungen.

Mit dem eben Dargelegten erledigt sich auch die zuweilen wohl erwogene Frage, weshalb nicht der ganzen Mathematik die unmittelbar anschauliche Evidenz zukommt, die wir ihren Grundlagen mit Recht zuschreiben. In der Tat gehört es eben zu dem Wesen der Mathematik, daß wir aus jenen Elementen in fortschreitender Komplikation neue Begriffe erzeugen, nicht nur in der noch relativ einfachen Form einer Fortsetzung der Zahlenreihe oder der Ersinnung bestimmter räumlicher Gebilde, sondern auch in der anderen, daß wir die Modalitäten derartiger Bildungen selbst wieder begrifflich bezeichnen. Ist dies der Fall, so versteht sich, daß bei der Beschränktheit unseres Vorstellungsvermögens die Uebersehbarkeit der zu behauptenden Zusammenhänge sehr bald aufhört. Wenn daher z. B. S c h o p e n h a u e r eine unmittelbare Evidenz für alle mathematischen Sätze zu fordern und in dem Mangel einer solchen ein Zeichen der Ungeschicklichkeit und Beschränktheit der Mathematiker zu erblicken geneigt war, so zeigt sich hierin besonders charakteristisch, wie sehr ihm mit der mathematischen Veranlagung auch das Verständnis für Inhalt und Methode der Mathematik abging.

Von größerem Interesse ist eine andere sich gleichfalls hier aufdrängende Ueberlegung. Bedenkt man, daß die Bildung mathematischer Begriffe in der dargelegten Weise ins Unbegrenzte fortgesetzt werden kann, so erhebt sich natürlich die Frage, worin denn eigentlich das Interesse oder die Bedeutung derartiger Entwicklungen besteht. Hierauf ist, wie mir scheint, die Antwort zu geben, daß dieses Interesse durch zweierlei Umstände bestimmt sein kann. In erster Linie kann es sich aus praktischen, oder wie ich lieber sagen möchte, realwissenschaftlichen Gesichtspunkten ergeben. Gerade die Verhältnisse der Wirklichkeit und unseres Wirklichkeits-Erkennens bringen es mit sich, daß uns Größenbeziehungen zunächst in e i n e r Form gegeben sind, daß aber irgend eine a n d e r e, aus jener mathematisch ableitbare, uns wertvoller und brauchbarer ist. So bietet sich besonders häufig die Aufgabe, eine Gleichung „nach einer Unbekannten aufzulösen". Auch sei an den besonders wichtigen Umstand erinnert, daß wir zunächst die Gesetze des Geschehens in der Form von Differenzialgleichungen angeben können, während wir einer Darstellung der Bewegungen bedürfen, in der die Orte als Funktionen der Zeit angegeben sind. In allen derartigen Fällen beruht also der Wert mathematischer Entwicklungen auf den methodologischen Interessen, die durch die Natur der Wirklichkeit und unseres Wirklichkeits-Erkennens vorgezeichnet sind. Daneben wird aber ohne Zweifel auch ein rein formal-mathematisches Interesse anzuerkennen sein, das man etwa ein ästhetisches nennen könnte. Für beide Fälle aber läßt sich wohl übereinstimmend ein Punkt bezeichnen, der in der Regel, wenn nicht von allein maßgebender, doch von hervorragender Bedeutung sein wird. Immer nämlich wird es, wie mir scheint, darauf ankommen, daß zwischen den mehr oder weniger verwickelten mathematischen Begriffen doch wieder Beziehungen von relativ großer Einfachheit bestehen. Wie dies gemeint ist, wird einleuchten, wenn ich an ein Beispiel erinnere, bei dem dies allerdings in ganz exquisiter Weise zutrifft, nämlich die goniometrischen Funktionen. Die eminente Bedeutung, die diesen zukommt, hängt ja offenbar mit der Fülle strenger und relativ einfacher Beziehungen zusammen, die für sie gelten, so besonders mit dem Umstande, daß der erste Differenzialquotient des Sinus dem Cosinus, der des Cosinus dem Sinus, der zweite Differenzialquotient des Sinus (bzw. Cosinus) wiederum dem Sinus (Cosinus) selbst proportional ist. Hier liegen also in der Tat ganz besonders einfache und allgemeine Beziehungen vor. Auf ihnen beruht in bekannter Weise die ausgezeichnete Bedeutung, die den goniometrischen Funktionen in der Mechanik aller periodischen Vorgänge, namentlich der Schwingungen, zukommt. Ganz allgemein wird man demgemäß sagen können, daß die fortschreitende Entwicklung der Mathematik nicht in einer ganz beliebigen und willkürlichen Bildung mathematischer Begriffe und Sätze besteht, sondern in einer solchen, die sich zufolge jener Verhältnisse als eine geeignete oder glückliche darstellt.

Hatten wir für unsere Betrachtung der mathematischen Sätze die natürlichen Zahlen zum Ausgangspunkt genommen, so müssen wir jetzt zunächst hinzufügen, daß diese, abgesehen von der Zählung beliebiger gleichartiger Objekte, ein besonderes Anwendungsgebiet in unserer Z e i t - u n d R a u m - V o r s t e l l u n g finden. Wie bereits an früherer Stelle besprochen, liegt es in der Natur dieser Vorstellungen, daß sie, ganz wie es bei den Zahlen der Fall ist, eine Zusammenfügung völlig gleichartiger Elemente in unbegrenzter Fortsetzung gestatten. Die Natur der Zeitvorstellung ebenso wie die der geraden Linie bringt es also zunächst mit sich, daß von jedem beliebigen Ausgangspunkt ab eine irgend einem andern Stück gleiche Strecke existieren muß. Als eine direkt evidente Grundlage der auf diese Gegenstände bezüglichen Sätze haben wir hier ferner wiederum anzuführen, daß die Größe einer Gesamt-

Erstreckung von der Gruppierung und Ordnung, in der wir ihre Teile zusammenfügen, unabhängig ist, namentlich aber auch, daß die gleich häufige Zusammenfügung gleich großer Strecken gleiche Erstreckungen liefert. Der letztere Satz ist deswegen besonders beachtenswert, weil er sich auf eine Zählung gleicher Strecken bezieht. Können wir also zunächst den Begriff der Gleichheit, der sich auf räumliche oder zeitliche Erstreckungen bezieht, von dem der numerischen Gleichheit unterscheiden, so kombinieren sich hier in bestimmter Weise die beiden Gleichheits-Bedeutungen. Die räumlichen oder zeitlichen Erstreckungen bilden selbst ein Zählungsobjekt.

Was nun die auf dieser Grundlage zu erhaltenden Sätze anlangt, so werden sie sich den vorhin für die reine Zahlenlehre in Betracht gezogenen vollkommen anschließen und von ihnen nur dadurch unterscheiden, daß sie auf irgend eine beliebige räumliche oder zeitliche Einheit bezogen werden. Hier wie dort wird jeder Satz sich als die Behauptung eines Zusammenhanges zwischen genetischen und Gleichheits-Beziehungen darstellen und hierdurch in seiner formalen Bildung bestimmt sein.

Ergibt sich demgemäß hier nichts Neues, was eine besondere Beachtung verlangt, so erfordern eine genauere Besprechung die weiteren und eigentümlichen Verhältnisse, die für den Raum an die Mehrzahl seiner Abmessungen geknüpft sind. Für die hiermit gegebene Erweiterung der mathematischen Sätze sind gewisse in unmittelbarer Evidenz feststehende Verhältnisse maßgebend, die wir, obwohl sie teilweise schon in anderem Zusammenhange berührt wurden, hier zusammenzustellen gut tun. 1. In erster Linie wäre hier anzuführen, daß wir überall *drei von einander unabhängige Abmessungen* aufzeigen können. In jedem Punkte einer Geraden läßt sich eine andere Gerade zu jener senkrecht errichten, d. h. so, daß sie zu den beiden Teilen der ersteren gleich gelegen ist; in dem gleichen Punkte eine dritte, die zu jenen beiden senkrecht steht. Ferner ist im Anschluß daran sogleich hervorzuheben, daß die Erstreckungen in diesen drei von einander unabhängigen Abmessungen *unter einander vergleichbar* sind. Einer bestimmten Erstreckung in der einen wird in jeder der beiden anderen, von einem beliebigen Punkte ab gerechnet, ein ganz bestimmtes Stück in demselben strengen Sinne gleich sein, wie dies für Teile innerhalb derselben Abmessung zutrifft. 2. Die drei Abmessungen sind unter einander *kombinierbar*. Wir können, von einem Punkte ausgehend, zunächst in der Richtung der einen, dann in der der anderen Abmessung um irgend ein Stück fortschreiten, somit Strecken bilden, in denen die eine und andere Erstreckung in eigenartiger Weise vereinigt sind, in einer Weise, die durch die Natur unserer Raumvorstellung gegeben ist, daher auch nur aufgewiesen, aber nicht definiert oder erklärt werden kann. Auch die schiefen Erstreckungen sind mit denen der Hauptrichtungen der Größe nach vergleichbar, in demselben Sinne wie diese unter einander. 3. Ferner sind (was man die *Isotropie* des Raumes zu nennen pflegt) alle Richtungen unter einander gleichwertig, d. h. es kann beliebig jede schiefe Erstreckung zum Ausgangspunkt der Betrachtung genommen und diejenigen, die ursprünglich als die unabhängigen betrachtet wurden, als aus ihr und den zu ihr senkrechten kombiniert angesehen werden. Kann demgemäß für jede Linie A eine zweite B aufgewiesen werden, die zu ihr im gleichen Verhältnis steht, wie B zu C, so besagt dies, daß auch den Lagenverhältnissen oder Richtungsunterschieden die nämliche Eigenschaft zukommt, wie den zeitlichen oder räumlichen Erstreckungen; auch sie setzen sich aus Teilen zusammen, die in dem für diese geltenden strengen Sinne gleich genannt werden können. Und wir erhalten in den *Winkelgrößen* ein weiteres Anwendungsgebiet der zunächst auf Zahlen und einfache Erstreckungen bezogenen Sätze. 4. Zu diesen allgemeinen Verhältnissen kommt endlich, als vorzugsweise wichtig, die besondere Größenbeziehung, die zwischen irgend einer schrägen Erstreckung und den unabhängigen, aus denen sie sich kombiniert, gegeben ist. Sie ist, wie bekannt, diejenige des *Pythagoreischen Lehrsatzes*, und wir müssen daher auf denjenigen Punkt der axiomatischen Evidenz noch besonders hinweisen, auf dem seine Geltung beruht. Er besteht in dem, was wir oben die Umkehrbarkeit der Winkelbeziehungen genannt und gerade im Hinblick auf diese Verhältnisse als wichtig hervorgehoben hatten. Aus ihr ergibt sich, daß die Hypotenuse in zwei Teile zerlegt werden kann, deren jeder sich zu einer Kathete so verhält, wie diese zur ganzen Hypotenuse [1]). Im Uebrigen bedarf es keiner weiteren Erläuterung, wie auch eine unbegrenzte Fülle geometrischer Sätze, die die Erzeugung und die Größenverhältnisse räumlicher Gebilde betreffen, auf dieser Grundlage sich in einer Weise entwickeln, die der für die reine Zahlenlehre dargelegten durchaus analog ist. Auch in der Geometrie können wir daher, wenn nicht die Gesamtheit ihrer Sätze, so jedenfalls die umfassendste und wichtigste Klasse derselben, in der obigen Weise als die Aussage eines Zusammenhangs zwischen genetischen und Gleichheits-Beziehungen charakterisieren, sobald wir den ersteren auch die Kombination der unabhängigen Erstreckungen zurechnen.

Der Inhalt der Mathematik erfährt, wie bekannt, eine äußerst wichtige Erweiterung dadurch, daß sie sich nicht allein mit den hier zunächst in Betracht gezogenen Begriffen (denjenigen der Zahl, der räumlichen und zeitlichen Strecken) beschäftigt, sondern daneben auf eine Reihe anderer ausgedehnt wird, deren Bedeutung zum mindesten nicht so ohne weiteres ersichtlich ist. Wir haben hierher schon den allgemeinen Begriff der *Größe* und namentlich auch den der *stetigen* Größe zu rechnen, weiter aber auch die *gebrochenen* und *irrationalen*

[1]) Vgl. o. S. 22.

Zahlen, ganz besonders endlich die negativen und imaginären oder, wie letztere in Verbindung mit reellen genannt werden, die komplexen Größen, vielleicht noch manches andere. Es ist ein vorzugsweise wichtiger Teil der uns hier obliegenden Aufgabe, der Bedeutung dieser Begriffe und der sich auf sie beziehenden Sätze nachzugehen. Als selbstverständlich können wir dabei zugrunde legen, daß irgend eine Summe von Begriffen als endgültig deutlich und nicht weiter erläuterbar in Anspruch zu nehmen sein wird, und daß aus ihnen eine Anzahl weiterer sich irgendwie herleiten. Wir werden also den Begriffskreis der Mathematik gerade unter diesem Gesichtspunkt einer zusammenfassenden Betrachtung unterziehen, d. h. prüfen müssen, welche Begriffe jene letzte, endgültig gegebene Grundlage bilden, welche andere sich aus ihnen ableiten, und von welcher Art die Beziehung solcher abgeleiteten Begriffe zu den ursprünglich gegebenen ist. Wenn wir hier, in Uebereinstimmung mit dem, was schon zu Eingang dieses Kapitels erwähnt wurde, davon ausgehen, daß die Begriffe der Einheit und der Zahl, der Zusammenfügung, der Gleichheit, ebenso aber auch der der Zeit, der Geraden usw. solche letzte und endgültige Elemente sind, so wird uns hier als der erste einer weiteren Besprechung bedürftige Begriff der allgemeine der Größe entgegentreten. Man könnte zunächst wohl geneigt sein, in ihm schlechtweg einen synchytischen Begriff zu erblicken, der aus den Einzelbegriffen der natürlichen Zahlen, der räumlichen oder zeitlichen Erstreckungen in derselben Weise gebildet wird und zu ihnen in demselben Verhältnis steht, wie der Begriff Rot aus einer Reihe mehr oder weniger verschiedener Rot-Empfindungen oder der der Empfindung aus den einzelnen Empfindungen (den optischen, akustischen usw.). Man wird jedoch beachten müssen, daß wir aus jenen Einzelbeispielen mancherlei synchytische Begriffe von sehr verschiedener Allgemeinheit und sehr verschiedenem Umfange erzeugen können, vor allem aber auch, daß wir zwischen ihnen ganz bestimmte Punkte der Uebereinstimmung zu bezeichnen vermögen, und daß gerade durch die Festlegung solcher Merkmale der Begriff der Größe ein bestimmter wird. Wir werden ihn daher nicht als einen synchytischen oder wenigstens nicht als einen rein synchytischen betrachten müssen, sondern als einen synthetisch gebildeten, also definierbaren. Und zwar würde dabei zu einem allgemeinsten Begriff (der seinerseits als ein synchytischer zu bezeichnen wäre, übrigens neben Zahl, Raum und Zeit noch vieles andere umfassen könnte) eine Anzahl eben diesen übereinstimmend zukommender Merkmale hinzutreten. So können wir die Größen in mathematischem Sinne etwa definieren als Gesamtheiten, die durch die Zusammenfügung in strengem Sinne gleich zu nennender Teile gebildet werden[1]).

[1]) Diese Definition wird mit der hergebrachten, daß eine Größe all das sei, was vermehrt oder vermindert werden kann, etwa auf dasselbe hinauslaufen. Die Frage, ob die Begriffe des Teils, der Zusammenfügung, der Gleichheit, für diese verschiedenen Anwendungsgebiete wirklich dieselbe Bedeutung besitzen, oder ob wir, um sie auf diese gemeinsam zu beziehen, einen neuen, mehrerlei Verschiedenes vereinigenden Begriff bilden müssen, der somit selbst bereits ein synchytischer zu nennen wäre: diese Frage darf wohl als gegenstandslos und unentscheidbar auf sich beruhen bleiben.

Ganz ähnliche Betrachtungen lassen sich für den engeren und mathematisch bedeutungsvolleren Begriff der stetigen Größe anstellen. Er findet seine Grundlage in den räumlichen und zeitlichen Erstreckungen. Aber auch in ihm werden wir nicht einen aus diesen synchytisch gebildeten erblicken dürfen, sondern wir können ihm ein ganz bestimmtes, jenen beiden übereinstimmend zukommendes Merkmal zuschreiben, eben die Stetigkeit, d. h. die unbegrenzt fortsetzbare Teilbarkeit. Auch der Begriff der stetigen Größe ist also ein synthetisch gebildeter.

Es ist hier der Ort, noch eine weitere Gruppe von Begriffen zu berühren, die allerdings nicht von großer Wichtigkeit sind, aber doch nicht ganz unerwähnt bleiben dürfen. Um was es sich hier handelt, wird ersichtlich, wenn wir an die ganz allgemeine Form denken, in der es üblich ist, z. B. das kommutative Prinzip für Additionen oder Multiplikationen auszudrücken. Wir können das in der einfachen Weise tun, daß wir sagen, der Wert eines Aggregates (Produktes) sei von der Reihenfolge der Posten (Faktoren) unabhängig, er werde durch keinerlei Umordnung der Posten (Faktoren) geändert, ein Satz, der in dem Sinn allgemein ist, daß er sich auf alle denkbaren Umordnungen oder Verstellungen bezieht. Fassen wir die Natur dieser Gesamtheit (alle möglichen Umstellungen) ins Auge, so zeigt sich, daß sie nicht, oder wenigstens nicht allein von der Art ist, daß sie für einen irgendwie die formalen Verhältnisse betreffenden Zahlenwert die Gesamtheit aller Zahlen bedeutet. Die ganze Betrachtung beruht hier vielmehr darauf, daß eine Anzahl formaler Modifikationen, die untereinander verschieden sind, sämtlich dem Begriff der Umordnung subsumiert werden. Es liegt also hier die Bildung eines Begriffes vor, die derjenigen des Begriffes Rot aus einer Anzahl einzelner Empfindungen ähnlich ist und gleich jener eine synchytische zu nennen sein wird. Auch für den uns hier beschäftigenden Begriff gilt vor allem, daß wir eine Anzahl einzelner Elemente aufweisen können, die sich ihm in direkt evidenter Weise einordnen, zu ihm in der als Inzidenz bezeichneten Beziehung stehen. Dabei findet jedoch der bemerkenswerte Unterschied statt, daß, offenbar entsprechend der scharfen und typischen Natur der der Bildung solcher Begriffe zugrunde liegenden Elemente auch diesem selbst eine völlig scharfe Bedeutung zugeschrieben werden darf. Vor allem darin macht sich dies bemerklich, daß hier die Inzidenzbeziehungen nicht atypischer Natur werden, d. h. über die Zugehörigkeit eines einzelnen zu einem derartigen Begriff sich niemals Zweifel erheben.

Als den maßgebenden Punkt für die ganze Art, wie wir in den bisher betrachteten Fällen über die einfachsten, endgültig gegebenen Begriffe hinausgehen, werden wir die Zusammenfassung von Gleichartigem bezeichnen dürfen; sie drückt sich in der Bildung synchytischer Begriffe aus, die freilich entsprechend der beson-

deren Natur des Materiales, auf das sie sich erstrecken, in mancher Hinsicht sich anders als in anderen Gebieten darstellt. Sie kommt überdies aber namentlich auch darin zur Erscheinung, daß wir verschiedenen intellektuellen Gebilden übereinstimmende Merkmale (wie die Zusammenfügung aus vergleichbaren Teilen und die unbegrenzte Teilbarkeit) zuschreiben können. Wir können daher als besonders beachtenswert hervorheben, daß, wenn wir diese Begriffe in die mathematischen Sätze einführen, also z. B. Aussagen machen, die sich auf die stetigen Größen generell beziehen, darin keine Fiktion zu liegen braucht und auch kein Hinausgehen über das, was sich aus den Grundlagen in zwingender Evidenz folgern läßt. Denn indem wir von stetigen Größen sprechen, bleibt es ja durchaus dahingestellt, ob ihnen noch irgend etwas weiteres einzureihen ist, als die einzelnen Repräsentanten, aus denen dieser Begriff abgeleitet ist. Die mathematischen Sätze, die der stetigen Größe in genere gelten, brauchen also zunächst nichts weiter zu bedeuten, als eine Zusammenfassung der formal übereinstimmenden Aussagen, die sich auf jene besonderen Größenarten beziehen. Ich möchte eine solche Bedeutung, die in letzter Instanz auf den endgültig deutlichen Inhalt der mathematischen Sätze zurückgeht und lediglich mehrere Gebiete in einer durch ihre Gleichartigkeit ermöglichten Weise zusammenfaßt, eine a k t u a l e nennen.

Erwägen wir an dieser Stelle, wie weit der hiermit gewonnene Begriffskreis reicht, d. h. für welche Gebiete mathematischer Sätze er als Grundlage genügt, so findet sich, daß wir auf ihn zunächst die Lehre von den reellen rationalen (ganzen und gebrochenen) Zahlen basieren können. Dabei ist zu beachten, daß der Bruch als die wirkliche Teilung einer stetigen Größe in eine bestimmte Anzahl gleicher Teile aufgefaßt werden kann, und daß somit die beliebige und unbegrenzte Teilbarkeit der stetigen Größen jedem Bruch eine aktuale Bedeutung sichert. Auch müssen wir bemerken, daß die hier erforderlichen Grundlagen der Rechnung durchweg in zwingender Evidenz gegeben sind. So ist es in dieser Weise feststehend, daß $n\frac{a}{b} = \frac{n\,a}{b}$ ist, d. h. daß der n mal genommene b^{te} Teil von a gleich dem b^{ten} Teil des n mal genommenen a ist. Um die geläufige rechnerische Behandlung der Brüche zu legitimieren, genügt dann, daß wir die Multiplikation mit einem Bruche a/b als die Teilung des a fachen in b Teile, die Division durch a/b als die Ver-b-fachung des a^{ten} Teiles auffassen. In gewissem Umfange lassen sich ferner auch die irrationalen Zahlen aus diesem Begriff der stetigen Größe herleiten und auf diesen begründen. Bedeutet der Wert $\sqrt{2}$ zunächst eine Größe, die mit sich selbst multipliziert 2 ergibt, so läßt sich diese freilich weder als ganze Zahl noch als Bruch darstellen. Gehen wir jedoch von dem Begriff der stetigen Größe aus, so wird $\sqrt{2}$ den Wert bedeuten, zu dem die Einheit in demselben Verhältnis steht, wie er selbst zu der doppelten Einheit. Es versteht sich dann, daß ein solcher

Betrag jedenfalls existieren, als eine ganz bestimmte Abmessung räumlicher oder zeitlicher Erstreckung aufzeigbar sein muß. Hieraus ergibt sich dann die Berechtigung, die so definierte Größe, wiewohl sie in geschlossener zahlenmäßiger Form nicht darstellbar ist, doch als einen streng bestimmten Wert zu behandeln, zwei derartige Größen gleich zu setzen, aus der Gleichheit von $a\sqrt{2}$ und $b\sqrt{2}$ die Gleichheit von a und b zu folgern usw. Und Entsprechendes gilt auch für den Begriff der G r e n z w e r t e. Ist ein Zeit- oder Längenwert in einer Form definiert, die ihn zwischen 2 Werte einschließt, deren Differenz beliebig verkleinert werden kann, so werden wir diese Definition eben wegen der unbegrenzten Teilbarkeit als eine präzise Größendefinition behandeln dürfen.

Auf Verhältnisse ganz anderer Art führt uns die Erwägung der n e g a t i v e n und i m a g i n ä r e n Größen. Was sind sie eigentlich, was besagt eine mit ihnen rechnende Algebra? Was ist der Sinn, worauf gründet sich die Berechtigung der hier aufgestellten Sätze? — Stellen wir die negativen Größen als die einfacheren voran, so wird eine nächstliegende Auffassung an die bekannte Tatsache anknüpfen, daß wir Objekte aufweisen können, die uns gestatten, diesen Größen und den auf sie bezüglichen Sätzen bestimmte greifbare Deutungen zu geben. Die zeitlichen Erstreckungen in der Richtung der Vergangenheit und der Zukunft, die räumlichen nach oben und unten usw. stehen in der Tat zueinander in demjenigen Verhältnis, das die Algebra für ihre „entgegengesetzten Größen" annimmt. Für einen Teil ihrer Sätze ergeben sich demgemäß anschauliche Interpretationen, wenn man die Hinzufügung und Subtraktion als Fortschreiten in einem und dem entgegengesetzten Sinne, positive und negative Größen als entgegengesetzte Erstreckungen betrachtet. Der Satz, daß $10 - 15 = -5$ sei, würde, so aufgefaßt, besagen, daß wir von einem Punkt aus zunächst um 10 Einheiten in einer, dann um 15 in der entgegengesetzten Richtung fortschreitend, an den nämlichen Punkt gelangen, der um 5 Einheiten in der letzteren vom Ausgangspunkt absteht. Eine mit negativen Größen operierende Algebra könnten wir hiernach als eine Summe von Sätzen aufzufassen geneigt sein, die sich auf derartige, entgegengesetzte Bestimmungen aufweisende Gebilde beziehen. — Aehnlich kann man bemerken, daß die auf komplexe Grössen bezüglichen Sätze großenteils eine geometrische Darstellung zulassen. Nehmen wir die reellen und die rein imaginären Werte als die Beträge zweier rechtwinkliger Koordinaten einer Ebene, so ist jeder komplexe Zahlenwert als ein Punkt dieser Ebene darstellbar, und jene Sätze erhalten die Bedeutung geometrischer Verhältnisse, eine in der Lehre von den komplexen Zahlen bekanntlich gern herangezogene Betrachtung.

Die tatsächliche Gestaltung der Algebra läßt nun aber sogleich erkennen, daß diese Auffassung keineswegs genügt. Es ist nur ein kleiner Teil der algebraischen Sätze, die sich in der obigen Weise auf an-

schauliche Gebilde anwenden und dergestalt sozusagen substanziieren lassen. Für einen großen Teil dagegen ist dies nicht der Fall, schon wegen der Art, wie wir die negativen und imaginären Werte in die Modalitäten der Begriffserzeugung, die genetischen Formen einführen. Was die Vervielfältigung mit einer negativen Zahl, die Multiplikation zweier negativer Zahlen miteinander, die Erhebung einer Zahl in eine Potenz mit negativem oder imaginärem Exponenten bedeuten sollen, läßt sich auf jener Grundlage nicht verständlich machen. Und ebenso wenig können wir die Sätze, in die derartig gebildete Größen eingehen, in der vorhin versuchten Weise interpretieren. So weisen uns denn schon diese Verhältnisse zwingend auf ein anderes Prinzip hin, das der Erzeugung und der Bedeutung der hier in der Mathematik verwendeten Begriffe zugrunde liegen muß. Um über diese Verhältnisse ins Reine zu kommen, werden wir uns zweckmäßig vor allem der Art und Weise erinnern, wie man tatsächlich dazu gelangt ist, jene Begriffe in die mathematischen Betrachtungen einzuführen. Auf die negativen Größen werden wir durch den Umstand geführt, daß die vorhin erwähnten indirekten Definitionen mit gewissen Beschränkungen behaftet oder daß, wie wir es auch ausdrücken können, die lytischen Operationen nicht allgemein ausführbar sind. Definieren wir eine Zahl als diejenige, die mit a zusammengefügt b ergibt, oder als $b - a$, so versagt diese Bezeichnung sobald $b < a$ ist; eine jener Definition entsprechende Zahl gibt es nicht, die lytische Operation ist unter dieser Bedingung nicht ausführbar. Indem wir nun von negativen Zahlen sprechen und die negative Zahl als Ergebnis einer solchen (eigentlich nicht ausführbaren) Operation betrachten, erzeugen wir offenbar einen neuen Begriff, dessen Bildung als eine reine Fiktion zu bezeichnen und dessen Bedeutung lediglich durch diese fiktive Beziehung zu den ursprünglichen Begriffen festgelegt ist. Ebenso beruht der rein imaginäre Wert i oder $\sqrt{-1}$ auf dem Umstande, daß es Werte, die mit sich selbst multipliziert einen negativen Betrag liefern, nicht gibt. Die Ausdehnung der lytischen Operation des Wurzelausziehens auf negative Größen führt uns auf die imaginären Werte. Erscheinen hiernach die negativen und imaginären Größen lediglich als eine Fiktion, so ergibt sich daraus noch ein weiterer wichtiger Umstand. Die negative Größe (um wieder an diesen einfachsten Fall anzuknüpfen) ist zunächst als Ergebnis einer bestimmten Operation oder durch eine bestimmte Beziehung zu den ursprünglichen mathematischen Begriffen definiert. Hiermit ist zunächst nicht gegeben, was ihr Eingehen in andere Verknüpfungen bedeuten soll; es bedarf hierüber einer Festsetzung, die Sache einer willkürlichen Uebereinkunft ist, wenn sie auch freilich (wie sogleich des Genaueren zu verfolgen) stets nach einem ganz bestimmten Prinzip getroffen wird. Durch die Definition einer negativen Größe ist nur festgelegt, was ihre Addition zu einer bestimmten anderen ergeben soll. Was ihre Addition zu anderen,

was ihre Subtraktion, was die Multiplikation mit einem negativen Faktor bedeuten soll, das ist nicht ohne weiteres selbstverständlich und insbesondere auch durch die Definition der negativen Größe nicht gegeben. Das Prinzip nun, nach dem diese Festsetzungen getroffen werden (und allerdings zweckmäßiger Weise allein getroffen werden können), ist dasjenige, das wir mit Hankel das Prinzip der Permanenz der formalen Gesetze nennen können [1]). So müssen wir festsetzen, daß die Addition einer negativen Größe die Subtraktion des gleichen positiven Betrages, die Subtraktion der negativen Größe die Addition des positiven Betrages bedeuten soll, weil hierdurch der Satz $a + (b - c) = (a + b) - c$, der für den Fall, daß $b > c$ axiomatisch gilt, auch auf den Fall sich erstreckt, daß $b < c$, in welchem er eines aktualen Sinnes ermangeln würde. Ebenso müssen wir festsetzen, daß $a\ (-b) = -a\,b$ sein soll, weil durch diese Festsetzung die Beziehung $a\ (b - c) = a\,b - a\,c$, die im aktualen Sinne genommen für den Fall zutrifft, daß $b > c$ ist, allgemeine Gültigkeit erhält. — Gegen diese Betrachtungsweise kann nun zunächst mit Recht eingewandt werden, daß sie das Negative nicht als etwas Ersonnenes, sondern als etwas Widerspruchsvolles und Unmögliches erscheinen lasse. Eine Zahl, die mit 10 zusammengefügt die Summe 6 liefere, gebe es nicht; irgend ein fingiertes intellektuelles Gebilde aber werde sich mit 10 überhaupt gar nicht zusammenfügen lassen, da die Addition eine nur auf Zahlen anwendbare oder nur mit Zahlen ausführbare Operation bedeute, der Begriff der Addition also mit dem der Zahl ganz untrennbar verknüpft sei. Dieser an sich durchaus berechtigte Einwand führt uns auf einen Punkt, der in der Tat nicht ohne Wichtigkeit ist. Wir müssen beachten, daß wir mit der Erweiterung des Größenbegriffs stets auch die Begriffe der genetischen Verknüpfungen in entsprechender Weise modifizieren müssen. In der auf negative Größen erstreckten Mathematik werden wir auch den genetischen Operationen der Addition und Multiplikation einen erweiterten Sinn zuschreiben müssen, der ihre ursprüngliche und ihre auf die fingierten Größen sich erstreckende Bedeutung zusammenfaßt.

In noch schärferer Weise tritt die Bedeutung gerade dieses Umstandes bei einer andersartigen Erweiterung unserer rechnerischen Verfahrungsweisen hervor. Die Potenzierung bedeutet zunächst die Bildung eines Produktes aus einer gewissen Anzahl gleicher Faktoren; ihr Sinn ist daher für einen ganzzahligen Exponenten bestimmt. Indem wir die Exponenten als stetige Größe behandeln, erweitern wir gerade die Bedeutung der operativen Verknüpfung. Auch hier ist demgemäß das Prinzip der Permanenz der formalen Gesetze maßgebend. Für die ganzzahligen Exponenten gilt die Beziehung $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$. Soll dieses allgemein zutreffend bleiben, so muß $a^{1/2}$ die Bedeutung $\sqrt{a}$ erhalten usw. Wollen wir aber die Aufgabe, einen Wert

[1]) Hankel, Theorie der komplexen Zahlensysteme, Leipzig 1867. S. 10.

x anzugeben, der durch die Beziehung $a^x = b$ definiert ist, zu einer allgemein lösbaren machen, so müssen wir das Prinzip der Permanenz noch durch die Bestimmung ergänzen, daß bei stetiger Aenderung von x auch b sich stetig ändern soll. Hierdurch gewinnt auch der irrationale Exponent seine feste Bedeutung, die uns gestattet, von der durch eine solche Beziehung (als Exponent) definierten Größe als einer streng bestimmten zu reden und sie rechnerisch demgemäß zu behandeln. Wir gelangen also hier nicht zu einem neuen Größengebiete, das den reellen Größen, ähnlich wie die negativen und imaginären, gegenüberzustellen wäre. Wohl aber bedienen wir uns eines fiktiv erweiterten Begriffes einer mathematischen Operation, wodurch der Begriff der stetigen Größe ein weiteres Substrat erhält[1]). — Das Ergebnis der obigen Ueberlegungen ist dahin zusammenzufassen, daß die negativen und imaginären Größen, in gewissen Verwendungen auch schon die stetigen Größen als fiktive Erweiterungen der direkt und endgültig gegebenen Begriffe zu bezeichnen sind; sie sind definiert durch die Festsetzung einer Reihe operativer Zusammenhänge mit diesen, wobei nun aber auch die Begriffe dieser operativen Zusammenhänge selbst eine entsprechende Erweiterung erfahren haben.

Die psychologischen Verhältnisse der hier angenommenen Fiktionen werden wir zweckmäßig noch einer etwas genaueren Prüfung unterziehen. Denn wir müssen beachten, daß wir ja überhaupt nicht in der Lage sind, durch Fiktionen, sei es zu wissenschaftlichen, sei es zu anderen Zwecken, etwas gänzlich Neues zu schaffen. Ueberall vielmehr können wir über ein zunächst gegebenes Material von Bewußtseins-Inhalten nur durch die synchytische Bildung allgemeiner Begriffe oder aber durch die willkürliche kombinierende Synthese des Gegebenen hinausgelangen. Betrachten wir die uns hier beschäftigenden Fiktionen unter diesem Gesichtspunkte, so begegnen wir in der Tat an erster Stelle einer Bildung synchytischer Begriffe. So liegt, wie vorhin schon erwähnt, dem Begriffe der Größe derjenige einer Gesamtheit zugrunde, der aus der Zahlenreihe, der Zeit, der Geraden, Empfindungsabstufungen u. a. synchytisch gebildet ist. Fassen wir ferner den erweiterten Begriff der Addition oder Multiplikation ins Auge, wie er in der fiktiv erweiterten Zahlenlehre benutzt wird, und suchen wir für ihn nach einer strengen Bezeichnung, so werden wir ihm etwa den allgemeinen einer Neuerzeugung intellektueller Gebilde durch irgend eine funktionelle Verknüpfung gegebener zugrunde legen müssen, worin wir wiederum einen aus den verschiedenen Formen mathematischer Genese, aber auch aus einer Reihe anderer Fälle zu bildenden synchytischen Begriff zu erblicken haben. Als Grundlage der oben erörterten Fiktionen ergibt sich also in erster Linie der Umstand, daß die Gleichartigkeit der mathematischen Begriffe, teils untereinander teils mit anderen, die Bildung äußerst allgemeiner (synchytischer) Begriffe gestattet. Betrachten wir die Bestimmung jener fiktiven Begriffe genauer, so bemerken wir ferner, daß sie niemals jene allgemeinen sind, die wir uns in der soeben besprochenen Weise synchytisch gebildet denken können. Vielmehr sind sie stets durch hinzutretende Bestimmungen eingeschränkt. Dabei begegnet uns nun der auf den ersten Blick befremdende Umstand, daß die verschiedenen in Betracht kommenden Begriffe wechselseitig aufeinander Bezug nehmen. Der erweiterte Begriff der Größe deckt sich keineswegs mit dem ganz allgemeinen der Gesamtheit, vielmehr wird hinzuzufügen sein, daß die Elemente in den der Addition und Multiplikation vergleichbaren Formen zur Erzeugung neuer verknüpft werden können. Anderseits ist aber der erweiterte Begriff der Operation nicht einfach als die Neuerzeugung intellektueller Gebilde zu definieren, für welche gewisse formale Zusammenhänge gelten; sondern es gehört vor allem auch dazu, daß sie, in gewisser Weise auf die realen Größen angewandt, auf jene Fiktion führen. Wir können die negativen Größen nicht definieren, ohne auf einen erweiterten Begriff der Subtraktion, und wir können wiederum diesen nicht definieren, ohne auf die negative Größe Bezug zu nehmen. Indessen liegt hierin doch kein logischer Verstoß, sondern nur eine durch den inneren Zusammenhang der mathematischen Begriffe bedingte und allerdings bemerkenswerte Eigentümlichkeit. Sie besteht darin, daß die Erweiterung mehrerer Begriffe in Einem erfolgt, und demgemäß zwischen ihnen auch wieder ein innerer Zusammenhang angenommen wird, der mit den für die eigentlichen mathematischen Begriffe axiomatisch geltenden formell übereinstimmt. Darauf beruht es, daß nicht nur jeder aktuale Begriff dem erweiterten als besonderes Beispiel angehört, sondern auch die Sätze der fiktiv erweiterten Zahlenlehre die der aktualen als besondere Fälle in sich schließen, wobei jeder der in ihnen vorkommenden Begriffe (die der Größen, wie die der Operationen und der Gleichheit) in ihrem aktualen Sinne zu nehmen sind.

[1]) Es ist nicht ohne Interesse und mag daher hier noch besonders betont werden, daß die Einführung irrationaler Zahlen oder, was damit unmittelbar zusammenhängt, des Grenzbegriffes an sich nicht ohne weiteres als etwas Fiktives zu bezeichnen ist. Das Verhältnis der Hypotenuse zur Kathete im gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck können wir $= \sqrt{2}$ setzen, und dabei bemerken, daß dieses Verhältnis, wiewohl zahlenmäßig nicht in geschlossener Form darstellbar, doch einen ganz bestimmten Wert hat, den wir rechnerisch wie jede andere fest bestimmte Größe behandeln dürfen. So können wir sagen, daß die Hypotenuse sich zu jener Kathete so verhält, wie diese zu der halben Hypotenuse, daß, wenn $a\sqrt{2} = b\sqrt{2}$ auch $a = b$ ist usw. Solange also die Rechnung von der Art ist, daß die Anwendung der irrationalen Zahlen auf aktuale stetige Größen vorausgesetzt wird oder wenigstens vorausgesetzt werden kann, besteht kein Anlaß, sie als etwas Fiktives zu betrachten. Erst wenn wir die irrationalen Werte in einer Bedeutung heranziehen, die nur für die natürlichen Zahlen einen endgültig angebbaren Sinn gibt, wie z. B. für die Exponenten der Potenzen, werden wir von einer fiktiven Erweiterung sprechen müssen.

Wir können nach Klarlegung dieser prinzipiellen Punkte ohne Schwierigkeit einiges Weitere erledigen, was in Bezug auf fiktiv-mathematische Entwicklungen hier noch hinzuzufügen ist. Was zunächst die Frage nach der Geltung der auf dieser Grundlage zu erhaltenden Sätze anlangt, so ist selbstverständlich, daß wir den Folgerungen, die sich aus einer Reihe voraussetzungsgemäß eingeführter Beziehungen ergeben, eine direkte und zwingende Evidenz zuschreiben dürfen; sie stehen in dieser Hinsicht den analytischen Urteilen gleich. In Real-Urteilen, die sich etwa eines ausgedehnten Systems synthetisch gebildeter Begriffe bedienen, verflechten sich die aus deren Bedeutung analytisch hervorgehenden Beziehungen mit der realen Geltung; ganz ebenso werden sich auch hier die voraussetzungsgemäß eingeführten Beziehungen der fingierten Größen mit den auf axiomatischer Evidenz

beruhenden vereinigen. Und ähnlich wie wir dort unbeschadet dieses Eingehens andersartiger Beziehungen die Sätze als Real-Urteile bezeichnen durften, so werden wir sie hier Entwicklungen des axiomatisch Evidenten nennen, wiewohl sie durch hinzugefügte Begriffe und das von diesen voraussetzungsgemäß Geltende erweitert sind.

Eine Bemerkung ist hier ferner am Platze über den Nutzen, der dem mathematischen Betriebe, insbesondere dem Gange der Rechnungen durch die Ausdehnung auf Fiktionen erwächst. Man könnte meinen, wenn es sich hier eben doch nur um Fiktionen handle, so sei nicht einzusehen, aus welchem Grunde man sie überhaupt in Betracht ziehe, statt die Mathematik auf die Begriffe von aktualer Bedeutung zu beschränken.

Zur Beantwortung dieser Frage kann man ja nun selbstverständlich auf jenes vorhin schon berührte formal-ästhetische Interesse hinweisen, auf dem der Wert der Mathematik wenigstens zu einem gewissen Teile überhaupt beruht. Dazu kommt jedoch gerade für das uns hier beschäftigende Gebiet, die komplexen stetigen Zahlengrößen, noch etwas Besonderes. Es ist nämlich zu beachten, daß die hier gemachten Fiktionen durchweg von der Art sind, daß wir Beschränkungen fallen lassen, die für die Ausführbarkeit gewisser Operationen im Gebiete des Aktualen bestehen. Dagegen sind die für die Operationen angenommenen grundlegenden Zusammenhänge von denjenigen, die in der aktualen Zahlenlehre gelten, nicht verschieden. Die mit komplexen Zahlen befaßte Algebra ist demgemäß einerseits durch den zuletzt erwähnten Umstand der aktualen Mathematik vorzugsweise nahe gerückt, anderseits aber dadurch, daß sie der Erwägung über die Ausführbarkeit irgend welcher Operationen gänzlich überhoben ist, in höchstem Maße erleichtert und vereinfacht. Als Beispiel des hier Gemeinten sei daran erinnert, wie überaus elegant sich die Behandlung gewisser Differentialgleichungen dadurch gestaltet, daß sich die trigonometrischen Funktionen als Exponentialfunktionen mit komplexen Exponenten darstellen lassen.

Wie oben schon erwähnt, gestatten zwar keineswegs alle, aber doch ein gewisser Teil der auf negative Größen bezüglichen Sätze eine Auffassung, bei der sie, unter Heranziehung ganz bestimmter Objekte, eine nicht fiktive sondern aktuale Bedeutung erhalten. Es versteht sich, daß in mannigfaltigster Weise bald diese bald jene Teile einer fiktiv erweiterten Mathematik von der Form und Natur sein werden, daß sie eine aktualisierende Deutung gestatten, und daß diese Aktualisierungen es sind, an die sich schließlich das realwissenschaftliche Interesse knüpft. Gerade an diesen Punkt haben wir schließlich noch einige nicht unwichtige Bemerkungen zu knüpfen. Wenn Sätze der erwähnten Art nach Belieben in diesem aktualen Sinn oder auch in dem allgemeineren aufgefaßt werden, in dem sie Bestandteile einer fiktiv erweiteren Mathematik sind, so ergibt sich, daß, allgemein ge-

sprochen, mathematische Sätze, vielleicht ganze Teile der Mathematik eine gewisse Mannigfaltigkeit der Auffassung zulassen, derzufolge die Grenzen des Aktualen und Fingierten in verschiedener Weise gezogen werden können. Dabei wird je nach besonderen Gesichtspunkten diese oder jene Betrachtung ihre Vorzüge haben, ohne daß eine andere als unzulässig abzuweisen wäre. So können wir, ohne auf die beliebig teilbaren Anschauungsgebilde (Zeit und Raum) überhaupt zurückzugreifen, lediglich von den natürlichen Zahlen ausgehen, demgemäß dann schon die gebrochenen als eine fingierte Erweiterung behandeln und in der gleichen Weise auch ihre unbegrenzte Teilbarkeit einführen. Wir gelangen so zu dem vorzugsweise wichtigen Begriffe der stetigen Zahl, durch dessen Benutzung wir große Teile der Mathematik, für die dies an sich nicht erforderlich wäre, dem Gebiete des Fiktiven zuweisen, auf der andern Seite aber eine vorzugsweise große Einheitlichkeit und Eleganz gewinnen.

Die soeben angestellten Ueberlegungen führen uns naturgemäß zu der Frage, ob es nicht möglich ist, den gesamten Inhalt der Mathematik in dem Sinne sozusagen umzudeuten, daß wir, von den eigentlich mathematischen Begriffen gänzlich absehend, lediglich ersonnene Denkgebilde zu ihrem Gegenstande machen. Eine solche Darstellung würde also, die Begriffe der Größe, der Addition und der Multiplikation vermeidend, etwa von einer Gesamtheit intellektueller Gebilde, von deren thetischen oder lytischen Verknüpfungen usw. reden. Sie würde zugleich die für die aktuale Mathematik axiomatisch geltenden Zusammenhänge als willkürliche Festsetzungen einzuführen haben und sich demgemäß lediglich als die Entwicklung von Folgerungen aus voraussetzungsmäßig zugrunde gelegten Annahmen darstellen. Freilich würde uns dies der Notwendigkeit nicht überheben, neben einer solchen Darstellung doch gelegentlich und nach Bedarf auf die Geltung der Axiome zurückzugreifen und, sei es die ganze Mathematik, sei es den einen oder anderen Teil in aktualem Sinne zu nehmen. Indessen könnte man wohl erwarten, daß, indem wir hiervon gänzlich absehen, der Unterschied des Aktualen und Fingierten verschwindet, und damit das ganze Gebiet eine Einheitlichkeit erhält, die seine Darstellung mindestens vorzugsweise elegant und befriedigend gestalten würde. Eine solche Darstellung könnte noch deswegen empfehlenswert scheinen, weil die axiomatischen Grundlagen und somit auch alle an diese sich knüpfenden Erwägungen in Wegfall kämen. Wir müssen jedoch bedenken, daß wenn wir auch die Grundlagen einer derartigen Entwicklung in den vorhin erwähnten ganz allgemeinen Begriffen formulieren können, doch in diese Entwicklung selbst, in die Folgerungen, die wir aus irgend welchen Voraussetzungen ziehen, stets die Zahlen in ihrer eigentlichen Bedeutung eingehen. So sprechen wir schon bei der hier zugrunde gelegten Annahme, daß intellektuelle Gebilde nach einem bestimmten Prinzip fortschreitend in unbegrenzter Zahl erzeugt werden, von der Zahl im eigentlichen Sinne. Dazu kommt noch, daß wir den Begriff des Stetigen und die mit ihm zusammenhängenden des Irrationalen, der Grenze usw. auf der vorhin erwähnten ganz allgemeinen Grundlage nicht entwickeln können. In der Tat können wir diese Begriffe und ihre Bedeutung nicht dadurch allein verständlich machen, daß wir uns eine immer steigende Anzahl intellektueller Gebilde erzeugt denken, die zwischen zwei gegebenen irgendwie

eingeordnet sind. Vielmehr müssen wir zu diesem Zwecke unter allen Umständen auf den mathematischen Begriff der stetigen Größe in seinem eigentlichen Sinne zurückgreifen. Ist also eine Mathematik oder ein der Mathematik ähnliches Lehrgebäude, das auf die eigentlichen mathematischen Begriffe ganz verzichtete, unmöglich, so werden wir auch keinen Anlaß haben, den Gebrauch derselben so sehr als möglich einzuschränken, die Grenze des Aktualen und des Fiktiven so weit als möglich zugunsten des letzteren zu verschieben. — Eine andere Frage ist es, ob wir zwar die mathematischen Begriffe in ihrer eigentlichen Bedeutung heranziehen, von der gewöhnlichen Darstellung aber insofern abweichen sollen, daß wir das für sie Geltende lediglich als Ergebnis gewisser fundamentaler Voraussetzungen entwickeln, diese selbst aber nicht als etwas zwingend Evidentes behandeln, vielmehr ihre Geltung ganz dahingestellt sein lassen. Das ganze Lehrgebäude würde so hypothetischen Charakter erhalten und nur logische Zusammenhänge gewisser Folgerungen und Voraussetzungen bedeuten. Ueber die Zulässigkeit einer solchen Darstellung besteht natürlich kein Zweifel. Ob man sie für eine glückliche oder ratsame hält, wird im Grunde Geschmackssache sein. Sie wird am ehesten demjenigen empfehlenswert scheinen, der die logische Natur der Axiome verkennt, oder dem auch nur Zweifel und Bedenken in dieser Hinsicht bestehen geblieben sind, während sie bei völlig deutlichem Einblick in jene Verhältnisse doch als eine unnütze und unmotivierte Abweichung von dem naturgemäß vorgezeichneten Wege erscheinen dürfte.

Die obige allgemeine Betrachtung der fiktiven Begriffe läßt zugleich erkennen, daß die vorhin behandelten Erweiterungen der Mathematik keineswegs die einzig möglichen sind. Und obwohl ein spezielles Eingehen auf alles, was in dieser Hinsicht denkbar oder tatsächlich in Angriff genommen worden ist, natürlich außerhalb unserer Aufgabe liegt, wird es doch wünschenswert sein, die obigen auf das System der „gemeinen komplexen Zahlen" bezüglichen Darlegungen durch die Heranziehung einiger anderer Fälle zu ergänzen. Von vornherein wird dabei im Auge zu behalten sein, daß, da es sich um Fiktionen handelt, und die zugrunde gelegten Zusammenhänge die Bedeutung willkürlicher Festsetzungen haben, schlechterdings alles, was nicht etwa mit einem Widerspruch behaftet ist, als logisch zulässig in Anspruch genommen werden kann. Allerdings aber muß dem sogleich hinzugefügt werden, daß doch nur solchen Annahmen eine weitergehende Bedeutung zukommt, auf Grund deren sich in einer der Mathematik ähnlichen Weise ausgiebige und fruchtbare Entwicklungen ergeben. In diesem Sinne also darf selbstverständlich von der Brauchbarkeit oder Nicht-Brauchbarkeit gewisser Annahmen gesprochen werden; aber ihre Zulässigkeit in diesem Sinn darf weder mit einer objektiv-realen Richtigkeit noch mit der axiomatischen Evidenz der eigentlichen Mathematik verwechselt werden.

Zunächst ist es von einigem Interesse, die Ergebnisse in Betracht zu ziehen, zu denen sich gelangen läßt, wenn wir die Grundlagen so allgemein als nur möglich gestalten. Wir können zu diesem Zweck etwa auf die vorhin erwähnten Begriffe einer, durch irgend einen gleichartigen Fortschritt zu erzeugenden Reihe intellektueller Gebilde, sowie irgend welcher zur Erzeugung solcher geeigneten thetischen Verknüpfungen zurückgehen; und wir können den Begriff der Gleichheit durch den einer irgendwie ausgezeichneten Beziehung ersetzen. Wenn die Betrachtung so allgemein als möglich sein soll, so werden wir zunächst die Zahl derartiger Reihen unbestimmt lassen. Wir können aber namentlich auch an Stelle der besonderen Zusammenhänge, die zwischen der Gleichheit und den mathematischen Operationen axiomatisch gelten, die ganz allgemeine Annahme setzen, daß überhaupt irgend welche formal ähnlichen Zusammenhänge bestehen. Untersuchungen dieser Art würden von den Grundlagen der eigentlichen, aktualen Mathematik gänzlich abgelöst sein; sie würden sich also auch gar nicht mehr als Erweiterungen derselben darstellen, sondern als die Entwicklung von Folgerungen aus einer Reihe von Annahmen, die den mathematischen Axiomen formal mehr oder weniger ähnlich sind. Sie werden sich etwa mit dem decken, was wohl als eine r e i n f o r m a l e M a t h e m a t i k bezeichnet worden ist. Mit der Möglichkeit und Bedeutung einer solchen hat sich insbesondere H a n k e l[1]) eingehend beschäftigt; er ist wohl auch der erste, der sich bemüht hat, die logischen Verhältnisse derselben, namentlich ihr Verhältnis zur aktualen Mathematik, in einer ganz auf den Grund gehenden Weise zu erfassen und darzulegen.

Schon der vorhin berührte, auch von Hankel selbst in diesem Sinne betonte Umstand, daß wir bei einer so radikalen Ablösung von dem eigentlich Mathematischen zu keinem Begriff gelangen können, der geeignet wäre, uns den der Stetigkeit zu ersetzen, schon dieser Umstand und noch manche andere bringen es mit sich, daß der Umfang der auf so völlig allgemeinen Grundlagen sich ergebenden Entwicklungen doch nur ein beschränkter sein wird. Viel weitere Gebiete eröffnen sich, wenn wir den Begriff der stetigen Größe und zugleich auch den der Zusammenfügung einführen, also für eine thetische Operation die bezüglich der Addition axiomatisch geltenden Prinzipien festsetzen. Dabei bleiben in anderen Hinsichten mannigfaltige Festsetzungen möglich. Und zwar ist dies zunächst insofern der Fall, als die Zahl der unabhängigen Größenarten nicht nur wie bei den gemeinen komplexen Zahlen gleich zwei, sondern auch größer angenommen werden kann; weiter aber auch insofern, als für die thetischen Verknüpfungen, durch die diese verschiedenen Größenarten zusammenhängen, Festsetzungen getroffen werden können, die zum Teil, aber nicht vollständig den für die Multiplikation geltenden Regeln entsprechen. Unter den hierhergehörigen mathematischen Gebilden möchte ich die Q u a t e r n i o n e n anführen, deren Theorie und rechnerische Behandlung sich bekanntlich zu einer mathematischen Disziplin von großem Umfange und hohem Interesse entwickelt hat. In Bezug

[1]) H a n k e l, a. a. O.

auf ihre Grundlagen ist von allgemeinerem Interesse und daher hier erwähnenswert, daß der Wert eines Produktes von der Reihenfolge der Faktoren abhängt, also die Multiplikation (richtiger gesagt die im übrigen der Multiplikation analoge thetische Verknüpfung) nicht kommutativ ist.

Während die bisher betrachteten Fiktionen sich der reinen Zahlenlehre anschließen und als Erweiterungen dieser bezeichnet werden können, gibt es andere, die in ähnlicher Beziehung zu den besonderen mathematischen Verhältnissen des Raumes stehen und somit als fiktive Erweiterungen der Geometrie gelten können. Auch auf diese muß hier noch mit einigen Bemerkungen eingegangen werden, schon wegen des besonderen Interesses, das sich unter anderen logisch wichtigen Gesichtspunkten an sie knüpft. Es handelt sich hier um die Lehre von den beliebig vielfach bestimmten Mannigfaltigkeiten.

Wir hätten hier davon auszugehen, daß die Elemente einer Gesamtheit durch eine Anzahl von Bestimmungen zu bezeichnen sind, deren jede sich als stetig veränderliche, positive und negative Werte zulassende Größe darstellt. Die Unterschiede dieser Bestimmungen können wir, der auf den Raum bezüglichen Benennung uns anschließend, als Erstreckungen bezeichnen. Zwei Elemente, die nur in Bezug auf eine jener Bestimmungen sich unterscheiden, würden eine unabhängige Erstreckung begrenzen; zwei Elemente, für die mehr als eine jener Bestimmungen ungleich sind, würden eine aus mehreren unabhängigen kombinierte, oder wie wir kurz sagen wollen, schräge Erstreckung begrenzen. Jede unabhängige Erstreckung würde sich dem schon Gesagten zufolge, ähnlich der Zeit oder der Geraden, aus Teilen zusammensetzen, die in strengem Sinne vergleichbar genannt werden können. Als selbstverständliche Bedingung jeder mathematischen Behandlung können wir dann die hinzufügen, daß die verschiedenen unabhängigen Erstreckungen auch unter einander vergleichbar sind, und daß auch den schrägen (d. h. aus den unabhängigen kombinierten) Erstreckungen mit jenen vergleichbare Werte zugeschrieben werden, und zwar Werte, die sich nach irgend einer bestimmten Regel aus den Beträgen der in ihnen kombinierten unabhängigen Erstreckungen ergeben. Offen würde dagegen die Zahl jener unabhängigen Bestimmungen bleiben, weiter aber auch die besondere Form jener Regel, die den Wert der schrägen (kombinierten) Erstreckung als Funktion der in ihr vereinigten unabhängigen ergibt. Wie bekannt haben die mathematischen Untersuchungen in der ersteren Hinsicht eine bestimmte Voraussetzung nicht eingeführt oder wenigstens nicht durchweg festgehalten. Sie sind vielmehr auf den allgemeinen Fall erstreckt worden, daß diese Zahl irgend eine beliebige sei. Dagegen ist für die Größenbeziehung zwischen den unabhängigen und der aus ihnen kombinierten schrägen Erstreckung wohl immer die dem Pythagoreischen Lehrsatz analoge Form angenommen worden, die nämlich, daß das Quadrat der schrä-

gen Erstreckung gleich der Quadratsumme der in ihr vereinigten unabhängigen gesetzt wird ($ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + \ldots$). Und es ist eine besonders häufig erörterte Frage, worin die Berechtigung dieser Annahme zu suchen ist. Wir werden hier betonen müssen, daß es sich, sofern wir rein mathematische Betrachtungen im Auge haben, lediglich um eine willkürliche Festsetzung handelt, deren Berechtigung nur darauf gegründet werden kann, daß wir, von ihr ausgehend, zu fruchtbaren mathematischen Entwicklungen gelangen können. Von einem Beweis ihrer Richtigkeit kann also keine Rede sein. Denkbar aber wäre ein Nachweis ihrer Unerläßlichkeit in dem Sinne, daß nur bei ihrer Zugrundelegung gewissen Anforderungen mathematischer Behandlung Genüge geschieht.

Ganz andere Gesichtspunkte ergeben sich, wenn die gedachten n fach bestimmten Mannigfaltigkeiten, ähnlich wie der anschaulich gegebene Raum und statt seiner, einem Wirklichkeits-Denken zugrunde gelegt werden sollen. Wird hiervon ausgegangen, so kann natürlich die Frage aufgeworfen werden, in welcher Weise jene zunächst willkürlichen Festsetzungen getroffen werden müssen, damit das fingierte Gebilde hierfür geeignet ist. Bekanntlich hat H e l m h o l t z die Notwendigkeit der uns hier beschäftigenden Annahme, des „erweiterten Pythagoreischen Lehrsatzes“ in einer viel beachteten Abhandlung darzutun versucht. (Ueber die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen. Nachrichten der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1868.) Und zwar hat er sie aus der Anforderung einer empirischen Meßbarkeit herleiten wollen. Es könnte also scheinen, als ob hier gerade der zuletzt erwähnte Nachweis erbracht sei. Ich glaube indessen, daß die Helmholtzschen Betrachtungen, da sie von dem Begriff der physichen Gleichheit ausgehen, sich auf einem unhaltbaren Boden bewegen und demgemäß zwar keineswegs gegenstandslos sind, wohl aber einer gewissen Umdeutung bedürfen. In diesem veränderten Sinne aufgefaßt lehrt, wie ich glaube, die Abhandlung, daß die Annahme der mehrerwähnten Voraussetzung für gewisse Formen mathematischer Behandlung notwendig ist, und somit in diesem Sinne als eine unerläßliche bezeichnet werden kann. (Vgl. hierüber das 6. Anhangskapitel.)

Die formale Charakterisierung der mathematischen Sätze als Aussagen über einen Zusammenhang von genetischen und Gleichheits-Beziehungen trifft, sobald wir uns die Sätze in der dargelegten Weise erweitert denken, für die vielleicht größten und wichtigsten, jedenfalls die bekanntesten und geläufigsten Klassen mathematischer Sätze zu. Auf der andern Seite wird der mit den mathematischen Disziplinen auch nur oberflächlich Vertraute leicht konstatieren, daß es Sätze und ganze Lehrgebiete gibt, die sich den hier beprochenen Formen nicht einfügen, sondern offenbar von anderer Natur sind. Ob man hier von irgend einem Gesichtspunkt aus zu einer systematischen Ordnung und damit zu einer sicher erschöpfenden Vollständigkeit gelangen kann, erscheint mir einigermaßen zweifelhaft. Ohne große Schwierigkeit aber gelingt es wenigstens eine Anzahl weiterer Gruppen mathematischer Sätze unter den uns hier interessierenden Gesichtspunkten auf-

zuklären und damit die obigen Betrachtungen zu vervollständigen. Als ein Einfachstes können wir hier die Sätze erwähnen, in denen wir den der Mathematik zugrunde liegenden Begriffen (Zahl, Zeit und Raum) ihre fundamentalen Eigenschaften zuschreiben. Sagen wir, daß die Reihe der natürlichen Zahlen in unbegrenztem Fortschritte sich zu höheren und höheren Zahlen fortsetzen läßt, daß die Zeit oder die gerade Linie sich von einem beliebigen Punkte nach zwei entgegengesetzten Richtungen erstreckt, so haben wir es mit Aussagen zu tun, die in einem weiteren Sinne offenbar auch mathematische Urteile genannt werden dürfen, aber nicht von der vorhin dargelegten Form sind. Das nämliche gilt von der Aussage, daß dem Raum drei Abmessungen zukommen. — Wir können ferner hier eine Reihe von Sätzen anschließen, die sich auf die Erzeugung oder den genetischen Zusammenhang mathematischer Gebilde in allgemeiner Weise beziehen, insbesondere aussagen, daß ein solches Gebilde durch gewisse genetische Verhältnisse eindeutig bestimmt werde. Hierher gehört es, wenn wir sagen, daß eine Zahlengröße als Summe (oder Produkt) zweier anderer, eine Länge als Summe zweier Längen oder als ein bestimmtes Vielfaches einer anderen Länge eindeutig bestimmt ist. Ihre wichtigeren Analoga finden diese Sätze in solchen, die die Erzeugung räumlicher Gebilde betreffen. Man wird, wie mir scheint, hierher z. B. die elementaren Sätze über die Kongruenz von Dreiecken zu rechnen haben. Denn wenn wir behaupten, daß zwei Dreiecke kongruent sind, in denen zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel gleich sind, so besagt dies im Grunde doch, daß eine gewisse Art der Synthese ein ganz bestimmtes räumliches Gebilde ergibt.

Als eine weitere Gruppe von Begriffen und Urteilen können wir hier diejenigen anreihen, die Verhältnisse der Lage und Anordnung betreffen. Als einfachstes Beispiel sei der Satz angeführt, daß jede (reelle) Zahl zu jeder anderen von ihr verschiedenen nur in zwei Beziehungen stehen, nämlich größer oder kleiner sein kann, eine Aufstellung, die in Bezug auf Orte in einer Geraden oder auf Zeitpunkte in entsprechender Weise gemacht werden kann. Auch diese Sätze finden Analoga bei den Gesamtheiten von mehr als einer Abmessung, so z. B. wenn wir sagen, daß die unendliche Gerade eine Ebene, in der sie verläuft, oder daß eine unendliche Ebene den Raum in zwei Teile zerlegt, daß somit für jeden Punkt wiederum zwei Lagen, auf der einen oder anderen Seite der Geraden bzw. Ebene möglich sind. Auch auf dieser Grundlage ergeben sich Sätze, die allgemein (und zwar wiederum komplex allgemein) sind. Sind zwei Punkte a und b in der Ordnung $a\ b$ gegeben, so kann ein dritter jenen in drei verschiedenen Weisen hinzugefügt werden: ($c\ a\ b$, $a\ c\ b$ und $a\ b\ c$). Wir erkennen in den Betrachtungen dieser Art leicht die Grundlage der Permutations-Theorie, die uns z. B. lehrt, daß die Zahl der für n Punkte möglichen Anordnung $= 1 . 2 . 3 . \ldots . n$ ist.

Daß die soeben besprochenen Sätze einen Zusammenhang zwischen genetischen und Gleichheits-Beziehungen nicht ausdrücken, also von den zuerst behandelten verschieden sind, leuchtet ein. Auch können sie demgemäß aus den jenen Zusammenhang betreffenden Axiomen nicht hergeleitet werden, stützen sich vielmehr auf andersartige auch ihrerseits endgültige Evidenzen.

Eine große und wichtige Klasse mathematischer Sätze kann nach Form und Bedeutung dahin charakterisiert werden, daß sie sich einerseits auf eine (direkt gegebene oder nach irgend einem Prinzip gebildete) Gesamtheit, anderseits auf irgendwie charakterisierte Elemente einer solchen Gesamtheit beziehen und zwar angeben, wie viele derartiger Elemente die Gesamtheit enthält. Man erkennt den einfachsten Repräsentanten dieser Klasse in dem Satze, daß in der natürlichen Reihe der Zahlen jede einzelne Zahl e i n m a l vorkommt. Die in Rede stehende Klasse von Sätzen ist von größerer Mannigfaltigkeit und Bedeutung als man auf den ersten Blick meinen sollte, und zwar vor allem, weil es sich auch hier um Beziehungen handelt, die sich verallgemeinern lassen. Eine solche Verallgemeinerung ist namentlich der sog. F u n d a m e n t a l s a t z d e r A l g e b r a. Behaupten wir, daß die algebraische Gleichung $n$ten Grades n Wurzeln hat, d. h. daß ihr durch n Werte entsprochen wird, so bedeutet dies offenbar, daß die Gesamtheit der für eine komplexe Größe möglichen Werte deren n enthält, die von einer bestimmten Beschaffenheit sind, eine Formulierung, die die formale Analogie mit dem Satz ersichtlich macht, daß die Reihe der stetigen reellen Zahlen einen bestimmten Wert einmal und nur einmal enthält. Auch hier dürfen wir als beachtenswert hervorheben, daß diese Sätze aus der mehrerwähnten Gruppe von Axiomen allein nicht hergeleitet werden können. Ihre Gültigkeit beruht vielmehr auf einem Anschauungsverhältnis anderer Art. Für den Satz, daß die Reihe der Zahlen jeden Wert einmal enthält, leuchtet dies ohne weiteres ein. Daß das entsprechende auch für den Fundamentalsatz der Algebra gilt, läßt sich bei einer Verfolgung der Art, wie er bewiesen wird, leicht bestätigen. Unter allen Umständen geht in den Beweis ein Ueberblick über die Wert-Gesamtheit einer, die Basis einer Potenz bildenden Zahl und die entsprechenden der Potenz selbst zukommenden Wert-Gesamtheiten ein.

Die soeben gekennzeichnete allgemeine Form umfaßt außer den bisher betrachteten noch eine Anzahl weiterer Klassen von mathematischen Aussagen, so z. B. gewisse Sätze, die der Theorie der Gleichungen angehören. Sagen wir z. B., daß n Gleichungen gewisser Art zur eindeutigen Bestimmung von n Unbekannten genügen, so werden wir, wenn wir den Sinn eines solchen Satzes zutreffend angeben wollen, ihn natürlich auch nicht in der Behauptung irgend welcher praktisch-rechnerischen Möglichkeiten finden können. Auch hier ist vielmehr die eigentliche Meinung offenbar die, daß unter der Gesamtheit aller für jene n Größen möglichen Wertkombinationen eine und nur

eine ist, die dem betreffenden Gleichungssystem entspricht. Der Satz bezieht sich also auf eine gedachte Gesamtheit, die wir eine $n$fach bestimmte nennen können, und besagt, daß sie ein und nur ein Element bestimmter Beschaffenheit enthält.

Sätze der hier in Rede stehenden Art sind es auch, die wir als Aussagen über mathematische Möglichkeiten auffassen und darstellen können. Es ist daher hier der Ort, auf den in früherem Zusammenhange vorgreifend erwähnten Begriff der mathematischen Möglichkeit zurückkommen. Wie mir scheint, lehrt eine Prüfung der Fälle, in denen wir gewohnt sind, von etwas mathematisch Möglichem zu sprechen, daß sich der Sinn solcher Sätze meist in der hier erwähnten Weise auffassen läßt, so nämlich daß ein Enthaltensein in irgend welchen, wenn auch nicht eigentlich übersehbaren, doch nach einem angebbaren Prinzip gebildeten oder zu bildenden Gesamtheiten behauptet wird. In der Tat kann man ja auch mit Recht sagen, daß sich im mathematischen Gebiete nicht in der gleichen Weise wie in dem des Realen die Wirklichkeit von der Möglichkeit absondern läßt. Es gibt nichts mathematisch Mögliches, was nicht auch, wenn wir einmal diesen Ausdruck benutzen dürfen, mathematisch wirklich, d. h. in aufzeigbaren oder nach einem bestimmtem Prinzip zu bildenden Gesamtheiten enthalten wäre. So können wir etwa sagen, es seien Zahlen möglich, die sowohl durch 6 als durch 7 teilbar, oder solche, die zugleich Quadrat- und Kubikzahlen sind. Eine solche Aussage wird im Grunde nur behaupten, daß die Reihe der durch unbegrenzten Fortschritt zu bildenden Zahlen-Gesamtheit Zahlen der einen oder anderen Qualifikation enthalte. Hier ist diese Auffassung ohne weiteres einleuchtend. Aber sie läßt sich doch auch in anderen Fällen bestätigen, wo auf den ersten Blick eine Vereinbarkeit in einem dem logischen ähnlichen Sinne für die Aussage charakteristisch erscheint. Sagen wir etwa, es sei möglich, daß $a^2 = b^2$, gleichwohl aber $a \gtrless b$ oder auch $= b + 3$ sei, so liegt ein Satz vor, der gerade eine Vereinbarkeit auszusagen scheint. Allein auch hier bemerkt man doch, daß die Möglichkeit im Grunde nichts anderes besagt, als daß in einer Gesamtheit von Wert-Kombinationen solche enthalten sind, für die jene beiden Sätze zutreffen. In Sätzen dieser Art ist daher auch stets durch die unbestimmte Bedeutung der Symbole auf diese Gesamtheiten Bezug genommen. Einen Satz, der über die Größenbeziehungen der Zahlen 7 und 9 etwas als möglich aussagte, können wir nicht in ähnlicher Weise bilden.

Am ehesten wird diese Auffassung gegenüber geometrischen Verhältnissen auf Bedenken stoßen, wo es uns allerdings vorzugsweise geläufig ist, z. B. von der Möglichkeit durch gewisse Eigenschaften bestimmter räumlicher Gebilde zu sprechen. Wir sagen z. B., ein ebenes Dreieck mit drei spitzen Winkeln sei möglich, ein solches mit nur einem spitzen und zwei stumpfen Winkeln unmöglich. Bringen wir jedoch den Satz auf die Form, daß drei Winkelgrößen in Summa = 180 Grad, dabei jede einzelne unter 90 Grad sein kann, so wird doch auch hier die Analogie mit der oben charakterisierten Form des Enthaltenseins bemerklich. Auch die Gesamtheiten geometrischer Gebilde lassen sich als (sehr vielfach bestimmte) Mannigfaltigkeiten auffassen. Die Möglichkeit eines solchen von bestimmten Eigenschaften wird das Enthaltensein in einer solchen Mannigfaltigkeit bedeuten. In einem etwas andern Sinne könnte man allerdings noch von der Möglichkeit der der mathematischen Begriffserzeugung selbst zugrunde liegenden Operationen sprechen und z. B. sagen, es sei möglich, durch Zusammenfügung zweier Zahlen eine neue zu bilden u. dgl. Allein wir kommen hiermit offenbar auf Sätze jener vorhin schon erwähnten Art, die die Modalitäten der mathematischen Begriffserzeugung betreffen. Nach all dem möchte ich glauben, daß der Begriff der Möglichkeit im mathematischen Sinne sich überall auf andere von strengerer und schärferer Bedeutung zurückführen läßt. Und es besteht, wie mir scheint, kein Anlaß, ihn als einen besonderen und namentlich endgültigen festzuhalten.

Ein Ausblick auf wiederum andersartige Verhältnisse scheint sich zu eröffnen, wenn wir z. B. an die Sätze der Zahlentheorie denken. Allerdings können wir den Satz, daß die Zahl p durch a teilbar oder nicht teilbar ist, der eben besprochenen Form unterordnen. Denn er besagt ja, daß die Gesamtheit der ganzen Vielfachen von a die Zahl p enthält (bzw. nicht enthält). Und sagen wir, daß keine Potenz einer Primzahl durch eine andere Primzahl teilbar ist, so können wir dies auch so ausdrücken, daß zwei Gesamtheiten durchweg auseinander fallen, kein Element der einen auch der anderen angehört. Von den vorhin betrachteten Fällen unterscheiden sich diese zunächst dadurch, daß dabei nicht eine als Erstreckung von einer bis zu einer andern gegebene stetige Größengesamtheit, sondern die Gesamtheit der ganzen Zahlen ins Spiel kommt. Abgesehen hiervon aber kommen dabei, wie gerade der für die Zahlentheorie fundamentale Begriff der Primzahl erkennen läßt, auch andere formale Momente in Betracht, schon insofern, als in die Definition der Primzahl die Gesamtheit der ganzen Zahlen eingeht, die kleiner sind als sie. Ob es möglich ist, die Sätze dieses Gebietes, sei es nach ihrer Grundlage, sei es nach der Art, wie von dieser aus fortgeschritten wird, sei es endlich nach der ihnen selbst zukommenden Form durchgreifend und einheitlich zu charakterisieren, dürfte nicht ganz leicht zu sagen sein.

Das Beigebrachte wird genügen, um zu zeigen, daß es in der Tat neben den zuerst besprochenen und aus einem einheitlichen Prinzip entwickelten Formen mathematischer Sätze noch zahlreiche weitere gibt. Suchen wir nach einer ganz umfassenden Formulierung, so wird es nur die sein können, daß das mathematische Reflexions-Urteil einen inneren Zusammenhang mehrerer zwischen verschiedenen Begriffen bestehenden

Beziehungen aussage, wobei einerseits diese Begriffe selbst, anderseits auch jene zwischen ihnen bestehenden Beziehungen das endgültige und nicht weiter analysierbare Material des Satzes darstellen. Allein es ist klar, daß eine solche völlig allgemeine und daher auch überaus unbestimmte Formulierung von geringem Nutzen ist. Nicht auf eine Alles zusammenfassende Bezeichnung, sondern auf die Aufzeigung der einzelnen Begriffsarten und ihrer Zusammenhänge wird es ankommen. Von einem völlig befriedigenden Einblick in den Bau der mathematischen Sätze würden wir reden können, wenn es gelänge, nicht nur, wie oben geschah, jene allgemeine Kennzeichnung durch einige Beispiele zu bestätigen und zu erläutern, sondern zu einer rationellen Einteilung und damit zugleich zu einer erschöpfenden Uebersicht über die innerhalb dieses Rahmens gegebenen Formen zu gelangen. Ob dies möglich ist, soll, wie schon oben angedeutet, hier dahingestellt bleiben. Doch dürfen wir nicht unterlassen, eine in dieser Beziehung wichtige Bemerkung hier anzuschließen. Ganz ähnlich dem an verschiedenen Stellen Hervorgehobenen ist es auch hier wichtig zu beachten, daß die logische Natur der Sätze nicht ohne weiteres in dem erkennbar wird, was wir in der Aussage als Prädikat hervorheben, sondern daß es daneben immer auch auf die Natur derjenigen Begriffe ankommt, denen die Aussage gilt. So können wir freilich bemerken, daß auch der Fundamentalsatz der Algebra sich als eine Gleichheits-Aussage darstellen oder in die Form einer Zahlengleichung bringen läßt: die Zahl der Wurzeln einer algebraischen Gleichung ist gleich dem Exponenten der höchsten in das Aggregat eingehenden Potenz. Aber wir dürfen uns durch diesen Umstand nicht darüber täuschen lassen, daß der Inhalt und demgemäß auch der ganze formale Bau des Satzes von der Gesamtheit derjenigen verschieden ist, die, wie wir es ausdrückten, den Zusammenhang von genetischen und Gleichheits-Beziehungen ausdrücken und sich aus den diesen Zusammenhang betreffenden Axiomen ableiten lassen [1]. Soll also eine rationelle Einteilung der mathematischen Sätze überhaupt unternommen werden, so wird sie sich auf derartige Partialbetrachtungen nicht stützen können. Eher könnte man daran denken, sie an die Verschiedenheiten dessen anzuknüpfen, was der einzelnen Klasse von Sätzen als endgültig evident zugrunde liegt. Daß in dieser Richtung mancherlei auseinander gehalten werden kann, ist selbstverständlich; auch lassen die obigen Beispiele erkennen, daß im Anschluß daran ganze Klassen von Sätzen sich durch die Na-

[1]) Aus ähnlichen Gründen scheint mir auch die Betrachtung Zindlers (Beiträge zur Theorie der mathematischen Erkenntnis; Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften in Wien, phil.-histor. Klasse Bd. 118, Wien 1889), der von der Unterscheidung von Verträglichkeits-, Unverträglichkeits- und Vergleichungs-Relationen ausgeht, nur von bedingter Bedeutung, jedenfalls für eine Unterscheidung mathematischer Sätze nicht verwertbar. Denn es gibt deren offenbar sehr viele, die sich nach Belieben in der einen oder anderen Form darstellen lassen.

tur ihres Aussage-Inhalts unterscheiden. Hiermit würde die Untersuchung in vielbegangene Bahnen einmünden. Denn von alters her bis in die neueste Zeit sind die Bestrebungen der Mathematiker darauf gerichtet gewesen, jene endgültig evidenten Grundlagen, die mathematischen Axiome, in systematischer Vollständigkeit und rationell geordnet aufzuführen. Es könnte scheinen, daß auch eine Einteilung der mathematischen Sätze hieran ohne Weiteres werde anzuknüpfen haben. Indessen liegen die Dinge doch verwickelter, als es auf den ersten Blick erscheinen mag. Erstlich haben jene Untersuchungen zwar zu manchen interessanten und viel beachteten Ergebnissen geführt [1]), aber doch, soweit mir bekannt, zu keiner Darstellung, die als die unbedingt richtige und maßgebende allgemeine Zustimmung gefunden hätte. Und so wird es wohl zum Gegenstande besonderer Untersuchung gemacht werden müssen, ob jene Aufgabe überhaupt lösbar ist (es könnte ja der Fall sein, daß die aufzuweisenden Evidenzen ins Unbegrenzte vermehrbar sind), namentlich aber ob sie nicht in mancherlei verschiedener Weise gelöst werden kann. Denkbar ist von vornherein ja wohl auch, daß z. B. eine Anzahl von Sätzen sich zwar aus anderen direkt evidenten herleiten läßt, zugleich aber auch selbst unmittelbar und zwingend einleuchtet, so daß es zulässig erscheint, auch sie direkt zum Ausgangspunkt zu nehmen. — Noch mehr kann bezweifelt werden, ob die mathematischen Sätze sich derart einteilen lassen, daß ein jeder einer bestimmten Gruppe von Axiomen zugehört, aus der er sich herleiten läßt, und der er sich inhaltlich anschließt. Können Sätze gebildet werden, in deren Herleitung jene Axiom-Gruppen in mancherlei Kombinationen eingehen, so wird auch eine Einteilung der mathematischen Sätze auf dieser Grundlage, sofern sie überhaupt möglich ist, sich doch nicht ganz einfach gestalten. — Wie dem auch sein mag, jedenfalls ergeben sich hier Verwicklungen, die es rechtfertigen, wenn wir die genauere Verfolgung der Fachwissenschaft überlassen. Eine allgemeine formale Untersuchung des Urteils, wie sie uns hier obliegt, darf sich damit begnügen, die charakteristischen Eigentümlichkeiten der mathematischen Sätze und die Natur ihres begrifflichen Materials an einigen besonders geeigneten Beispielen darzulegen, ohne damit den Gegenstand erschöpfen oder erledigen zu wollen.

---

[1]) Es sei hier namentlich an die wichtige Bearbeitung der geometrischen Axiome von Hilbert erinnert (Die Grundlagen der Geometrie, 3. Aufl. Leipzig und Berlin 1909). In der vorhin erwähnten Arbeit Zindlers werden die mathematischen Axiome zwar in interessanter, übrigens mit unsern obigen Erwägungen teilweise zusammenfallender Weise in eine Anzahl von Hauptgruppen gesondert. Auch wird mit Recht darauf hingewiesen, daß die Zahl der überhaupt anzunehmenden Axiome jedenfalls sehr groß ist, was namentlich für die offenbar wichtigste Klasse derselben, die Axiome der Relation, sicherlich zutrifft. Dagegen wird der Versuch, die den einzelnen Gruppen zugehörigen Axiome erschöpfend aufzuführen, nicht gemacht.

Achtzehntes Kapitel.

Die logischen Reflexions-Urteile.

Umkehrungen. Der zwingende Geltungs-Zusammenhang. Schlußlehre. Allgemeinheits- und Bedingungs-Schlüsse. Die Schlüsse der Mathematik.

Die zunächst für Real- und mathematische Sätze erledigte Aufgabe, eine Darlegung ihres formalen Baues und begrifflichen Materials, haben wir nunmehr an letzter Stelle auch für die logischen Reflexions-Urteile in Angriff zu nehmen. Das Gebiet, mit dem wir es hierbei zu tun haben, wurde oben bereits durch Anführung der wichtigsten Fälle gekennzeichnet. Unsere bisherigen Darlegungen gestatten uns jetzt, es in etwas größerer Vollständigkeit zu übersehen, weil sie selbst sich größtenteils in solchen logischen Reflexions-Urteilen bewegen, ein Umstand, auf den als bedeutungsvoll noch mehrfach zurückzukommen sein wird. Beginnen wir hier mit einem orientierenden Ueberblick unseres Gegenstandes, so können wir an die Spitze diejenigen Sätze stellen, die, in mancher Hinsicht den sonstigen Urteilen sogenannter psychologischer Analyse vergleichbar, den Bau der Urteile oder Begriffe selbst betreffen. Von dieser Art ist z. B. der Satz, daß in die Real-Urteile eine Zeitbestimmung eingeht u. dgl. — Wir können diesen die analytischen Urteile anschließen, die, wie etwa der Satz, daß alle Rappen schwarz, oder daß alle Quadrate rechtwinklig sind, von einem Begriff etwas durch seine Bedeutung bereits implicite Gegebenes aussagen. Auch seien diesen sogleich die Sätze über Inzidenz-Beziehungen angereiht. — Die wichtigste Gruppe der logischen Reflexions-Urteile gestattet dann eine allgemeine Charakterisierung, durch die sie zu den mathematischen Sätzen in eine bemerkenswerte Parallele treten. Diese letzteren beruhen, wie im vorigen Kapitel ausgeführt wurde, auf den festen Zusammenhängen, die zwischen verschiedenen mathematischen Beziehungen, vor allem den genetischen und den Gleichheits-Beziehungen stattfinden. Zusammenhänge ähnlicher Art bestehen nun auch zwischen logischen Beziehungen. So können wir etwa sagen, daß wenn ein Merkmal α ein anderes β fordert, die durch α definierte Gesamtheit der durch β definierten zugehört. Wir sprechen hiermit einen Zusammenhang aus, der zwischen einer Beziehung der Merkmale und einer Beziehung der durch sie definierten Gesamtheiten stattfindet, ganz ähnlich wie der mathematische Satz einen Zusammenhang der genetischen und der Gleichheits-Beziehungen behauptet. Allgemein wären diese Sätze also dahin zu charakterisieren, daß sie einen Zusammenhang verschiedener logischer Beziehungen behaupten. Sätze dieser Art lassen sich natürlich so ausdrücken, daß die Geltung des gewisse Beziehungen ausdrückenden Satzes durch den oder die andern gefordert wird, die gewisse andere Beziehungen angeben. Daher lassen sich (unbeschadet der Allgemeinheit) alle hierhergehörigen Sätze auch so charakterisieren, daß sie einen auf irgend welchen inhaltlichen Beziehungen beruhenden Geltungs-Zusammenhang ausdrücken. Bei dieser Formulierung springt in die Augen, daß das Hauptergebnis der kritischen Urteilslehre, die Behauptung einer logischen Unabhängigkeit zwischen Real- und Reflexions-Urteilen, hierher zu rechnen ist. Nicht minder aber auch z. B. die Sätze, die den Inhalt der formalen Schlußlehre der Schul-Logik bilden.

Die Aufgabe nun, auch diese logischen Reflexions-Urteile unter dem mehrerwähnten formalen Gesichtspunkt zu betrachten, gestaltet sich erheblich anders, als dies für die Real- und mathematischen Urteile der Fall gewesen war. Und es wird nützlich sein, die hierfür maßgebenden Umstände sogleich im Voraus zu berühren. Zunächst müssen wir beachten, daß, wie oben schon erwähnt, gerade unsere bisherigen Darlegungen selbst, und zwar sowohl die der kritischen wie die der formalen Urteilslehre, wenn nicht ganz ausschließlich, so doch der Hauptsache nach und namentlich in ihren wichtigsten Ergebnissen solche Sätze darstellen, wie wir sie als logische Reflexions-Urteile bezeichnet hatten. Gerade die Erwägungen über den Geltungs-Zusammenhang von Urteilen hatten wir ganz zu Anfang als eine Art von Reflexions-Urteilen herausgehoben, und eben dies hatte uns zu der bestimmten Formulierung derjenigen Aufgabe geführt, die wir der kritischen Urteilslehre stellten.

Sodann ist zu bemerken, daß, ganz ähnlich wie für die mathematischen Sätze, auch für die logischen Reflexions-Urteile die Betrachtung des Baues nur unter Berücksichtigung ihres positiven Inhaltes stattfinden kann. Wir konnten die Mehrzahl der mathematischen Sätze dahin charakterisieren, daß sie einen Zusammenhang zwischen genetischen und Gleichheits-Beziehungen ausdrücken, womit gleichermaßen ihr formaler Bau und die Art ihres Inhalts bezeichnet ist. Aehnliches gilt auch hier. Nur bringt der Gang unserer Untersuchung es mit sich, daß der nämliche Umstand, der enge Zusammenhang der materialen und formalen Betrachtung, sich gewissermaßen in der entgegengesetzten Weise geltend macht. Denn bei der Mathematik waren es die formalen Verhältnise, die uns in erster Linie interessierten; um sie klar zu legen, waren wir genötigt, ins Auge zu fassen, was eigentlich als mathematischer Satz gilt, d. h. den positiven Inhalt solcher Urteile. Hier (für die logischen Reflexions-Urteile) haben wir diese Urteile selbst in systematischer Weise zu entwickeln gehabt. Damit ist aber der Einblick in ihr begriffliches Material und ihre formalen Verhältnisse bereits in der Hauptsache gegeben. Zum großen Teil sind also die hier zu stellenden Fragen durch die früheren Darlegungen bereits implicite mit erledigt, und es wird sich hier nur darum handeln, auf das oben

Besprochene nochmals unter dem veränderten Gesichtspunkt einen Blick zu werfen und es durch einige Bemerkungen zu ergänzen. Dies trifft namentlich für diejenigen Sätze zu, die den Inhalt der formalen Urteilslehre selbst bilden. Auf der andern Seite haben wir jedoch auch früher schon darauf hinweisen müssen, daß die in der kritischen Urteilslehre behandelte Aufgabe, eine Betrachtung der Geltungs-Zusammenhänge, eine weitere Ausdehnung wohl zuläßt, daß jedoch eine solche erst auf Grund einer formalen Betrachtung des Urteils und im Anschluß an diese gegeben werden kann. Diese Aufgabe ist es, die uns im Folgenden vorzugsweise beschäftigen wird, wobei denn wiederum mit der Entwicklung und Aufstellung einer Reihe logischer Reflexions-Urteile zugleich auch deren formale Verhältnisse in unmittelbarem Zusammenhang zu übersehen sein werden.

Fassen wir hiernach zunächst die analysierenden, auf logische Formen und Strukturen bezüglichen Sätze ins Auge, so bestätigen wir, daß mit der inhaltlichen Darlegung dieser Sätze in selbstverständlichem Zusammenhange auch ihr formaler Bau ohne weiteres gegeben ist. In der Tat versteht sich, daß wenn wir, sei es am Urteil, sei es an einem Begriff, eine Anzahl von Elementen als seine Bestandteile aufweisen, nun auch wiederum in eben diese, eine gewisse formale Bildung aussagenden Sätze der Begriff des Urteils selbst und jener konstituierenden Elemente (wie etwa der Zeitbestimmung) eingehen. In ganz direkter Weise ist für die analytischen Urteile die hier gestellte Aufgabe schon durch früher Beigebrachtes erledigt. Denn wir haben ja (Kap. 16) die ganze Art synthetischer Begriffsbildung und im Zusammenhang damit die im engeren Sinne sogenannten analytischen Urteile zum Gegenstand spezieller Betrachtung gemacht. Es war also dort auch bereits darzulegen, unter welchen Voraussetzungen sich begriffliche Elemente zu einem analytischen Urteil zusammenfügen lassen. Es sei hier also nur nochmals daran erinnert, daß die im analytischen Urteil vereinigten Begriffe immer von derselben Art sind, wie die in einem andersartigen zu vereinigenden, das analytische Urteil sich also formell immer einem solchen anschließt. — Mit wenigen Worten können wir auch eine Art logischer Reflexions-Urteile erledigen, die in ihrer Bedeutung den analytischen nahe stehen, nämlich die Urteile über Inzidenz-Beziehungen. Ihre Form ist zunächst im allgemeinen dadurch vorgezeichnet, daß sie eben die als Inzidenz bezeichnete Zugehörigkeit eines Einzelnen zu einem synchytischen Begriff aussagen. Fragen wir dagegen in spezieller Weise nach der Natur der solcherart in Beziehung zu setzenden Begriffe, so begegnen wir der früher schon mehrfach betonten Tatsache, daß die Mannigfaltigkeit synchytischer Begriffsbildung eine ganz unübersehbare ist und jedenfalls auch ins Unbegrenzte vermehrt werden kann, so daß wir uns hier eine erschöpfende Darlegung des begrifflichen Materials nicht zur Aufgabe zu stellen haben.

Können demnach hier überall die formalen Fragen durch die früher unter anderem Gesichtspunkte geführte Behandlung als in der Hauptsache erledigt gelten, so sind es nur wenige Punkte, die hier noch eine ergänzende Erörterung verlangen. Zunächst ist hier daran zu erinnern, daß die formale Untersuchung des Urteils uns ja nicht zur Aufweisung eines festbestimmten Urteilsbaues geführt, sondern den Ausblick auf eine sehr große, prinzipiell unbegrenzte Fülle von Formen eröffnet hatte. So gestaltet sich denn auch die formale Urteilslehre nicht als eine Reihe von Sätzen, die eben jene fest angegebenen Formen aufwiesen, sondern als die Charakterisierung und Unterscheidung überaus mannigfaltiger Formen. Hieraus ergibt sich ein Punkt von allgemeinerer Bedeutung. Denken wir einerseits an den Satz, daß jedes Real-Urteil eine Zeitbestimmung enthalten müsse, anderseits etwa an den, daß ein Real-Urteil rückbezüglich oder daß es verneinend sein kann, so leuchtet ein, daß die gesamten hierhergehörigen Sätze von zweierlei verschiedener Art sind. Der hier vorliegende Unterschied ist es, der eine etwas genauere Betrachtung erfordert. Wir können ihn auf den geläufigen des allgemeinen und partikulären Satzes bringen, indem wir etwa sagen, „alle Real-Urteile enthalten eine Zeitbestimmung", „einige Real-Urteile sind verneinend". Allein eine etwas genauere Betrachtung lehrt sogleich, daß wir damit eine sprachliche Form wählen, die neben dem hier Gemeinten auch ganz andere Verhältnisse zu bezeichnen geeignet ist, und daß wir uns daher durch diese Darstellung das, worauf es ankommt, nur verdunkeln. In der Tat handelt es sich ja hier nicht um eine Aussage, die irgend einen Teil einer tatsächlich verwirklichten Gesamtheit betrifft. Wir wollen namentlich auch nicht behaupten, daß irgend ein Teil der Urteile, die im Lauf der Zeit von irgend welchen Menschen tatsächlich gedacht worden sind, verneinend waren (wie wir etwa sagen könnten, daß einige Urteile falsch oder widersprechend waren). Was wir behaupten, ist vielmehr, daß Urteile dieser Art gebildet werden und zutreffende (einwandfreie und sinnvolle) Urteile sein können. Der Sinn unserer Aussage läuft also auf die Behauptung einer *logischen Möglichkeit* hinaus, und es geht dieser Begriff als ein besonderer und endgültiger in den Aussage-Inhalt ein. Im entsprechenden Sinne stellt der allgemeine Satz, daß alle Real-Urteile eine Zeitbestimmung enthalten, eine *logische Notwendigkeit* dar. Wir begegnen daher hier der Tatsache, die wir früher schon, bei der allgemeinen Erörterung des Notwendigkeits- und Möglichkeits-Begriffes erwähnt hatten, daß diese beiden, und zwar in einem spezifischen und endgültigen Sinne, in die logischen Reflexions-Urteile eingehen. Wir werden dies auch bei den anderen Arten dieser Urteile bestätigen können.

Fassen wir ferner das elementare Begriffs-Material ins Auge, auf das diese Aufstellungen zurückgehen, so leuchtet ein, daß es sich zunächst um die verschiedenen in Real- und mathematische Sätze

eingehenden Begriffsarten handeln wird. Sodann ist zu beachten, daß wir, wie früher erwähnt, gerade die zwischen verschiedenen Elementen bestehenden Verknüpfungen selbst zum Gegenstande einer selbständigen Bezeichnung machen können; so wenn wir von einer mathematischen Operation, von einer urteilenden Verknüpfung, einer begrifflichen Synthese sprechen. Hierzu kommen endlich die Beziehungen der Identität oder Gleichheit, die zwischen den verschiedenen in den Aufbau eines Begriffes oder Urteils verflochtenen Elementen bestehen. Denn eben dadurch sind ja die besonderen hier zu untersuchenden Formen charakterisiert, daß an verschiedenen Stellen einer mehr oder weniger ausgesponnenen Zusammenfügung wieder die nämlichen Begriffe figurieren. So z. B. wenn wir von einem rückbezüglichen Satze oder wenn wir von einer Potenz sprechen. Das hier in Frage kommende Begriffsmaterial deckt sich also größeren Teils mit dem, was wir früher als s t r u k t u r e l l e B e g r i f f e bezeichnet hatten. Auch ist ersichtlich, daß gewisse einfachste Begriffe dieser Art von endgültiger Bedeutung sind, außerdem aber in fortschreitender Synthese aus ihnen weitere gebildet werden können, in einer Weise, die etwa (im Anschluß an unsere bei den Real-Urteilen erhaltene Formulierung) als eine Verflechtung mathematischer und Identitäts-Beziehungen mit gewissen endgültigen logischen Beziehungen zu bezeichnen ist. — Wir dürfen uns mit dieser allgemeinen Kennzeichnung des hier ins Spiel kommenden begrifflichen Materials begnügen. Ausdrücklich mag aber dahingestellt bleiben, ob das Material dieser Klasse von Urteilen ein fest umschriebenes ist, oder ob die mannigfaltige Betrachtung des Urteils in unbegrenzter Weise die Bildung neuer Begriffe gestattet, die etwas an ihm Aufzuweisendes bezeichnen, wodurch dann Material und Formen der uns hier beschäftigenden Klasse von Urteilen sich gleichfalls ohne bestimmten Abschluß vermehren lassen würden.

Wenden wir uns zu denjenigen logischen Reflexions-Urteilen, die, wie wir es ausdrückten, einen Zusammenhang zwischen inhaltlichen und Geltungs-Beziehungen aussagen, so können wir zunächst bemerken, daß die hierhergehörigen Fälle zahlreicher und mannigfaltiger sind, als es auf den ersten Blick scheinen könnte. Als der nächstliegende Fall des Geltungs-Zusammenhanges springt freilich der in die Augen, daß die Geltung eines Satzes durch die eines oder mehrerer anderer gefordert wird. Es ist jedoch zunächst daran zu erinnern, daß gerade hier die schon bei mehreren Gelegenheiten erwähnte Mehrzahl logischer Beziehungen in Betracht kommt; es kann auch ein Satz die Geltung eines andern ausschließen, es kann auch ein Verhältnis, sei es des Forderns sei es des Ausschlusses, verneint und somit die Vereinbarkeit eines Satzes mit der Geltung (oder Nicht-Geltung) eines andern behauptet werden. Ganz entsprechend dem vorhin mit Bezug auf formale Verhältnisse Bemerkten ist also auch hier daran zu erinnern, daß wir die Sätze dieser letzteren Art als Aussagen einer logischen Möglichkeit zu bezeichnen gewohnt sind, und wir demgemäß hier wiederum einem besonderen und endgültigen Sinn des Möglichkeits-Begriffes begegnen.

Sodann ist gleich hier zu erwähnen, daß neben den festen und typischen Beziehungen des Forderns und Ausschließens, der Vereinbarkeit und Unvereinbarkeit, auch die atypischen Zusammenhänge zu berücksichtigen sind, die z. B. dem Analogie- und Induktions-Schluß zugrunde liegen. Wir wollen uns hier zunächst auf die typischen Geltungs-Zusammenhänge beschränken, das ganz andersartige Gebiet der atypischen dagegen dem folgenden Kapitel vorbehalten.

Wenn wir hiernach in spezieller Weise die einen Geltungs-Zusammenhang behauptenden Aussagen ins Auge fassen, so haben wir wiederum zunächst kurz an diejenigen Sätze dieser Art zu erinnern, die uns schon an früherer Stelle beschäftigt haben, und die damit auch unter den hier eingehaltenen Gesichtspunkten in der Hauptsache erledigt sind. Hierher gehören vor allem die Hauptergebnisse der kritischen Urteilslehre. Sagen wir, daß ein Real-Urteil sich niemals als Folgerung aus Reflexions-Urteilen ergeben könne, oder daß die Geltung eines Reflexions-Urteils von derjenigen beliebiger Real-Urteile logisch unabhängig sei, so haben wir es offenbar mit Sätzen der hier allgemein charakterisierten Art zu tun. Im gegenwärtigen Zusammenhange hätten wir als wichtig nur das hervorzuheben, daß diese verneinenden Aussagen über Geltungs-Zusammenhänge lediglich an die allgemeine Natur der in Frage kommenden Urteile (als Real- oder Reflexions-Urteile) geknüpft, von ihrem besonderen Inhalt oder begrifflichen Material dagegen ganz unabhängig sind.

Eine weitere Gruppe hierhergehöriger Sätze, mit denen wir uns an früheren Stellen beschäftigt hatten, bilden sodann diejenigen, die mit der Verneinung zusammenhängen. Daß und in welchem Sinn die Geltung eines Satzes die Geltung des entsprechenden verneinenden ausschließt, hatten wir oben zu besprechen. Erwägen wir die Form der dort aufgestellten Sätze, so zeigt sich, daß es sich um den Geltungs-Zusammenhang zwischen Urteilen handelt, die, im übrigen inhaltlich übereinstimmend, sich dadurch unterscheiden, daß im einen die Verneinung in einer der dort dargelegten Modalitäten eingeführt ist. Wir dürfen hiermit die formalen Verhältnisse auch dieser Sätze als genügend geklärt erachten.

Ein viel weiteres Gebiet eröffnet sich dagegen, wenn wir an die Geltungs-Zusammenhänge herantreten, die in spezieller Weise an den begrifflichen Inhalt einzelner Sätze geknüpft sind. Gerade dieses ist dasjenige Gebiet, in dem wir, wie vorhin erwähnt, nicht nur eine formale Betrachtung bereits behandelter Sätze, sondern eine systematische Entwicklung solcher uns zur Aufgabe stellen müssen.

Ehe wir uns den in der älteren Schlußlehre besonders eingehend behandelten Fällen zuwenden, daß ein Urteil sich in logisch zwingen-

der Weise als Folgerung zweier anderer darstellt, wollen wir den einfacheren besprechen, daß die Geltung eines Satzes durch die eines andern gefordert wird. Dies ist namentlich dann der Fall, wenn zwei Sätze zwar formal verschieden, inhaltlich aber von gleicher Bedeutung sind; und wir kommen daher hier wiederum auf einen in gewissem Umfange schon früher behandelten Gegenstand, die Lehre von der Umkehrung. Denn mit diesem Namen hatten wir ja die Umgestaltungen bezeichnet, die ein Urteil ohne Aenderung seines Sinnes erfahren kann. Schon unsere früheren Untersuchungen über den formalen Bau der Real-Urteile hatten uns genötigt, die Umkehrungen in gewissem Umfange in Betracht zu ziehen, und so kann die Aufgabe, sie in systematischer Weise darzulegen, zu einem gewissen Teil als durch die dortigen Ausführungen erledigt gelten. Anderseits geht aus den dortigen Ergebnissen auch schon hervor, daß eine wirklich erschöpfende Darstellung dieser Verhältnisse schon wegen der prinzipiell unbegrenzten Erweiterung, die der Aufbau des einzelnen Urteils gestattet, nicht möglich ist. Wir werden uns daher hier darauf beschränken dürfen, das an früherer Stelle Entwickelte durch die Besprechung einiger Punkte zu vervollständigen. Es sind die Gesamtheits-Begriffe, die hier noch etwas genauer behandelt werden sollen, da die Art, wie sie in das Urteil eingehen und untereinander zusammenhängen, eine Reihe von Verhältnissen darbietet, die in mancher Hinsicht von Interesse sind.

Es sei hier zunächst daran erinnert, daß in die Definition einer realen Gesamtheit G_1 eine andere G_2 in der doppelten Weise eingehen kann, die wir früher (S. 234) als parallele und als konträre Verknüpfung bezeichnet hatten. Der erstere Fall liegt vor, wenn wir z. B. von allen Körpern reden, die zur Zeit t innerhalb des Raumes R waren. Das definierende Merkmal umfaßt, weil der Gesamtheits-Begriff R in dasselbe eingeht, eine Reihe spezieller Bestimmungen. Der Sinn der Definition aber ist der, daß alle Körper gemeint sind, die an irgend einem Punkte von R waren, für die also irgend eine der in dieser Art zusammengefaßten Bestimmungen zutrifft. Der andere Fall (der konträren Verknüpfung) liegt dagegen bezüglich der Zeitstrecke t_1 bis t_2 vor, wenn wir von allen Körpern reden, die während der ganzen Zeit t_1 bis t_2 in R waren. — Haben wir nun einen Satz, der bezüglich einer Gesamtheit G_1 allgemein ist, so kann in die Definition dieser eine zweite, G_2, in die Definition dieser eine dritte, G_3 eingehen usw. Alle diese Verknüpfungen können parallel oder konträr sein; und diese Verhältnisse sind es, die auf eine Anzahl nicht uninteressanter Ergebnisse führen, wenn wir die Frage verfolgen, was die Sätze für jene an entfernten Stellen erwähnten Gesamtheiten bedeuten, oder was die eine solche zum Subjekt machende Umkehrung besagt. Als einfachster Fall mag hier der vorausgestellt werden, daß der Satz bezüglich der Gesamtheit G_1 ein allgemeiner ist, und daß G_2 in die Bestimmung von G_1 in paralleler

Verknüpfung eingeht: „Alle Körper, die zur Zeit t innerhalb des Raumes R waren". Es wurde schon oben erwähnt (S. 237), daß in diesem Falle der Satz auch in Bezug auf R wiederum allgemein wird. Er stellt in der Tat etwas dar, was in Bezug auf jeden Teil des Raumes R gilt, und der Gesamtinhalt des Satzes besagt die Gültigkeit dieser Bestimmung für alle Teile des Raumes R[1]).

Bezeichnen wir die bezüglich einer Gesamtheit allgemeine Natur eines Satzes mit a, ferner die hier ins Auge gefaßte parallele Verknüpfung zweier Gesamtheits-Begriffe durch das Symbol p, bedeutet also $G_{n+1}\ p\ G_n$ daß G_{n+1} in paralleler Verknüpfung in den Begriff G_n eingeht, so können wir das hier festgelegte logische Verhältnis in den symbolischen Ausdruck bringen:

$$\begin{array}{c} G_n\ a \\ \underline{G_{n+1}\ p\ G_n} \\ G_{n+1}\ a \end{array}$$

Auch der andere Fall war oben schon berührt worden, daß eine allgemeine Aussage von einer Gesamtheit gemacht wird, in deren Definition eine andere in konträrer Verknüpfung eingeht. Gilt etwas von der Gesamtheit aller Körper, die während der ganzen Zeit t_1 bis t_2 in R waren, so wird der Satz, wenn wir ihn zu einer Aussage über die Zeitstrecke $t_1\ t_2$ umformen, in Bezug auf sie nicht allgemein sein. Er stellt nichts dar, was von jedem ihrer Punkte zuträfe, sondern es ist die Gesamtheit als solche, die in die Bestimmungen eingeht. Wir haben es also hier mit einer Totalitäts-Aussage (vgl. S. 238) zu tun. In analoger symbolischer Darstellung erhalten wir also

$$\begin{array}{c} G_n\ a \\ \underline{G_{n+1}\ c\ G_n\ ,} \\ G\ t \end{array}$$

wenn wir mit c die konträre Verknüpfung, mit t die Totalitäts-Aussage bezeichnen.

Um zu den allgemeinen Ergebnissen zu gelangen, die hier, wie gesagt, erhalten werden können, müssen wir zunächst beachten, daß die beiden Formen der Verknüpfung insofern verschieden sind (dies ist es, was durch die oben bereits eingeführte Benennung der parallelen und der konträren Verknüpfung ausgedrückt sein sollte), als wenn wir die in die Definition eingehende Gesamtheit G_2 verkleinern, d. h. sie durch eine in ihr eingeschlossene G_2' ersetzen, wir eine modifizierte Gesamtheit G_1' erhalten, die in dem einen Fall gleichfalls verkleinert, von G_1 eingeschlossen, im andern dagegen vergrößert ist, ihrerseits G_1

[1]) Diese Bestimmung selbst, das also, was von jedem Punkte des Raumes R gilt, ist bereits verwickelter Natur und braucht hier nicht des Genaueren dargelegt zu werden.

einschließt [1]). Wenn wir statt von allen Körpern, die zur Zeit t in R waren, von denen reden, die in einem Teil von R waren, so erhalten wir in diesem zweiten Falle auch einen Teil der im ersteren bezeichneten Gesamtheit. Umgekehrt dagegen, wenn wir in einer Definition der andern Art (der Gesamtheit derjenigen Körper, die während der ganzen Zeit $t_1\, t_2$ in R waren) die Zeitstrecke durch eine kleinere, einen Teil von $t_1\, t_2$ ersetzen. Wir werden hier eine modifizierte Gesamtheit G_1' erhalten, die größer ist als G_1 und dieses einschließt. Entsprechend wird sich, wenn wir die in die Definition von G_1 eingehende Gesamtheit G_2 vergrößern, bei paralleler Verknüpfung auch G_1 vergrößern, bei konträrer dagegen verkleinern.

Wir können nun ferner beachten, daß das bezüglich einer Gesamtheit allgemein Geltende stets auch für eine kleinere, einen Teil von jener bildende Gesamtheit zutrifft. Ist dies der Fall für eine Gesamtheit G_1 und geht in die Definition dieser die Gesamtheit G_2 ein, so wird nun der Satz auch bei Verengerung von G_2 gültig bleiben, falls die Verknüpfung eine parallele ist; dagegen bei Erweiterungen von G_2, falls die Verknüpfung eine konträre ist. Man kann demgemäß in Betreff der Art, wie eine Gesamtheit in einen Satz eingeht, resp. dessen was er mit Bezug auf sie bedeutet, ganz allgemein die beiden Fälle unterscheiden, daß er auch für jeden Teil von ihr oder daß er auch für jede größere, von der sie ein Teil ist, zutreffen muß. Wir können im ersteren Falle sagen, daß die Gesamtheit als v e r e n g e r b a r e, im andern, daß sie als e r w e i t e r b a r e in den Satz eingeht. Bezeichnen wir die verengerbare Aussage mit α, die erweiterbare mit β, die Form der parallelen Verknüpfung mit p, die der konträren mit c. und endlich mit $G_1\, G_2\, G_3 \ldots$ eine Reihe von Gesamtheiten, deren jede in die Definition der vorhergehenden eingeht, so können wir die sich aus dem Obigen ergebenden Zusammenhänge durch die allgemeine Aufstellung veranschaulichen:

$$\frac{\begin{matrix} G_n\ \alpha \\ G_{n+1}\, p\, G_n \end{matrix}}{G_{n+1}\ \alpha} \qquad \frac{\begin{matrix} G_n\ \beta \\ G_{n+1}\, p\, G_n \end{matrix}}{G_{n+1}\ \beta}$$

$$\frac{\begin{matrix} G_n\ \alpha \\ G_{n+1}\, c\, G_n \end{matrix}}{G_{n+1}\ \beta} \qquad \frac{\begin{matrix} G_n\ \beta \\ G_{n+1}\, c\, G_n \end{matrix}}{G_{n+1}\ \alpha}\,.$$

Hieraus geht hervor, daß während der allgemeine Satz der ersteren Klasse zugehört (die Gesamtheit, von der etwas allgemein gilt, ist in diesem Sinne verengerbar), die Totalitäts-Aussagen von beiderlei Form sein können. Und es ist von einigem Interesse, daß wir hier auf Totalitäts-Aussagen geführt werden, die gleich den allgemeinen Sätzen eine

[1]) Bei den hier behaupteten Vergrößerungen und Verkleinerungen ist, wie sich von selbst versteht, immer das Gleichbleiben als Grenzfall zugelassen.

Verengerung des Gesamtheits-Begriffes zulassen, gleichwohl ihrem Sinne nach von den allgemeinen Sätzen verschieden sind. Wir könnten uns z. B. eine Aussage gemacht denken von allen Menschen, die alle Pflanzen kennen, die in allen Erdteilen vorkommen. Die relativ kleine Zahl der Pflanzen, die in allen Erdteilen vorkommen, wird erweitert werden, wenn wir an ihre Stelle die Gesamtheit derjenigen setzen, die in Europa vorkommen. Die hiernach bezeichnete Menschen-Gesamtheit wird eine kleinere, in der ersten eingeschlossene sein, und der Satz wird in dieser Modifikation a fortiori gültig sein. Aber es ist zu beachten, daß keineswegs wie bei einem allgemeinen Satze die fünf Einzel-Aussagen, die sich durch die Einsetzung von Europa, Asien, Afrika, Amerika und Australien (an Stelle aller fünf Erdteile) ergeben, zusammengenommen den Gesamtinhalt des Satzes wiedergeben. Vielmehr haben wir es mit fünf unabhängigen Aussagen zu tun, deren jede zwar aus ihm gefolgert werden kann, die aber nicht zusammengenommen den Sinn des ursprünglichen Satzes ausmachen. Dieser vielmehr kann nicht ausgedrückt werden, ohne daß die Gesamtheit der fünf Erdteile erwähnt wird. Von dieser gilt also eine Totalitätsaussage, aber eine verengerbare. — Denken wir uns eine beliebig große Zahl von Gesamtheits-Begriffen, $G_1\, G_2\, G_3 \ldots$ derart aneinandergereiht, daß G_2 in die Definition von G_1, ebenso G_3 in die Definition von G_2 usw. und zwar durchweg in konträrer Verknüpfung eingeht, so wird der Satz für die Reihe der Gesamtheits-Begriffe immer abwechselnd eine erweiterbare und eine verengerbare Totalitäts-Aussage darstellen.

Beträchtlich verwickeltere Verhältnisse ergeben sich schon, wenn wir auch den Fall mit in Betracht ziehen, daß eine Gesamtheit in der Form der d i l u i e r t e n Bestimmung in einen Satz eingeht. Ein gewisses Interesse knüpft sich an die hierdurch vervollständigte Untersuchung, weil sie erforderlich ist, um die Frage zu prüfen, ob wir etwa durch die Umkehrungen noch auf weitere Formen geführt werden, in denen ein Gesamtheits-Begriff, außer den drei oben entwickelten, der allgemeinen, diluierten und der Totalitäts-Aussage, in ein Urteil eingehen kann. Da ein erster Gesamtheits-Begriff G in jenen drei Formen im Satze auftreten, ferner ein zweiter wiederum in den drei Formen der diluierten Bestimmung, der parallelen oder konträren Verknüpfung, in die Definition des ersteren eingehen kann, so ist für die sich ergebenden 9 Fälle zu prüfen, welche Form der Aussage sich bei entsprechender Umkehrung für den zweiten Gesamtheits-Begriff ergibt. Die Untersuchung lehrt, daß in allen diesen Fällen der Satz für die zunächst in der Definition einer andern erwähnte Gesamtheit wiederum die Bedeutung einer diluierten, einer allgemeinen oder einer Totalitäts-Aussage besitzt, so daß neue Formen auf diese Weise tatsächlich nicht erhalten werden. Auch zeigt sich, daß selbst bei sehr verwickelten Zusammenhängen die Ergebnisse der Umkehrungen sich insofern leicht und nach allgemeinen Regeln übersehen lassen, als für einen Gesamtheits-Begriff, der zunächst an entfernter Stelle in definierende Bestimmungen eingeht, leicht angegeben werden kann, ob der Satz in Bezug auf ihn allgemein, diluiert, oder eine Totalitäts-Aussage ist, im letzteren Falle auch, ob eine verengerbare oder erweiterbare vorliegt. Da jedoch schon eine vollständige

Darlegung dieser Verhältnisse weitläufig und von relativ geringem Interesse ist, so dürfen wir uns hier auf die Angabe dieses Resultats beschränken, um so mehr als die Durchprüfung der erwähnten Fälle eine zwar umständliche aber mit keinerlei Schwierigkeit behaftete Aufgabe ist. — Auf noch verwickeltere Verhältnisse werden wir geführt, wenn wir uns die Aufgabe stellen, im Detail anzugeben, w a s bezüglich einer Gesamtheit gilt, die in dem ursprünglichen Satz an entfernter Stelle erwähnt ist. Auf die Verfolgung dieser Dinge, deren Feld wie bemerkt ein unbegrenztes ist, soll hier ebensowenig eingegangen werden. Ein Hinweis auf den ganzen Kreis von Aufgaben schien mir aber besonders deshalb geboten, weil dabei ersichtlich ist, daß, wenn wir uns in der Art der älteren Logik das Urteil aus Subjekts- und Prädikats-Begriff zusammengesetzt denken, die ihrerseits als endgültig gegebene angenommen werden, wir damit auch die formale Betrachtung der Umkehrungen im Grunde auf einen sehr kleinen, aus einem großen Gebiete einigermaßen willkürlich ausgeschiedenen Teil einschränken.

Die wichtigste Klasse der uns hier beschäftigenden Zusammenhänge ist, wie schon erwähnt, von der Form, daß ein Satz, der S c h l u ß, die logisch geforderte Konsequenz zweier anderer, der P r ä m i s s e n, ist. Es würde also zu prüfen und darzulegen sein, bei welchen inhaltlichen Beziehungen der drei Sätze dies der Fall ist[1]). Die Untersuchung lehrt, daß die zahlreichen und mannigfaltigen hier möglichen Fälle unter sehr verschiedenen Gesichtspunkten zusammengefaßt, geordnet und systematisch dargestellt werden können. Wir wollen hier mit derjenigen Betrachtung beginnen, die der traditionellen Schlußlehre der älteren Logik sich anschließt. Es wird sich dann von selbst die Gelegenheit bieten, ihr andere Betrachtungsweisen anzureihen und gegenüberzustellen. Ich beginne mit der Besprechung eines Beispieles, das in verschiedenen Hinsichten vorzugsweise geeignet ist, die Besonderheiten der hier maßgebenden Betrachtungsweise aufzuklären. Wenn die beiden Sätze $A=B$ und $B=C$ gegeben sind, so folgt daraus in bekannter Weise $A=C$. Wir haben es hier mit einem Zusammenhang zu tun, der in nicht

[1]) Gegenüber gewohnten Betrachtungen kann es befremden, wenn wir bei der hier zugrunde gelegten Auffassung im Schlusse ein bestimmtes U r t e i l erblicken, das logische Reflexions-Urteil nämlich, daß die Geltung eines Satzes durch die zweier anderer zwingend gegeben sei. Selbstverständlich ist dabei nicht übersehen, daß der Schluß unter ganz anderen Gesichtspunkten als p s y c h o l o g i s c h e r V o r g a n g betrachtet werden kann. Ist uns die Geltung der beiden Prämissen bekannt und wird durch den Schluß die Geltung dessen eingesehen, was aus ihnen folgt, so wird nunmehr ein psychologischer Zustand erzeugt, bei dem uns auch die Geltung des Schlusses bekannt ist. Wie der Zustand eines solchen Wissens überhaupt, so kann auch die hier stattfindende Entstehung desselben (die Ueberzeugungs-Vermittelung, wie wir es mit M e i n o n g bezeichnen können) zum Gegenstande mannigfaltiger psychologischer Erwägungen oder Untersuchungen gemacht werden. Es versteht sich jedoch, daß in einen solchen Vorgang stets jenes Urteil über Geltungs-Zusammenhang eingeht. Wir können uns daher jedenfalls die Aufgabe stellen, diese Urteile formal zu charakterisieren, insbesondere auch sie in systematischer Uebersicht geordnet aufzuführen. Und wir werden damit jedenfalls das geleistet haben, was an den Verhältnissen des Schlusses in rein logischer Hinsicht von Interesse ist, wogegen die Behandlung des Schlusses als psychologischen Aktes, als einer Ueberzeugungs-Vermittlung der Psychologie zugehört und hier außer Betracht bleiben darf.

weiter erläuterbarer Weise an den Begriff der Gleichheit geknüpft, durch dessen Natur und Bedeutung gegeben ist. Wir können, um für diese in der Natur des Gleichheits-Begriffes gegebene Eigentümlichkeit eine Bezeichnung zu haben, ihn einen k o n n e k t i v e n nennen. Es ist dabei zu beachten, daß wir nicht etwa berechtigt sind, alles Beliebige was für B gilt, auf C zu übertragen, sondern nur bestimmte urteilende Verknüpfungen. Es zeigt sich nun leicht, daß eine erhebliche Anzahl von Begriffen im gleichen Sinne konnektiv sind, und daß hierauf eine Reihe formal ähnlicher logischer Zusammenhänge beruhen. Die mathematischen Begriffe gestatten neben dem zunächst Angeführten auch den Schluß $A>B$; $B>C$; folglich $A>C$; ferner auch $A<B$; $B<C$; folglich $A<C$. Unter den Begriffen von logischer Bedeutung können wir den der I d e n t i t ä t voranstellen. Ist B mit C identisch, so ergibt sich daraus nicht nur, daß ein mit B identischer Begriff A auch mit C identisch ist, sondern es folgt daraus auch die Berechtigung, in jeder beliebigen urteilenden Verknüpfung B durch C zu ersetzen. Der Begriff des F o r d e r n s (in dem auf die Geltung von Urteilen bezüglichen Sinne) liegt dem Schluß zugrunde. daß wenn A B und B C fordert, auch A C fordert, oder daß, wenn B gilt und B C fordert, auch C gilt. Sodann gehören hierher die auf Gesamtheiten bezüglichen Begriffe der Z u g e h ö r i g k e i t oder des E i n s c h l u s s e s. Gehört A der Gesamtheit B an, diese der Gesamtheit C, so gehört auch A den C an. Schließt die Gesamtheit A B, dieses wiederum C ein, so schließt auch A C ein. Und endlich ist hier der Begriff des F o r d e r n s in dem auf Merkmale bezüglichen Sinne zu erwähnen. Wenn ein Merkmal α das andere β, dieses wiederum γ fordert, so fordert α auch γ. Wenn α β fordert, dieses aber γ ausschließt, so wird auch α γ ausschließen, usw. Einer ganzen Anzahl von Begriffen können wir also im nämlichen Sinne wie dem der Gleichheit die Eigenschaft der Konnektivität zuschreiben.

Das hiermit gewonnene Ergebnis gibt zu einigen allgemeinen Bemerkungen Anlaß. Es sei zunächst daran erinnert, daß wir es überall mit logischen Reflexions-Urteilen zu tun haben. In der Tat ist es in einer nicht weiter erläuterbaren Weise durch den Begriff der Gleichheit gegeben und in seiner Bedeutung begründet, daß wenn $B=C$, dasjenige, was gleich A ist, auch gleich C sein muß. Das Entsprechende gilt für die andern Begriffe (der Zugehörigkeit, des Forderns usw.). Es handelt sich also um logische Reflexions-Urteile von endgültiger Evidenz.

Ein Punkt sodann, der hier eine etwas eingehendere Besprechung erheischt, ist das Verhältnis der hier betrachteten logischen Zusammenhänge zu den durch die allgemeine Natur ihres Inhalts unterschiedenen Arten des Urteils. Ebenso wie schon früher bei der Lehre von der Verneinung begegnen wir auch hier der Tatsache, daß die hier vorliegenden Zusammenhänge in einer allgemeinen, von der Bedeutungsart der

Urteile absehenden Weise dargestellt und aufgeführt werden können. Der Grund hierfür liegt in einem Teil der Fälle darin, daß die hier behandelten Zusammenhänge sich unmittelbar aus dem Sinn oder der Natur gewisser in die Urteile eingehenden Begriffe, wie z. B. desjenigen der Gleichheit, ergeben, während die Bedeutungsart des Urteils davon abhängt, was für Begriffe in der durch jene anderen bestimmten Weise verknüpft werden[1]). Der Schluß, daß wenn $A = B$ und $B = C$ ist, dann auch $A = C$ sein muß, beruht allein auf dem Begriff der Gleichheit. Für ihn und seine Gültigkeit ist es ohne Belang, ob die gleichgesetzten Größen real definierte oder rein mathematische, und ob demgemäß die Urteile Real- oder Reflexions-Urteile sind. Ganz das Nämliche gilt für den Begriff des Einschlusses und der Zugehörigkeit von Gesamtheiten usw. Der Satz, daß eine Gesamtheit einer anderen angehöre, kann je nach der Art, wie diese Gesamtheiten bezeichnet sind, ein Real-Urteil oder auch ein Urteil mathematischen oder rein logischen Inhaltes sein. Die uns hier interessierende Verknüpfung ist ebenso wie bei dem Begriffe der Gleichheit hiervon ganz unabhängig. Die Möglichkeit, logische Zusammenhänge in der Allgemeinheit einer „formalen" Schlußlehre darzulegen, beruht also darauf, daß jene oben erwähnte und als Konnektivität bezeichnete Eigentümlichkeit einer Anzahl von Begriffen zukommt, die wir als Bestandteile des Urteils herausheben können, und zwar so, daß wir sie als eine Art der zwischen anderen ausgesagten Verknüpfung betrachten, wobei der Unterschied der Urteilsart durch die Natur der solcherart verknüpften Begriffe gegeben ist. — Für einen Teil der in Frage kommenden Begriffe liegen jedoch die Verhältnisse anders. Legen wir den Schlüssen die Begriffe des F o r d e r n s zugrunde (sei es in dem auf die Geltung von Urteilen, sei es in dem auf die Verknüpfung von Merkmalen bezüglichen Sinne), so kommt der Unterschied der Urteils-Arten darin zur Geltung, daß der Begriff des Forderns selbst von verschiedener Bedeutung ist. Wir hatten in diesem Sinne schon früher von einem logischen, mathematischen oder realen Fordern gesprochen. Ebenso nun wie es bei gewissen mit der Verneinung zusammenhängenden Sätzen der Fall war, gelten auch die hier dargelegten Beziehungen übereinstimmend, mögen wir nun den Begriff im einen oder anderen Sinne nehmen. Kommt einem Einzelnen oder einer Gesamtheit ein Merkmal α zu, so kommt ihm oder ihr auch das von α geforderte Merkmal β zu, gleichviel ob dieses Fordern ein real durchgängig verwirklichtes Verhalten, eine mathematische oder eine logische Verknüpfung bedeutet. Und so können wir denn auch unsere Sätze in einem alle diese Fälle zusammenfassenden Sinne nehmen, indem wir einen allgemeinen, jene verschiedenen Arten des Forderns zusammenfassenden Begriff bilden und diesen in die Aufstellungen einführen.

[1]) Vgl. o. S. 222.

Die Möglichkeit einer allgemeinen, von der Bedeutungsart der Urteile absehenden Behandlung der Schlußverhältnisse beruht also in diesen Fällen nicht sowohl darauf, daß Begriffe verschiedener Art in der nämlichen Weise verknüpft werden können, sondern darauf, daß wir gewisse Begriffe selbst in einer mehrerlei zusammenfassenden Weise generalisieren; sie beruht also auf einer das ursprüngliche und endgültige Begriffsmaterial erweiternden synchytischen Begriffsbildung.

Wollen wir auf der gewonnenen Grundlage eine Uebersicht der verschiedenen Schluß-Modalitäten gewinnen, so müssen wir beachten, daß zwischen den verschiedenen konnektiven Begriffen eine Reihe von Zusammenhängen besteht, derzufolge wir einen und denselben Schluß in mehr als einer Form darstellen können. Schließt eine Gesamtheit A eine zweite B ein, diese wiederum eine dritte C, so folgt, daß auch A C einschließt. Der gleiche Sachverhalt läßt sich auch in der Form darstellen, daß C in B eingeschlossen ist, ihm angehört, ebenso dies in A, somit auch C in A eingeschlossen ist. Und auch als eine Verkettung der Beziehung des Forderns zwischen den die Gesamtheiten definierenden Merkmalen können wir diesen Schluß auffassen und darstellen. Es sind, wie man sieht, alle diese Schlüsse, die auch in die vorzugsweise geläufige Form gebracht werden können, bei der wir das den maßgebenden konnektiven Begriff enthaltende Urteil als allgemeinen Satz ausdrükken. Wir können daher alle diese Formen zweckmäßig unter der Bezeichnung der A l l g e m e i n h e i t s - S c h l ü s s e zusammenfassen. Diesen reihen wir zunächst diejenigen an, die auf irgend welchen zwischen Urteilen bestehenden Geltungs-Zusammenhängen beruhen. Da uns die maßgebende Beziehung, daß die Geltung eines Urteils die eines andern fordert (oder ausschließt), vorzugsweise in der Form des hypothetischen Urteils geläufig ist, so können wir diese als B e d i n g u n g s - S c h l ü s s e bezeichnen. Die weitgehende Analogie, die zwischen den im einen und anderen Sinne genommenen Beziehungen des Forderns, Ausschließens und Gestattens besteht, macht sich auch in einer weitgehenden (wenn auch keineswegs ganz vollständigen) Uebereinstimmung zwischen den Allgemeinheits- und den Bedingungs-Schlüssen geltend. Als formal in tiefergreifender Weise verschieden können wir ihnen die auf der Beziehung der I d e n t i t ä t beruhenden anreihen. Und wir hätten endlich diesen durch rein logische Verhältnisse bedingten jene gegenüberzustellen, die auf mathematischen Besonderheiten der Begriffe beruhen, und die in erster Linie (wenn auch nicht ausschließlich) durch die Beziehung der G l e i c h h e i t vermittelt sind.

Innerhalb jeder dieser Klassen kann man, wie schon die vorhin erwähnten Beispiele lehren, verschiedene Fälle auseinanderhalten. Der Allgemeinheits-Schluß gestaltet sich am einfachsten, wenn ein Merkmal M_1 ein zweites M_2, dieses wiederum ein drittes M_3, und demgemäß das

erste nun auch das dritte fordert, eine Form, die sich offenbar mit der geläufigen: „Alle A sind B, alle B sind C, folglich sind alle A C" deckt. Wir erhalten andere Fälle, wenn wir an dem Satze, daß M_3 durch M_2 gefordert werde, festhalten, zum Ausgangspunkte aber einen Satz des Inhalts nehmen, daß M_1 in einem individuell bestimmten Falle oder in irgend einer Zahl von Fällen zutreffe. Der erstere entspricht dem bekannten Schulbeispiel „Cajus ist ein Mensch, alle Menschen sind sterblich, folglich, ist Cajus sterblich". Der zweite entspricht der Form: „Einige A sind B, alle B sind C, folglich sind einige A C". — Daneben können wir Unterscheidungen anderer Art darauf gründen, daß neben den bejahenden Urteilen auch verneinende in Betracht gezogen werden, wobei namentlich neben der Beziehung des Forderns auch die des Ausschließens ins Spiel kommt. Zieht man die Unterschiede sowohl der einen wie der anderen Art in Betracht, so ergibt sich eine erhebliche Zahl von Schlußarten. Eine erschöpfende Aufzählung und rationelle Ordnung derselben wird nur unter der Voraussetzung möglich sein, daß man sich, namentlich mit Bezug auf die Verhältnisse der Verneinung, auf einen bestimmten Kreis einfacher Arten des Urteilsbaues beschränkt. In diesem Falle begegnet eine solche Aufgabe zwar keiner prinzipiellen Schwierigkeit; immerhin kompliziert sie sich durch mancherlei Umstände, vor allem dadurch, daß zwischen den Begriffen des Forderns, Ausschliessens und Gestattens und ihren Verneinungen die an früherer Stelle [1]) besprochenen Bedeutungs-Zusammenhänge stattfinden. Auch ist das Interesse, das sich an solche Darstellungen knüpft, doch nur ein untergeordnetes, und es erübrigt sich daher, hier des Genaueren darauf einzugehen [2]).

Lassen schon die letzten Erörterungen erkennen, daß wir die in der Form des Schlusses sich darstellenden logischen Verhältnisse in mancherlei verschiedener Weise ordnen, zusammenfassen und einteilen können, so wird nun hier auch der Ort sein, auf die schon einige

[1]) S. o. S. 283.

[2]) Einen Versuch dieser Art stellen die Betrachtungsweisen der älteren Logik dar, die sich bekanntlich die Aufgabe gestellt hatte, die aus bejahenden und verneinenden, allgemeinen und partikulären Sätzen sich ergebenden Schlüsse darzustellen, und diese Aufgabe durch die Aufführung der bekannten 19 Schlußarten löste. Die genauere Prüfung lehrt, daß es ein einigermaßen willkürlich abgegrenztes Gebiet ist, das hier einer speziellen Betrachtung und Einteilung unterworfen wird, sie lehrt überdies auch, daß die gemachten Unterscheidungen auf mehrerlei verschiedenen Gesichtspunkten beruhen, und daß somit das erhaltene Ergebnis einer befriedigenden Durchsichtigkeit ermangelt. Kommt daher dieser, wie auch jeder anderen spezialisierenden Weiterführung der Schlußlehre nur eine beschränkte Bedeutung zu, so ist doch der Frage, welches eigentlich jenes Gebiet ist, woher es gerade 19 Formen zu unterscheiden gestattet, und wie sich etwa diese Unterscheidung klarer und bedeutungsvoller gestalten läßt, ein gewisses Interesse nicht abzusprechen. Es soll daher jene auch schon durch ihre historische Bedeutung ausgezeichnete Schlußlehre unter diesen Gesichtspunkten noch eine aufklärende Beleuchtung erfahren.. Doch ziehe ich vor, hier den Gang der Darstellung nicht durch diese Untersuchung zu unterbrechen, sondern sie in einem Anhangs-Kapitel zu geben.

Male kurz berührte Betrachtungsweise einzugehen, die von dem besonderen Inhalt der Urteile ganz absieht und lediglich die allgemeine Natur ihrer Aussage, ihre Qualifikation als Real- oder Reflexions-Urteile ins Auge faßt. Wir kommen damit auf eine schon vor längerer Zeit von mir dargelegte Betrachtung der Schlußverhältnisse [1]), die uns gestattet, gewisse Fälle als unmöglich auszuschließen, die vorkommenden in leicht zu übersehende Gruppen einzuteilen. Wir werden zunächst beachten müssen, daß, wie dies in anderem Zusammenhang schon mehrfach betont wurde, aus lauter Reflexions-Urteilen sich ein Real-Urteil nicht ergeben kann. Bezeichnen wir, um auch hier die Darstellung durch symbolische Form zu erleichtern, das Reflexions-Urteil mit R, das Real-Urteil mit r, bezeichnen wir ferner den Schluß so, daß wir die beiden Prämissen in Parenthese voran, die Konklusion hinter die Parenthese stellen, so wäre also zunächst zu konstatieren, daß die Form $(R\ R)\ r$ nicht vorkommen kann. Anderseits versteht sich, (wir brauchen nur an die mathematischen Schlüsse zu denken), daß sich ein Reflexions-Urteil als Folgerung zweier Reflexions-Urteile ergeben kann. Wir erhalten also die Form $(R\ R)\ R$. Namentlich aber kann sich ein Real-Urteil als die unter Vermittlung eines Reflexions-Urteils gezogene Folgerung aus einem anderen Real-Urteil ergeben. Wir erhalten also die Form $(r\ R)\ r$. So können wir, von einem Real-Urteil ausgehend, durch Vermittlung eines Reflexions-Urteils rein logischer Natur (wie etwa eines analytischen oder eines Inzidenz-Urteils), aber auch durch Vermittlung eines mathematischen Satzes zu einem neuen veränderten Real-Urteil gelangen. Und endlich versteht sich, daß auch aus zwei Real-Urteilen ein drittes sich ergeben kann, $(r\ r)\ r$.

Die Betrachtung im gleichen Sinne weiter verfolgend können wir noch zu einer Reihe weiterer Ergebnisse gelangen, wenn wir die Hauptarten der Reflexions-Urteile (logische und mathematische) auseinanderhalten. Da in die Real-Urteile sowohl die logischen wie die mathematischen Verhältnisse eingehen, so können wir den Fall $(r\ R)\ r$ in die beiden andern $(r\ R_l)\ r$ und $(r\ R_m)\ r$ zerlegen, wenn wir mit R_l und R_m das logische und das mathematische Reflexions-Urteil bezeichnen. Ferner ist hier zu erwähnen, daß ganz ähnliche Ergebnisse, wie sie aus dem Verhältnis der Reflexions-Urteile zu den Real-Urteilen resultieren, sich auch an dasjenige knüpfen, das zwischen logischen und mathematischen Reflexions-Urteilen besteht. Ein mathematischer Satz kann sich als Folgerung nicht ergeben, wenn nicht in die Voraussetzungen irgendwo der eigenartige Inhalt und die eigenartige Evidenz des Mathematischen eingeführt ist. Anderseits gehen die rein logischen Beziehungen überall auch in das mathematische Denken ein, und es kann daher aus einem mathematischen Satze auch unter Vermittlung

[1]) Ueber Real- und Beziehungs-Urteile, Vierteljahrsschrift für wissenschaftl. Philosophie XVI S. 260 f. 1895.

eines logischen Reflexions-Urteils ein neuer mathematischer Satz gefolgert werden. Wir erhalten also die Formen $(R_m\ R_l)\ R_m$, $(R_m\ R_m)\ R_m$, während die Form $(R_l\ R_l)\ R_m$ ausgeschlossen ist.

Auch durch eine speziellere Betrachtung der Real-Urteile können wir noch zu einigen nicht uninteressanten Ergebnissen gelangen. Es ist, wie an früherer Stelle gezeigt, wenigstens denkbar und nicht unwahrscheinlich, daß uns unser Wirklichkeits-Erkennen dazu führt, eine Gruppe von Sätzen als rein nomologischen Inhalts, also als Wirklichkeits-Gesetze in einem höchsten Sinne auszuscheiden. Gehen wir hier von dieser Annahme aus, so können wir den rein nomologischen Sätzen die Gesamtheit anderer Real-Urteile, die auch ontologische Bestimmungen enthalten, also gemischten Inhalts sind, gegenüberstellen. Auch auf dieser Grundlage ergeben sich eine Anzahl von Folgerungen in Bezug auf Modalitäten des Schlusses. So können wir zunächst bemerken, daß der Charakter eines Real-Satzes in der hier ins Auge gefaßten Hinsicht sich nicht ändern wird, wenn wir aus ihm, unter Vermittlung eines, sei es logischen, sei es mathematischen Satzes, eine Folgerung ziehen. Wir erhalten daher, wenn wir die rein nomologischen Sätze mit n, die gemischten mit g bezeichnen, die Formen $(n\ R)\ n$ und $(g\ R)\ g$. Aehnlich ferner, wie ein Real-Urteil sich nicht aus lauter Reflexions-Urteilen als zwingender Schluß ergeben kann, so kann auch ein Satz nomologischen Inhalts sich nicht aus andersartigen Real-Sätzen ergeben. Wir werden also die Form $(g\ g)\ n$ als unmöglich ausschließen, während anderseits die Formen $(g\ n)\ g$ und namentlich auch $(g\ g)\ g$ vorkommen.

Ich möchte hier endlich noch eine Betrachtung erwähnen, die gegenüber den bisherigen insofern allgemeiner ist, als sie der Natur nur der einen Prämisse Rechnung trägt, dafür aber diese in etwas speziellerer Weise ins Auge faßt. Es handelt sich hier um diejenigen Fälle, in denen eine der Prämissen ein l o g i s c h e s R e f l e x i o n s - U r t e i l ist. In diesen Fällen wird der Schluß stets der gleichen Urteilsart angehören, wie die andere Prämisse. Er ist dieser, wegen der Selbstverständlichkeit, welche dem den Schluß vermittelnden logischen Reflexions-Urteil zukommt, vorzugsweise nahegerückt und steht zu ihr in einer leicht angebbaren besonderen Beziehung, die sich nach der Art dieses logischen Reflexions-Urteils richtet. Es genügt für unsere Zwecke einige der hierher gehörigen Fälle namhaft zu machen. Ein erster beruht auf der synthetischen Begriffsbildung und besteht darin, daß wir einen synthetischen Begriff nach Maßgabe seiner Bedeutung durch seine Elemente ersetzen oder umgekehrt [1]). Explicite dargestellt wird sich ein solcher Schluß als ein Identitätsschluß auffassen lassen.

[1]) Ich habe hier zunächst nur diejenigen synthetischen Begriffe im Auge, die eine substituierende Definition zulassen. Auf die analogen Verhältnisse für implizierende Begriffe werden wir in anderem Zusammenhange einzugehen haben.

„Vor unserer Türe steht ein Rappe; Rappe ist ein schwarzes Pferd; vor unserer Türe steht ein schwarzes Pferd.“ Die Besonderheit liegt also darin, daß die hier behauptete Identität die Bedeutung der Analyse eines synthetischen Begriffes hat. Hierauf beruht es, daß der Schluß inhaltlich mit der einen Prämisse übereinstimmt. Ich möchte diesen Schluß eine S u b s t i t u t i o n nennen; sie kann natürlich in der einen wie in der entgegengesetzten Richtung stattfinden und mag in dem einen Falle eine z e r l e g e n d e, im andern eine v e r e i n i g e n d e genannt werden. — Als ein zweiter Fall ist hier der zu erwähnen, daß der dem Schluß zugrunde liegende Satz sich auf eine konkrete Gesamtheit, eine aufzählbare Anzahl von Elementen bezieht. Wir folgern z. B. aus dem Satz, daß die Eltern in Rom sind, den andern, daß der Vater in Rom ist. Die ausführliche Darstellung wird diesen Schluß unter die Allgemeinheits-Schlüsse einreihen lassen. Wenn jedoch die konkrete Gesamtheit „die Eltern“ eben Vater und Mutter bedeutet, so ist die Zugehörigkeit des einen, in ihr gemeinten Elements logisch von ganz anderer Bedeutung als die Zugehörigkeit eines Einzelnen zu einer irgendwie anders, etwa nach generellen Merkmalen, definierten Gesamtheit. Entsprechend ist denn auch hier die Beziehung des Schlusses zum Ausgangssatz eine eigenartige: er ist in ihm enthalten und bildet einen Teil seines Inhalts. Wir können die Schlüsse dieser Art als T e i l u n g e n bezeichnen. — Ein dritter Fall endlich, der, wie sich später zeigen wird, von besonders weitgehender Bedeutung ist, hängt mit denjenigen allgemeinen Sätzen zusammen, die wir früher u n i v e r s e l l a l l g e m e i n genannt hatten. Es waren dies Sätze, die sich ohne jede Einschränkung auf die Gesamtheit des Raumes oder der Zeit, der Zahlen oder auch der Dinge beziehen. Besagt ein Satz ein unbegrenzt dauerndes Verhalten, und entnehmen wir daraus das Stattfinden eben dieses Verhaltens für den 19. September 1911, oder wenden wir einen für alle Zahlen geltenden Satz auf die Zahl 51 an, so lassen sich diese Schlüsse auf die geläufige Form bringen, indem wir sagen, daß etwas von allen Zeiten oder allen Zahlen Geltendes auch für jene bestimmten zutrifft, da der 19. September 1911 eine Zeit, die Zahl 51 eine Zahl ist. Die besondere Natur und zwar die Selbstverständlichkeit eines solchen Satzes, die es in der Regel überflüssig erscheinen läßt, ihn überhaupt zu erwähnen, bedingt jedoch eine in mancher Hinsicht eigenartige Stellung dieser Schlüsse, und macht es wünschenswert, sie mit einem besonderen Namen zu bezeichnen. Ich will sie im Folgenden S i n g u l a r i s i e r u n g e n nennen.

Ein Ueberblick der Schlußlehre, wie wir sie oben, in der Hauptsache altem Herkommen folgend, entwickelt haben, läßt die eigentümliche Tatsache erkennen, daß die Schlüsse gerade des mathematischen Gebietes, des einzigen, in dem die strenge Deduktion überhaupt wissenschaftlich eine erhebliche Rolle spielt, sich den aufgeführten Formen

nicht einfügen lassen. Die vorhin als spezifisch mathematische erwähnten, durch den Begriff der Gleichheit bedingten Schlüsse ($A = B$, $B = C$, folglich $A = C$) kommen zwar oft genug vor, sind aber doch nur von beschränkter Bedeutung. Dagegen beruht die überwiegende Mehrzahl der der Mathematik eigenen Schlüsse unzweifelhaft auf der umfassenden Allgemeinheit ihrer Sätze. Aber sie entsprechen den gewohnten Formen des Allgemeinheits-Schlusses nicht. Schlüsse, wie etwa der „Alle durch 9 teilbaren Zahlen sind auch durch 3 teilbar; 81 ist durch 9 teilbar, folglich ist es auch durch 3 teilbar", sind zwar sehr wohl möglich, werden aber meist wohl eher der logischen Theorie zuliebe ersonnen, als daß sie im wirklichen Gang des mathematischen Denkens vorkämen. Dagegen sind diejenigen, die in der Wissenschaft eine große Rolle spielen, ja ihren eigentlichen Inhalt ausmachen, so insbesondere das, was wir Rechnen nennen, ferner das Beweisen irgend eines Lehrsatzes usw. doch von ganz anderer, vor allem verwickelterer Art. Von den Schulbeispielen der traditionellen Logik sind sie namentlich auch in denkpsychologischer Hinsicht in tiefgreifender Weise verschieden. So ist es denn eine Frage von nicht geringem Interesse, welches denn eigentlich die formalen Verhältnisse dieser mathematischen Schlüsse sind und wodurch sie sich von denjenigen Fällen unterscheiden, die wir oben, im Anschluß an die schulmäßige Logik besprochen haben. Wir werden, um diese Frage zu beantworten, die formalen Verhältnisse der mathematischen Sätze ins Auge fassen müssen, wie sie im vorigen Kapitel dargelegt worden sind. Und hier begegnen wir denn vor allem der Tatsache, daß diese Sätze (wenigstens in ihrer überwiegenden Mehrzahl) komplex allgemeiner Natur sind. Man bemerkt zunächst, daß die hierdurch gegebenen Verhältnisse im Obigen nicht berücksichtigt sind. In der Tat sind wir bei unserer Betrachtung der Schlußformen, insbesondere der Allgemeinheits-Schlüsse, indem wir der hergebrachten Betrachtung folgten, stillschweigend von der Annahme ausgegangen, daß es sich um präzis oder komprehensiv allgemeine Sätze handelt, so daß wenn z. B., von allen A das Prädikat B gilt, dies nun auch ohne weiteres von den der A-Gesamtheit zugehörigen Einzelgebilden ausgesagt werden kann. Eben hierauf beruht die große Einfachheit und Durchsichtigkeit solcher Schlüsse. Komplex allgemeine Sätze können nun zwar auch in ähnlicher Weise zur Grundlage von Schlüssen gemacht werden; aber es ergeben sich dabei ganz andere formale Verhältnisse. Komplex allgemein hatten wir, wie erinnerlich, einen Satz genannt, der sich auf eine Gesamtheit bezieht, wobei jedoch nicht von allen Elementen dieser Gesamtheit das Nämliche ausgesagt wird, vielmehr in den Inhalt der Aussage eben jenes Element, dem sie gilt, wiederum eingeht[1]). Indem wir also hier den Satz auf ein Element jener Gesamtheit anwenden, bezüglich deren er allgemein ist, müssen wir auch in dem übrigen Teile des Satzes (dem von jenem Element

[1]) S. o. S. 232.

Auszusagenden) dieses selbst wiederum in einer mehr oder weniger verwickelten Form einführen. Erwähnen wir gleich hier, daß demgemäß auch, wie die komplex allgemeinen Sätze, so auch die auf dieser Grundlage beruhenden Schlüsse keineswegs auf das mathematische Gebiet streng beschränkt sind. Doch wird es genügen, hierauf später mit wenigen Worten zurückzukommen, zunächst jedoch eben dieses Gebiet ins Auge zu fassen, in dem die betreffenden Verhältnisse die weitestgehende und interessanteste Entwicklung gewinnen. In der Tat gelingt es leicht auf der eben erwähnten Grundlage (der komplexen Allgemeinheit) in die formalen Verhältnisse der mathematischen Schlüsse einen befriedigenden Einblick zu gewinnen. Allerdings ist es wichtig, auch einige andere Besonderheiten des Baues mathematischer Sätze dabei zu berücksichtigen. Zweckmäßig können wir daher an das anknüpfen, was sich uns früher in dieser Hinsicht ergeben hatte. Den einfachsten und übersichtlichsten Verhältnissen begegnen wir bei denjenigen Sätzen, die einerseits komplex, anderseits aber universell allgemein sind. Sie stellen sich, wie oben erörtert[1]), in der Form einer Gleichung dar, die eine kleinere oder größere Zahl von Symbolen enthält. Ein Satz dieser Art ist dann universell allgemein, insofern jedes Symbol jeden beliebigen Zahlenwert oder auch jede in irgend einer beliebigen Form erzeugte Zahl bedeuten kann, komplex allgemein aber, insofern jedes Symbol nicht nur an einer, sondern an zwei oder mehr Stellen des Satzes vorkommt. Aus Sätzen dieser Art können wir nun andere folgern, indem wir für irgend ein Symbol irgend eine bestimmte Zahl oder auch ein anderes Symbol, insbesondere auch ein zusammengesetztes, einführen. Dieser Fortgang entspricht dem, was wir oben eine Singularisierung genannt hatten. Dabei kommt nun aber die komplex allgemeine Natur des zu singularisierenden Satzes darin zur Geltung, daß das betreffende Symbol an allen Stellen, an denen es vorkommt, durch die nämliche Zahl oder den nämlichen Ausdruck ersetzt werden muß. Ich will daher diese Form des Schlusses eine komplexe Singularisierung nennen[2]). Der hier zunächst aus der Form der mathematischen Sätze theoretisch entwickelte Fall ist ohne weiteres da zu erkennen, wo wir in der früher berührten Weise von einfacheren zu komplizierteren mathematischen Sätzen fortschreiten. Vor allem aber liegt die gleiche Form auch da vor, wo wir irgend einen Ausdruck, zu dem wir im Gange der Rechnung gelangen, wie man zu sagen pflegt „ausrechnen". Die Rechnung möge uns auf einen Ausdruck

[1]) Vgl. o. S. 344.

[2]) Um ganz vollständig zu sein müssen, wir hier auch an die Gesamtheiten formaler Bedeutung erinnern, von denen oben (S. 335) die Rede war, die offenbar ganz ähnliche Schlüsse gestatten. So z. B., wenn etwas für alle möglichen Umordnungen einer beliebigen Zahl von Faktoren gilt, und wir dies auf diejenige Umformung anwenden, durch die wir $a.b.c$ in $a.c.b$ umwandeln. Mit einer wohl zulässigen Erweiterung der Begriffe dürfen wir wohl auch hier von universellen Allgemeinheiten und entsprechend von einer Singularisierung sprechen.

$A\left(\frac{x}{y} - 2n + p \, . \, q\right)$ führen. Die Ausrechnung, die uns lehrt, daß dieser Ausdruck $= A \, . \, \frac{x}{y} - A \, . \, 2n + A \, . \, p \, . \, q$ ist, ist offenbar eine Singularisierung des Satzes $a\,(b + c + d) = a \, . \, b + a \, . \, c + a \, . \, d$ oder auch des noch allgemeineren, daß das Vielfache eines Aggregates gleich der Summe der gleichen Vielfachen seiner einzelnen Posten ist. Die Rechnungsregel, der wir folgen, ist also nichts anderes als ein Satz, der in mehrfachem Sinne komplex allgemein ist, seine Anwendung auf den gerade vorliegenden Ausdruck ist eine komplexe Singularisierung.

Wie früher schon erwähnt, können wir die mathematischen Sätze, die sich bestimmter Symbole bedienen, auch in dem Sinne nehmen, daß ein Symbol nicht an jeder Stelle im Sinne begrifflicher Identität das Nämliche zu bedeuten braucht, sondern, wenn es an einer Stelle eine bestimmte Größe bezeichnet, es an einer andern nur eine mit jener gleiche (wenn auch begrifflich verschiedene) zu bezeichnen braucht. Von dieser Form sind namentlich diejenigen Axiome, die sich auf die Eindeutigkeit genetischer Bestimmungen beziehen. Sagen wir, daß Gleiches mit Gleichem multipliziert Gleiches gibt, so wird das in symbolischer Darstellung die Form erhalten, daß $n \, . \, a = n \, .$ mal irgend einem mit a gleichen Werte ist. Sätze dieser Art bilden offenbar die Grundlage des Fortganges dann, wenn wir aus der Gleichheit zweier Ausdrücke auf die Gleichheit zweier anderer schließen, also z. B. von dem Satz $T = Q$ zu dem andern $n \, . \, T = n \, . \, Q$ fortschreiten. Betrachtet man einen Fortgang dieser Art unter formalem Gesichtspunkt, so sieht man, daß wir ihn in zwei Schritte zerlegen können. Wir verfahren in der Weise einer komplexen Singularisierung, indem wir den Satz bilden, daß das n fache jedes mit Q gleichen Wertes gleich dem n fachen von Q ist. Aus diesem gelangen wir zu dem Ergebnis $n \, . \, T = n \, . \, Q$ durch einen zwei-prämissigen Schluß der gewöhnlichen Form, für den jener Satz die eine, der Satz $T = Q$ die andere Prämisse bildet. Mit Folgerungen dieser Art haben wir es zu tun, wenn wir im Fortgange einer Rechnung, wie man zu sagen pflegt, einen Posten auf die andere Seite bringen, einen Nenner herüber multiplizieren u. dgl. Denn allemal gehen wir ja dabei von der Gleichsetzung zweier Ausdrücke aus und schließen von ihr auf die Gleichheit zweier anderer.

$$A = B, \text{ folglich}$$
$$A + X = B + X \text{ oder}$$
$$n \, . \, A = n \, . \, B \text{ usw.}$$

Auf Fälle die von den bisher besprochenen in bedeutsamerer Weise verschieden, nämlich keine Singularisierungen mehr sind, werden wir geführt, wenn wir jene früher besprochenen Sätze in Betracht ziehen,

die nicht oder wenigstens nicht durchgängig universell allgemein sind. Es handelt sich dabei um den Zusammenhang zweier Gleichheits-Beziehungen, wie z. B. in der allgemeinen Regel, die die Lösung einer quadratischen Gleichung angibt. Wir wissen, daß wenn

$$x^2 + a\,x = b$$
$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{b + \frac{a^2}{4}} \text{ ist.}$$

Welche Form des Schlusses haben wir, wenn wir eine Regel dieser Art zur Anwendung bringen, also etwa die quadratische Gleichung $X^2 + P\,X = Q$ ihr gemäß auflösen? Wir müssen, um dies durchsichtig zu machen, auf die schon oben entwickelte Form dieser Sätze zurückgreifen, in der eine der in sie eingehenden Größen zum Gegenstande der Aussage gemacht wird, etwa die Grösse x. Wir erhalten dann die Form, daß für alle Zahlen, für die gewisse Beziehungen mit $a\;b\;c$ bestehen, auch gewisse andere Beziehungen mit eben diesen Zahlen gelten müssen. Es ist ersichtlich, daß wenn wir hieraus durch Anwendung auf einen besonderen Fall einen Schluß ziehen, wir es mit keiner Singularisierung zu tun haben. Der Schluß ordnet sich vielmehr dem geläufigen Typus mit zwei Prämissen unter, und würde in etwas abgekürzter Darstellung sich etwa auf die Form bringen lassen: Für alle Größen, die zu anderen in dem Zusammenhange B_1 stehen, gelten auch die Beziehungen B_2 mit eben diesen; für X in Verbindung mit P und Q gelten die Beziehungen B_1; folglich bestehen für X mit P und Q auch die anderen Beziehungen B_2. Der Schluß qualifiziert sich, in dieser Form betrachtet, offenbar als Allgemeinheits-Schluß. Gleichwohl sind nun auch hier die Verhältnisse von der geläufigen Form, in der z. B. die Sterblichkeit des Cajus erschlossen wird, sehr verschieden. Und zwar beruht dies in erster Linie auf der Natur des allgemeinen Satzes (der major). Ihr zufolge gründet sich zunächst die Anwendung auf den besonderen Fall nicht darauf, daß (wie im Satze „Cajus ist ein Mensch") für X etwas einheitlich Bezeichnetes gilt. Sie ist vielmehr dadurch bedingt, daß wir die für X gegebene Verknüpfung mit andern Begriffen (P und Q) als formal übereinstimmend mit der in dem allgemeinen Satz gegebenen erkennen. Der gleiche Umstand bringt es dann aber auch mit sich, daß wir nicht einfach etwas Bestimmtes, durch einen einheitlichen Begriff zu Bezeichnendes, aussagen, sondern das von X Geltende aus den Begriffen P und Q in einer bestimmten, mehr oder weniger verwickelten Form zu b i l d e n haben. Auch in dem k o m p l e x e n A l l g e m e i n h e i t s - S c h l u ß, wie wir diese Form nennen können, haben wir es mit Verhältnissen zu tun, die von der geläufigen einfachen Form des Allgemeinheits-Schlusses ganz verschieden sind [1]).

[1]) Dieser Unterschied bleibt auch bestehen, wenn wir die hier dem Schluß zur Grundlage dienenden allgemeinen Sätze in der oben (S. 346) erwähnten Weise

Eine letzte Art der mathematischen Schlüsse ist durch die implizierenden Begriffe bedingt und stellt für diese das Entsprechende dar, wie die zerlegenden und vereinigenden Substitutionen für die gewöhnlichen, synthetisch gebildeten Begriffe. Ist J ein solcher Begriff, $a\,b\,c\,d$ seine Korrelatbegriffe, so können wir zwar wiederum den Begriff J eliminieren und nach Maßgabe seiner Bedeutung ersetzen. Aber wir haben zu diesem Behuf nicht, wie bei der Zerlegung, einfach an Stelle von J einen anderen äquivalenten Begriff zu bringen. Vielmehr haben wir einen neuen Satz oder einen neuen Begriff zu bilden, in den nun jene Korrelat-Begriffe in einer formell bestimmten Weise (eben nach Maßgabe der Bedeutung von J) eingehen. Und ebenso gestaltet sich auch die entgegengesetzte Umwandlung für implizierende Begriffe ganz anders, als eine vereinigende Substitution. Es wird sich darum handeln, zu erkennen, daß eine explicite vorliegende Verknüpfung der Begriffe a, b, c, d formal derjenigen entspricht, die ein (implizierender) Begriff bedeutet, und demgemäß nun diesen mit a, b, c, d als Korrelatbegriffen einzuführen. Wir können also hier von explizierenden und implizierenden Umformungen sprechen. — Auch diese Schlüsse spielen im Gange des Rechnens eine gewisse Rolle. Die Rechnung kann uns auf eine nach Potenzen von x fortschreitende Reihe führen, die der Definition des Sinus entspricht, und an deren Stelle wir dann die Bezeichnung $\sin x$ setzen. Oder wir können umgekehrt Anlaß haben, den in der Rechnung auftretenden Ausdruck $\sin x$ gemäß der Definition des Sinus-Begriffes in eine solche Reihe zu entwickeln.

Zusammenfassend wäre zu sagen, daß die Formen der mathematischen Schlüsse sich als komplexe Allgemeinheits-Schlüsse oder Singularisierungen, als explizierende und implizierende Umwandlungen darstellen. Vergleicht man dies mit denjenigen Formen, die wir oben im Anschluß an die ältere Logik zusammengestellt hatten, so zeigt sich, daß die Allgemeinheits-Schlüsse, sowie die zerlegenden oder vereinigenden Substitutionen uns in veränderten Formen wieder begegnen, daß außerdem aber auch die Singularisierungen, die sonst kaum eine nennenswerte Rolle spielen, hier gleichfalls bedeutungsvoll hervortreten.

Um die Verhältnisse im vollen Umfange zu übersehen, müssen wir beachten, daß zwischen den komplexen Allgemeinheits-Schlüssen einerseits, den ex- und implizierenden Umwandlungen anderseits ein gewisses Wechselverhältnis besteht. Der eigentlich maßgebende Umstand, der die eigenartige Gestaltung der logischen Verhältnisse bedingt, ist der, daß wir die verwickelten formalen Bildungen als etwas Selbständiges auffassen, an verschiedenen Substraten die übereinstimmenden Formen erkennen, oder sie an einem nach dem Muster eines andern erzeugen können. All dies kann in doppelter Weise geschehen: so daß wir die betreffenden Form explicite denken oder so daß wir sie durch einen einheitlichen, sie bedeutenden Begriff bezeichnen. Im ersteren Falle erhalten unsere Schlüsse die Form der komplexen Allgemeinheits-Schlüsse, im anderen lassen sie sich zum Teil in die gewöhnlichen Schlußformen bringen. Aber sie sind dann bedingt durch die notwendig hinzutretenden ex- und implizierenden Umwandlungen. Wie weit die Bildung implizierender Begriffe geht, und in welchem Umfange daher der letztere Modus den ersteren ersetzt, ist ohne großen Belang und könnte nach Absichten der Darstellung oder individuellem Geschmack in weiten Grenzen geändert werden. Nur ist daran zu erinnern, daß, wie schon früher berührt, die Mannigfaltigkeit der mathematischen Sätze viel zu groß ist, als daß wir daran denken könnten, jede Verknüpfungsform einheitlich zu bezeichnen und so etwa durchweg den mathematischen Schlüssen die letztere Form zu geben.

umformen, daß wir nicht irgend eine der in ihn eingehenden Größen sondern die sämtlichen symbolisch bezeichneten Werte als eine Wert-Gruppe zum Gegenstand der Aussage machen. So können wir sagen: Für alle Wertgruppen $x\ y\ z$, für die die Beziehungen B_1 gelten, treffen auch die Beziehungen B_2 zu. Für $X\ P\ Q$ gelten die ersteren; folglich gelten für sie auch die Beziehungen B_2. Allein, wie dort erwähnt, bedeuten diese, eine Wertgruppe betreffenden Aussagen nichts, was von der Gruppe als solcher in toto ausgesagt würde; sondern sie sind nur die kurze Bezeichnung für einen Satz, in den die Elemente jener Gruppe in einer formal bestimmten Weise eingehen. So wird denn auch durch diese Betrachtung daran nichts geändert, daß wir, um den Schluß zu ziehen, die formale Uebereinstimmung eines speziellen Satzes mit einem allgemeinen übersehen müssen und einen dritten wiederum nach diesem formalen Muster zu bilden haben.

Wir haben die verwickelteren Modalitäten des Schlusses, von denen hier die Rede war, zunächst für den mathematischen Begriffskreis entwickelt. Fragen wir, wie weit ihre Bedeutung reicht und wo sie vorkommen, so ist zunächst zu beachten, daß sie selbstverständlich nicht nur das Gebiet der reinen Mathematik beherrschen, sondern auch das der Real-Urteile, soweit sie in mathematischen Formen gedacht sind, also das eines streng theoretischen Wirklichkeits-Denkens, ein Umstand, der einer besonderen Erläuterung kaum bedürfen wird. Dagegen wird hier noch kurz auf den oben berührten Punkt zurückzukommen sein, daß auch im Gebiete ganz andersartiger Begriffe die entsprechenden Verhältnisse, wenn auch nicht zu gleicher Bedeutung entwickelt, doch vorhanden und aufzuzeigen sind. Der Hauptunterschied gegenüber den mathematischen Formen besteht, soviel ich sehe, darin, daß wir hier wohl immer für diese verwickelten Formen feste begriffliche Bezeichnungen besitzen. Durch die Benutzung solcher implizierenden Begriffe entfallen dann die Besonderheiten der Allgemeinheits-Schlüsse, dagegen gewinnen entsprechend die (explizierenden oder implizierenden) Umformungen an Wichtigkeit. Das umfangreiche Auftreten gerade dieser Schlußweise ist denn auch für ein in empirischen Begriffen sich bewegendes Wirklichkeits-Denken leicht zu bestätigen. In der Tat brauchen wir nur an die Form zu denken, die sich uns für die Definition eines Begriffes, wie z. B. desjenigen des Betrügens, ergeben hat, um zu bemerken, daß wenn wir diesen nach Maßgabe seiner Bedeutung aus einem Satze eliminieren wollen, wir auf ganz die gleichen Umwandlungs-Verhältnisse kommen, wie bei den entsprechenden mathematischen Begriffen, nicht aber ihn im Wege der einfachen Substitution ersetzen können.

Die obigen Betrachtungen lehren, daß die Auffassung des Urteils, die mit Subjekt und Prädikats-Begriffen als endgültigen Elementen abschließt, sich, wie in der formalen Logik überhaupt, so auch namentlich in der Schlußlehre, als zu einfach und insofern unzulänglich erweist. Wie der Bau des Urteils, stellen sich auch die Modalitäten des Schlusses als weit vielgestaltiger heraus, sobald wir mit einer Weiterführung der Analyse auf Elemente zurückgehen, die in strengem Sinne als endgültige in Anspruch genommen werden können. — Die dargelegten Verhältnisse machen es auch verständlich, daß die mathematischen Schlüsse, insbesondere auch das Rechnen, sich unter denkpsychologischem Gesichtspunkt ganz anders darstellen, als die einfachen Formen, die auf präzis oder komprehensiv allgemeinen Sätzen beruhen. Zum großen Teil sind sie gegenüber den geläufigen Schlußformen zunächst dadurch vereinfacht, daß sie in Singularisierungen bestehen. Damit hängt zusammen, daß die eine Prämisse, die die Zugehörigkeit des Einzelnen zu irgend einer Allgemeinheit besagt, in dem besondern, früher besprochenen Sinne selbstverständlich ist und unerwähnt bleiben kann, jedenfalls keine besondere Beachtung erfordert. Auf der anderen Seite stellen sich nun aber die mathematischen Schlüsse psychologisch weit verwickelter dar, als die der Logik geläufigen Schul-Beispiele. Schon die Erkennung, ob eine vorliegende Form einem bestimmten (implizierenden) Begriff entspricht, also die Aufgabe einer ex- oder implizierenden Umformung, kann unter Umständen ein hohes Maß von Aufmerksamkeit erfordern. Haben wir (wie bei der komplexen Singularisierung) ein Symbol an vielen Stellen eines Satzes durch den nämlichen Ausdruck zu ersetzen, oder haben wir die Aufgabe, eine Gruppe von Begiffen in einer formal bestimmten Weise zu verknüpfen, sei es nun, daß diese durch einen allgemeinen Begriff, sei es, daß sie durch die als Muster gegebene Verknüpfung einer Reihe anderer Begriffe vorgezeichnet ist, so kann der Schluß, psychologisch betrachtet, die Gestalt einer ausgedehnten und Aufmerksamkeit erfordernden Denkoperation gewinnen.

Daß und in welchem Sinne wir trotz derartiger Umstände den mathematischen Sätzen eine unabhängige und zwingende Evidenz zuschreiben dürfen, wurde bereits an früherer Stelle ausgeführt, und es ist nicht notwendig, auf diesen Punkt hier wiederum zurückzukommen. Dagegen ist es vielleicht, um Mißverständnissen vorzubeugen, nicht ganz überflüssig, noch besonders zu betonen, daß die Schwierigkeiten, mit denen die Förderung mathematischen Wissens oder die Lösung mathematischer Aufgaben behaftet sind, in den besprochenen Verhältnissen zwar auch, aber doch nur zum allerkleinsten Teile ihren Grund haben. Wir müssen berücksichtigen, daß aus gegebenen Sätzen die mannigfaltigsten Folgerungen gezogen werden können, daß aber diese nicht alle in gleicher Weise für uns von Interesse sind. In der Regel wird vielmehr die Rechnung ein bestimmtes Ziel haben, einen bestimmten Zweck verfolgen; so, wenn wir den Wert einer Unbekannten aus einer für sie geltenden Gleichung zu ermitteln wünschen, oder wenn wir eine Beziehung zwischen irgend welchen Verhaltungsweisen und der Zeit aus Sätzen ableiten wollen, die die nach der Zeit genommenen Differenzialquotienten jener Verhaltungsweisen betreffen usw. Um hier zum Ziel zu gelangen, ist richtiges Rechnen zwar erforderlich, aber keineswegs genügend; vielmehr kommt es vor allem darauf an, die Rechnung in einer gerade für den gewünschten Zweck geeigneten Weise zu führen. Auf Grund und Bedeutung solcher der Rechnung zu stellenden Aufgaben haben wir hier natürlich ebensowenig einzugehen, wie auf die für ihre Lösung geeigneten Verfahrungsweisen. Es handelte sich hier nur darum, den allgemeinen formalen Charakter der Schlüsse zu kennzeichnen, in denen sich jedes derartige Verfahren bewegt.

Neunzehntes Kapitel.

Die logischen Reflexions-Urteile.

Die atypischen Geltungs-Zusammenhänge. Wahrscheinlichkeits-Schlüsse. Analogie und Induktion. Prinzip der Gleichartigkeit. Prinzip der Spielräume. Allgemeine Wahrscheinlichkeits-Theorie.

Daß es neben der im vorigen Kapitel besprochenen Beziehung zwingender Abhängigkeit, in der der Schluß zu seinen Prämissen steht, der des „Forderns“, noch andere Arten logischer Beziehungen gibt, hatten wir bereits bei der Darlegung des allgemeinen Baues unseres Real-Wissens zu erwähnen. Stellt die Gesamtheit desselben ein in sich zusammenhängendes Ganze dar, das als Bestandteil die mit endgültiger Sicherheit gegebenen Urteile über unsere eigenen Erlebnisse enthält, und wird es eben hierdurch zwar nicht bewiesen, wohl aber gestützt und in gewissem Maße wahrscheinlich gemacht, so bedeutet dies ja eine eigenartige Geltungs-Beziehung. Auch hatten wir diese als in gewisser Weise der kritischen Urteilslehre zugehörig bei einer allgemeinen Uebersicht der Reflexions-Urteile erwähnt. Die Geltungs-Beziehungen dieser Art waren es, die wir, weil sie keinen festen Zusammenhang bedeuten und daher auch durch keinen völlig präzisen und einheitlichen Begriff zu bezeichnen sind, unter dem Namen der atypischen logischen Beziehungen zusammenfaßten. Ihre genauere Besprechung hatten wir ganz ebenso wie die Lehre von den deduktiven Schlüssen in den formalen Teil dieser Untersuchung verwiesen, weil sie mit der Lehre vom Bau und begrifflichen Material der Urteile in einem nicht wohl trennbaren Zusammenhange steht. Indem wir uns nunmehr einer Besprechung dieser Verhältnisse

zuwenden, hätten wir ganz allgemein die Frage aufzuwerfen, aus welchen inhaltlichen Beziehungen verschiedener Urteile sich irgend welche Beziehungen ihrer Geltung ergeben, wobei nur die unter diese Fragestellung gleichfalls sich einreihenden Verhältnisse des deduktiven Schlusses als schon erledigt auszuscheiden wären. Schon eine oberflächliche Betrachtung unseres Wirklichkeits-Denkens läßt erkennen, daß solche Zusammenhänge in mannigfaltigster Weise bestehen. Die Untersuchung lehrt, daß es sich überall nur um zwei fundamentale Verhältnisse handelt, deren jedes allerdings vielerlei Abstufungen und Modifikationen darbietet, und die überdies auch in mannigfaltiger Weise sich kombinieren und ineinandergreifen können. Es empfiehlt sich aus dem Grunde zunächst gewisse durch besondere Voraussetzungen vereinfachte Fälle zum Gegenstande der Untersuchung zu machen, an denen jene fundamentalen Verhältnisse der Geltungs-Beziehung sich in vorzugsweise einfacher und durchsichtiger Weise darlegen lassen. Und es wird genügen, später durch allgemeinere Betrachtungen uns ein Bild davon zu machen, wie durch die vielgestaltigen Variierungen des einzelnen und durch das Ineinandergreifen beider die mannigfaltigen logischen Beziehungen unseres Wirklichkeits-Denkens sich ergeben. — Der erste hier zu besprechende Gegenstand ist der W a h r s c h e i n l i c h k e i t s - S c h l u ß, das logische Verhältnis also, das darin besteht, daß aus der Geltung eines oder mehrerer Sätze sich für die Geltung von anderen eine gewisse Wahrscheinlichkeit ergibt. Es wird also zu prüfen sein, unter welchen Umständen und in welcher besonderen Weise dies der Fall ist, und wir werden namentlich auch zu fragen haben, ob sich die verschiedenen hierhergehörigen Fälle einem einheitlichen Prinzip unterordnen lassen[1]). Die andere Art des uns beschäftigenden Zusammenhanges kommt namentlich darin zur Geltung, daß sich aus inhaltlichen Beziehungen von Sätzen bestimmte Verhältnisse ihres Wahrscheinlichkeits-Grades ergeben. Wir werden uns daher hier an zweiter Stelle mit diesen vergleichenden Wahrscheinlichkeits-Bewertungen, wie sie u. a. der Wahrscheinlichkeits-Rechnung eigentümlich sind, zu befassen haben. Auch hier wird uns die Betrachtung vorzugsweise einfacher Fälle zu einem Prinzip führen, dessen Bedeutung dann unschwer in allgemeiner Weise verfolgt und übersichtlich gemacht werden kann.

Ehe wir in die hiermit vorgezeichneten Untersuchungen eintreten, sei noch einer Bemerkung Raum gegeben, die zwar schon der Besprechung der deduktiven Schlüsse vorausgeschickt wurde, die aber hier

[1]) Eine vereinfachende Voraussetzung führen wir dabei namentlich insofern ein, als wir nur den Fall in Betracht ziehen, daß die Grundlagen oder Ausgangs-Sätze des Wahrscheinlichkeits-Schlusses als sicher betrachtet werden. Dagegen bleiben die natürlich weit verwickelteren Verhältnisse, die sich ergeben, wenn auch jene Grundlagen nur mit irgend einem Wahrscheinlichkeitswerte gegeben sind, vorderhand außer Betracht.

vielleicht noch nachdrücklicher betont zu werden verdient, der nämlich, daß unsere Fragestellung und Untersuchung sich auf l o g i s c h e V e r h ä l t n i s s e bezieht und nicht mit der real-wissenschaftlichen Betrachtung psychologischer Vorgänge und Verhaltungsweisen verwechselt werden darf. So interessiert uns vor allem auch hier der Schluß nicht als der psychische Vorgang, mittels dessen eine Ueberzeugung oder Vermutung hervorgerufen wird, sondern als Urteil, das eine logische Beziehung aussagt. Obwohl es sich also von selbst versteht, daß gerade auch der Wahrscheinlichkeits-Schluß unter psychologischen Gesichtspunkten betrachtet werden und zu bedeutungsvollen Untersuchungen Anlaß geben kann, so müssen wir hier davon ausgehen, daß wir das Bestehen solcher logischer Beziehungen aussagen können, und daß diese Aussagen Urteile von eigenartiger selbständiger Bedeutung sind, daß sie eine besondere Art logischer Reflexions-Urteile darstellen. Hiermit hängt zusammen, daß wir auch gewisse in diese Urteile eingehende Begriffe als endgültige in Anspruch nehmen müssen. So wurde schon früher betont, daß der zwingende Zusammenhang, der die Geltung des Schlusses an die der Prämissen knüpft, eine erklärende Zurückführung auf andere Begriffe weder fordert noch gestattet. Analoges gilt auch hier. Sagen wir, daß aus der Geltung eines Satzes sich für die eines anderen eine gewisse Wahrscheinlichkeit ergebe, so bezeichnen wir auch damit ein nicht weiter erläuterbares logisches Verhältnis, keineswegs aber wird damit etwas über Vermutungen oder Erwartungen als realiter gegebene psychologische Zustände ausgesagt. Und ebenso bezeichnet es ein logisches Verhältnis, wenn wir sagen, daß sich aus einer gewissen Summe des Wissens oder einem bestimmten intellektuellen Zustande zwei Wahrscheinlichkeiten als gleich ergeben usw.[1]).

Geläufigen Anschauungen uns anschließend, können wir als einfachsten Fall des Wahrscheinlichkeits-Schlusses den voranstellen, daß zwischen dem Inhalt zweier Urteile eine gewisse A e h n l i c h k e i t besteht. Unter der eben erwähnten Voraussetzung, daß das eine der Urteile als sicher zu gelten hat, gibt diese Beziehung die Grundlage für diejenige Form des Schlusses ab, die wir, der Uebung folgend, als A n a l o g i e - S c h l u ß bezeichnen: wir schließen aus der Geltung eines Urteiles A zwar nicht mit Sicherheit aber doch vermutungsweise auf die Geltung eines anderen ihm inhaltlich ähnlichen A'. Eine wie große Bedeutung diesen Schlüssen in unserem alltäglichen Denken zukommt, wird deutlich, wenn wir in Bezug auf ihre Modalitäten sogleich einige vorzugsweise wichtige Punkte hervorheben. In der Regel liegen

[1]) In voller Ueberzeugungskraft leuchtet allerdings vielleicht diese Anschauung erst dann ein, wenn man die in Betracht kommenden logischen Verhältnisse des Genaueren verfolgt, und wenn namentlich auch gezeigt wird, was in dieser Hinsicht sich als das Endgültige herausstellt. Dies ist die Hauptaufgabe der folgenden Ueberlegungen. Sie werden daher auch geeignet sein, etwaige Bedenken zu beseitigen, die gegenüber der fundamentalen Auffassung der Geltungs-Zusammenhänge hier zunächst bestehen bleiben mögen.

die Verhältnisse nicht so, daß wir schlechtweg an die Geltung eines Urteils die Vermutung eines anderen ihm inhaltlich ähnlichen knüpfen. Meist vielmehr sind uns auch die zu beurteilenden Verhältnisse zu irgend einem Teil oder in irgend einer Hinsicht bekannt, und zwar als dem anderen, den Ausgang des Analogie-Schlusses bildenden Falle ähnlich. Wir schließen daraus auf eine Aehnlichkeit auch in den nur für diesen letzten bekannten Hinsichten, also, wie man kurz sagen kann, aus einer partiellen auf eine vollständige Aehnlichkeit. Ist uns, symbolisch bezeichnet, in einem Falle die Verknüpfung von A und B bekannt, in einem andern Falle das mit A ähnliche A' gegeben, so schließen wir auf eine Verknüpfung mit einem dem B ähnlichen B'. Man bestätigt auch in dieser Form leicht die obige allgemeine Charakterisierung: das A' und B' verknüpfende Urteil wird für wahrscheinlich gehalten, insofern es dem A und B verknüpfenden ähnlich ist, namentlich für wahrscheinlicher, als dasjenige, das A' statt mit B' mit einem von B gänzlich verschiedenen C verbände. So schließen wir, wenn ein reales Gebilde mit einer Anzahl schon bekannter in einer Reihe zunächst der Beobachtung zugänglicher Hinsichten genau oder annähernd übereinstimmt, auf eine vollständige und weitergehende, auch die zunächst nicht beobachteten Punkte betreffende Uebereinstimmung. So schließen wir namentlich auf eine Gleichartigkeit des Geschehens unter ähnlichen Bedingungen, indem wir annehmen, daß, wenn ein Fall früheren hinsichtlich der jetzt gegebenen Umstände gleichartig ist, er ihnen auch in Bezug auf den sich anschließenden Gang des Geschehens gleichen werde usw.

Berühren wir, ehe wir auf die hier vorliegenden logischen Verhältnisse etwas genauer eingehen, eine Anzahl innerhalb dieses Rahmens vorkommender Unterschiede. Hier wäre zunächst zu beachten, daß die Aehnlichkeit eine der mannigfaltigsten Modalitäten und Abstufungen fähige Beziehung darstellt. Je größer die Aehnlichkeit zweier Fälle in den voraufgehenden Verhaltungsweisen ist, mit um so größerer Wahrscheinlichkeit werden wir in dem zweiten dasjenige Geschehen erwarten, das wir im ersten bereits beobachtet haben. — Wichtiger noch als dieser Punkt sind die hier in Betracht kommenden Zahlenverhältnisse. Stützt sich die Analogie nicht auf einen, sondern auf eine Mehrzahl bereits zu unserer Kenntnis gelangter Fälle, so wird die Wahrscheinlichkeit des gleichen Verlaufes in dem jetzt erwogenen neuen Falle um so größer sein, je größer die Zahl jener früheren ist. Dabei komplizieren sich die Verhältnisse, wenn von den bekannten Fällen nur ein Teil einen bestimmten Verlauf genommen hat. Wären z. B. 100 Fälle einer gewissen Art bisher zu unserer Kenntnis gekommen, von denen 90 den Verlauf A, 10 aber den Verlauf B genommen haben, so würde sich für den vorliegenden Fall hieraus eine geringere Wahrscheinlichkeit des Erfolges A ergeben, als wenn dieser in den sämtlichen 100 beobachteten Fällen eingetreten wäre. Auch läßt

sich einwandsfrei sagen, daß sich aus diesem Tatbestande eine größere Wahrscheinlichkeit für den Verlauf A als für B ergebe. Ich habe Verhältnisse dieser Art als partielle Analogien bezeichnet[1]).

Als einen besonderen Fall müssen wir hier ferner die mit den partiellen Analogien zwar zusammenhängenden, aber nicht zu verwechselnden Schlüsse erwähnen, die sich auf Massen-Erscheinungen beziehen. Es handelt sich hier darum, daß wir bei großen Zahlen gleichartiger Fälle in annähernd bestimmten Bruchteilen gewisse Verlaufsweisen beobachten. Schließen wir hieraus, daß in einer größeren Zahl wiederum gleichartiger Fälle die verschiedenen Verlaufsweisen wieder mit annähernd gleichen Bruchteilen der Gesamtzahl vertreten sein werden, so handelt es sich offenbar um eine besondere Form der beobachteten sowohl wie der erschlossenen Gleichartigkeit.

Drückt sich im Analogie-Schluß eine logische Beziehung zweier inhaltlich ähnlicher Urteile aus, so können wir, ebenfalls der Uebung folgend, als eine weitere atypische logische Beziehung diejenige anreihen, auf der der Induktions-Schluß beruht. Wir verstehen hierunter die Ableitung eines allgemeinen Satzes aus einer kleineren oder größeren Anzahl von Sätzen speziellerer Bedeutung, die in ihm enthalten sind. Es ist zu beachten, daß die logische Beziehung eine irreziproke ist. Die Einzeltatsachen ergeben sich aus dem allgemeinen Satze zwingend; die Geltung der sie aussagenden Urteile ist als logisches Ergebnis an die Geltung des letzteren geknüpft. Hier handelt es sich um die umgekehrte Beziehung, die darin besteht, daß aus den als sicher vorausgesetzten Einzelsätzen sich etwas für die Geltung des allgemeinen ergibt. Verbreiteter und geläufiger Auffassung gemäß ist dies unbedingt der Fall: wir erachten den allgemeinen Satz als durch die Geltung der einzelnen aus ihm ableitbaren oder in ihm implicite enthaltenen Sätzen mehr oder minder wahrscheinlich gemacht.

Indem wir die fundamentalen logischen Fragen nach der Natur, Berechtigung und etwaigen Begründung dieser logischen Beziehungen zunächst hinausschieben, erledigen wir vorderhand einige besondere Punkte, die auch hier noch zu besprechen sind. Was das Verhältnis der Induktion zum Analogie-Schluß anlangt, so wird man den Unterschied beider zunächst dahin zu fixieren geneigt sein, daß in dem einen Falle der Schluß von einem Einzelnen auf ein anderes koordiniertes Einzelnes, im anderen vom Einzelnen auf eine Gesamtheit gehe, daß also die im einen und andern Falle zugrunde liegenden Geltungs-Beziehungen streng verschieden seien. Indessen läßt sich doch nicht übersehen, daß wir hiermit eine zwar präzise und formell einwandsfreie, sachlich aber meist wenig belangreiche Unterscheidung machen. Zunächst nämlich versteht sich, daß der allgemeine Satz, der das Ergebnis des Induktions-Schlusses ist, die Zusammenfassung einer

[1]) v. Kries, Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Eine logische Untersuchung. Freiburg 1886. S. 16.

allerdings unbegrenzten oder mindestens unübersehbaren Menge von Einzelsätzen darstellt, deren jeder auch direkt per analogiam erschlossen werden kann. Ohne also die tiefgreifende Bedeutung zu übersehen oder zu unterschätzen, die gerade der Erstreckung auf eine nicht bekannte Summe von Einzelnem vermöge der Natur des in Frage kommenden Gesamtheits-Begriffes zukommt, können wir doch den Induktions-Schluß als die Zusammenfassung einer nicht übersehbaren Menge von Analogie-Schlüssen bezeichnen, wodurch beide Formen einander nahe gerückt erscheinen. — Anderseits aber können wir auch im Analogie-Schluß wenigstens in vielen Fällen die Anwendung eines allerdings nicht ausdrücklich zum Bewußtsein gebrachten und ausgesprochenen, aber doch stillschweigend supponierten Induktions-Schlusses erblicken. Dies ist überall da der Fall, wo die Analogie sich nicht auf den Gesamteindruck einer unanalysierbaren Aehnlichkeit, sondern auf eine in bestimmter Weise begrifflich zu bezeichnende Uebereinstimmung stützt. Sagen wir, die politischen und sozialen Verhältnisse Rußlands seien sehr ähnlich denjenigen, die zu Ende des 18. Jahrhunderts in Frankreich bestanden, es sei daher zu erwarten, daß es auch in Rußland zu gewaltsamen Umwälzungen kommen werde, so ist das allerdings ein auf keinen allgemeinen Satz zu stützender, also lediglich in der Form der Analogie darstellbarer Schluß. Wenn wir jedoch sagen: „in den bisher beobachteten Fällen gab es, wenn ein Funke ins Pulver fiel, eine Explosion; hier fällt wiederum ein Funke ins Pulver; wir haben also eine Explosion zu erwarten", so liegt dem Schluß offenbar die allgemeine Annahme zugrunde, daß die Explosion sich stets an die durch jene Begriffe bezeichneten Bedingungen knüpfe. Er kann also mit Recht auch als ein Induktions-Schluß aufgefaßt werden. Dazu kommt noch, daß die weitgehende Fähigkeit synchytischer Begriffsbildung, insbesondere die ganz unbegrenzte Mannigfaltigkeit sekundärer Begriffe, von der wiederholt die Rede war, uns fast überall die Möglichkeit gewährt, dem allgemeinen Eindruck einer Aehnlichkeit eine irgendwie begrifflich bezeichnete Uebereinstimmung zu substituieren, wobei wir dann allerdings auf Begriffe von hochgradiger Unbestimmtheit geführt werden können. Betrachtet man die Dinge unter diesem Gesichtspunkt, so wird ersichtlich, daß sich die sämtlichen Fälle einem gemeinsamen Prinzip unterordnen. Wir können es als Prinzip der Gleichartigkeit bezeichnen und etwa dahin formulieren, daß einer Annahme kombinierten, mehrerlei Verschiedenes vereinigenden Inhalts um so größere Wahrscheinlichkeit zukommt, je größer die zwischen ihren verschiedenen Teilen bestehende Gleichartigkeit ist. Eine so allgemeine Formulierung läßt erkennen, daß hier zahlreiche verschiedene Fälle möglich sind, die namentlich im Hinblick auf die besondere Natur jenes maßgebenden Zusammenhanges oder jener Gleichartigkeit unterschieden werden können. Auch ist ersichtlich, daß wir eine Auseinanderhaltung hier nach mancherlei

Gesichtspunkten vornehmen können. Fragen wir, ob wir es (wie bei der Induktion) mit einem allgemeinen Satze, oder (wie bei der Analogie) mit einer Aneinanderreihung nicht zusammenfaßbarer Sätze zu tun haben, so folgen wir einer Betrachtungsweise, die vielleicht die nächstliegende, aber nicht die einzige und wohl nicht einmal die wichtigste ist. Vielmehr können wir als vorzugsweise bedeutungsvoll wohl einen anderen Punkt hervorheben. Ziehen wir nämlich auch die Natur des begrifflichen Materials in Betracht, so können wir als einen ausgezeichneten Fall zunächst den hervorheben, daß wir durch Induktion zu einem in typischen (streng theoretischen) Begriffen ausgedrückten allgemeinen Satz gelangen. Wir können in diesem Falle von einer theoretischen oder, dem gewöhnlichen Sprachgebrauch uns anschließend, auch wohl von einer objektiven Gleichartigkeit reden, die der allgemeine Satz ausspricht, und auf die in letzter Instanz die ihm zugeschriebene Geltung zurückzuführen und zu begründen wäre. Im Gegensatz hierzu können wir von einer subjektiven Gleichartigkeit da sprechen, wo eine solche präzise theoretische Formulierung nicht vorliegt. Es ist dies zunächst da der Fall, wo (wie bei dem Analogie-Schluß) gar kein allgemeiner Satz, sondern nur eine Zusammenfügung von mehreren vorliegt, die einander ähnlich sind. Es ist aber auch bei allen allgemeinen Sätzen der Fall, in die atypische, empirische Begriffe eingehen. Auch bei einem Satze wie z. B. dem, daß alle Kriege mit einer Einbuße an Kulturwerten verknüpft sind, werden wir die Gleichartigkeit, die alle hierunter gehörigen Einzelfälle zusammenhält, in dem hier gemeinten Sinne eine subjektive nennen. Sie hängt mit den psychologischen Verhältnissen synchytischer Begriffsbildung zusammen. So können wir denn einen objektiven und subjektiven Sinn des Gleichartigkeits-Prinzips als zwei Teile oder zwei Seiten seiner Bedeutung unterscheiden.

Die erhaltene ganz allgemeine Formulierung gibt uns die geeignete Grundlage für diejenige Frage, der wir uns als der eigentlich bedeutungsvollsten des ganzen Gebietes nunmehr zuzuwenden haben, der nämlich nach Grund und Berechtigung eben dessen, was das Gleichartigkeits-Prinzip aussagt. Bestehen (so würden wir zu fragen haben) die hier zunächst in Uebereinstimmung mit der alltäglichen Anschauung angenommenen Wahrscheinlichkeiten überhaupt zu Recht? Und wenn dies der Fall ist, welcher Art ist oder worauf gründet sich diese Berechtigung? Daß die hier behaupteten Zusammenhänge nicht ganz mit der gleichen Einfachheit und Unmittelbarkeit wie diejenigen des deduktiven Schlusses als zwingend einleuchten, wird zuzugeben sein. Dürfen wir sie gleichwohl als unbeweisbar, aber auch eines Beweises nicht bedürftig, als endgültig evident in Anspruch nehmen? Oder können wir sie aus anderen endgültig sicheren Grundlagen herleiten und solcherart beweisen? Oder gelangen wir dazu, ihre Gültigkeit als problematisch zu betrachten, sie, wenn nicht zu bestreiten, doch zu bezweifeln? In dieser Hinsicht ist nun zunächst zu betonen, daß von einem empirisch-

induktiven Beweise unseres Prinzips nicht die Rede sein kann. Es ist bekannt und oftmals dargelegt worden, daß man bei Erwägung dieser Verhältnisse sich hüten muß, sich durch eine petitio principii irreführen zu lassen. Auf den ersten Blick könnte man ja vielleicht daran denken, die Berechtigung jener Schlüsse auf die Erfahrung selbst zu gründen und etwa zu sagen, in sehr zahlreichen Fällen habe sich das per analogiam oder durch Induktion Erschlossene bestätigt, und es dürfe eben hieraus auf die allgemeine Berechtigung des Verfahrens geschlossen werden. Zu dieser Betrachtung wäre zunächst zu bemerken, daß das, wovon hier ausgegangen wird, überhaupt nur in sehr bedingtem Sinne richtig genannt werden kann. Sind ja doch die Fälle keineswegs selten, in denen Analogie- oder Induktions-Schlüsse uns irreführen und das solcherart Erschlossene sich später als nicht zutreffend erweist und berichtigt werden muß. Vor allem aber versteht sich ja, daß wenn wir aus dem Zutreffen solcher Schlüsse in einer Anzahl von Fällen ihre allgemeine Berechtigung folgern, wir ja wiederum nach demjenigen Prinzip schließen, nach dessen Berechtigung wir fragen. Die Zulässigkeit dieses Schlusses kann daher in derselben Weise wie für jeden einzelnen Fall wiederum in Zweifel gezogen werden, und wir stehen wieder der gleichen Frage gegenüber, von der ausgegangen wurde.

In ganz ähnlicher Weise würde es auf eine petitio principii hinauslaufen, wenn wir versuchen wollten, für die subjektive Seite des Gleichartigkeits-Prinzips eine induktive Begründung zu geben. Man könnte etwa geneigt sein zu sagen, darin, daß uns manches ähnlich erscheint, anderes nicht, drücke sich doch die besondere Gestaltung gewisser hier maßgebender psychologischer Gesetze aus. Als ein solches empirisches Gesetz dürfe ausgesprochen werden, daß dem subjektiv Gleichartigen im Allgemeinen auch etwas objektiv Gleichartiges entspreche. Und in diesem erfahrungsmäßig festgestellten, die Natur psychologischen Geschehens betreffenden Gesetze, liege die Legitimation für unsere Analogie-Schlüsse, ebenso auch für allgemeine Sätze, die sich nicht in streng theoretischen Begriffen bewegen, sondern sich auf Gesamtheiten beziehen, die etwas nur in subjektivem Sinne Gleichartiges und Zusammenhängendes darstellen. — Gegenüber einer solchen Betrachtung ist jedoch zu beachten, daß der Satz, auf den hier das Gleichartigkeits-Prinzip in seinem subjektiven Sinne gegründet werden sollte, selbst kein im theoretischen Sinne streng allgemeiner ist. Wenn wir Gebilden, Vorgängen usw., die uns unmittelbar den Eindruck einer gewissen Gleichartigkeit machen, auch eine „objektive Gleichartigkeit“ zuschreiben, so bedienen wir uns doch auch im letzteren Falle eines Begriffes von subjektiver Bedeutung. Ist doch die Gleichartigkeit auch in diesem Sinne nichts, was wir in dem theoretischen Begriffskreise definieren könnten, sondern etwas subjektiv Bestimmtes, wenn auch der Eindruck der Gleichartigkeit sich nicht an sinnliche Affizierungen, sondern an etwas theoretisch Gedachtes anknüpft und darauf bezieht. Der hier versuchsweise herangezogene Satz könnte also nur in der Weise formuliert werden, daß alles, was uns bei einer gewissen Betrachtungsweise gleichartig oder ähnlich erscheint, auch bei veränderter Darstellung oder Auffassung sich wiederum als etwas Zusammenhängendes und Aehnliches qualifiziert. Er würde eine gewisse innere Konkordanz aller derjenigen psychologischen Bedingungen besagen, auf denen unsere verschiedenen Aehnlichkeits-Eindrücke beruhen. Behält man dies im Auge, so leuchtet ein, daß der hier aufgestellte Satz selbst von der Art derjenigen ist, zu deren Begründung er dienen sollte.

Der Täuschung, als ob das Induktions-Prinzip selbst auf induktivem Wege begründet werden könnte und müßte, wird durch mancherlei besondere Umstände Vorschub geleistet, auf die hier einzugehen nicht überflüssig sein wird. Um Notwendigkeit und Bedeutung einer solchen Begründung darzutun, kann man darauf hinweisen, daß, wenn auch nur als Fiktion, doch auch der entgegengesetzte Fall in Betracht gezogen werden könne, der nämlich, daß die Erfahrung die Ungültigkeit oder Unrichtigkeit des Prinzips lehrte. Theoretisch denkbar erscheint es ja, daß unsere Wahrscheinlichkeits-Schlüsse uns in der Regel irreführten, uns in Täuschungen und Irrtümer verwickelten, so daß wir zu einem geordneten Wirklichkeits-Erkennen auf diesem Wege gar nicht gelangten. Zögen wir so den Schluß, unsere induktiven oder auf Analogien gestützten Folgerungen seien im allgemeinen unzutreffend, so würde allerdings das ganze Prinzip der Gleichartigkeit in eigenartiger Weise mit sich selbst in Widerspruch kommen und sich als unhaltbar erweisen. Darin indessen, daß dies nicht der Fall ist, werden wir eine wirkliche Begründung des Prinzips nicht erblicken dürfen. Wir können nur sagen, daß es nicht etwa in einer bestimmten, theoretisch denkbaren Weise auf Widersprüche und innere Unmöglichkeiten führt. Aber die Frage seiner Berechtigung bleibt dabei unerledigt. — Richtig ist ferner, daß wir die Zulässigkeit g e w i s s e r G r u p p e n von Induktions-Schlüssen selbst im Wege einer Induktion erweisen oder wenigstens wahrscheinlich machen können. Aus einer mehr oder weniger ausgedehnten Erfahrung könnten wir z. B. die Folgerung entnehmen, daß die Witterungsbeobachtungen innerhalb eines räumlichen Bezirks von bestimmter Ausdehnung genügen, um für den Mittelpunkt dieses Bezirkes die Gestaltung der Witterung für eine bestimmte Zeit vorauszusagen, daß also die Verallgemeinerungen, die man aus einer Reihe derartiger Zusammenhänge ableitet, in der Regel zutreffend sind. Allein das hier induktiv Erschlossene bedeutet ja kein allgemeines logisches Prinzip; es ist vielmehr ein bestimmtes reales Verhalten, das für die Zulässigkeit gewisser Schlüsse in Betracht kommt, und das natürlich in jedem Falle leicht auch direkt bezeichnet werden kann. Verhältnisse dieser Art lehren also nur, daß zwischen verschiedenen Arten oder verschiedenen Teilen unseres Real-Wissens mannigfaltige Zusammenhänge bestehen, daß gewisse allgemeine Einsichten ganze Gruppen speziellerer Sätze wahrscheinlich machen und demgemäß auch ganzen Gruppen von Schlüssen zur Stütze dienen können. — Auf die Konstatierung solcher innerer Zusammenhänge laufen auch gewisse allgemeinere hierhergehörige Ueberlegungen hinaus. Gehen wir, wie schon einige Male,

von der Fiktion aus, daß wir eine ganz ideale Wirklichkeits-Vorstellung besäßen, eine solche also, die unsere tatsächlich gegebenen Erlebnisse erschöpfend darstellte, und die zugleich der Forderung einer gesetzmäßigen Ordnung durch die Aufweisung vollkommen streng formulierter allgemeiner Sätze genügte. Eine solche Wirklichkeits-Vorstellung würde, wie schon früher berührt, uns gestatten, eine große Fülle allgemeiner Sätze von beschränkterem Umfange, minder scharfer Bedeutung, auch wohl eingeschränkter Gültigkeit aufzustellen, von Sätzen also, wie wir sie früher als V u l g ä r g e s e t z e bezeichnet hatten. Diese Sätze würden wir aus den letzten, im höchsten Sinne so zu nennenden Wirklichkeits-Gesetzen zum Teil vielleicht ableiten können. Aber auch wo das nicht der Fall ist, werden wir sie mit ihnen wenigstens insofern in Zusammenhang bringen können, daß sie uns, eben im Hinblick auf jene, verständlich erscheinen. Den hiermit bezeichneten und zunächst für einen idealen Fall dargestellten Zusammenhang können wir nun auch mit Bezug auf ein unfertiges und sich entwickelndes Wissen ins Auge fassen. Legt uns eine Summe von Erfahrungen irgend eine induktive Verallgemeinerung nahe, so wird es geboten sein zu fragen, wie diese sich zu allgemeineren Anschauungen verhält, die wir von der Wirklichkeit bereits gewonnen haben, insbesondere auch zu dem, was wir über die formale Natur endgültiger Gesetze wissen oder vermuten dürfen. Diese Erwägungen sind dem alltäglichen Denken geläufig. Für empirische Regeln oder Gesetze, die jedenfalls keine endgültigen, sondern nur solche im weiten vulgären Sinne des Wortes sind, fordern wir die Prüfung, ob strenge Gesetze, aus denen sie sich erklären ließen, wohl angenommen werden können, und ob sie insofern glaublich und mit unsern allgemeinen Anschauungen im Einklang sind. So ist es eine berechtigte Erwägung, daß die logische Bedeutung, die wir s u b j e k t i v e n Gleichartigkeiten beizumessen gewohnt sind, mit anderen und allgemeineren Anschauungen im Einklang steht. Wir können verstehen, daß die den Aehnlichkeits-Eindrücken zugrunde liegenden und sie bestimmenden psychologischen Gesetze von einer Art sind, vermöge der den unmittelbar gegebenen subjektiven Aehnlichkeits-Eindrücken in der Regel eine tiefere und weitergehende Bedeutung zukommt, daß dem subjektiv Gleichartigen in der Regel auch etwas objektiv Gleichartiges entspricht, oder, wie es vorhin ausgedrückt wurde, zwischen den mannigfaltigen verschiedenen Betrachtungs- und Darstellungsweisen eine gewisse Konkordanz besteht, derzufolge das, was in dem einen Falle sich als ähnlich zusammenordnet, sich auch bei veränderter Betrachtung wieder als zusammengehörig erweist. Wir können also hier, ohne in die vorhin als petitio principii abgelehnte Betrachtung einzulenken, auf ein befriedigendes Zusammenstimmen verschiedener Wissenskreise hinweisen. Ja wir können es sogar als möglich ins Auge fassen, daß eine genauere Kenntnis der betreffenden psychologischen Gesetze diesen

Zusammenhang noch deutlicher und greifbarer machen würde. Anderseits kommen wir unten auf einen Fall zu sprechen, in dem es von Wichtigkeit ist, sich klar zu machen, daß gewisse Gesetze, die sich aus den Tatsachen nach Maßgabe einer unmittelbar beobachtbaren Gleichartigkeit zu ergeben scheinen, sich mit den endgültigen Gesetzen des Geschehens in keine verständliche Verbindung bringen lassen, woraus sich denn besondere und beachtenswerte Fragen ergeben. Wir haben also in mancherlei Weise Anlaß, die Möglichkeit und auch die Zulässigkeit gewisser Gruppen von Wahrscheinlichkeits-Schlüssen zu erwägen, und es kann auch sein, daß wir uns dabei auf Annahmen berufen, die selbst auf induktivem Wege gewonnen sind. Immer aber handelt es sich dabei nur um die Beurteilung von Zusammenhängen unseres gesamten Real-Wisssens: wir erachten einen Teil als dadurch gestützt, daß er mit anderen im Einklang steht usw. — Kommen wir hiernach auf die uns eigentlich beschäftigende Frage zurück, so ist deutlich, daß auch die eben angestellten Betrachtungen uns wieder dazu führen, die Berechtigung der induktiven Verallgemeinerungen und des Gleichartigkeits-Prinzips als eine eigenartige, unbeweisbare und endgültige anzusehen. Denn es versteht sich ja, daß die befriedigende und widerspruchslose Zusammenstimmung aller Teile keine Begründung ist, daß die Berechtigung eines in jenem Verfahren gewonnenen Wirklichkeits-Denkens in seiner T o t a l i t ä t dabei im Ungewissen bleibt. Und das bestätigen noch deutlicher die vorhin erwähnten spezielleren Betrachtungsweisen. Wir können wohl für eine zunächst erhaltene induktive Verallgemeinerung eine Erklärung fordern, und wir können bei fortschreitender Entwicklung unseres Wissens eine solche in Aufstellungen von allgemeinerer und strengerer Bedeutung finden. Aber es versteht sich, daß wenn wir, in dieser Weise fortfahrend, die Zulässigkeit einer Folgerung immer wieder im Hinblick auf andere begründen wollen, wir nach einem längeren oder kürzeren Regreß zu letzten Annahmen gelangen müssen, für die eine solche Zurückführung nicht mehr besteht, für deren Geltung vielmehr irgend ein andersartiges Prinzip in Anspruch genommen werden muß. Und noch deutlicher tritt die Notwendigkeit eines solchen hervor, wenn wir wiederum an den Fall einer idealen Wirklichkeits-Vorstellung denken. Eine solche gilt uns dadurch, daß sie eine gesetzmäßig geordnete ist und sich mit den tatsächlich gegebenen Erlebnissen in Uebereinstimmung befindet, als wahrscheinlich gemacht. Offenbar kann man selbst in diesem idealen Falle die Frage aufwerfen, worauf denn nun eigentlich ihre Wahrscheinlichkeit beruht, was uns berechtigt, all das für richtig zu halten, womit sie über die tatsächlich gegebenen eigenen Erlebnisse hinausgeht, insbesondere auch das, was sie in Bezug auf künftige Erfahrungen uns im Voraus lehrt. Es ist bei dieser Betrachtung besonders deutlich, daß die hier gesuchte Begründung nicht in irgend welchen empirischen Gesetzen gefunden werden kann, sondern, wenn sie überhaupt existiert, in logi-

schen Umständen besonderer Art liegen muß. Wir können nur auf die innere Wahrscheinlichkeit einer solchen, durch die gesetzmäßige Ordnung ihres Inhaltes ausgezeichneten Wirklichkeits-Vorstellung hinweisen, auf den intellektuellen Vorzug, der ihr im Vergleich zu einer ungeordneten Reihe von Einzeltatsachen in einer zwar einleuchtenden aber nicht weiter ableitbaren Weise zukommt.

Ist hiernach für das uns beschäftigende Prinzip ein Beweis im gewöhnlichen Sinne des Wortes ausgeschlossen, so können wir versuchen, seine Anerkennung auf ähnliche Betrachtungen zu stützen, wie wir sie früher für das Kausal-Prinzip in Anwendung gebracht hatten. In der Tat ist ohne weiteres ersichtlich, daß die im Gleichartigkeits-Prinzip statuierten logischen Beziehungen für das, was wir eine Erfahrung nennen, d. h. für ein über die Festhaltung einzelner eigener Erlebnisse hinausgehendes Wissen von objektiver und allgemeiner Bedeutung ein unerläßliches Merkmal darstellen. Denn mit unmittelbarer Gewißheit sind uns eben nur diese Erlebnisse gegeben. Soll für Sätze allgemeinen und objektiven Inhalts irgend ein Maß von Geltung in Anspruch genommen werden, so wird dies nicht geschehen können, ohne daß wir eine zwischen ihnen und jenen eignen Erlebnissen stattfindende logische Beziehung als berechtigt anerkennen, welche dann keine andere sein kann, als die uns geläufige, daß dem allgemeinen Satz aus der Summe seiner tatsächlich erlebten Bestätigungen ein gewisses Maß von Geltung erwächst, daß er durch sie in irgend einem Betrage wahrscheinlich gemacht wird. Wollte jemand sagen, wiewohl in ungezählten Fällen der periodische Wechsel von Tag und Nacht beobachtet worden sei, so ergebe sich daraus doch keine Berechtigung, auch für die jetzt bestehende Nacht wiederum die Beendigung durch einen sie ablösenden Tag zu erwarten, so könnten wir dem jedenfalls entgegenhalten, daß mit der Einhaltung dieses Standpunktes auf die Gewinnung einer Erfahrung verzichtet werde. — Die genauere Prüfung lehrt jedoch, daß die Verhältnisse hier wesentlich anders liegen als beim Kausal-Prinzip. Eine Erfahrung, die der durch dieses Prinzip gestellten Anforderung streng genügte, besitzen wir tatsächlich nicht; wir erstreben sie nur. Demgemäß kommt denn das Kausal-Prinzip auch nur als eine unter allen Umständen zu machende Voraussetzung in Betracht, und wir können es nur als unerläßliche Form einer idealen Wirklichkeits-Vorstellung nachweisen. Ein Erfahrungswissen von unfertiger Natur und bedingter Sicherheit aber glauben wir doch tatsächlich zu besitzen. Und für seinen Inhalt nehmen wir eine relative Geltung, ein gewisses Maß von Wahrscheinlichkeit in Anspruch. Wenn wir ein Wissen dieser Art als tatsächlich gegeben oder erreicht behaupten, so liegt darin die unbedingte Anerkennung eben jenes logischen Verhältnisses, das uns hier beschäftigt, der Wahrscheinlichkeit, die sich aus einem Satz für einen anderen inhaltlich ähnlichen oder aus einer Reihe von Einzelsätzen für einen allgemeinen ergibt. — Neben diesen ganz allgemeinen Verhältnissen können wir in gleichem Sinne noch mehrerlei besondere Umstände geltend machen. So kann man namentlich bemerken, daß sich aus den unerläßlichen Merkmalen der Erfahrung eine Legitimierung doch nur für diejenigen Gleichartigkeits-Schlüsse herleiten läßt, die den Gesetzen des Geschehens zugrunde liegen, und auch diese nur, insoweit sie streng theoretisch formuliert sind. Mit Rücksicht auf die ganze intellektuelle Gestaltung unseres Erfahrungs-Wissens können wir allerdings behaupten, daß jede Aussage über zukünftiges Geschehen sich in letzter Instanz auf Gesetze dieser Art stützen muß, und daß, wenn man die Geltungs-Grundlage dieser Gesetze bestreitet, damit unserer Erfahrung der Boden entzogen wird. Dagegen müssen wir beachten, daß schon für diejenigen Sätze, die wir früher als Simultan-, insbesondere als Gegenstands-Gesetze bezeichnet hatten[1]), die Dinge etwas anders liegen. Wie wiederholt dargelegt wurde, können wir die Ordnung der existierenden Dinge in gleichartige Gruppen aus der Natur unserer intellektuellen Funktionen nicht herleiten. Denkbar und mit den allgemeinen Verhältnissen unseres Erkennens vereinbar wäre auch eine Gestaltung der Wirklichkeit, die solche Zusammenordnungen nicht enthält. So könnte denn jemand behaupten, wir seien allerdings berechtigt, das an einer Anzahl von Einzelfällen Erfahrene auf das zukünftige Verhalten eben der schon beobachteten Gebilde, nicht aber auf andere gleichartige Gebilde auszudehnen. Und es ist klar, daß durch eine solche Auffassung unserem Wirklichkeits-Erkennen eine überaus schwierige, tatsächlich nicht zu bewältigende Aufgabe gestellt, aber doch seine Möglichkeit nicht in grundsätzlicher Weise aufgehoben oder bestritten würde. Eine befriedigende Legitimierung der Gegenstands-Gesetze wird also irgend eine andere Grundlage erheischen. — Zu dem gleichen Ergebnis führt auch die Erwägung der ganzen subjektiven Seite des Gleichartigkeits-Prinzips. Auch diese können wir, da ein in rein theoretischen Begriffen gedachtes, von allen subjektiven Gleichartigkeiten absehendes Real-Wissen doch mindestens als idealer Fall denkbar ist, nicht mit den unerläßlichen Merkmalen der Erfahrung in Verbindung bringen. Vielmehr könnte ihre Berechtigung in Frage gestellt werden, ohne daß damit die Möglichkeit eines Erfahrungs-Wissens grundsätzlich beseitigt würde.

Nach all dem kann es keinem Zweifel unterliegen, daß wir (übrigens durchaus im Einklange mit dem unmittelbaren Eindruck und allgemeiner Ueberzeugung) die uns hier beschäftigenden logischen Beziehungen als endgültige in Anspruch nehmen müssen, die gleich dem zwingenden Zusammenhang des deduktiven Schlusses eines Beweises nicht fähig, aber auch nicht bedürftig sind. Die Wahrscheinlichkeit einer Wirklichkeits-Vorstellung, die das tatsächlich Erfahrene als Bestandteil eines in allgemeinen Sätzen geordneten Ganzen darstellt und in

[1]) Vgl. o. S. 106.

diesem Sinne verständlich macht, ist etwas Unbeweisbares und Unbestreitbares, wenn auch die hier gegebene Evidenz von anderer Art ist als die einer Zahlengleichung oder als die des deduktiven Schlusses oder des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten. Und das Gleiche gilt mit Bezug auf die subjektiven Gleichartigkeiten. Auch wenn wir diese zur Grundlage von Wahrscheinlichkeiten machen, also ein in diesem Sinn innerlich zusammenhängendes Gesamtverhalten für wahrscheinlicher als ein einer erkennbaren Gleichartigkeit ermangelndes halten, für ähnliche Bedingungen ähnliche Folgen erwarten usw., werden wir die Berechtigung dieser Betrachtung und des ihr zugrunde liegenden Prinzips als eine unabweisbare und endgültige anerkennen müssen.

Könnten in dieser Beziehung noch irgend welche Zweifel bleiben, so würden sie gegenüber gewissen spezielleren Betrachtungen schwinden müssen, auf die deshalb gleich hier mit einem Wort hingewiesen sei. Wie oben schon kurz berührt wurde, sind die uns hier beschäftigenden logischen Verhältnisse ja nicht einheitlicher, sondern mannigfaltiger Natur, und vielfacher Modifikationen und Abstufungen fähig [1]). Daß wir den Wahrscheinlichkeitswert eines singulären Satzes um so höher veranschlagen müssen, je größer und vollständiger die Aehnlichkeit mit schon beobachteten Fällen ist, leuchtet als unbestreitbar ein; ebenso, daß die eines allgemeinen Satzes sich u. a. nach der Zahl der Einzelfälle richtet, die sich als ihm entsprechend erwiesen haben. Aber wir werden uns vergeblich bemühen, für diese Differenzierungen einen Beweis zu erbringen; und ebensowenig können wir sie auf die unerläßlichen Merkmale der Erfahrung stützen. Vielmehr müssen wir für sie eine direkte und endgültige Evidenz in Anspruch nehmen. Ist aber das der Fall, so versteht sich, daß die Wahrscheinlichkeiten, um deren Abstufungen und Unterschiede es sich handelt, auch in ihrer Gesamtheit und generaliter eine entsprechende Auffassung verlangen.

Die andersartigen, vorhin an zweiter Stelle erwähnten Geltungs-Beziehungen treten am einfachsten hervor, wenn unsere Kenntnis irgend eines realen Verhaltens eine ungenaue ist, unser Wissen in dieser Hinsicht die Form einer unbestimmten, nach unserer früheren Bezeichnung [2]) diluierten Satzes hat. Um das, worauf es hier ankommt, darzulegen, müssen wir zunächst beachten, daß jede solche Bezeichnung einen gewissen Spielraum des Verhaltens offen läßt, der allerdings je nach besonderen Umständen ein scharf bestimmter, aber auch ein mehr oder minder unbestimmter sein kann. Sagen wir, der Körper K befinde sich zur Zeit t innerhalb des

[1]) Wir kommen auf diese Verhältnisse unten noch zurück und werden dort namentlich zu prüfen haben, wie weit Geltungsbeziehungen oder Wahrscheinlichkeitswerte eine genauere quantitative Festlegung gestatten. Hier genügt es darauf hinzuweisen, daß solche Abstufungen jedenfalls existieren.

[2]) Vgl. über den Begriff der Diluierung die früheren Ausführungen S. 229, über ihr Verhältnis zu den disjunktiven Urteilen S. 308.

Raumes R, so ist diese Angabe in der Weise ungenau, daß dabei die Lokalisation in jedem beliebigen Punkte von R zugelassen wird. Die Gesamtheit des Raumes R stellt den von dem Urteil umfaßten Spielraum dar, der in diesem Falle streng begrenzt und auch im eigentlichen Sinne als Raum gegeben ist. In dem Urteil „dieser Apfel ist sauer“ „Fritz ist unverträglich“ ergibt die Unbestimmtheit der Begriffe Sauer, Unverträglich eine gewisse Gesamtheit gleichermaßen zugelassener Verhaltungsweisen, die figürlich wiederum als Spielraum bezeichnet werden kann und in diesen Fällen freilich auch nur eine sehr unsichere Abgrenzung gestattet. Aus diesen Spielraumsverhältnissen ergeben sich nun eigenartige Beziehungen logischer Geltung, wenn, was zwar nicht immer, aber sehr häufig der Fall ist, das Urteil nur für ein Element jenes Spielraumes zutreffen kann, so daß durch das Zutreffen für eines die Richtigkeit für alle übrigen ausgeschlossen wird. So bringen unsere mechanischen Grundvorstellungen es mit sich, daß der Körper K zur Zeit t nicht an zwei verschiedenen Stellen von R sein kann. Mit der Lokalisation in O_1 ist die an irgend einer andern Stelle O_2 unvereinbar. Entsprechendes gilt sehr häufig auch bei unbestimmten Begriffen und Spielräumen verschiedenster Art.

Ist nun dies der Fall, so können wir uns durch Einteilung eines Spielraumes eine Reihe einzelner Urteile gebildet denken, deren jedes einen gewissen Teil desselben in der gleichen Weise, wie das ursprüngliche den ganzen umfaßte, und die untereinander im Verhältnis einer Disjunktion im herkömmlichen Sinne, einer exklusiven Disjunktion nach unserer obigen Bezeichnung, stehen. Sind r_1 r_2 r_3 . . . die Teile, in die der ganze Raum R zerlegt werden kann, so würden die Sätze, daß K zur Zeit t in r_1 r_2 r_3 . . . usw. sei, diese einzelnen Sätze sein. Der für uns hier in Betracht kommende Punkt ist nun der folgende. Wenn, wir wir annehmen, das ursprüngliche den ganzen Spielraum umfassende Urteil als sicher gelten darf, so wird jedem dieser weniger unbestimmten, einen kleineren Spielraum umfassenden Urteile eine gewisse Wahrscheinlichkeit zukommen, für die die Größe dieser Spielräume zwar im allgemeinen nicht allein, aber doch mit in Betracht kommt. Je enger der in einer dieser Annahmen zugelassene Spielraum des Verhaltens ist, um so niedriger, je weiter er ist, um so höher werden wir die ihr zuzuschreibende Wahrscheinlichkeit (ceteris paribus) veranschlagen dürfen. Auch hier sind also gewisse Beziehungen logischer Geltung, teils zwischen den verschiedenen je einen Teil-Spielraum umfassenden Urteilen, teils zwischen diesen und dem ursprünglichen, den ganzen Spielraum umfassenden, an gewisse inhaltliche Beziehungen geknüpft. Aber der hier bestehende Zusammenhang ist offenbar von ganz anderer Art, als der auf dem Prinzip der Gleichartigkeit beruhende. Und wir dürfen daher hier von einem anderen Prinzip reden, das ich, in Uebereinstimmung mit älteren Dar-

legungen [1]), als Prinzip der Spielräume bezeichnen will. Es ist leicht seine Bedeutung an Beispielen des alltäglichen Denkens zu bestätigen. Ist uns mitgeteilt, daß ein Gegenstand rot sei, so werden wir (in Ermangelung anderen Wissens hierüber) es zunächst noch für sehr wenig wahrscheinlich halten, daß seine Farbe einem bestimmten sehr kleinen Teil des ganzen, durch jenen unbestimmten Begriff bezeichneten Gebietes angehöre, z. B. mit einem bestimmten Muster innerhalb der Grenzen der Unterscheidbarkeit übereinstimme. Und wenn wir erfahren haben, daß jemand eine Straße irgendwann im Laufe eines Vormittags passiert hat, so werden wir die Wahrscheinlichkeit nur gering veranschlagen, daß dies gerade innerhalb der wenigen Sekunden stattgefunden habe, wo sich an eben jener Stelle etwas Bestimmtes zutrug.

Obwohl das Prinzip der Spielräume von weitgehender Bedeutung und mannigfaltiger Anwendung ist, gibt es doch besondere Fälle, in denen es eine vorzugsweise große Wichtigkeit besitzt, zugleich auch zu besonders eigenartig gestalteten Ergebnissen führt. Auf diese Verhältnisse etwas genauer einzugehen, ist hier der Ort, nicht nur weil gerade in ihnen die ganze Bedeutung unseres Prinzips am zwingendsten und einleuchtendsten hervortritt, sondern namentlich auch, weil hierdurch gewisse, in mancher Hinsicht exzeptionelle Gestaltungen für die Geltungsbeziehungen mehrerer Urteile zustande kommen. Der erste hier zu erwähnende Punkt ist der, daß unter gewissen Voraussetzungen die Geltungswerte (Wahrscheinlichkeiten) verschiedener Urteile sich in zahlenmäßiger Weise vergleichen lassen. Auf den ersten Blick könnte man meinen, daß dies überaus häufig der Fall sein müßte. Ueberall da, wo der einer diluierten Bezeichnung zugrunde liegende Spielraum mathematischer Natur ist, wird er sich in Teile zerlegen lassen, deren Größen eine zahlenmäßige Vergleichung gestatten. Wissen wir, um auf das früher benutzte Beispiel zurückzugreifen, daß der Körper K zur Zeit t in dem Raum R sich befindet, so können wir uns diesen Raum in Teile zerlegen. Gemäß den ganz allgemeinen obigen Erwägungen werden wir die Wahrscheinlichkeit, daß er sich in einem bestimmten sehr kleinen Teile von R befinde, nur gering veranschlagen. Hier aber scheint sich nun eine strengere Bestimmung in der einfachen Weise zu ergeben, daß wir die Wahrscheinlichkeit der Lokalisation in irgend einem Teile r der Größe r proportional setzen. Bei dieser Betrachtung könnten dann insbesondere die Wahrscheinlichkeiten, daß K sich in r_1 oder r_2 befinde, dann gleich gesetzt werden, wenn diese Räume von gleicher Größe sind. Das Prinzip der Spielräume scheint hiernach die Grundlage für die Aufstellung gleich wahrscheinlicher Fälle und somit für die zahlenmäßige Bewertung von

[1]) v. Kries, Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung, eine logische Untersuchung. Freiburg 1886. S. 37.

Wahrscheinlichkeiten überhaupt abzugeben. Obwohl nun dies in gewissem Maße tatsächlich zutreffend ist, so lehrt doch die genauere Prüfung, daß die strenge und einwandfreie Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeiten noch an besondere Voraussetzungen geknüpft ist, und daß hierdurch das Gebiet, innerhalb dessen solche Gleichsetzungen und somit zahlenmäßige Bewertungen von Wahrscheinlichkeiten möglich sind, sich ungemein einschränkt. Zunächst nämlich wird die Bewertung der Wahrscheinlichkeiten lediglich nach Maßgabe des von jeder Annahme umfaßten Spielraumes nicht mehr angängig sein, wenn irgend welche andere Anhaltspunkte bestehen, die das Zutreffen für einen Teil wahrscheinlicher oder weniger wahrscheinlich machen, als für einen anderen. Und offenbar werden Unterschiede dieser Art in der Regel in irgend einer Weise gegeben sein. Nehmen wir an, unser ungenaues Wissen lasse die Möglichkeit offen, daß sich K in dem Raum R befinde, während es eine Lokalisation außerhalb R ausschließt. Die Art und Weise, wie wir zu dieser Kenntnis gelangen, wird es dann meist mit sich bringen, daß für die der Begrenzung nahe liegenden Teile die Wahrscheinlichkeit geringer als für die mittleren zu veranschlagen ist, also neben der Größe noch irgend welche andere Umstände für die Bewertung der Wahrscheinlichkeit in Betracht kommen. In sehr vielen Fällen ferner werden die Wahrscheinlichkeits-Verhältnisse verschiedener Annahmen sich anders als nach den unmittelbar gegebenen Spielraumsgrößen darstellen, sobald wir auf die Erwägung früherer zeitlicher Verhältnisse zurückgehen, die nach Maßgabe der Gesetze des Geschehens die einen und andern Verhaltungsweisen herbeizuführen geeignet sind. In den meisten Fällen gestatten daher die Wahrscheinlichkeits-Verhältnisse verschiedener Annahmen mannigfaltige und verwickelte Betrachtungen, die eine zahlenmäßige Bestimmung als willkürlich erscheinen lassen [1]). Die Bedingung anderseits für eine strenge und einwandfreie numerische Bewertung ist nur dann gegeben, wenn zufolge besonderer Umstände jene Komplikationen in Wegfall kommen. Dies ist in einfacher und durchsichtiger Weise namentlich bei den sogen. Zufalls-Spielen der Fall. Für diese ist charakteristisch, daß irgend eine Vornahme (das Werfen des Würfels, Drehen des Roulettes, Aufwerfen einer Münze usw.) eine bestimmte Anzahl sich ausschließender beob-

[1]) Bekanntlich war die ältere Wahrscheinlichkeits-Theorie der Meinung, daß zwei Annahmen gleich wahrscheinlich zu setzen sind, wenn wir nach Maßgabe unserer Kenntnisse keinen Grund haben, die eine für wahrscheinlicher als die andere zu halten, und daß in dieser Bedingung die genügende Grundlage für die Wahrscheinlichkeits-Rechnung zu finden sei, eine Anschauung, die vorzugsweise auf Laplace zurückgeht und die ich als Prinzip des mangelnden Grundes bezeichnet habe. (A. a. O. S. 6). Ich möchte hier, da gerade der Frage nach der zahlenmäßigen Bewertung nur ein sehr spezielles Interesse zukommt, auf diesen Punkt nicht genauer eingehn. Doch soll dies, soweit es im Rahmen der gegenwärtigen Arbeit angängig erscheint, im Kapitel 26 geschehen, wo sich auch Gelegenheit finden wird, einige in neuerer Zeit gegen die Spielraums-Theorie erhobenen Einwände zu berücksichtigen.

achtbarer Erfolge hervorrufen kann. Während ferner die bedingenden Umstände jedes Wurfes in weiten Grenzen unbekannt sind, genügen schon sehr geringfügige (im idealen Falle unendlich kleine) Aenderungen derselben, um eine Aenderung des Erfolges zu bewirken. Endlich aber bestehen für diese Erfolge und damit auch für die sie herbeiführenden Bedingungen bestimmte einfache mathematische Verhältnisse, wie sie z. B. beim Roulette durch die gleiche Breite der schwarzen und roten Streifen in unmittelbar ersichtlicher Weise gegeben sind, beim Würfeln u. dgl. sich durch einfache physikalische Erwägungen erweisen lassen. Hierauf beruht es, daß jeder Erfolg in strengem Sinne gleich großen Spielräumen im Verhalten der bedingenden Umstände entspricht, ebenso auch, daß diese Spielraums-Größen schlechtweg für unsere Erwartung maßgebend sind. Demgemäß ist denn hier für die Realisierung der die verschiedenen Erfolge herbeiführenden Bedingungen und somit auch für das Eintreten dieser Erfolge selbst in zwingender Weise die gleiche Wahrscheinlichkeit gegeben[1]). Als einen besonders beachtenswerten Punkt können wir hervorheben, daß in diesen Fällen die Bildung unserer Erwartungen durch eine gewisse Summe realen Wissens von objektiver Bedeutung bestimmt wird und ihre Grundlage in ihr findet, nämlich eben durch die Kenntnis, in welchen Größenverhältnissen die die verschiedenen Ergebnisse herbeiführenden Verhaltungs-Spielräume stehen.

Ein weiterer hier zu erwähnender Punkt ist sodann der, daß sich unter bestimmten, mit den eben dargelegten zusammenhängenden Bedingungen für gewisse einheitlich ausdrückbare und uns interessierende Annahmen überaus große, gelegentlich sogar beliebig zu vermehrende und einer fast absoluten Gewißheit anzunähernde Wahrscheinlichkeiten ergeben. Wir kommen hiermit auf diejenigen Verhältnisse, die unter dem Namen des G e s e t z e s d e r g r o ß e n Z a h l e n bekannt sind[2]). Neben den vorhin besprochenen Umständen kommen dabei vor allem auch gewisse Verhältnisse rein mathematischer Natur in Betracht. Und es wird zweckmäßig sein, diese zunächst für sich darzulegen. Für den gegenwärtigen Zweck genügt es, dies für den einfachsten und geläufigsten Fall, den des Roulettes zu tun. Gehen wir hier davon aus, daß für jeden einzelnen Wurf die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse Rot und Schwarz die gleiche, und daß die die einzelnen Würfe bestimmenden Verhaltungsweisen von einander unabhängig sind, so folgt, daß für eine längere Reihe von Würfen jede beliebige Folge der Resultate mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. So

[1]) Vgl. hierüber die genaueren Darlegungen in den Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung S. 48 f.

[2]) Wie es kommt, daß wir hier von einem „Gesetz", d. h. von einer in den Erscheinungen zu bemerkenden Gleichartigkeit reden können, wird weiter unten zu betrachten sein. Wir fassen die Verhältnisse zunächst lediglich unter dem Gesichtspunkt der Erwartungsregeln ins Auge.

wird z. B. für 6 Würfe die Reihenfolge *SSSRRR* die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen wie *SSSSSS* oder die einer ersichtlichen Ordnung ermangelnde *SRRSRS*. Die Berechnungen der Kombinations- und Permutationslehre zeigen nun, daß unter den überaus zahlreichen Fällen, die für eine Folge von 1000 Würfen möglich sind, diejenigen die zahlreichsten sind, in denen Rot und Schwarz gleich oft vertreten ist. In noch stärkerem Verhältnis überwiegen bei noch größeren Zahlen diejenigen Folgen, bei denen jedes einzelne Ergebnis in der Hälfte aller Fälle vertreten ist. Rechnen wir ferner diejenigen zusammen, in denen dies Verhältnis noch mit einer gewissen Annäherung zutrifft, also z. B. bei 1000 Würfen jedes Ergebnis mit einer zwischen 490 und 510 liegenden Häufigkeit vertreten ist, so machen diese Folgen die weitaus überwiegende Mehrzahl aller Kombinationen aus. Wir haben es hier, wie wichtig ist im Auge zu behalten, mit einem rein mathematischen (der Permutationslehre angehörigen) Satze zu tun. Das Ergebnis desselben ist nun zunächst dies, daß wir bei der Wiederholung zahlreicher gleichartiger Fälle mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit ein annähernd gleich häufiges Eintreten jedes der beiden im Einzelfalle gleich wahrscheinlichen Ergebnisse erwarten dürfen oder, allgemein ausgedrückt, ein Auftreten der einzelnen Ergebnisse in Zahlenverhältnissen, die annähernd den Wahrscheinlichkeitswerten entsprechen, die im einzelnen Falle für jedes Ergebnis bestehen. Diese Sicherheit wird um so größer, je mehr die Zahl der Einzelfälle gesteigert wird; oder wir können anderseits, je größer die Zahl der Fälle ist, mit einem bestimmten Sicherheitsgrade eine um so genauere Annäherung erwarten.

Die Bedeutung der eben dargelegten Verhältnisse haben wir in einigen Beziehungen noch des Genaueren zu verfolgen. Und zwar müssen wir vor allem einem Zweifel begegnen, dem Erwägungen von der Art der obigen zwar nicht hinsichtlich ihrer Richtigkeit, wohl aber mit Bezug auf ihre Zulänglichkeit immer begegnet sind. Es handelt sich hier um einen Punkt, der als Ausgang mannigfaltiger Täuschungen von besonderer Wichtigkeit ist. Wir stoßen auf ihn, sobald wir an die Betrachtung bereits eingetretener und zu unserer Kenntnis gekommenen Ereignisse denken. Fassen wir auch hier zunächst die besonders durchsichtigen Verhältnisse der Zufallsspiele ins Auge, und nehmen wir an, es sei bei einer Reihe von 1000 Roulette-Würfen tatsächlich annähernd gleich oft Rot und Schwarz gefallen. Darin, daß wir dies von vornherein mit höchster Wahrscheinlichkeit erwarten durften, liegt, wie man mit Recht bemerken kann, keine uns befriedigende Erklärung dafür, daß es nun auch wirklich so gekommen ist. Man kann fragen, ob wir nicht für diese Gestaltung des Geschehens eine Erklärung zu fordern berechtigt oder zu suchen genötigt sind, und worin diese etwa gefunden werden kann. Gegenüber dieser Frage kann man ja nun zunächst einfach auf die Verhältnisse hinweisen, die uns von einer involventen Natur der Wirklichkeits-Gesetze zu sprechen veranlaßten. Wir können, wie früher aus-

führlich besprochen wurde, nicht daran denken, das gesamte Wirklichkeitsverhalten aus allgemeinen, als Gesetze zu bezeichnenden Sätzen restlos abzuleiten. Vielmehr läßt die Gesamtheit des als Gesetze Zusammenzufassenden neben den tatsächlich verwirklichten noch eine Fülle anderer Gestaltungen zu, die jenen Gesetzen gleichfalls entsprechen. Und so geht in die erschöpfende Angabe des Wirklichkeits-Verhaltens neben den Gesetzen stets auch die unabsehbare Menge der ontologischen Detailbestimmungen ein, die sich einer angebbaren Regel nicht unterordnen lassen. Im Hinblick hierauf kann man dann sagen, eine „Erklärung", d. h. eine Ableitung aus irgend welchen Wirklichkeits-Gesetzen gebe es für die Tatsache, daß annähernd gleich oft Rot und Schwarz geworfen worden ist, eben nicht; wir müssen uns mit der Feststellung begnügen, daß sich die bedingenden Umstände tatsächlich in der diesen Erfolg herbeiführenden Weise verhalten haben. Man muß jedoch zugeben, daß diese Entgegnung den Kern der Schwierigkeit nicht berührt. Dieser besteht offenbar darin, daß wir bei der Betrachtung der Massen-Erscheinungen gewissen Gleichartigkeiten begegnen, die wir aus einem Gesetze des Geschehens nicht ableiten, auch mit einem etwa zu erwartenden Gesetze dieser Art nicht in Verbindung bringen können. In der Tat ist es nach allem, was wir zur Zeit wissen, so ziemlich ausgeschlossen, mindestens über die Maßen unwahrscheinlich, daß es ein strenges Gesetz des Geschehens geben sollte, das z. B. der Wiederholung des Rot beim Roulette, des Wurfes 6 beim Würfeln, sei es ganz allgemein, sei es unter irgend welchen für eine Reihe von Würfen allgemein angebbaren Bedingungen, irgend eine bestimmte Grenze setzte. Vielmehr würde, wie wir annehmen dürfen, auch eine erschöpfende Kenntnis alles realen Verhaltens uns nur lehren, daß ein solcher Erfolg bei einer Konfiguration in jenen Beziehungen, die einer angebbaren Regel nicht unterworfen sind, allerdings eintreten würde, aber eben nur bei ganz bestimmten, einen ungemein kleinen Spielraum umfassenden Konfigurationen. Entsprechend würde dann auch für die rückblickende Betrachtung die Frage z. B., weshalb in 1000 Roulette-Würfen Rot und Schwarz annähernd gleich oft gefallen sind, auch bei einem erschöpfenden Abschluß alles Realwissens nicht durch die Angabe irgend eines allgemeinen Gesetzes, sondern nur durch die Aufzeigung des gesamten Detailverhaltens beantwortbar sein. Das Eigenartige und auf den ersten Blick Auffällige der hier vorliegenden Verhältnisse besteht somit darin, daß während sonst überall die subjektiv bemerkten und mehr oder weniger unbestimmt ausdrückbaren Gleichartigkeiten uns auf solche von objektiver Bedeutung und strenger Darstellbarkeit hinweisen, dies hier nicht der Fall ist, daß Gleichartigkeiten, wie sie sich hier herausstellen, als Ergebnisse der in der Wirklichkeit tatsächlich gegebenen endgültigen Gesetzmäßigkeiten nach dem, was wir über diese und ihre Form mit größter Sicherheit anzunehmen uns berechtigt halten, nicht denkbar erscheinen. Um gegenüber dieser

Tatsache den richtigen Standpunkt zu gewinnen, müssen wir beachten, daß wir jene uns allerdings mehr oder weniger geläufige Gewöhnung, in allen beobachteten oder angebbaren Gleichartigkeiten den Hinweis auf entsprechende Gesetze von strenger und objektiver Bedeutung zu erblicken, überhaupt keineswegs als uneingeschränkt gültig betrachten dürfen. Die hier vorliegenden Verhältnisse verlieren daher auch das Befremdliche, was ihnen zunächst anhaftet, wenn wir an andere Fälle erinnern, in denen die Anwendbarkeit dieses Prinzips sich gleichfalls als begrenzt erweist. Wir würden es ungereimt finden, wenn jemand die Bemerkung machte, es fände sich am Himmelsgewölbe nirgends eine größere Anzahl heller Sterne in demselben größten Kreise und in gleichen Winkelabständen von einander, eine solche Anordnung sei aus irgend einem Grunde unmöglich, und es müsse untersucht werden, wodurch sie verhindert sei. Die unmittelbar einleuchtende Auskunft, daß die ganz besondere in Frage gestellte Anordnung von Gestirnen eben nicht realisiert sei, erscheint uns hier auch ohne weiteres als völlig genügend. Ganz ebenso werden wir uns auch mit der Auskunft zufrieden geben müssen, daß die besondere Gestaltung der Umstände, die eine über die Hälfte aller Fälle stark hinausgehende Häufigkeit der Schwarz- oder der Rot-Würfe herbeigeführt hätte, tatsächlich nicht verwirklicht war. Für eine Gleichartigkeit der Ereignisse sind wir eine Erklärung im Sinne einer Zurückführung auf endgültige Wirklichkeits-Gesetze da nicht zu fordern berechtigt, wo die Gleichartigkeit einem überwiegenden Spielraum des Verhaltens in den einer gesetzmäßigen Ordnung nicht unterworfenen Hinsichten entspricht. Die Kenntnis jener vorhin berührten mathematischen Beziehungen ist also eine unerläßliche Grundlage für die Beurteilung, wie weit wir für die tatsächliche Gestaltung der Erfahrungen eine Zurückführung auf Gesetze realer Bedeutung fordern dürfen und müssen. Sie lehrt uns, daß es gewisse Formen von Gleichartigkeiten gibt, für die eine Erklärung in diesem Sinne nicht möglich aber auch nicht erforderlich ist. Das Gesetz der großen Zahlen ist kein Gesetz des Geschehens, das uns für gewisse Gleichartigkeiten der Ereignisse im gewöhnlichen Sinne eine Erklärung liefert, es ist vielmehr ein rein mathematisches Gesetz; aber seine Kenntnis ist in gewissem Maße dafür bestimmend, wie weit wir Erklärungen in jenem Sinne zu fordern haben, und wo wir auf solche zu verzichten berechtigt sind.

Wir haben unsere Betrachtung zunächst auf die Zufalls-Spiele beschränkt, weil die eigenartigen logischen Verhältnisse, um die es sich hier handelt, bei ihnen am reinsten und durchsichtigsten gegeben sind. Die große Bedeutung dieser Verhältnisse beruht nun aber doch darauf, daß es zahlreiche und sehr wichtige Gebiete gibt, für die sie zwar nicht in der gleichen Weise maßgebend sind, aber doch mit in Betracht kommen, und für die wir daher auch nur durch Einblick in diese Verhältnisse ein befriedigendes Verständnis gewinnen können. Es ist dies überall

da der Fall, wo wir die sehr häufige Wiederholung annähernd gleichartiger Fälle und eine gewisse Konstanz zahlenmäßiger Gesamtverhältnisse beobachten können, überall da, wo wir von Massen-Erscheinungen und Massen-Gesetzen zu sprechen gewohnt sind. Es sei hier sogleich an die wichtigste und interessanteste Klasse derselben erinnert, diejenigen, die die verschiedenartigsten Verhältnisse des menschlichen Lebens betreffen und als soziale Massen-Erscheinungen resp. Gesetze bezeichnet werden. Seit man angefangen hat, sich mit Ermittlungen dieser Art zu beschäftigen, hat sich, wie bekannt, herausgestellt, daß in Bezug auf fast alle derartige Vorgänge eine gewisse, oft überraschend genaue Regelmäßigkeit besteht. Nicht nur die Zahl der Geburten und Todesfälle, sondern auch die Zahl bestimmter Delikte, wie etwa der Eigentums- oder Sittlichkeits-Verbrechen, der Prozentsatz der wegen ungenügender Adresse nicht bestellbaren Briefe und unzählige andere Erscheinungen weisen solche Regelmäßigkeiten auf. Es gibt, wie man wohl sagen kann, keine Massen-Erscheinungen, für die sich nicht auch Massen-Gesetze aufstellen ließen und wenigstens mit einer gewissen Annäherung als zutreffend bewährten. Was wir bei den Zufalls-Spielen als Gesetz der großen Zahlen bezeichnen, daß im Roulette auf die Dauer immer annähernd gleich oft Rot und Schwarz fällt usw., scheint sich hier in einer ähnlichen Weise zu bestätigen. — Die Erscheinungen dieser Art stimmen ja nun mit den Zufalls-Spielen darin überein, daß in unsere Erwartungen offenbar auch hier gewisse Annahmen allgemeinen Inhalts eingehen, die wir etwa dem vergleichen können, was wir bei den Zufalls-Spielen die konstanten Bedingungen zu nennen pflegen. Wir machen uns leicht klar, daß für die Mortalität einer Krankheit die allgemeinen Gesundheitsverhältnisse, die in Bezug auf die Behandlung bestehenden Grundsätze und Gewohnheiten und mancherlei Aehnliches in Betracht kommen wird. Ebenso wird der Bruchteil ungenügend adressierter Briefe sich nach der durchschnittlichen Aufmerksamkeit, nach mancherlei allgemeinen Verhältnissen, die die Beteiligung dieser und jener Briefschreiber betreffen usw. richten. Wir können, wie gesagt, diese Dinge etwa dem Verhältnis der schwarzen und roten Felder im Roulette, der schwarzen und weißen Kugeln in der Urne vergleichen. Und wir können beachten, daß in die Erwartung der statistischen Regelmäßigkeiten die Annahme einer annähernden Konstanz solcher allgemeinen Verhältnisse eingeht. Daneben nun (auch insofern stimmen unsere Massen-Erscheinungen noch mit den Zufalls-Spielen überein) hängt die Gestaltung des einzelnen Falles von den besonderen Konfigurationen ab, die im Rahmen jener allgemeinen Verhältnisse möglich sind, und die bei der großen Zahl ähnlicher Fälle eine nicht übersehbare Fülle des Detailverhaltens darstellen.

Auf der andern Seite führt uns nun freilich der Vergleich der sozialen Massen-Erscheinungen mit den Zufalls-Spielen sogleich auf sehr bemerkenswerte Unterschiede. Zunächst ist zu beachten, daß das, was wir hier allgemeine Bedingungen nennen, nur in ziemlich unbestimmten Begriffen ausgedrückt werden kann. Wir können uns, wenn wir von allgemeinen hygienischen Verhältnissen usw. sprechen, wohl klar machen, daß es dabei zum Teil auf bestimmte Dinge von sehr ausgedehnter Bedeutung, ganz besonders aber auch auf gewisse Durchschnitts-Verhältnisse ankommen wird. Eine bestimmte Formulierung dieser allgemeinen Bedingungen wird indessen meist unmöglich sein. Diese Unbestimmtheit bringt es nun schon mit sich, daß wir auch von einer Konstanz solcher allgemeinen Verhältnisse niemals in ganz strengem, sondern nur in einem mehr oder weniger bedingten Sinne sprechen können. Es kommt jedoch dazu (und wir berühren hiermit einen weiteren Differenzpunkt), daß wir einer Konstanz der allgemeinen Verhältnisse auch in diesem eingeschränkten Sinne in der Regel keineswegs sicher sind. Meistens müssen wir damit rechnen, daß in diesen Hinsichten, wenn auch kein plötzlicher Wechsel, doch allmähliche langsame Aenderungen stattfinden. Ob der durchschnittliche allgemeine Gesundheitszustand, die durchschnittliche Aufmerksamkeit beim Adressieren von Briefen usw. im folgenden Jahre die gleiche sein wird, wie sie früher bestand, ist einigermaßen zweifelhaft. Endlich ist zu beachten, daß uns die Bedingungen des Einzelfalles keineswegs in dem Maße unbekannt und unerkennbar sind, wie dies bei den Zufalls-Spielen der Fall ist.

Diese Umstände bedingen ja nun in der Tat erhebliche Unterschiede gegenüber den Zufalls-Spielen. Es wäre verkehrt, wenn wir die Wahrscheinlichkeiten des einen oder anderen Verlaufes in einem Einzelfalle lediglich nach den Resultaten der Massen-Beobachtungen richten wollten. Der Arzt wird bei seiner Prognose nicht allein die durchschnittliche Mortalität der vorliegenden Krankheit, sondern unter allen Umständen auch die individuellen Verhältnisse seines Patienten zu berücksichtigen haben. Und wenn wir uns eine Vermutung über das Gesamtergebnis zahlreicher zukünftiger Fälle bilden, so werden wir dabei die Frage, ob die konstanten Bedingungen dieselben geblieben sind, wie diejenigen, unter denen die uns bekannten statistischen Ermittelungen stattfanden, niemals außer Acht lassen. So werden die enormen Wahrscheinlichkeiten, die wir unter dieser Voraussetzung in manchen Hinsichten herausrechnen könnten, deswegen ziemlich illusorisch sein, weil die Voraussetzung selbst mit einer erheblichen, des Genaueren nicht zu bewertenden Unsicherheit behaftet ist. Alle diese Umstände ändern nun aber nichts daran (und eben hierin müssen wir den uns interessierenden Punkt und den der Uebereinstimmung mit den Zufalls-Spielen finden), daß zwischen dem, was wir glauben erwarten zu dürfen und tatsächlich erwarten, und dem, was wir uns als Ergebnis allgemeiner Feststellungen über das Wirklichkeits-Verhalten und die Gesetze des Geschehens verständlich machen können, ein gewisses Mißverhältnis

besteht. Trotz der erwähnten Unbestimmtheit dessen, was wir auf diesen Gebieten als allgemeine Bedingungen zu bezeichnen hätten, und trotz unserer nur unvollkommenen Kenntnis von den hier in Frage kommenden Gesetzen des Geschehens übersehen wir doch sehr wohl, daß sich die Regelmäßigkeiten der großen Zahlen aus diesen erkennbaren und angebbaren allgemeinen Verhaltungsweisen einerseits und den Gesetzen des Geschehens anderseits nicht würden ableiten lassen. Allerdings könnten wir uns das Detailwissen bis zu einer Vollständigkeit vermehrt denken, die das Ergebnis jedes einzelnen Falles mit Sicherheit vorauszusagen gestatten würde. Aber die Regelmäßigkeit der Gesamtzahlen würde sich dann nicht mehr als etwas direkt zu Erwartendes, sondern als das Ergebnis einer Auszählung darstellen. Auch hier also ist vor allem zu betonen, daß wir uns jene Konstanz der Gesamtzahlen nicht als das Ergebnis eines endgültigen Gesetzes denken können, in welches direkt jene Gesamtwerte eingingen, und das somit eine Abhängigkeit des Geschehens im Einzelfalle von den Gesamtverhältnissen besagen würde. So wenig das Ergebnis des einzelnen Roulette-Wurfes in einer gesetzmäßigen Abhängigkeit davon steht, ob derselbe Spieler unmittelbar zuvor schon überwiegend häufig Rot oder Schwarz geworfen hat, so wenig ist an einen gesetzmäßigen Zusammenhang zu denken, der es mit sich brächte, daß X jetzt einen Brief mit ungenügender Adresse abschickt, weil er selbst oder viele andere dies für einige Zeit nicht getan haben. Solange wir also direkt Erwartungen in Betreff der Gesamtergebnisse bilden, können wir nach Maßgabe dessen, was wir über die Natur der Wirklichkeits-Gesetze mit hinlänglicher Sicherheit wissen, uns klar machen, daß unsere Erwartungen sich aus ihnen allein nicht legitimieren lassen, mögen wir das, was wir mit Bezug auf die tatsächliche Gestaltung der Dinge als bekannt voraussetzen, in dieser oder jener Weise, in engerem oder weiterem Umfange abgrenzen. Hieraus ergibt sich dann sogleich, daß auch bei den sozialen Massenerscheinungen die Erwartungen, die wir uns überall bilden, nicht berechtigt erscheinen würden, wenn wir nicht in der Lage wären, zu ihrer Begründung uns auch auf jenes bei den Zufalls-Spielen ganz rein zur Geltung kommende Prinzip zu berufen. Sie beruhen stets zum Teil auch auf dem Prinzip der Spielräume; und nur indem wir auf dieses verweisen, läßt sich der Widerspruch lösen, der zwischen unseren Erwartungen und dem, was wir in Bezug auf die Gesetze des Geschehens anzunehmen genötigt sind, zunächst zu bestehen scheint.

Wir können das Hauptergebnis der obigen Ueberlegungen dahin feststellen, daß sie die Berechtigung derjenigen Betrachtungsweise lehren und begründen, die uns gegenüber den Massen-Erscheinungen überall geläufig ist. In der Tat kann man sagen, daß wir auch auf diejenigen Gleichartigkeiten, die sich in der Form von Massen-Erscheinungen darstellen, die Verfahrungsweisen der Analogie- und Induktions-Schlüsse anzuwenden berechtigt sind, ohne daß wir uns mit dem in Widerspruch setzen,

was wir bezüglich der endgültigen Gesetze des Geschehens anzunehmen veranlaßt sind. Diese Berechtigung beruht darauf, daß neben diesen Gesetzen als Erwartungs-Prinzip stets auch das der Spielräume in Betracht kommt.

Wie weit bei einer bestimmten Art von Massen-Erscheinungen die gesetzmäßige Anknüpfung an ein bekanntes Verhalten, wie weit das Prinzip der Spielräume maßgebend ist, wird sich im allgemeinen kaum abgrenzen lassen, hängt auch durchaus davon ab, in welchem Umfang wir die Detail-Verhältnisse als bekannt oder wenigstens erkennbar betrachten dürfen, was sich z. B. im Gebiete der sozialen Massen-Erscheinungen nicht irgendwie scharf begrenzen läßt. Für die allgemeine Legitimation unserer Verfahrungsweise und für die Beseitigung des Widerspruches, der zwischen unserer Erwartung und unseren begründeten Annahmen über die Wirklichkeits-Gesetze zu bestehen scheint, ist eine solche Abgrenzung auch nicht erforderlich. Es genügt in dieser Richtung, wenn wir uns klar machen, daß unsere Erwartungen ihre letzte Grundlage zum Teil in jenen Gesetzen, zum Teil aber auch in Spielraums-Verhältnissen finden.

Aus dem Angeführten geht hervor, daß die Anwendung des Spielraums-Prinzips, wenn sie auch bei den Zufalls-Spielen am einfachsten und bedeutungsvollsten hervortritt, doch keineswegs auf diese beschränkt ist, sondern sich auf mannigfaltige Gebiete anderer Art erstreckt. Ein richtiger Einblick in die logischen Verhältnisse ist, wie ich glaube, für die Beurteilung aller dieser Gebiete von einiger Wichtigkeit. Denn solange in dieser Hinsicht Unsicherheiten bestehen, werden wir in Gefahr kommen, entweder die Berechtigung gewisser Betrachtungen zu bestreiten, die sich uns doch wieder mehr oder weniger als zwingend und unabweisbar darstellen, oder aber ihre Begründung in Annahmen über Gesetze des Geschehens zu suchen, die mit allem uns sonst Bekannten in Widerspruch stehen. Es ist ein Irrtum dieser letzteren Art, wenn wir uns vorstellen, daß der Verlauf des einzelnen Falles nicht allein durch seine individuellen Bedingungen bestimmt, sondern in einer besonderen Weise durch die Gesamtverhältnisse der neben ihm gegebenen ähnlichen Fälle beeinflußt werde. Es ist bekannt, daß Entgleisungen dieser Art gelegentlich wohl stattgefunden haben; so hat man ja zuweilen von einem „Budget des Schaffotts“ usw. gesprochen, das notwendig erfüllt werden müßte, und wohl geradezu gemeint, daß dadurch das Handeln des Einzelnen einem mysteriösen Zwange unterworfen sei.

In größerem Umfange haben sich die Schwierigkeiten der ersteren Art geltend gemacht, indem die logische Theorie die Fehlerhaftigkeit eingebürgerter und unentbehrlicher Betrachtungsweisen herauszustellen schien. Ein Blick auf die Geschichte der Wahrscheinlichkeits-Theorien läßt dies in nicht uninteressanter Weise erkennen. Auch eine von tieferen theoretischen Reflexionen ganz absehende Betrachtung konnte

nicht übersehen, daß es ein großer Unterschied ist, ob wir keinen Grund haben, einen Erfolg mehr als einen anderen zu erwarten, oder ob wir irgend etwas wissen, was uns u. a. berechtigt, in einer großen Zahl von Fällen auf das annähernd gleich häufige Eintreten des einen und anderen mit Sicherheit zu rechnen. Dieses Wissen hat die alltägliche Betrachtung dahin ausgedrückt, daß unter den gegebenen Bedingungen die verschiedenen Erfolge nicht nur mit gleicher Wahrscheinlichkeit erwartet werden, sondern auch tatsächlich gleich leicht eintreten können, daß keinerlei Begünstigung für den einen oder anderen vorhanden ist. In mancherlei Formulierungen ist diese Auffassung zum Ausdruck gekommen. So nicht selten in der, daß die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Erfolge ganz unabhängig von der besonderen Gestaltung unseres Wissens in den realen Verhältnissen „objektiv" gegeben sei. Vor allem aber gehört hierher die ganz allgemeine Anschauung, daß in gewissen allgemeinen Bedingungen eine bestimmte Möglichkeit für irgend einen Erfolg gegeben sei, und daß es eben darauf ankomme, ob diese Möglichkeit uns bekannt sei oder nicht. — Es war nicht schwierig, dem gegenüber darauf hinzuweisen, daß die Wahrscheinlichkeit stets ein Ausdruck unseres jeweiligen intellektuellen Zustandes ist, und daß objektiv unter der Gesamtheit der gegebenen Bedingungen der Erfolg stets streng und eindeutig bestimmt ist, also von einer gleichen Möglichkeit verschiedener Erfolge in einem objektiven Sinne nicht, mindestens nicht in einem direkt verständlichen Sinne die Rede sein kann. Bei dieser Ablehnung sicher unzulässiger Formulierungen bleibt aber die Frage nach dem berechtigten Kern jener Betrachtungsweisen unbeantwortet. Daß ein solcher vorhanden sei, daß insbesondere jenes für die Zufalls-Spiele in Anspruch genommene Wissen irgend eine Bedeutung doch haben müsse, das lehrt unzweideutig die Tatsache, daß bei seinem Vorhandensein gewisse Folgerungen sich als berechtigt erweisen, die ohne ein solches Wissen unangängig sind, daß überhaupt die wissenschaftliche Behandlung der Zufalls-Spiele unter weitgehender Benutzung jener Begriffe zu Ergebnissen gelangte, die sich unzweifelhaft als richtig und wertvoll bewährten. Ja wir müssen hinzufügen, daß auch für andere und wichtigere Gebiete, nämlich die verschiedensten Massen-Erscheinungen die gleichen Begriffe indirekt herangezogen wurden, indem sie als den Zufalls-Spielen mehr oder weniger vergleichbar behandelt wurden. Es ist die Theorie der unbestimmten (diluierten) Urteile, der an sie anknüpfende Begriff des Spielraums und das die Bedeutung dieser Verhältnisse für unsere Erwartungen darlegende Prinzip der Spielräume, wodurch diese Widersprüche in befriedigender Weise gelöst werden. Daß unser Wirklichkeits-Erkennen in zahllosen Fällen ein ungenaues ist, daß entsprechend auch die realen Verhaltungsweisen, die den Gegenstand unserer Fragen und Erwartungen bilden, in ähnlicher Weise unbestimmt bezeichnet sind, und daß für die Wahrscheinlichkeit solcher Verhaltungsweisen

die Größen des in jeder Zusammengefaßten mitbestimmend sind: das ist es, was hier zunächst als grundlegend hervorzuheben ist. Hierzu kommt weiter, daß für die Wahrscheinlichkeit eines späteren Verhaltens die Wahrscheinlichkeit derjenigen Bedingungen maßgebend ist, die es herbeiführen. Ferner ist zu erwähnen, daß vielfach die uns erkennbaren Unterschiede im späteren Geschehen durch die unserer Beobachtung schlechterdings entzogenen sehr kleinen und zahlreichen Unterschiede in den zeitlich voraufgehenden Gestaltungen bedingt werden, anderseits aber wir darüber genau und sicher unterrichtet sind, in welchen Größenverhältnissen die den einen und anderen Erfolg herbeiführenden Spielräume stehen. So können wir denn in der Tat in einem durchaus berechtigten Sinne von den uns bekannten oder wenigstens erkennbaren „allgemeinen Bedingungen" sprechen und von der größeren oder kleineren Möglichkeit, die sie für irgend welche Erfolge darstellen. Auch ist verständlich, daß es unter Umständen ein Wissen von weittragender Bedeutung ist, in welchem Größenverhältnis diejenigen Bereiche der bedingenden Umstände stehen, die den einen und anderen Erfolg mit sich bringen. In der Aufklärung dieses ganzen, zunächst an den Zufalls-Spielen entwickelten, dann aber auch auf mancherlei andere Gebiete übertragenen Begriffskreises: der allgemeinen Bedingungen, der Größe der Möglichkeit, die durch solche für irgend einen Erfolg gegeben ist, des begünstigenden oder erschwerenden Umstandes (als der Vermehrung oder Verminderung einer solchen Möglichkeit) usw. darf die Hauptbedeutung der Spielraums-Theorie erblickt werden [1].

Sehr kurz können wir mit Bezug auf das Prinzip der Spielräume eine Frage erledigen, die bei dem der Gleichartigkeit uns zu nicht ganz einfachen Erwägungen geführt hatte, die nach dem Grunde seiner Berechtigung, nach der Art seiner Geltung. Denn es ist unmittelbar einleuchtend, daß wir es mit einem Prinzip zu tun haben, das von zwingender Evidenz ist und als endgültig, also keiner Herleitung oder Begründung bedürftig, in Anspruch genommen werden kann. Daß zwei Annahmen, die sich nur hinsichtlich des von einer jeden umfaßten Verhaltungs-Spielraums unterscheiden, dann die gleiche Wahrscheinlichkeit zukommt, wenn diese beiden Spielräume gleich sind, das ist unmittelbar einleuchtend, und ein Beweis dafür erscheint weder notwendig noch auch in irgend einem Sinne möglich [2].

[1] In speziellerer Weise kommen die uns hier beschäftigenden Begriffe bei einer Unterscheidung ins Spiel, die rechtswissenschaftlich von Bedeutung ist. Wenn z. B. ein Erfolg durch eine Handlung verursacht ist, d. h. ohne sie nicht eingetreten wäre, so kann gefragt werden, ob und in wieweit die Handlung zur Herbeiführung eines solchen Erfolges generell geeignet ist, und daraufhin eine adäquate von einer nicht adäquaten (zufälligen) Verursachung unterscheiden. Vgl. hierüber von Kries, Ueber den Begriff der objektiven Möglichkeit und einige Anwendungen desselben. Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie XII. S. 200.

[2] Auch die Bedenken, denen meine an das Prinzip der Spielräume anknüpfende Theorie der Wahrscheinlichkeits-Rechnung begegnet ist, richten sich, soweit ich

Wir haben in dem Prinzip der Gleichartigkeit und in dem der Spielräume zwei Arten logischer Beziehungen kennen gelernt, die darin übereinstimmen, daß sich aus ihnen beiden für solche Real-Urteile, die nicht unmittelbar mit voller Gewißheit gegeben sind, ein gewisses relatives Maß von Sicherheit, eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit ergibt. Die Frage nach den letzten Grundlagen der unsern Real-Urteilen zugeschriebenen relativen Geltung dürfen wir damit als beantwortet ansehen. Wünschenswert bleibt jedoch, in die ganze Art und Weise, wie sich auf Grund jener beiden Prinzipien die Wahrscheinlichkeits-Verhältnisse unseres Real-Wissens eigentlich gestalten, einen etwas genaueren Einblick zu erhalten. Haben wir freilich vorhin schon nicht unterlassen können, die Bedeutung beider Prinzipien durch einzelne Hinweise auf ihr Eingehen in unser alltägliches oder wissenschaftliches Denken zu erläutern, so können wir doch versuchen, die Rolle, die ein jedes in unserem Wirklichkeits-Erkennen spielt, in möglichst vollständiger Weise zu übersehen. Dabei wird sich namentlich Gelegenheit geben, auch von der Art, wie sie sich kombinieren oder ineinander greifen, eine deutlichere Vorstellung zu gewinnen. Fassen wir hier zuerst das Gleichartigkeits-Prinzip ins Auge, so können wir vor allem bemerken, daß es für die ganze logische Natur unseres Wirklichkeits-Denkens bestimmend und demgemäß auch ein unerläßliches Merkmal desselben ist, was, wie wir sehen werden, von dem Spielraums-Prinzip nicht in gleichem Sinne behauptet werden kann. Jede Wirklichkeits-Vorstellung findet die Grundlage ihrer Geltung in der ihr zukommenden gesetzmäßigen Ordnung; jede Aussage über ein objektives Wirklichkeits-Verhalten beruht auf der Annahme eines gesetzmäßigen Zusammenhanges solcher Verhaltungsweisen mit unsern direkt gegebenen Erlebnissen. Die Wahrscheinlichkeit, die wir für irgend ein empirisches Wissen von objektiver Bedeutung in Anspruch nehmen, wird sich also überall auf den intellektuellen Wert des Gesetzmäßigen d. h. auf das Prinzip der Gleichartigkeit stützen müssen.

Wollen wir uns von der Rolle, die das Spielraums-Prinzip in unserem Wirklichkeits-Denken spielt, ein genaueres Bild machen, und betrachten wir zu diesem Ende zunächst die vorhin schon herangezogenen Beispiele, so bemerken wir, daß ja die Spielraums-Größen gerade dann für die Wahrscheinlichkeiten maßgebend sind, wenn die hinsichtlich ihrer Spielräume zu vergleichenden Verhaltungsweisen sich in einer unserer direkten Beobachtung nicht zugänglichen Weise von einander unterscheiden. Daß die hier bestehenden Größenverhältnisse gleichwohl für uns von Interesse sind und etwas bedeuten, was für unsere Erfahrung in Betracht kommt, beruht dann darauf, daß die einen und anderen Verhaltungsweisen sich durch ganz bestimmte uns wahrnehmbare F o l g e n bemerklich machen. So können wir denn

sehe, nicht gegen die Gültigkeit dieses Prinzips, sondern beruhen nur auf einer anderen Meinung über die Bedingungen zahlenmäßiger Bewertung.

sagen, daß die Bedeutung unseres Prinzips in diesen Fällen von der Art ist, daß wir die W a h r s c h e i n l i c h k e i t i r g e n d w e l c h e r F o l g e n b e u r t e i l e n n a c h d e n S p i e l r ä u m e n d e r j e n i g e n B e d i n g u n g e n, d i e s i e h e r v o r z u b r i n g e n g e e i g n e t s i n d. Gleichgültig ist dabei, ob wir die Wahrscheinlichkeit für einen einzelnen Fall zahlenmäßig veranschlagen oder ob wir (nach dem Gesetze der großen Zahlen) die Berechtigung ableiten, für sehr zahlreiche Fälle ein annähernd bestimmtes Gesamtergebnis zu erwarten.

Ein erheblich weiteres Feld eröffnet sich für die Anwendungen des Spielraums-Prinzips dadurch, daß es für die Wahrscheinlichkeit von Annahmen zwar nicht allein bestimmend aber doch an ihr beteiligt ist; und wir kommen hiermit auch auf Fälle, in denen die beiden Prinzipien in einer vorzugsweise einfachen und durchsichtigen Art sich mit einander kombinieren. Verhältnisse dieser Art ergeben sich namentlich, wenn aus irgend einem Grunde die Annahmen in zwei verschiedenen Hinsichten nicht von einander unabhängig, sondern in einen bestimmten Zusammenhang gesetzt sind. Wir können die hierdurch gegebenen logischen Verhältnisse, die auch von weitergehendem Interesse sind, hier sogleich in ganz allgemeiner Weise entwickeln. Es mögen in Bezug auf einen Punkt zwei sich ausschließende Annahmen A und A' in Frage kommen, deren Wahrscheinlichkeit etwa gleich zu veranschlagen ist, in Bezug auf einen anderen die Annahmen B und B', von denen die erstere weit wahrscheinlicher als die letztere sein mag. Ergibt nun eine weitere Ausdehnung unserer Erfahrung, daß A nur mit B, A' nur mit B' zusammen verwirklicht sein kann (die Kombinationen von A mit B' und von A' mit B dagegen ausgeschlossen sind), so wird nun der Annahme A, zufolge ihrer Vereinbarkeit mit B, die größere Wahrscheinlichkeit zuzuschreiben sein. Im gegenwärtigen Zusammenhange ist hier nun der Fall von Interesse, daß die eine dieser Wahrscheinlichkeiten durch Spielraums-Verhältnisse bestimmt ist. Wir können die Regel dann dahin formulieren, daß die Wahrscheinlichkeit einer Annahme sich nach der Größe des Spielraums richtet, den sie uns für die irgend welche anderen Verhaltungsweisen betreffenden Annahmen gestattet. Man erkennt, daß dieser Regel bekannte und namentlich in der rechnenden Wahrscheinlichkeits-Theorie geläufige Beispiele entsprechen. Nehmen wir an, wir würfelten mit einem Würfel, von dem uns nur bekannt ist, daß seine Seiten zum Teil mit einer Null, zum Teil mit einem Kreuz bezeichnet sind, nicht aber, w i e v i e l e Seiten eine Null und wie viele ein Kreuz tragen. Haben wir unter 300 Würfen 98 mal die Null, 202 mal Kreuz oben liegen sehen, so werden wir mit großer Sicherheit annehmen dürfen, daß zwei Seiten mit der Null und vier mit dem Kreuz bezeichnet sind. Die hier zur Anwendung kommende Regel pflegt man so auszudrücken, daß die Wahrscheinlichkeit einer Annahme derjenigen Wahrscheinlichkeit proportional zu setzen sei, die unter ihrer Zugrundelegung für

das tatsächlich beobachtete Ergebnis bestanden hätte. Wenn man indessen nach Sinn und Berechtigung dieser Regel fragt, so leuchtet ein, daß eben die nämlichen Spielraums-Verhältnisse, die für die Erwartung bestimmend gewesen waren, auch für die rückschauende Betrachtung und zwar gerade in der soeben dargelegten Weise maßgebend sind. Auch mit einem Würfel, der drei Kreuze und drei Nullen trägt, konnte die tatsächlich beobachtete Folge von Würfen erhalten werden, mit einem Würfel der anderen Bezeichnung (zwei Kreuze und vier Nullen) aber durch eine sehr viel mannigfaltigere Gestaltung der bedingenden Umstände. So ist die Annahme der einen Bezeichnungsweise mit einem großen, die der andern mit einem kleinen Spielraum in Bezug auf die Vorgänge des Würfelns vereinbar. Eben hierauf beruht der Unterschied ihrer Wahrscheinlichkeiten.

Wir brauchen das Beispiel nur in naheliegender Weise zu modifizieren, um zu sehen, daß die gleiche Regel auch zur Beurteilung nomologischer Verhältnisse herangezogen werden kann. Nehmen wir an, wir hätten die Seiten des Würfels (unter passender Ausgleichung der Schwerpunktslage) aus 6 Plättchen verschiedenen Metalls hergestellt. Wir lassen den Würfel nun auf eine Unterlage fallen, unter der wir einen kräftigen Magneten anbringen. Offenbar werden wir, falls eine der Platten von Eisen ist, dies bei zahlreichen Versuchen an der Bevorzugung desjenigen Wurfes erkennen, bei dem die eiserne Fläche unten liegt. Anderseits würden wir aber auch, falls uns zunächst über die Wirkung des Magnetfeldes auf eines der anderen Metalle nichts bekannt ist, das Fehlen oder Vorhandensein einer solchen Wirkung, eventuell ihr Vorzeichen, aus den Ergebnissen zahlreicher Würfe entnehmen können. Auch hier werden wir den gemachten Schluß in der analogen Weise im Hinblick auf Spielraums-Verhältnisse zu begründen haben. Man erkennt in dem hier herangezogenen Beispiel das Vorbild zahlreicher und bedeutsamer Fälle, nämlich aller derjenigen, in denen Annahmen nomologischen Inhalts durch Massen-Beobachtungen und deren statistische Behandlung gestützt werden. Es sei hier nur an die große Bedeutung und ausgedehnte Anwendung der medizinischen Statistik erinnert.

Dürfen wir hiernach unbedenklich sagen, daß in einer umfangreichen und wichtigen Klasse von Fällen, insbesondere auch für Annahmen nomologischen Inhalts das Spielraums-Prinzip mitbestimmend in Betracht kommt, so ist doch eine gewisse Aufmerksamkeit geboten, um zu beurteilen, in welcher Weise und inwieweit dies der Fall ist. In erster Linie ist hier daran zu erinnern, daß die aus einer Massen-Beobachtung sich ergebende und somit auf Spielraums-Verhältnissen beruhende Wahrscheinlichkeit stets nur einen Koeffizienten bedeutet, mit dem wir diejenige andre Wahrscheinlichkeit zu multiplizieren haben, die der allgemeinen Annahme an sich, d. h. ohne Rücksicht auf jene Beobachtungen, zufolge sonstigen Wissens, zuzuschreiben wäre. In jedem Falle kommt also auch diese letztere nicht minder maßgebend in Betracht wie die erstere. Dies sind wir ja auch gewohnt zu berücksichtigen. Wenn z. B. eine Krankheit unter den Bedingungen A eine beträchtlich geringere Sterblichkeit gezeigt hat, als unter den Bedingungen B, so werden wir in Erwägung ziehen, ob wir eine Beeinflussung des Krankheitsverlaufes durch jenen Unterschied der Bedingungen annehmen dürfen oder nicht. Hierfür wird unter allen Umständen auch das in Frage kommen, was man wohl die innere Wahrscheinlichkeit einer solchen Annahme zu nennen pflegt; es ist zu fragen, ob nach Maßgabe unseres gesamten nomologischen Wissens ein solcher Zusammenhang glaublich erscheint. Es kann sehr wohl sein, daß das nicht der Fall ist, und daß wir demgemäß eher geneigt sind, den Unterschied der Sterblichkeitszahlen unter den beiden Bedingungen anders zu erklären, entweder durch die Annahme irgend eines andern uns nicht bekannten Unterschiedes in den allgemeinen Bedingungen oder auch lediglich als Zufall. Was nun jene den allgemeinen Annahmen an sich zuzuschreibenden Wahrscheinlichkeiten anlangt, so werden sie offenbar von den mannigfaltigsten, hier des Genaueren nicht zu verfolgenden Umständen abhängen. Deutlich ist aber, daß unter allen Umständen das für sie mitbestimmend sein muß, worauf die Wahrscheinlichkeit allgemeiner Annahmen überhaupt beruht, nämlich eben die intellektuelle Bedeutung der Allgemeinheit selbst oder das Prinzip der Gleichartigkeit. Wir haben es daher hier mit Fällen zu tun, in denen in ganz besonders einfacher und durchsichtiger Weise die beiden Prinzipien sich kombinieren und die Wahrscheinlichkeitswerte sich in eigenartiger Weise aus ihrer Verbindung ergeben. Abgesehen hiervon muß dann aber auch berücksichtigt werden, daß die Spielräume auch für unsere Erwartungen zukünftiger Ereignisse nur so lange maßgebend sind, als wir zur Beurteilung des Verwirklichten keinen anderen Anhalt haben, anderseits ihre Größenverhältnisse uns mit Sicherheit bekannt sind. Das uns hier beschäftigende Verfahren ist von analogen Voraussetzungen abhängig, die allerdings wiederum in sehr annähernder Strenge für die Zufalls-Spiele zutreffen. Haben wir also in der vorhin angeführten Weise die Ergebnisse eines Zufalls-Spieles unter zunächst nicht bekannten Bedingungen beobachtet, so werden wir in der Tat nach der dort erwähnten, in der Wahrscheinlichkeits-Rechnung geläufigen Regel aus den Ergebnissen auf die Bedingungen, unter denen sie erhalten wurden, zurückschließen dürfen. Dagegen liegen die Verhältnisse immer mehr oder weniger anders, wenn uns, wie bei den sozialen Massenerscheinungen, die Bedingungen der Einzelfälle keineswegs völlig unbekannt und unerkennbar sind, und die Konstanz der allgemeinen Bedingungen in vielen Hinsichten nicht außer Zweifel steht. Je mehr beides der Fall ist, um so mehr wird die Beurteilung nomologischer Annahmen rein auf Grund statistischer Ergebnisse sich als eine unzulängliche herausstellen, da sie gewisse unserer Erkenntnis zugängliche Verhältnisse willkürlich

ignoriert und zweifelhafte Voraussetzungen als sicher behandelt. Indem wir von bestimmten Annahmen in Betreff der allgemeinen Bedingungen und der durch sie für verschiedene Erfolge repräsentierten Möglichkeiten ausgehen, können wir für gewisse Verhältnisse zukünftigen Geschehens hohe, einer absoluten Sicherheit nahe kommende Wahrscheinlichkeiten ableiten. Aber diese sind selbstverständlich illusorisch und bedeutungslos, sobald Zweifel darüber bestehen, ob die allgemeinen Bedingungen wirklich von der der Erwägung zugrunde gelegten Beschaffenheit sind oder etwa davon mehr oder weniger abweichen. Ganz ebenso wird auch die auf Grund statistischer Zusammenstellungen berechnete Wahrscheinlichkeit irgend eines ursächlichen Zusammenhanges hinfällig gegenüber der Erwägung, ob etwa zwischen den verglichenen Beobachtungs-Reihen außer dem bekannten Unterschied, dessen ursächliche Bedeutung uns interessiert, noch irgend ein anderer allgemein angebbarer besteht. Und wie wir bei der Beurteilung des Einzelfalles uns niemals allein durch die Durchschnitts-Ergebnisse der Massen-Beobachtungen leiten lassen, sondern individuelle Verhältnisse, soweit sie irgend erkennbar sind, mit in Betracht zu ziehen haben, so werden wir auch hier nicht außer Acht lassen dürfen, was die eine und andere Beobachtungsreihe etwa an besonderen Verhältnissen bemerken läßt. — Ungeachtet der durch diese Umstände gebotenen Vorsicht kann aber doch darüber kein Zweifel bestehen, daß das ganze Verfahren in weitem Umfange zulässig und unentbehrlich ist, eben weil es eine Fülle von Verhältnissen gibt, deren detaillierte Einzelgestaltung sich unserer Kenntnis entzieht, während wir anderseits eine annähernde Konstanz der allgemeinen Bedingungen mit großer Wahrscheinlichkeit anzunehmen berechtigt sind. Ueberall wo dies zutrifft, sind wir berechtigt, die Wahrscheinlichkeit nomologischer Annahmen in einer Weise zu beurteilen, die sich zum Teil auf das Spielraums-Prinzip gründet.

Wenn das Prinzip der Spielräume seine wichtigsten Anwendungen gerade im Gebiete der Massen-Erscheinungen findet, so ist dies leicht verständlich, da es hier besonders hohe, zuweilen einer absoluten Sicherheit nahe kommende Wahrscheinlichkeiten ergibt. Wir müssen jedoch schließlich betonen, daß seine Bedeutung nicht auf diese Fälle beschränkt ist, sondern in mannigfachster Weise überall Platz greifen kann, wo uns der Gang der Erfahrung auf ein unbestimmtes, in der Form eines diluierten Satzes auszudrückendes Wissen führt. Schon die zuerst angeführten Beispiele (S. 413) lassen dies erkennen. Die Bedingungen, unter denen unser Real-Wissen diese Form annimmt, sind aber offenbar die allermannigfaltigsten, und wir dürfen davon absehen, ihnen des Genaueren nachzugehen.

Dagegen mag hier schließlich noch betont werden, daß das Prinzip der Spielräume nicht in ganz dem gleichen Sinne wie das der Gleichartigkeit als ein für unser Wirklichkeits-Denken unerläßliches bezeichnet werden kann, daß seine Bedeutung nicht sowohl an die allgemein logischen Verhältnisse als an speziellere Gestaltungen unserer Erfahrung gebunden ist. In der Tat können wir uns ja, mit einer schon öfter herangezogenen Fiktion, eine ideale Wirklichkeits-Vorstellung von erschöpfender Vollständigkeit und absoluter Präzision denken. Eine solche würde, von allen unbestimmten Sätzen befreit, auch dem Prinzip der Spielräume gar kein Anwendungsgebiet lassen. Alle ihre Sätze, insbesondere auch diejenigen nomologischen Inhalts, würden, eben weil sie etwas vollkommen streng Fixiertes bedeuten, unter dem Gesichtspunkt der Spielräume betrachtet für unendlich unwahrscheinlich zu erklären sein. Gleichwohl würden wir ihr ein, wenn auch nicht zahlenmäßig angebbares, doch jedenfalls sehr hohes Maß von Wahrscheinlichkeit zuschreiben, eine Wahrscheinlichkeit, die eben lediglich auf das Prinzip der Gleichartigkeit sich stützen würde.

Die bisherigen Ueberlegungen genügen, um erkennen zu lassen, wie die beiden Wahrscheinlichkeits-Prinzipien in mannigfaltiger Weise ineinander greifen, wie die Erwägungen, die wir innerhalb unseres Real-Wissens anzustellen haben, uns teils auf das eine, teils auf das andere zurückführen. Wir können schließlich die Frage aufwerfen, wieweit sie, sei es einzeln, sei es im Verbande, geeignet sind, die allgemeinsten Aufgaben zu lösen, die man einer Abwägung von Wahrscheinlichkeiten stellen könnte. Gemäß den mehrfach dargelegten logischen Verhältnissen würde hier ja davon auszugehen sein, daß ein gewisser Teil der Real-Urteile, nämlich die unmittelbar unsere eigenen Erlebnisse betreffenden, mit endgültiger und voller Sicherheit gegeben ist, alle andern von ihnen abhängig sind und in ihnen ihre Begründung finden. So erhebt sich denn naturgemäß die Frage, ob es einer erschöpfenden logischen Durcharbeitung nicht gelingen müßte, jedem in unserem Wirklichkeits-Denken überhaupt vorkommenden Satze einen annähernd bestimmten Wahrscheinlichkeits-Wert zuzuweisen, namentlich aber auch zwischen den Wahrscheinlichkeiten verschiedener Sätze eine Reihe fester Beziehungen aufzustellen, überall z. B. eindeutig anzugeben, welche von zwei sich sich ausschließenden Annahmen die wahrscheinlichere ist usw. Kann auch freilich von vornherein kein Zweifel darüber bestehen, daß ein solches Ziel *nicht* zu erreichen ist, daß die darauf gerichteten Erwägungen uns in der Hauptsache zu verneinenden Ergebnissen führen werden, so ist es doch nicht ohne Interesse, den hierfür bestimmenden Gründen etwas genauer nachzugehen. Man kann zunächst bemerken, daß eine solche Aufgabe allerdings durch einen besonderen Umstand in bedeutungsvoller Weise erleichtert wird. Er besteht darin, daß wir einen gewissen Teil unseres Erfahrungs-Wissens für *sicher* zu halten gewohnt und wohl auch berechtigt sind, nicht in dem idealen und strengen Sinne, in dem wir unsere jeweils gegebenen Erlebnisse oder den Inhalt eines Reflexions-Urteils sicher nennen, wohl aber in dem bedingten, daß wir die Wahrscheinlichkeit eines Anders-

Verhaltens als eine nicht mehr nennens- und beachtenswerte betrachten. Ist dies der Fall, so wird eine strenge Bewertung solcher, der Gewißheit nahe gekommenen Wahrscheinlichkeiten ohne Bedeutung und Interesse sein. Ob wir, um uns einmal zahlenmäßiger Bezeichnungen zu bedienen, die Wahrscheinlichkeit einer Annahme mit 0,7 oder mit 0,5 zu bewerten haben, das ist natürlich von großer Wichtigkeit; ob wir sie aber mit 0,999 oder mit 0,999999 veranschlagen, die Wahrscheinlichkeit ihres Nichtzutreffens = 0,001 oder 0,000001 setzen, das ist ohne großen Belang. Tatsächlich gibt es ja nun eine gewisse Summe empirischen Wissens, die wir in diesem bedingten Sinne sicher nennen dürfen. Der Versuch einer Bewertung von Wahrscheinlichkeiten findet hierdurch eine viel breitere Grundlage, als es scheinen könnte, wenn wir nur an die absolute Sicherheit der unsere jeweiligen Erlebnisse unmittelbar ausdrückenden Urteile denken. — Auf der andern Seite zeigt sich ja nun freilich sogleich, daß, sobald es sich überhaupt um Wahrscheinlichkeiten von mittleren Beträgen handelt, sodaß eine Bewertung wünschenswert erscheinen kann, die Grundlagen hierfür, von ganz besonderen Fällen abgesehen, nicht gegeben sind. Es tritt dies, wie vorhin schon kurz berührt, selbst für die dort allein berücksichtigten einfachsten Fälle zu, in denen es sich um eine kleine Zahl für sich allein in Betracht zu ziehender Sätze handelt, von denen ein Teil als Prämisse des Wahrscheinlichkeits-Schlusses oder als Grundlage der Spielraums-Betrachtungen als sicher angenommen wird. Das Prinzip der Gleichartigkeit ergibt, wie wir sahen, Wahrscheinlichkeiten, die in weitesten Grenzen abstufbar sind, irgend eine quantitative Bestimmung aber nicht gestatten. Je größer die Aehnlichkeit eines jetzt beobachteten Falles mit einem oder zahlreichen früheren ist, um so größer dürfen wir freilich die Wahrscheinlichkeit veranschlagen, mit der wieder der gleiche oder ein ähnlicher Verlauf zu erwarten ist. Aber wie die Grade der Aehnlichkeit, so entziehen sich auch die Wahrscheinlichkeitswerte einer quantitativen Fixierung. Der durch Induktion erhaltene allgemeine Satz darf für um so wahrscheinlicher gelten, je zahlreicher und mannigfaltiger die Einzelfälle sind, in denen er sich bestätigt. Aber auch hier ist eine zahlenmäßige Bestimmung des Geltungswertes ausgeschlossen. — Was das Prinzip der Spielräume anlangt, so war oben schon davon die Rede, daß es zwar zuweilen, aber doch nur unter ganz besonderen Bedingungen auf zahlenmäßige Wahrscheinlichkeiten führt, und zwar selbst dann, wenn, wie hier vorausgesetzt werden soll, die Spielraumsgrößen ganz allein für unsere Erwartungen bestimmend sind. Die hierfür maßgebenden Gründe mögen hier noch mit einigen Bemerkungen erläutert werden. Sie können zunächst darin liegen, daß die Spielräume Teile einer psychologischen Gesamtheit sind. Nehmen wir an, wir beschäftigten uns mit Erwägungen, die die Farbe irgend eines Gegenstandes betreffen; daß alsdann für die Annahme irgend einer besonderen Farbe Spielraums-Verhältnisse in Betracht kom-

men, wurde vorhin schon erwähnt. Nehmen wir weiter an, es schieden auf irgend eine Weise alle anderen Erwägungen aus, so wird eine feste Bewertung doch durch die Unmeßbarkeit der Farbengesamtheit und ihrer Teile ausgeschlossen. Dafür, daß der Gegenstand weiß oder schwarz, grau oder gelb sei, läßt sich eine zahlenmäßige Angabe nicht machen. Dasselbe kann aber auch dann der Fall sein, wenn unsere Erwartungen mathematisch definierbare Verhaltungsweisen betreffen, so vor allem, wenn diese nicht einfach durch Raum-, Zeit- oder Massenwerte, sondern durch zusammengesetzte physikalische Begriffe zu bezeichnen sind[1]. Denn wir können hier stets eine Anzahl verschiedener untereinander zusammenhängender Begriffe bilden, bei deren Benutzung sich die Größenbeziehungen bestimmter Verhaltungsbereiche verschieden darstellen. Die Annahmen, daß die Geschwindigkeit eines Körpers zwischen 5 und 6 oder zwischen 30 und 31 m pro Sek., daß sein spezifisches Gewicht zwischen 1 und 2 oder zwischen 11 und 12 liege, daß die Schwingungsdauer eines Pendels zwischen 1 und 2 oder zwischen 3 und 4 Sek. betrage, umfassen bei dieser Darstellung gleiche Spielräume und könnten als gleich wahrscheinlich in Anspruch genommen werden. Aber wir kommen zu ganz anderen Ergebnissen, wenn wir statt der zunächst ins Auge gefaßten Größen andere zugrunde legen, statt der Geschwindigkeiten die zur Durchlaufung eines Meters erforderlichen Zeiten, statt der spezifischen Gewichte die Volumina der Gewichtseinheit, statt der Schwingungsdauer die Schwingungszahl oder die Pendellänge[2].

Sind hiernach schon die Ergebnisse jedes einzelnen unserer beiden Wahrscheinlichkeits-Prinzipien von der Art, daß sie eine fest bestimmte Bewertung nicht gestatten, so versteht sich, daß zufolge der vorhin geschilderten Art, wie beide in einander greifen, die Verhältnisse sich noch mehr verwickeln, und von genauen quantitativen Bestimmungen um so weniger die Rede sein kann. Dies zeigt sich sogleich, wenn wir, die zunächst festgehaltene Beschränkung fallen lassend, einen mannigfaltigen Komplex von Urteilen, oder gar die Totalität unseres Real-Wissens ins Auge fassen. Hier ist zunächst der Ort, auf die schon früher erwähnte Betrachtung der Schlüsse zurückzukommen, bei der wir auch die etwa nur bedingte Sicherheit der Prämissen mit in Rechnung ziehen. Man sieht sogleich, daß sich hier mannigfal-

[1]) Die hier gemachte Voraussetzung, daß die Spielraums-Größen allein für unsere Erwartungen in Betracht kommen sollen, ist freilich für Begriffe dieser Art im allgemeinen eine nicht wohl zu verwirklichende Fiktion. Denn schon das Wachsen der betreffenden Werte ins Unendliche wird Verhaltungsweisen bedeuten, die mit dem uns Bekannten nicht vereinbar sind. Doch darf für die Zwecke der gegenwärtigen Darlegung von dieser Fiktion ausgegangen werden.

[2]) Ganz allgemein würde, wenn wir irgend ein veränderliches Verhalten durch x bezeichnen, die für irgend einen Spielraum dx anzusetzende Wahrscheinlichkeit ebensowohl wie dem Differenzial dx auch dem Differenzial irgend einer beliebigen Funktion von x, $d\varphi(x)$ oder $\varphi'(x)\,dx$ proportional gesetzt werden können.

tige, nur in sehr beschränktem Umfange festen Regeln zu unterwerfende Verhältnisse ergeben. Denken wir zunächst an den festen Zusammenhang des deduktiven Schlusses, so versteht sich, daß wir, wenn die Prämissen nicht sicher, sondern mehr oder weniger wahrscheinlich sind, die Wahrscheinlichkeit des Schlusses der der Prämissen mindestens gleich setzen müssen. Sie kann, da eine Geltung der Prämissen ohne die des Schlusses nicht in Frage kommt, jedenfalls nicht kleiner sein als jene. Nichts steht aber im Wege, sie höher zu veranschlagen, wenn außer jenen zweifelhaften Prämissen noch andere Umstände vorliegen, die für den Inhalt des Schlusses in Betracht kommen. Wenn wir anderseits aus irgend welchen, im obigen Sinne sicheren Grundlagen im Wege eines Wahrscheinlichkeits-Schlusses zu einem Ergebnis gelangen, so werden wiederum die für diesen Wahrscheinlichkeits-Schluß selbst gegebenen Verhältnisse (der Grad der Aehnlichkeit, die Zahl beobachteter Fälle usw.) für die dem Erschlossenen zukommende Wahrscheinlichkeit zwar in Betracht kommen, aber keineswegs allein bestimmend sein. Es kann sein, daß diese letztere im Hinblick auf andere Zusammenhänge größer, aber auch, daß sie kleiner zu veranschlagen ist, als sie auf Grund jenes Schlusses allein erscheinen würde. Entsprechendes gilt auch für den Fall, daß wir von mehr oder weniger unsicheren Prämissen in der Form von Wahrscheinlichkeits-Schlüssen fortschreiten. Als der maßgebende Punkt stellt sich daher die ungeheure Zahl und unübersehbare Komplikation der Beziehungen dar, die zwischen den verschiedenen Teilen unseres Real-Wissens bestehen. So kann eine Annahme allgemeinen Inhalts sich zum Teil auf direkt beobachtete Einzelfälle stützen; daneben kann ihre Aehnlichkeit mit anderen, wiederum mehr oder minder gut begründeten Annahmen in Betracht kommen. Ein Satz kann durch gewisse Beziehungen mehr oder minder wahrscheinlich werden, während andere im entgegengesetzten Sinne in Betracht kommen und gegen ihn sprechen. Um für eine rechnerische Behandlung eine ausreichende Grundlage zu haben, wäre also nicht nur erforderlich, daß die aus irgend einem inhaltlichen Zusammenhange sich ergebenden Geltungsbeziehungen zahlenmäßig fixierbar wären, sondern vor allem auch, daß sich darüber etwas festsetzen ließe, wie sich aus einer großen Zahl solcher Beziehungen, aus dem, was für und was gegen eine Annahme spricht, ein Gesamtresultat ergibt. Wollen wir das Problem dem Schema einer mathematisch behandelbaren Aufgabe annähern, so könnte dies am ehesten noch so geschehen, daß man sich eine große Zahl erschöpfender Wirklichkeits-Vorstellungen gebildet dächte, die untereinander in einem Exklusions-Verhältnis stünden. Dann müßte die Wahrscheinlichkeit einer jeden, als eines Ganzen, einerseits nach dem gesamten Maße innerer Gleichartigkeit oder gesetzmäßiger Ordnung, anderseits nach der Größe der von ihr zugelassenen Verhaltungs-Spielräume beurteilt werden. Es bedarf keiner besonderen Ausführung darüber, daß die Lösung einer solchen Aufgabe

in Ermangelung aller dafür erforderlichen Voraussetzungen grundsätzlich ausgeschlossen ist.

Das verneinende Ergebnis, zu dem wir hier gelangen, würde nicht hindern, eine Reihe besonderer Verhältnisse unter den hier verfolgten Gesichtspunkten in Betracht zu ziehen, Vergleichungen anzustellen, die vorzugsweise hoch oder vorzugsweise niedrige Sicherheit gewisser Sätze oder Gruppen von Sätzen darzulegen usw. Entwicklungen dieser Art würden etwa auf das hinauslaufen, was unter dem Namen einer induktiven Logik in der Tat vielfach in Angriff genommen ist. Es versteht sich jedoch, daß solche Erörterungen immer nur mehr oder weniger beschränkte Anwendungsgebiete haben, und daß ihre Auswahl sich danach richten wird, was in diesen oder jenen Teilen unseres Real-Wissens an logischen Gestaltungen tatsächlich gegeben ist. Damit hängt dann aber zusammen, daß gerade hier die Meinungen sehr darüber auseinander gehen können, wie weit eine selbständige wissenschaftliche Behandlung solcher Gegenstände empfehlenswert ist, und wie weit es anderseits ratsam erscheint, diese Erörterungen den einzelnen Disziplinen des Real-Wissens selbst zu überlassen, die natürlich auch nicht umhin können, die logischen Zusammenhänge der verschiedenen Teile ihres Inhalts, ihre Begründung, Sicherheitsgrad usw. im Auge zu behalten. Mir persönlich will es scheinen, daß die letztere Verfahrungsweise die in weit größerem Umfange rätliche, eine allgemeine und abgesonderte Behandlung solcher Verhältnisse dagegen wenig förderlich und in vielen Beziehungen mißlich ist. Ich habe daher geglaubt, auf ein Betreten dieses Gebietes hier ganz verzichten zu sollen und jedenfalls zu dürfen.

Zwanzigstes Kapitel.

Einteilung und Gruppierung der Real-Urteile unter formalen Gesichtspunkten.

Theoretischer und empirischer Begriffskreis. Zentralisiertes und rekurrierendes Begriffs-System. Einzeltatsachen, Gesetze und gemischte Urteilsformen. Logischer Aufbau des Real-Wissens. Sonderstellung der Wahrnehmungen und Erinnerungen. Untersuchung und Experiment.

Die große Mannigfaltigkeit der formalen Bildungen, die sich für die Real-Urteile herausgestellt hatte, legt die Frage nahe, ob wir hier nicht unsere Ergebnisse durch eine gewisse Spezialisierung vervollständigen können. Von vornherein ist selbstverständlich, daß es gelingen wird, mancherlei Arten oder Formen des Wirklichkeits-Denkens

zu unterscheiden. Und es erscheint im Hinblick auf methodische Verhältnisse, auf die tatsächliche Wirklichkeits-Gestaltung usw. mindestens denkbar, daß auch über das Anwendungsgebiet und die Bedeutung einer jeden Beachtenswertes zu ermitteln sein wird. Allerdings nähern wir uns mit dieser Fragestellung bereits den dem letzten Abschnitt vorbehaltenen, einzelne engere Wissensgebiete betreffenden Aufgaben. Indessen ist ein Teil der Betrachtungen, auf die wir geführt werden, so allgemeiner Natur und steht überdies mit den hier behandelten Verhältnissen der Form und des begrifflichen Materials der Urteile in so engem Zusammenhange, daß es richtiger erscheint, sie an dieser Stelle anzuschließen.

Fassen wir unter solchen Gesichtspunkten zunächst das begriffliche Material unserer Real-Urteile ins Auge, und erinnern wir uns hier vor allem des fundamentalen Gegensatzes der theoretischen und empirischen Begriffe, so wird als eine erste Tatsache hier die hervorzuheben sein, daß es nur ein überaus kleiner Teil unseres ganzen Wirklichkeits-Denkens ist, der sich in den ersteren und dementsprechend in den streng fixierten Formen einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung bewegt. Man kann hierhin gewisse Teile der Physik und allenfalls wohl noch die Lehre von der Bewegung der Himmelskörper rechnen. Auch diese freilich stimmen mit dem früher skizzierten Ideal einer streng theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung doch nur teilweise überein. Sie tun es wohl insofern, als sie lediglich die Bewegung von Körpern im Raume ins Auge fassen [1]). Aber sie weichen von ihm darin ab, daß sie die Anknüpfung an unsere tatsächlichen Erlebnisse nicht in der Form der Interpretation finden, sondern sich in letzter Instanz direkt auf Wahrnehmungen stützen; sie ist insofern unvollständig. Daß sich hieraus Schwierigkeiten oder Unsicherheiten kaum ergeben, daß also überhaupt ein Natur-Erkennen möglich ist, das von den Einrichtungen unserer Sinnesorgane, der Funktionsweise des Gehirns usw. gar keine Notiz nimmt, das ist eine Tatsache, die uns schon bei verschiedenen Gelegenheiten beschäftigt hat, und auf die hier zurückzukommen nicht erforderlich ist. Können wir also einige Gebiete aufweisen, die nach Form und Begriffsmaterial einer theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung wenigstens annähernd entsprechen, so kann anderseits von einer Zurückführung unseres gesamten Wirklichkeits-Denkens auf diese Form aus mehr als einem Grunde keine Rede sein. Mögen wir es für berechtigt erachten, sie im höchsten Sinne als die endgültige Form der Wirklichkeits-Vorstellung anzusehen, d. h. als diejenige, in der allein eine absolut präzise Darstellung der Wirklichkeit denkbar ist, so ist doch damit nur ein in weiter Ferne liegendes Ziel bezeichnet. Ja es läßt sich

[1]) Dabei ist überdies noch zweifelhaft, ob diese Anschauung als eine endgültige betrachtet werden darf, mindestens ob sie in der von uns zunächst ins Auge gefaßten Form unbedingt festzuhalten oder vielleicht durch andere, wie etwa die einer den Raum stetig erfüllenden Masse, zu ersetzen sein wird.

vermuten, daß diese Form für diejenige Darstellung der Einzelverhältnisse, die wir nötig haben, schon wegen der sich ergebenden, alle Vorstellungskraft und alles Gedächtnis übersteigenden Komplikation ganz ungeeignet sein, und wir daneben immer auf andere einfachere und anschaulichere angewiesen sein würden. Wie dem auch sei, jedenfalls ist selbstverständlich, daß diese Form nur in äußerst beschränktem Umfange Verwendung finden kann, als eine allgemeinere oder gar ausschließlich durchgeführte dagegen nur die Bedeutung einer theoretischen Fiktion besitzt. Unbedenklich dürfen wir vielmehr davon ausgehen, daß gegenwärtig (und an eine Aenderung in dieser Hinsicht wird zunächst nicht zu denken sein) der überwiegend größte Teil unseres Wirklichkeits-Denkens sich in empirischen Begriffen bewegt. Durch ihre Verwendung erhält, wie früher schon betont, unser Wirklichkeits-Denken jenen Reichtum und jene Anschaulichkeit, vor allem auch jene Einfachheit, vermöge deren es uns in ästhetischem Sinne befriedigt und unseren geistigen Fähigkeiten angepaßt ist. — Freilich werden ja nun diese wertvollen Eigenschaften auch nicht erzielt, ohne daß dabei gewisse Nachteile in Kauf genommen werden müssen. Da die empirischen Real-Begriffe ihre einfache und direkte Bedeutung dem Prinzip der naiven Objektivierung verdanken, und da sie durchgängig synthetischer Natur sind, so wird ein sich ihrer bedienendes Wirklichkeits-Denken sich mit einer gewissen Einbuße an Präzision seiner Begriffe und an Korrektheit seiner Aussagen unter allen Umständen abfinden müssen. Sind nun aber, wie sich vermuten läßt, die verschiedenen diesem Gebiete angehörigen Begriffe gerade in diesen Hinsichten sehr ungleich, so kann die Frage erhoben werden, ob wir nicht versuchen müssen, unter der Fülle derartiger Begriffe diejenigen auszuwählen und zu bevorzugen, bei denen jene Uebelstände in relativ geringstem Maße bestehen. Man würde sich dann bemühen müssen, die anderen in möglichstem Umfange durch solche zu ersetzen, die in passender Weise aus jenen brauchbarsten gebildet wären. — In noch bedeutungsvollerer Weise ergeben sich ähnliche Gesichtspunkte, wenn wir statt der hier zunächst berücksichtigten Präzision der Begriffe die Sicherheit des Wissens in Betracht ziehen. Die Gesamtheit unseres Real-Wissens umfaßt offenbar Teile, die auch in dieser Beziehung sehr verschieden sind, und zweifellos können wir Teile herausheben, die auch in dieser Hinsicht eine ausgezeichnete Stellung einnehmen. Es werden das Sätze von konkreter Bedeutung sein, die unsern unmittelbar gegebenen Erlebnissen entsprechen, aber auch solche generellen Inhalts, die sich auf eine vorzugsweise ausgedehnte Erfahrung stützen. So lassen sich ohne Zweifel Begriffe aufweisen, die in einem ausgezeichneten Sinne als bekannt und, soweit sie ein positives Wissen verkörpern, gesichert gelten dürfen. Auch eine systematische Anknüpfung an die in diesem Sinne ausgezeichneten Begriffe kann erstrebt werden. Diesem Prinzip gemäß würde etwa der Chemiker ver-

fahren, wenn er einen neu entdeckten Körper, wie das Helium, nach Maßgabe seines Verhaltens gegenüber anderen definiert, die als bekannt gelten. Erscheint dann auch das Helium in dieser Weise genügend bezeichnet, so könnte es nun seinerseits auch in der Festlegung wiederum neuer Substanzen benutzt werden. Bei einer völlig geordneten Darstellung würden aber schließlich alle Bezeichnungen auf eine beschränkte Anzahl von Körpern zurückgehen, die in einem besonderen und endgültigen Sinne als bekannt zu betrachten wären.

Als ein Ziel, das wir anzustreben haben und dem wir uns vielleicht in gewissem Maß nähern könnten, würde darnach ein Wirklichkeits-Denken erscheinen, in dem eine nach bestimmten Rücksichten gewählte, kleinere oder größere Zahl von Begriffen als endgültiges Material verwendet, des Weiteren aber nur Begriffe benutzt würden, die aus jenen synthetisch gebildet und im Wege streng festgelegter Definitionen auf sie zurückgeführt wären. Ein in dieser Weise geordnetes Real-Wissen können wir etwa ein *zentralisiertes* nennen. Es wird in extremem Gegensatz zu der andern Form stehen, die wir an früherer Stelle erwähnt[1]) und als ein *rekurrierend geschlossenes* System von Begriffen bezeichnet hatten. Dies war, wie erinnerlich, eine Form, die, als Fiktion für ein abgeschlossenes und erschöpfendes, somit auch in allen seinen Teilen gleich genaues und gleich gesichertes Wirklichkeits-Erkennen in Betracht gezogen werden kann. In einem solchen würde jeder Anlaß fortfallen, zwischen den verschiedenen in dasselbe eingehenden Begriffen zu unterscheiden, irgend welche als in in einem besonderen Sinne bekannte auszuzeichnen. Und es würde auch der Anlaß fehlen, für den einzelnen Begriff aus der Gesamtheit des für ihn Auszusagenden irgend etwas als die seinen Sinn angebende Definition auszuscheiden, einen Unterschied zu machen zwischen dem, was er bedeutet, und dem, was für ihn gilt. Vielmehr würde jeder Begriff seine Bedeutung durch die Gesamtheit alles von ihm Geltenden erhalten. Erscheint das rekurrierend geschlossene Begriffs-System als Idealfall eines erschöpfenden und fertigen Wirklichkeits-Erkennens, so wird das zentralisierte eine Form darstellen, die auch für ein unfertiges und fragmentarisches Real-Wissen denkbar, insofern also weniger fiktiv ist als jene. Es würde für ein solches einen idealen Fall methodischer Ordnung darstellen. Wie schon an früherer Stelle erwähnt wurde, hat man namentlich im Gebiete der theoretischen Physik versucht, in ganz systematischer Weise ihrem Inhalt eine diesem Ideal entsprechende Form zu geben.

Prüft man, wie weit jenes Prinzip fester Definitionen tatsächlich durchgeführt worden ist, wie weit seine Durchführung möglich und wünschenswert erscheint, so findet man, daß in dieser Hinsicht die allerverschiedensten Verhältnisse bestehen. Ein ausgezeichnetes Bei-

[1]) Vgl. o. S. 219 und 240.

spiel dafür, daß die Feststellung gewisser Begriffe behufs Erzielung eines Höchstmaßes von Genauigkeit Gegenstand besonderer Ueberlegung gewesen ist, bieten die *räumlichen und zeitlichen Maßeinheiten*. Es handelt sich hier um Begriffe, die, wie ohne weiteres ersichtlich, für unsere Wirklichkeits-Darstellung von eminenter Bedeutung sind. Wir können, rein logisch betrachtet, zwischen verschiedenen zeitlichen oder räumlichen Strecken in unbegrenzter Menge Größenbeziehungen aussagen. Dabei kann die Ermittelung eines einzelnen uns gerade interessierenden Verhältnisses überaus weitläufig werden. Ja oft wird sich nicht einmal leicht übersehen lassen, ob es durch die gesamten Angaben überhaupt bestimmt ist. Wir gelangen dagegen zu einer Darstellung, die mit einem Mindestmaß von Angaben jedes beliebige Verhältnis mit größter Leichtigkeit zu ermitteln gestattet, wenn wir das Verhältnis einer jeden Strecke nicht zu einer beliebigen andern, sondern zu *einer* ganz bestimmten, eben der Maßeinheit, angeben. Für eine genaue Wirklichkeits-Darstellung ist demgemäß die passende Festlegung der räumlichen und zeitlichen Einheiten von hervorragender Wichtigkeit. Und zwar wird es einerseits auf die *begriffliche Präzision* der Definitionen ankommen, d. h. darauf, daß sie wirklich ganz bestimmte Strecken bezeichnen, anderseits aber auch auf die *technische Brauchbarkeit* der Maßeinheit, d. h. darauf, daß eine Vergleichung anderer Strecken mit ihr möglichst leicht und genau stattfinden kann. Dazu gehört u. a., daß das Normalmaß ein sich dauernd erhaltendes sei, also z. B. ein Gegenstand von unveränderlicher räumlicher Erstreckung oder ein sich in möglichst gleichmäßiger Weise wiederholender Vorgang. Für die Definition einer räumlichen oder zeitlichen Einheit bietet sich nun zunächst die Möglichkeit, sie in Anknüpfung an bestimmte konkrete Verhältnisse zu geben, deren besondere Wahl dabei nach den eben erwähnten Rücksichten sich bestimmen wird. Solchen Erwägungen folgend hat man z. B. die Zeiteinheit unter Zugrundelegung der Erddrehung definiert. Vielfach aber ist man dann von diesen Festlegungen wieder abgegangen, und es ist Gegenstand sehr eingehender und nicht einfacher Erörterungen gewesen, wie die Maßeinheiten definiert werden sollen. Ueberblickt man die Art, wie hier zu Werke gegangen wird, so darf man als besonders beachtenswert hervorheben, wie sehr und in wie spezieller Weise die zweckmäßige Festlegung der Begriffe von den Tatsachen selbst abhängt; was hier ratsam ist, läßt sich nicht nach irgend welchen allgemeinen logischen Prinzipien, sondern nur im Hinblick auf die Wirklichkeits-Gestaltung selbst beurteilen.

Gehen wir von der Annahme aus, daß alle konkreten Verhaltungsweisen fließend variierbar sind und daher auch eine absolut strenge und genaue Bestimmung nicht gestatten, so erscheint der Versuch berechtigt, die Definition der Einheiten auf lauter Begriffe zu gründen, die durch *nomologische Verhältnisse* fixiert und bezüglich

deren daher Ungenauigkeiten und Unsicherheiten in besonderer Weise ausgeschlossen sind. Hierhin gehört der schon vor längerer Zeit angeregte und erwogene Gedanke, die Zeiteinheit nach der Schwingungsdauer des Natriumlichtes zu definieren. Die absolute Sicherheit dieser Definition würde u. a. dem Umstande zu verdanken sein resp. von dem Umstande abhängen, daß, den Gegenstandsgesetzen zufolge, der Begriff des Natriums ein durchaus einwandfrei fixierter ist. Zu beachten ist dabei freilich, daß die Festsetzungen, zu denen wir auf dieser Grundlage gelangen, zwar von höchster begrifflicher Präzision sind, ihr Wert aber in Bezug auf technische Brauchbarkeit zunächst in Frage steht. — In sehr interessanter Weise ist neuerdings von Planck die Möglichkeit erörtert worden, alle in der Physik erforderlichen Maßeinheiten unter ausschließlicher Heranziehung von Verhältnissen allgemeiner Bedeutung und auf diese Weise in absoluter Präzision zu definieren.

Wenn in den eben erwähnten Fällen eine feste Definition in der Tat wünschenswert und möglich, die Frage, wie sie am besten zu wählen sei, von großer praktischer Bedeutung ist, so finden wir in anderen Gebieten, daß eine Ausbildung solcher Definitionen, obwohl sie an sich wohl möglich wären, doch nicht stattgefunden hat und auch aus leicht ersichtlichen Gründen nicht erforderlich ist. Dies gilt z. B. von der Mehrzahl konkreter Real-Begriffe. Für diese erscheint allerdings als naturgemäß gegebene Grundlage ein gewisser enger Kreis derartiger Begriffe, die im Sinne der gegenwärtigen Betrachtung als endgültig und bekannt angesehen werden können. Es sind dies vor allem die dem Subjekt selbst zukommenden räumlichen und zeitlichen Bestimmungen, das Jetzt und Hier, daneben auch eine Summe weiterer, die dem Subjekt durch sein Erleben in unmittelbarer und endgültiger Weise gegeben sind, Begriffe von Menschen, Tieren, unbelebten Gegenständen, aber auch von bestimmten Vorgängen (der gestrige Fliegerangriff) usw. Betrachten wir die weitere Entwicklung unseres Real-Wissens von konkreter Bedeutung, so ist nicht zu verkennen, daß dies an den solcherart gegebenen festen Kern sozusagen ankristallisiert. Darf ein Begriff A als bekannt gelten, so wird ein anderer durch eine räumliche, zeitliche oder in genereller Weise bezeichnete reale Beziehung zu jenem definiert werden können. Es wird zuzugeben sein, daß, wenn wir uns die Aufgabe stellen, den Sinn des Begriffes „Caesar" oder „dreißigjähriger Krieg" usw. anzugeben, wir dies nicht tun können, ohne schließlich auf jenen engen Kreis konkreter Begriffe zurückzugehen, den wir in endgültiger Weise als bekannt in Anspruch nehmen. Wir können uns also in der Tat schließlich alle konkreten Real-Begriffe definiert denken durch ihre direkten oder vermittelten Beziehungen zu einer bestimmten Gruppe solcher, die in einem abschließenden Sinne als bekannt gelten dürfen. Im allgemeinen aber gibt es eine solche Fülle derartiger Beziehungen, daß wir eine Definition in der mannigfaltigsten Weise geben können. Gerade auf diesem Gebiet müssen wir daher jener anderen Betrachtungsweise eine relative Berechtigung zuschreiben,

die für den Begriff keine bestimmte Definition anstrebt, sondern die Gesamtheit dessen, was von ihm gilt, gleichwertig in den Begriff einbeziehen will. Haben wir diese Betrachtungsweise nicht als eine ganz befriedigende akzeptieren können[1], so müssen wir ihr doch insofern zustimmen, als keinerlei Anlaß vorliegt, irgend eine bestimmte Gruppe jener Beziehungen als die Definition oder eigentliche Bedeutung eines derartigen Begriffes auszuzeichnen und festzulegen.

Aehnliches finden wir auch auf anderen Gebieten. So wird eine Festlegung bestimmter Definitionen namentlich da entbehrlich, wo Gegenstände sich in Gruppen unter einander völlig gleichartiger Exemplare ordnen, während vermittelnde Uebergänge zwischen den Gruppen nicht verwirklicht sind, wie dies für die Substanzbegriffe der Chemie, annähernd auch für die durch Artbegriffe bezeichneten Tier- und Pflanzen-Gesamtheiten zutrifft. Begriffe dieser Art können wir zunächst als unmittelbare Korrelate gewisser, als einheitlich aufgefaßter und festgehaltener sinnlicher Eindrücke nehmen, und wir würden ihnen zugleich eine Reihe sinnlicher Eigenschaften oder Merkmale zuschreiben, die ihnen im einzelnen zukommen. Wir können ferner (wiederum unter Benutzung von Begriffen direkt sinnlicher Bedeutung) Erscheinungen und Vorgänge beschreiben, die bei einer Kombination von mehreren Gegenständen verschiedener Art zu beobachten sind. Wir können endlich über das Vorkommen solcher Gebilde in concreto eine Reihe von Angaben machen. Alle diese Bestimmungen würden geeignet sein, jene Begriffe in Form einer Definition festzulegen. Erscheint es im allgemeinen überflüssig, dies zu tun, so beruht dies darauf, daß jene Bestimmungen tatsächlich nicht in allen möglichen, sondern nur in einer beschränkten Anzahl von Kombinationen verwirklicht sind. Kommen (symbolisch ausgedrückt) die Merkmale a und b immer nur verbunden vor, so wird es ohne Belang sein, ob wir einen Begriff durch a, durch b, oder durch a und b definiert betrachten. So werden wir den Begriff des Sauerstoffes wohl in erster Linie durch eine Anzahl ihm für sich zukommender oder in seiner Wechselwirkung mit anderen Körpern zu bemerkender Eigenschaften definiert denken, also unter Benutzung von lauter generellen Begriffen. Wir können jedoch auch sein Vorkommen in der atmosphärischen Luft, in dem tatsächlich auf der Erde vorhandenen Wasser, also eine Anzahl konkreter Bestimmungen in die Definition einbeziehen. Und es hat sich kein Bedürfnis herausgestellt, in dieser Hinsicht eine Festsetzung zu treffen. Wenn ferner, wie es in diesem Gebiete der Fall ist, die Eigenschaften der tatsächlich vorkommenden Gegenstände beträchtliche, durch keine Uebergänge vermittelte Unterschiede aufweisen, so ist verständlich, daß eine gewisse Summe dessen, was von einem Begriffe gilt, trotz der Unbestimmtheit der dabei überall auftretenden Angaben doch genügt, um ihn in seinem praktischen Gebrauch zu sichern, Schwankungen und Zweideutigkeiten

[1] Vgl. o. S. 339.

auszuschließen. Alles was wir vom Hund, von der Nelke, vom Wasserstoff usw. aussagen können, läßt Gegenstände sehr wohl denkbar erscheinen, denen gegenüber wir in Zweifel kommen würden, ob sie jenen Begriffen noch einzureihen sind oder nicht. Kommen aber solche Gegenstände tatsächlich nicht vor, so wird auch die Unbestimmtheit jener Begriffe ohne Belang und ohne Schaden sein. In Wirklichkeit sehen wir demgemäß, daß eine Definition dieser Begriffe weder angestrebt noch vermißt wird. Ja es läßt sich nicht verkennen, daß gewisse Teile der Naturwissenschaft in der Tat der Form des rekurrierend geschlossenen Systems sich nähern. Schon oben wurde erwähnt, daß dies für die chemischen Begriffe insofern der Fall ist, als, wenn uns die Gesetze chemischen Geschehens in einiger Vollständigkeit bekannt sind, der Grund fortfällt, die einen oder anderen Substanzen als bekannte auszuzeichnen und zum Mittel- oder Ausgangspunkt der Darstellung zu machen. Für die begriffliche Festlegung der einzelnen Substanz sind aber die sinnlichen Eigenschaften, die ihr für sich allein zukommen, durchaus unzureichend. Vielmehr muß dabei ihr Verhalten gegenüber oder in Verbindung mit allen möglichen anderen herangezogen werden. Wir können uns also sehr wohl eine Darstellung der chemischen Gesetze denken (und wie gesagt, nähert sich die Form der Wissenschaft dem in der Tat an), bei der alle Substanzen in symbolischer Form (mit Namen) erwähnt werden, und der Sinn jedes einzelnen Symbols durch die Gesamtheit dessen gegeben ist, was für dasselbe in Verbindung mit allen übrigen gilt, wie wir das für ein rekurrierend geschlossenes Begriffssystem oben dargelegt hatten.

Auf Betrachtungen ganz anderer Art führt uns dagegen die große Menge derjenigen Begriffe, bei denen weder eine konkrete Bedeutung noch besondere Verhältnisse der Wirklichkeits-Gestaltung der Festlegung ihres Sinnes zu Hilfe kommt, bei denen daher die Unbestimmtheit, die ihnen zufolge ihrer synchytischen Bildung anhaftet, in vollem Maß zur Geltung kommt. Es ist von Wichtigkeit, sich klar zu machen, daß dies, von den soeben berührten Ausnahmen abgesehen, bei den sämtlichen Real-Begriffen von genereller Bedeutung der Fall ist, sowohl bei denjenigen, die einfach eine sinnliche Qualität bedeuten, wie bei denen, die wir oben als sekundäre bezeichnet haben. Tatsächlich sind eben alle unsere sinnlichen Eindrücke in einer Reihe von Hinsichten s t e t i g a b s t u f b a r, so daß sie auch zwischen stark verschiedenen, unbedingt auseinander zu haltenden Bestimmungen einen kontinuierlichen, irgend einen Sprung oder eine scharfe Grenze nicht aufweisenden Uebergang gestatten. So geht der hohe in den tiefen, der laute in den leisen Ton, Rot in Grün und Schwarz in Weiß in stetiger Aenderung über. Das Gleiche gilt, wenn nicht für alle, so doch für die Mehrzahl unserer verwickelteren sekundären Real-Begriffe. Bei Begriffen wie Religion, Entwicklung, Unfall usw. bemerken wir, daß die Realitäten, die wir ihnen unbedenklich subsumieren, ohne Grenze in solche übergehen, deren Zugehörigkeit zu ihnen uns zweifelhaft erscheint. Es ist natürlich zu erwarten, und die Erfahrung bestätigt es in bekannter Weise, daß diese Unbestimmtheiten für unsere Wirklichkeits-Darstellung einen Uebelstand bedeuten, der, wenn er für unser alltägliches Denken von geringem Belang sein mag, in anderen Verhältnissen überaus schwer und störend ins Gewicht fällt. Hier also erscheint der Versuch denkbar und angezeigt, die Wirklichkeits-Darstellung durch Wahl passender Begriffe so zu gestalten, daß jene Uebelstände tunlichst vermieden oder verringert werden. Und in der Tat sehen wir auch, daß Versuche dieser Art in großem Umfang gemacht werden. Denn nichts anderes ist es ja, wenn wir für verwickelte Begriffe feste Definitionen suchen, also den unbestimmten synchytischen Begriff durch einen zu ersetzen suchen, der aus einfacheren, deutlicheren oder minder schwankenden Elementen synthetisch gebildet ist. Ueber die Art, wie zu diesem Ende verfahren wird, lassen sich allgemeine Angaben kaum mehr machen. Auch hier wird es zunächst von der besonderen Gestaltung der Wirklichkeit selbst abhängen, wie weit die Unbestimmtheit des einen oder anderen Begriffes sich bemerklich macht. Es wird aber daneben auch auf die praktischen Zwecke und die Verwendung unseres Real-Wissens in hohem Grade ankommen. So werden sich, um nur eines anzuführen, für Geschichte und Volkswirtschaft, Rechtswissenschaft und Psychologie, obwohl sie es vielfach mit den gleichen Begriffskreisen zu tun haben, doch ganz verschiedene Gesichtspunkte ergeben. Da uns demgemäß ein Eingehen auf diese Verhältnisse ganz in die Detailverhältnisse der einzelnen Wissenschaften hineinführen würde, so soll hier davon abgesehen werden. Wir dürfen uns mit der allgemeinen Feststellung begnügen, daß die Unschärfe unserer synchytischen Begriffe in der Tat unser Denken vielfach behindert und gefährdet. Die Anweisung der Schullogik, uns im wissenschaftlichen Denken scharfer Begriffe zu bedienen, ist wenigstens großen Teilen unseres Real-Wissens gegenüber völlig illusorisch. Wir benutzen in ihnen, wie man mit einigem Recht sagen kann, durchgängig Begriffe, die keine scharf bestimmten sind, und haben auch gar keine Möglichkeit anders zu verfahren. Wir können also nur auf Begriffe rekurrieren, deren Unbestimmtheit von möglichst geringer Bedeutung ist und in unserem wissenschaftlichen Denken möglichst wenig schadet. Besonders beachtenswert aber ist dabei, in wie hohem Maße und in wie mannigfaltiger Weise der Weg, den wir zur Gewinnung möglichst präziser Begriffe einschlagen müssen, durch die jeder logischen Voraussagung entzogene Gestaltung der Wirklichkeit selbst bestimmt wird.

Aus dem Besprochenen ergibt sich, daß unser Wirklichkeits-Erkennen, und zwar auch das wissenschaftliche, wohl in einzelnen Teilen, aber keineswegs überall der zentralisierten Form zustrebt. Auch kann es zum mindesten sehr fraglich erscheinen, ob wir hierin einen Uebel-

stand erblicken, und ob wir uns überall die Gewinnung einer zentralisierten Ordnung zur Aufgabe stellen sollen. Jedenfalls gibt es auch Teile, deren Behandlung sich naturgemäß der entgegengesetzten Form, dem rekurrierend geschlossenen System annähert, und bei denen es mehr oder weniger überflüssig erscheint, eine feste Zentralisation zu erstreben.

Ein vergleichender Ueberblick des Real-Wissens kann hier sodann mit Rücksicht auf andere, nicht sowohl das begriffliche Material, als vielmehr Inhalt und Bedeutung der verschiedenen Teile betreffenden Verhältnisse versucht werden. Und zwar wird es sich hier in erster Linie um die Heraushebung der Wirklichkeits-Gesetze, den Gegensatz nomologischer und ontologischer Wirklichkeits-Bestimmungen, und den ganzen hiermit zusammenhängenden Begriffskreis handeln. Es wird hier zunächst der Ort sein, auf den Begriff der Wirklichkeits-Gesetze selbst zurückzukommen, der, wie wir oben sahen, die durch gewisse formale Eigentümlichkeiten ausgezeichneten Real-Urteile bedeutet. Mußten wir freilich dort schon konstatieren, daß es sich um einen Begriff handelt, der eine ganz präzise Festlegung jedenfalls zur Zeit, vielleicht überhaupt, nicht gestattet, so können wir doch an die obigen Untersuchungen über den formalen Bau der Real-Urteile einige ihn betreffende Bemerkungen knüpfen, die nicht ohne Wichtigkeit sind. Dürfen wir das wichtigste Kriterium des Gesetzes jedenfalls in seiner Allgemeinheit erblicken, so wird in erster Linie darauf hinzuweisen sein, daß gerade diejenige Form der Allgemeinheit, die wir als komplexe[1]) bezeichnet hatten, hier von hervorragender Bedeutung ist. Sie ist es namentlich für die Gesetze des Geschehens; denn diese sollen ja hinsichtlich der Zeit allgemein sein, sie sollen etwas für alle Zeitpunkte übereinstimmend Geltendes besagen. Ob es nun irgend welche Verhaltungsweisen gibt, die wir in der Form eines präzis oder komprehensiv allgemeinen Satzes für alle Zeitpunkte aussagen könnten, ist sehr fraglich. Was wir tatsächlich in zeitlicher Allgemeinheit aussagen können, das ergibt sich aus den früheren das Kausalprinzip betreffenden Erörterungen[2]). Die Veränderungsgesetze besagen, wie dort gezeigt, eine Beziehung zwischen dem in irgend einem Zeitpunkt stattfindenden Verhalten und den im gleichen Zeitpunkt stattfindenden Aenderungen, sind also stets komplex allgemeiner Form. Sind diese Sätze in den strengen Begriffen der Mathematik ausgedrückt, so ist hiermit zugleich gegeben, daß sie sich auf eine unbegrenzte Zahl durchweg verschiedener Einzelfälle beziehen, gleichwohl aber für jeden einzelnen etwas vollkommen Bestimmtes besagen, daß sie also zur strengen Bestimmung einer Wirklichkeit geeignet sind, die niemals etwas früher Verwirklichtes genau wiederholt, sondern dauernd neue Gestaltungen erzeugt. Wir hatten auf diesen

[1]) Vgl. o. S. 232.
[2]) Vgl. o. S. 93.

Punkt oben bereits kurz hingewiesen[1]); wir können nunmehr die komplex allgemeine Form als das hervorheben, wovon diese Erscheinung abhängt.

Was die Gegenstands-Gesetze anlangt, so sei hier daran erinnert, daß sie gemäß dem vorhin Besprochenen in doppelter Form zum Ausdruck kommen können, ein Unterschied, der von der methodischen Ordnung und der Abgrenzung des dem einzelnen Begriff Zugerechneten abhängt. Ist der Begriff des Wasserstoffs durch eine bestimmte Summe von Eigenschaften fest definiert, so bedeutet es ein Real-Urteil geläufiger Form, wenn wir ihm eine Reihe weiterer Eigenschaften zuschreiben. Wir erhalten so Sätze von der Form, daß den durch gewisse Eigenschaften definierten Gegenständen auch gewisse weitere zukommen: es wird eine regelmäßige Verknüpfung von Eigenschaften behauptet. Wir können hier von einer Explicite-Darstellung der Gleichartigkeits-Gesetze reden. Anderseits können wir, von einer solchen Definition der einzelnen Körperarten absehend, die Gesetze des Geschehens so ausdrücken, daß darin die Körper generell, etwa symbolisch, bezeichnet sind, wo nun die Gleichartigkeits-Gesetze implicite zum Ausdruck kommen.

Von einigem Interesse ist es ferner, die formalen Verhältnisse ins Auge zu fassen, die der involventen Natur der Wirklichkeits-Gesetze zugrunde liegen. Wir verstanden darunter, wie erinnerlich, dies, daß die Wirklichkeits-Gesetze neben den verwirklichten Gestaltungen auch eine unbegrenzte Anzahl anderer zulassen, die, wiewohl nicht realisiert, doch den Gesetzen konform sind[2]). Die Gesetze müssen daher, wie wir es auch ausdrücken können, in gewissem Maße unbestimmte Aussagen sein. Nach den obigen Darlegungen wird man als den formalen Modus hierfür in erster Linie an die diluierten Bezeichnungen denken. In der Tat können diese in nomologischen Sätzen auftreten. Die Wirklichkeits-Gesetze würden z. B. dieser Form entsprechen, wenn sie die Bewegungen für Körper von einigen bestimmten Beschaffenheiten festlegten, die Zahl aber, in der Körper jeder Art vorhanden sind, unbestimmt ließen (ein bereits mehrfach erwähnter Fall). Hier würde in die Darstellung der Wirklichkeits-Gesetze eine Reihe von Zahlen eingehen, deren jede jeden beliebigen Wert haben kann, also in der Weise einer diluierten Bezeichnung unbestimmt gelassen ist. Zu beachten ist, daß bei derartigen Darstellungen die Gesamtheit der Wirklichkeits-Gesetze sich auch als eine unbestimmt bleibende Zahl ähnlicher Sätze ausdrückt, namentlich aber auch die einzelnen Sätze Glieder ähnlicher Art enthalten, deren Zahl unbestimmt bleibt (z. B. Summen einer unbestimmten Anzahl von Posten). Die für die nomologischen Sätze geforderte

[1]) Vgl. o. S. 95.
[2]) Vgl. o. S. 53.

Unbestimmtheit läßt sich also hier nicht ausdrücken ohne die Heranziehung jener Begriffe, die eben das, dessen Zahl unbestimmt bleibt, einheitlich bezeichnen. Hier ist also die Bildung gewisser synthetischer Begriffe gerade im Hinblick auf die Unbestimmtheit, die den nomologischen Sätzen zukommen soll, erforderlich, ein Umstand, der früher bereits andeutungsweise erwähnt wurde [1]).

Indessen ist das Auftreten diluierter Bezeichnungen keineswegs die einzige Art, in der die Wirklichkeits-Gesetze involvent sein können. Vielmehr ist zu bedenken, daß die Involvenz eine Eigenschaft ist, die der Gesamtheit der Gesetze in ihrer Totalität zukommt. Sie kann daher auch einfach in der Form gegeben sein, daß die Gesetze sich nur auf gewisse Wirklichkeits-Bestimmungen erstrecken, andere aber gar nicht betreffen; diese letzteren würden also nicht diluiert bezeichnet, sondern überhaupt gar nicht erwähnt werden. So würde durch die Gesetze nicht sowohl eine ungenaue, als eine partielle Wirklichkeits-Bestimmung gegeben sein. Ein besonders wichtiger hierher gehöriger Fall ist der aus der theoretischen Physik geläufige, daß die Veränderungsgesetze als Differenzialgleichungen gegeben sind. Hier bleiben die Integrationskonstanten unbestimmt, und eben dadurch umfassen die Gesetze eine unbegrenzte Menge einzelner Gestaltungen, von denen nur ein unendlich kleiner Teil verwirklicht ist. Man kann allerdings auch hier sagen, daß für jede der Integrationskonstanten die sämtlichen Werte von Null bis Unendlich zugelassen werden und die Unbestimmtheit sich der Art einer Diluierung anschließt. Indessen sind in den Bewegungsgesetzen doch jene Konstanten gar nicht erwähnt, und man kann also hier wohl richtiger von einer partiellen Wirklichkeits-Bestimmung reden. — Noch in einigen weiteren Hinsichten ergeben sich aus der formalen Betrachtung der Real-Urteile Folgerungen, die mit Bezug auf die Wirklichkeits-Gesetze beachtenswert sind. So können wir hervorheben, daß die Gesamtheit der nicht-theoretischen Begriffe (wir hatten sie eben daraufhin als atypische bezeichnet) mit einem gewissen Maße von Unbestimmtheit behaftet ist. Wenn wir, was zwar nicht zwingend geboten aber doch in gewisser Weise berechtigt ist, als Gesetze im endgültigen und strengen Sinne des Wortes auch nur solche Real-Urteile anerkennen, denen eine absolute Präzision ihrer begrifflichen Bezeichnungen zukommt, so werden wir solche überhaupt nur in dem theoretischen Begriffskreise für möglich erklären, der Gesamtheit in empirischen Begriffen ausgedrückter Sätze aber, mag nun ihr Bau sein welcher er wolle, überall nur die Bedeutung provisorischer Formulierungen zugestehen, die nur im weiteren vulgären Sinne Gesetze genannt werden können.

Wir hatten oben den Gedanken erwähnt, daß die Wirklichkeits-Gesetze im strengsten und endgültigen Sinne von ganz universeller

[1]) Vgl. o. S. 337 Anm.

Allgemeinheit sein, d. h. daß sie sich unter Ausschluß aller Begriffe von individueller, konkreter Bedeutung, in einem Material bewegen möchten, das ausschließlich auf solche von genereller Bedeutung zurückgeht. Daß dieser Anforderung im theoretischen Begriffskreise durch die Veränderungsgesetze Genüge geschieht, die für generell, der Art nach, bezeichnete Körper gelten, wurde oben schon erwähnt. Einigermaßen beachtenswert ist, daß auch für empirische Begriffe Entsprechendes möglich ist. Wie in anderem Zusammenhange erwähnt wurde, führt uns die Wiederholung annähernd übereinstimmender Erlebnisse durchweg zunächst auf Begriffe von genereller Bedeutung. Es versteht sich dies für Begriffe wie Rot und Süß, Laufen und Fliegen; aber auch solche wie Pferd und Baum usw., können wenigstens in rein genereller Bedeutung genommen werden. Daß das Nämliche auch für diejenigen Begriffe gilt, die wir vorhin als sekundäre den direkt an die sinnliche Wahrnehmung angeknüpften gegenüberstellten, ist ebenfalls bereits erwähnt worden. So können wir denn in der Tat auch in empirischen Begriffen Real-Urteile bilden, denen jene äußerste, auf dem gänzlichen Ausschluß aller konkreten Bestimmungen beruhende Allgemeinheit zukommt. Obwohl es ja nicht feststeht, daß wir für die Wirklichkeits-Gesetze dieses Kriterium verlangen dürfen, und obwohl aus den anderen soeben erwähnten Gründen diese Sätze als endgültige Gesetze nicht werden gelten können, so kommt ihnen doch ein besonderes Interesse zu, schon insofern sie in formaler Hinsicht ein gewisses Extrem darstellen; und wir werden in diesem Sinne unten noch auf sie zurückzukommen haben.

Wenn wir uns nach dieser Besprechung der Wirklichkeits-Gesetze der Aufgabe zuwenden, unser Real-Wissen unter den hierdurch gegebenen Gesichtspunkten möglichst vollständig zu durchmustern, so wird zunächst zu konstatieren sein, daß wir Sätze, die im strengen und endgültigen Sinne als Wirklichkeits-Gesetze gelten können, wenn überhaupt, so jedenfalls nur in sehr geringem Umfange aufweisen können. Höchstens etwa das Gravitationsgesetz wird hierher zu rechnen sein. Auf der anderen Seite lehrt ein Ueberblick über unser Real-Wissen, daß dasselbe Sätze umfaßt, die sich gerade in den hier in Betracht kommenden Hinsichten überaus verschieden verhalten. Hieraus ergibt sich denn die Aufgabe, wenigstens zu versuchen, ob wir über die Mannigfaltigkeit des sich überhaupt Bietenden einen Ueberblick gewinnen, vielleicht zu einer ordnenden Einteilung gelangen können. Zweckmäßig können wir bei einem solchen Versuch zunächst an die Art anknüpfen, wie unser Real-Wissen im naturgemäßen Fortgange der Erfahrung sich entwickelt und fortschreitet. In der Tat stoßen wir dabei sogleich auf eine Anzahl wichtiger, übrigens wohl bekannter und oft geschilderter Verhältnisse, deren Besprechung hier am Platze ist. Hatten wir die an sinnliche Eindrücke anknüpfende naive Objektivierung als die einfachste Art des Wirklichkeits-Erkennens an die Spitze stellen müssen, so können wir auch hier wieder die sinnliche Wahrneh-

mung als den Ausgangspunkt und die Grundlage unserer Real-Urteile in Anspruch nehmen. Was wir ihr verdanken, ist im allgemeinen die Kenntnis eines jeweils gegebenen äußeren Verhaltens, eines solchen also, das in dem betreffenden Zeitpunkt und an bestimmter Stelle verwirklicht ist, eine Kenntnis von individueller Bedeutung, ein Einzelnes. Aller Fortschritt knüpft sich (durch Gedächtnis, Assoziation und bewußte Ueberlegung bedingt) an die Regelmäßigkeit, mit der solche äußeren Verhaltungsweisen, teils bezüglich ihres gleichzeitigen Nebeneinander, teils bezüglich ihrer Zeitfolge verknüpft sind. Wir gelangen so zunächst dazu, das wirklich Wahrgenommene durch Annahmen über entsprechende Verhaltungsweisen, die nicht Gegenstand direkter Wahrnehmung waren, zu ergänzen. In der Gesamtheit dessen ferner, was solcherart als verwirklicht vorgestellt wird, suchen wir und gelingt es uns, Regelmäßigkeiten und Gleichartigkeiten in fortschreitender Allgemeinheit aufzufassen und festzuhalten. Und wir gelangen so zu den Aufstellungen, die wenigstens im weiteren vulgären Sinne als Gesetze bezeichnet werden. So kann man denn mit einigem Recht wohl sagen, daß das Real-Wissen in seiner Gesamtheit das Bild eines Fortganges von den Einzeltatsachen zum Gesetz darbietet. Beachtet man weiter, daß ein vollständiges Wirklichkeits-Erkennen nicht bloß die Wirklichkeits-Gesetze, sondern in gewissem Umfang selbstverständlich auch die individuellen Verhaltungsweisen umfassen müßte, so scheint hier die Gesamtheit des Wirklichkeits-Erkennens in zwei grundsätzlich verschiedene Teile zu zerfallen. Wir werden also in erster Linie diese Anschauung des Genaueren zu prüfen haben.

Für eine Betrachtung dieser Verhältnisse ist es von Nutzen, wenn wir zunächst die Fiktion einer streng theoretischen Wirklichkeits-Vorstellung in Erwägung ziehen. Wir wollen dabei die Voraussetzung machen, daß die hier aufzustellenden Gesetze von der mehrfach besprochenen Art, nämlich generelle Bewegungsgesetze sind. Auch wollen wir weiter annehmen, daß mit ihnen die Wirklichkeits-Gesetze erschöpfend gegeben sind, daß also in Bezug auf die Zahlen, in denen die einzelnen Gegenstände vorhanden sind, sowie in Bezug auf ihre Anordnung in irgend einem bestimmten Zeitpunkt keine Angaben von allgemeiner Bedeutung gemacht werden können. Unter dieser Voraussetzung sondern sich die nomologischen Verhältnisse streng von den einer gesetzlichen Ordnung entzogenen ontologischen Bestimmungen. In der vorhin berührten Weise können wir uns demgemäß die Wirklichkeits-Gesetze so ausgedrückt denken, daß die ontologischen Verhältnisse unbestimmt bleiben. Wir erhalten so Sätze rein nomologischen Inhalts; eine strenge und abgeschlossene Darstellung der Wirklichkeits-Gesetze in einem höchsten und endgültigen Sinne wäre also hier denkbar. — Ohne Schwierigkeit können wir (unter den hier gemachten Voraussetzungen) auch Sätze aufweisen, die sich als ein entgegengesetztes Extrem den rein nomologischen gegenüberstellen und als reinster Typus der Einzeltatsache betrachten lassen. Es wären solche, die sich in lauter Begriffen von individueller Bedeutung bewegen, also z. B. den Ort eines einzelnen Körpers für einen bestimmten Zeitpunkt angeben.

Auch die vorhin erwähnte Zweiteilung scheint sich hier zu bestätigen. Denn in bekannter Weise kann eine Reihe von Angaben singulärer Bedeutung so gemacht werden, daß durch sie im Verbande mit den Gesetzen das gesamte Wirklichkeits-Verhalten eindeutig bestimmt ist, d. h. sich nach logischen und mathematischen Zusammenhängen ergibt. Und wenn wir gewohnt sind, z. B. in der theoretischen Mechanik für die Bestimmung eines Bewegungsproblemes einerseits das die Bewegung beherrschende Gesetz, anderseits die „Anfangsbedingungen" zu fordern, so könnte es scheinen, als ob hier die Wirklichkeits-Beschreibung in der Tat sich in den nomologischen und ontologischen Teil reinlich zerlegte. Indessen müssen wir doch zunächst bemerken, daß solche zu einer eindeutigen Bestimmung der Wirklichkeit genügende Angaben in der mannigfaltigsten Weise gemacht werden können (wir brauchen hier nur daran zu denken, daß als Anfangsbedingungen das Verhalten in jedem beliebigen Zeitpunkt gewählt werden kann). Demgemäß versteht sich, daß, wenn wir z. B. die Angabe der Orte und Geschwindigkeiten für einen Zeitpunkt zu fordern pflegen, wir damit das Minimum von Bestimmungen im Auge haben, das neben den Gesetzen für die eindeutige Festlegung alles Wirklichkeits-Verhaltens erforderlich ist, daß aber überhaupt ähnliche Aufstellungen rein ontologischer oder rein singulärer Art in unbegrenzter Menge möglich sind. Das ontologische Wissen stellt also nichts dar, was in ähnlicher Weise, wie das rein nomologische als ein bestimmter Kreis von Sätzen abgesondert werden könnte. Allerdings aber werden wir einen jeden solchen rein singulären Satz dem Gesetz gegenüberstellen als einen, in dem die Wirklichkeits-Gesetze nicht zum Ausdruck kommen, der also „von rein tatsächlicher Bedeutung" ist.

Die weitere Betrachtung lehrt nun aber, daß neben diesen extremen Typen des rein nomologischen und rein ontologischen Satzes eine Fülle anderer möglich ist, die weder dem einen noch dem andern rein zuzurechnen sind. In manchen Fällen kann dabei ihre Beziehung zu beiden ganz einfach und durchsichtig sein. Wir können uns z. B., von den rein nomologischen Sätzen ausgehend, andere Aussagen gebildet denken, in denen jene durch die Hineinziehung einer oder mehrerer ontologischer Bestimmungen spezialisiert sind. So wenn wir uns die Bewegungsgesetze in einer Form angegeben denken, die nur die Anfangsanordnungen unbestimmt läßt, aber hinsichtlich Zahl und Art der Körper gerade auf die tatsächlich verwirklichten Verhältnisse geht. Dagegen werden in anderen Fällen solche Beziehungen nicht ohne wei-

teres angebbar sein; ja es wird in vielen Fällen sehr fraglich sein, ob sie sich überhaupt in irgend einer greifbaren Weise festlegen lassen. So z. B. schon dann, wenn wir gewisse Gleichartigkeiten des Verhaltens über längere Zeiten hin behaupten. (Der Abstand der Erde von der Sonne hat innerhalb der letzten 100 Jahre nie mehr als x und nie weniger als y Kilometer betragen.) In Fällen dieser Art, die sich leicht vermehren ließen, werden wir, soweit ich sehe, nicht über die allgemeine Feststellung hinauskommen, daß in dem betreffenden Satz sowohl die Wirklichkeits-Gesetze wie auch eine Anzahl nicht gesetzlich fixierter Bestimmungen zum Ausdruck kommen, wie wir denn auch anderseits leicht übersehen, daß jedes gesetzlich geordnete Wirklichkeits-Verhalten zu einer unbegrenzten Menge solcher in irgend einem Sinne oder Umfange allgemeiner Aussagen Gelegenheit geben wird. Es ist also ersichtlich, daß wir selbst bei einem Gebiet der hier betrachteten Art im allmählichen Fortschritte unseres Wirklichkeits-Erkennens in erster Linie auf Sätze mehr oder weniger allgemeiner Bedeutung geführt werden, die jedenfalls keine Einzeltatsachen bedeuten, die wir aber doch auch selbst in dem weiteren Sinne des täglichen Sprachgebrauches nicht Gesetze nennen würden.

Wenden wir uns zu unserer tatsächlich gegebenen Wirklichkeits-Vorstellung und fassen wir sogleich den ja weit überwiegenden in empirischen Begriffen gedachten Teil derselben ins Auge, so fällt vor allem die fließende Natur einer Reihe von Kriterien auf, an die man zur Charakterisierung der Gesetze wie der Einzeltatsachen zunächst denken könnte. Was die ersteren anlangt, so wird ja selbstverständlich stets auf die a l l g e m e i n e Natur der Aussage das größte Gewicht zu legen sein. Erinnern wir uns der Formen, die wir für Gesetze im strengen Sinne (generelle Bewegungsgesetze) fordern, oder die wir bei den jenen am nächsten kommenden Gesetzen der Physik und Chemie bemerken, so können wir wohl als besonders beachtenswert hervorheben, daß sie sich auf Gesamtheiten von einer, wenn auch nicht unbegrenzten, so doch uns unübersehbaren, jedenfalls sehr großen Anzahl von Einzelelementen beziehen. Im Hinblick hierauf könnte man z. B. den Satz, daß alle Zweihufer Wiederkäuer sind u. dgl., als ein Gesetz (im vulgären Sinn) bezeichnen. Gerade in dieser Hinsicht kommen am einfachsten die mannigfaltigen, eine bestimmte Grenzziehung nicht gestattenden Abstufungen zur Anschauung. Dürfen wir die Repräsentanten einer einzelnen Tierart im allgemeinen als eine solche unbegrenzte Menge betrachten, und ähnlich auch noch den Menschen in genere, so tritt in diesem selbst, seinen Hervorbringungen, den Formen seines Zusammenlebens usw. doch eine fortschreitende Differenzierung zutage, der zufolge wir auch in größter Mannigfaltigkeit enger begrenzte Gesamtheits-Begriffe bilden können. Wir gelangen so in stetigem Uebergang zu solchen, deren einzelne Elemente wir aufzuzählen imstande sind, oder deren erschöpfendes Kennenlernen wenigstens im Bereich der Möglichkeit liegt. Sprechen wir von allen Menschen, allen Deutschen, allen Berlinern, allen Päpsten, allen Mitgliedern der kaiserlichen Familie, so wird der fließende Uebergang ersichtlich, der uns nicht gestattet, irgendwo eine ganz bestimmte Grenze zu ziehen. Man darf dabei noch besonders hervorheben, daß in vielen Fällen d i e s e l b e Aussage ihren Charakter in gewisser Weise durch unsere fortschreitende Kenntnis verändern kann, indem wir die Einzelelemente einer uns zunächst nicht übersehbaren Gesamtheit erschöpfend kennen lernen.

Sodann ist hier anzuführen, daß auch das formal schärfste Kriterium dieser Sätze, nämlich ihre A l l g e m e i n h e i t, doch noch in gewisser Weise eine Abstufung zuläßt, daß wenigstens Sätze aufgewiesen werden können, die sich ihm in fließender Weise annähern. In der Tat ist es uns ja nicht ungewohnt zu sagen, daß etwas in der Regel, in der Mehrzahl der Fälle, mit seltenen Ausnahmen gelte u. dgl. Wie wir zu solchen Sätzen gelangen oder worauf sie sich gründen, darf hier außer Betracht bleiben. Jedenfalls spielen sie in unserem Denken eine nicht unerhebliche Rolle und stellen eine Reihe von Urteils-Formen dar, die sich den im strengen Sinn allgemeinen in stetigem Anschluß nähern.

Endlich ist hier zu beachten, daß zu den Eigentümlichkeiten, durch die sich ein Teil unserer Real-Urteile einem endgültigen Gesetze annähert, noch eine weitere, sprachlich zwar meist nicht ausdrücklich hervorgehobene, aber doch in den typischen Fällen mitgemeinte Allgemeinheit gehört, nämlich die z e i t l i c h e. In Sätzen der hier ins Auge gefaßten Art werden die betreffenden Eigenschaften als d a u e r n d e ausgesagt. Ein Satz wie etwa der, daß bis ins späte Mittelalter alle Menschen in hohem Grade abergläubisch waren, läßt die auch in dieser Beziehung möglichen stetigen Abstufungen deutlich hervortreten.

Zu ganz ähnlichen Resultaten gelangen wir mit Bezug auf Aussagen, die wir etwa als ein den Gesetzen entgegengesetztes Extrem betrachten könnten. Es würden das solche sein, die der Allgemeinheit ganz ermangeln, also etwa einem individuellen Gebilde für einen bestimmten Zeitpunkt ein bestimmtes Verhalten zuschreiben. Fassen wir hier zunächst die Gegenstandsbegriffe etwas genauer ins Auge, die der alltäglichen Betrachtung zufolge Einzelgebilde bedeuten, so bemerken wir, wie verwickelte Umstände für diesen Eindruck des Einheitlichen bestimmend sind. Die ganze Natur unserer Erfahrung, einerseits unseres Wahrnehmens und gedächtnismäßigen Festhaltens, anderseits aber auch der tatsächlichen Gestaltung der Wirklichkeit, bringt es mit sich, daß wir in größtem Umfang Gebilde als etwas Einheitliches auffassen und bezeichnen, die sich bei größerer Genauigkeit der Betrachtung oder bei veränderter Auffassung als Komplexe darstellen. So sind die Individuen der belebten Natur, der einzelne Mensch, das einzelne Tier, aber auch die Sonne, der Mond, der Berg, der Fluß usw.

Begriffe, die wir als singuläre zu betrachten gewohnt sind. Eine strengere Ueberlegung wird uns zwingen anzuerkennen, daß ein jedes solches Gebilde eine Gesamtheit von sehr vielen Einzelelementen umfaßt. Ueber Begriffe etwas auszusagen, die wir in einem strengen und endgültigen Sinne als individuelle ansprechen dürfen (wie etwa den eines einzelnen Atoms) sind wir, wenn wir von der psychischen Einheit des Einzelbewußtseins absehen, überhaupt nicht in der Lage. Daraus geht dann sogleich auch hervor, daß die Real-Begriffe, die wir in dem bedingten, hier allein in Frage kommenden Sinn als individuelle gelten lassen müssen, ohne scharfe Abgrenzung in andere übergehen, die als Gesamtheiten oder Komplexe aufzufassen uns zutreffender erscheint. Auch hier ist sodann die zeitliche Bestimmung zu erwähnen, deren Abstufbarkeit bei den auf Einzelgebilde bezüglichen Sätzen eine noch größere Rolle spielt, als bei den allgemeinen. Wir bemerken hier, daß auch die Aussagen, denen wir in besonders prägnantem Sinne eine singuläre Bedeutung zuzuschreiben geneigt sind, sich nicht im strengen Sinn auf einen Zeitpunkt, sondern auf eine mehr oder weniger ausgedehnte zeitliche Strecke beziehen. Daß hierin ein gewisses Hinausgehen über das Singuläre liegt, bringen wir uns im allgemeinen nicht zum Bewußtsein, weil uns nach Maßgabe unserer ganzen Wirklichkeitskenntnis die Ausdehnung des wahrgenommenen oder ausgesagten Verhaltens über gewisse Zeitstrecken als etwas vollkommen Selbstverständliches erscheint. So werden wir wohl den Satz: „vor unserem Hause steht ein Pferd" unbedenklich als eine singuläre Aussage ansehen. Nehmen wir den Begriff des Singulären in dem weiteren Sinne, daß er für solche Fälle noch zutrifft (und wir müssen das tun, wenn er überhaupt in unseren Urteilen irgend ein Anwendungsgebiet finden soll), so wird zu beachten sein, daß er bereits in diesem Punkte der scharfen Bestimmung ermangelt; wir gelangen demzufolge in stetigem Uebergange zu Sätzen von ganz anderer Bedeutung, zu solchen nämlich, in denen ein uns nicht selbstverständliches A n d a u e r n ausgesagt wird, und in denen das Interesse gerade in der Aussage eines solchen Dauer-Verhaltens liegt.

Aus dem bisher Besprochenen ergibt sich zunächst, daß weder der Begriff des Gesetzes noch der der Einzeltatsache eine scharfe Abgrenzung gestattet. Es wird aber auch ersichtlich, daß es zahlreiche Urteile gibt, deren Inhalt wir, selbst bei weitester Fassung jener beiden Begriffe, weder dem einen noch dem andern zurechnen würden. Zu einer genaueren Charakterisierung solcher Z w i s c h e n f o r m e n sind dagegen die obigen Betrachtungsweisen wenig geeignet. Fruchtbarer und interessanter sind daher Erwägungen, die, von etwas anderen Gesichtspunkten ausgehend, gerade diese Zwischenformen in speziellerer Weise verfolgen. Freilich versteht sich, daß auch die hier etwa aufzufindenden Typen nirgend scharf abgrenzbare sein werden. Auch sei gleich vorausgeschickt, daß es sich nur darum handeln kann,

eine Anzahl relativ einfacher und gut charakterisierter Typen mehr oder weniger willkürlich auszuwählen, nicht etwa alles Vorkommende erschöpfend darzustellen. Gleichwohl gelingt es doch, über die Mannigfaltigkeit der formalen Bildungen einen Ueberblick zu gewinnen, der nicht ohne Bedeutung ist, wertvoller jedenfalls als die bloße Gegenüberstellung der zunächst ins Auge gefaßten Extreme. Wenn wir einen Satz prüfen, wie wir ihn als einen guten Typus des Gesetzes zu betrachten gewohnt sind, etwa einen Satz der Chemie, der die Schwefelsäure betrifft, so gilt, wie vorhin betont wurde, die Aussage einer sehr großen, unübersehbaren Gesamtheit einzelner Elemente. Fragen wir jedoch weiter, wie die Gesamtheit definiert ist, so bemerken wir, daß der Versuch, den Begriff der Schwefelsäure anzugeben, uns zur Aufzählung einer Reihe von E i g e n s c h a f t e n g e n e r e l l e r B e d e u t u n g führen würde. Und man findet bei der weiteren Verfolgung solcher Begriffe, daß sie uns immer wieder auf lauter generelle Begriffe führt, überdies auch auf Verhältnisse von allgemeiner Geltung. Eine Eigenschaft, durch die wir die Schwefelsäure definiert denken, wird etwa eine Erscheinung bedeuten, die zu beobachten ist, wenn sie mit einem anderen Körper, z. B. Kochsalz in gewissen Mengenverhältnissen, bei gewissen Temperaturen usw. in Verbindung gebracht wird. Dabei können wir beachten, daß die Bedingungen sowohl wie die an sie geknüpften Erscheinungen wiederum generell bezeichnet sind, und daß in dem Begriffe jener Eigenschaft das Eintreten für a l l e Fälle solcher Art und mit j e d e m Vertreter der mit dem Begriffe Kochsalz bezeichneten Körpergesamtheit gemeint ist. Wir haben es hier also mit einer rein g e n e r e l l b e z e i c h n e t e n G e s a m t h e i t zu tun. Das Gleiche gilt auch für die Artbegriffe der beschreibenden Naturwissenschaften. Auch Aussagen also, die den Hund in genere oder alle Hunde betreffen, würden sich in dieser Hinsicht hier anschließen. Von solchen generell definierten Gesamtheiten können wir diejenigen unterscheiden, bei denen das definierende Merkmal in k o n k r e t e n B e g r i f f e n oder unter Einbeziehung eines solchen bezeichnet ist: „alle zur Zeit in Paris befindlichen Deutschen", „die im Laufe des 18. Jahrhunderts geführten Kriege" und dergl. Auch solche konkret definierten Gesamtheiten können sehr wohl von großem, unübersehbarem Umfange sein, doch ist einleuchtend, daß die in einer solchen konkreten Bestimmung gegebene Abgrenzung von ganz anderer Bedeutung ist. — Auch in Betreff der in die A u s s a g e eines allgemeinen Satzes eingehenden Begriffe können wir eine ähnliche Unterscheidung machen. Auch sie können genereller Natur sein, also eine Eigenschaft bedeuten, oder ein in konkreter Weise definiertes Verhalten besagen (etwa eine örtliche Bestimmung). Allerdings muß man bemerken, daß die hier gemachten Unterscheidungen nicht völlig unabhängig von einander sind, sondern zwischen ihnen ein gewisser Parallelismus stattfinden wird. Am häufigsten werden wir wohl von

generell bezeichneten Gesamtheiten auch Aussagen von genereller Bedeutung machen (so, wenn wir in den chemischen Gesetzen einem Körper irgend welche Eigenschaften zuschreiben), anderseits auch von konkret definierten Gesamtheiten Aussagen konkreter Natur machen. Wenn wir indessen an Sätze denken, wie den, daß alle Japaner technisch sehr geschickt sind, so ist doch unverkennbar, daß Sätze auch recht wohl vorkommen können, die sich den andern Typen mindestens annähern. Unterscheiden wir hiernach Sätze, die von generell oder konkret definierten Gesamtheiten allgemein etwas aussagen, was auch seinerseits wieder von genereller oder konkreter Bedeutung sein kann, so erhalten wir schon vier Urteilsformen, die, wie die erwähnten Beispiele zeigen, in unserem alltäglichen Denken wohl vorkommen können. Von diesen Formen ist es nun offenbar die erste, ganz auf generelle Begriffe zurückgehende, die den Gesetzen im strengen Sinn am nächsten steht. Und die ihr zugehörigen Sätze pflegt auch der gewöhnliche Sprachgebrauch am ehesten und sichersten als Gesetze zu bezeichnen. So bemerkt man leicht, daß, was wir wohl ein historisches oder volkswirtschaftliches Gesetz nennen (alle Kriege bedingen einen Rückgang der Kultur), sich dieser Form anschließen. Daß wir es hier nicht mit Gesetzen im endgültigen Sinn zu tun haben, ist bei der unbestimmten Natur der benutzten Begriffe, der bedingten Gültigkeit der Sätze selbst, ohne weiteres deutlich. Aber dafür, daß wir sie im weiteren vulgären Sinne Gesetze nennen, ist die generelle Natur ihrer Begriffe jedenfalls in erster Linie bestimmend.

Sätze andererseits wie die, daß alle Berliner witzig sind, oder alle Kasuare in Australien leben, würden wir ohne Zweifel wegen der konkreten Natur der in sie eingehenden Bestimmungen nicht als Gesetz gelten lassen. Zwar ist uns deutlich, daß die Wirklichkeits-Gesetze an den hier ausgesagten Gleichartigkeiten in irgend einer Weise beteiligt sind und sich in ihnen ausdrücken; daneben aber sind auch rein tatsächliche Bestimmungen der Wirklichkeit für sie von entscheidender Bedeutung. Dies ist es, was durch die konkrete Natur der definierenden Bestimmung oder der Aussage in einer unmittelbar einleuchtenden Weise bemerklich wird.

Zu ähnlichen Ergebnissen gelangen wir, wenn wir Real-Urteile entgegengesetzter Art in Betracht ziehen. Zu den auf lauter generelle Begriffe zurückgehenden Gesetzen stehen in diametralem Gegensatz die auf lauter *konkrete Begriffe zurückgehenden Einzelaussagen*. Solche sind in unserem alltäglichen Denken durch zahlreiche Beispiele repräsentiert und würden übrigens durch eine Reihe hier nicht zu verfolgender Betrachtungen noch eine Anzahl weiterer Unterscheidungen gestatten. (Fritz ist im Hause; dieser Mann ist Röntgen usw.) Neben diesen finden wir aber vor allem, daß die Wirklichkeitsbeschreibung sich genereller Begriffe in irgend einer konkreten Anknüpfung bedient (es regnet jetzt). Und wir dürfen endlich als einen

vorzugsweise beachtenswerten Fall den erwähnen, daß einem Gegenstand von konkreter und, wenigstens im weiteren Sinne, individueller Bedeutung eine generell bezeichnete *Eigenschaft* zugeschrieben wird (Caesar war rachsüchtig, Neapel ist ungesund u. dgl.). Sätze dieser Art nähern sich bereits wieder dem, was wir auch als Gesetz bezeichnen können. Mußten wir doch früher schon als theoretisch möglich den Fall erwähnen, daß sogar die letzten endgültigen Gesetze des Geschehens in einer nicht auf Gesamtheiten gleichartiger Gegenstände, sondern auf einzelne bezüglichen Weise sich darstellten. Solchen Individualgesetzen stehen offenbar die Aussagen bereits nahe, die einem Einzelgebilde Eigenschaften zuschreiben und so das Verhalten und Wirken desselben in genereller Weise bezeichnen.

Betrachtungen dieser Art zeigen, daß wir neben den Sätzen, die wir wenigstens in einem erweiterten Sinne Gesetze oder Einzeltatsachen nennen dürfen, eine Reihe weiterer Typen unterscheiden können. Eine Verfolgung ähnlicher Betrachtungen lehrt, daß wir den angeführten noch manche weitere anschließen können.

Ich möchte hier nur noch einen Punkt erwähnen, der in mancher Hinsicht von besonders weitgehender Bedeutung ist. Er besteht darin, daß durch begriffliche, namentlich mathematische Bildungen verschiedener Art die Möglichkeit gegeben ist, Aussagen zu machen, die die Elemente einer Gesamtheit betreffen und in irgend einer Weise charakterisieren, ohne doch im gewöhnlichen Sinne allgemein zu sein, d. h. etwas für alle diese Elemente Zutreffendes auszusagen. Hierher gehören die bei früherer Gelegenheit bereits kurz erwähnte *Durchschnittsangaben*. Im streng mathematischen Sinne gibt eine solche den *Mittelwert* aller derjenigen Bestimmungen an, die irgend einer Gesamtheit einzelner Elemente zukommen. Sind $O_1\, O_2\, O_3 \ldots O_n$ die Ortswerte von n Körpern für einen bestimmten Zeitpunkt, so ist $\frac{\Sigma O}{n}$ der mittlere oder durchschnittliche Ortswert. Wir können in diesem Sinne auch von dem mittleren Orte oder der mittleren Geschwindigkeit *eines* Körpers während eines gewissen Zeitraumes, von der mittleren Temperatur eines an verschiedenen Stellen ungleich temperierten Gegenstandes sprechen usw. Zu beachten ist, daß die Mittelwerte sich ganz ähnlich wie allgemeine Sätze nicht nur auf konkrete, sondern auch auf mathematische und namentlich auch auf real definierte Gesamtheiten erstrecken können. Ueberdies versteht sich, daß wenn sie auch einen ganz präzisen Sinn nur da haben, wo es sich um mathematische Bestimmungen handelt, demnach der durchschnittliche Wert als arithmetisches Mittel einer Anzahl von Einzelwerten definiert ist, sie doch in ähnlicher Weise überall Anwendung finden können, wo jene Bestimmungen ein in einer oder mehreren Beziehungen abstufbares Verhalten bedeuten. Auch die Bezeichnung des Durchschnitts wird dann zwar oft nur in einem mehr oder weniger unbestimmten

Begriffe bestehen können, aber darum keineswegs wertlos sein. Man erinnere sich an Sätze, wie etwa den, daß die Italiener durchschnittlich eine größere musikalische Veranlagung besitzen, als die Engländer. — Wir haben es hier, wie man bei einer vollständigeren Erwägung bemerken wird, mit einer Art von Aussagen zu tun, die in unserem Denken eine beträchtliche Rolle spielen oder mindestens bei sehr vielen Aussagen irgendwie beteiligt sind. Ihre Bedeutung erhöht sich, wenn sich, wie das häufig der Fall ist, zu der Kenntnis durchschnittlicher Werte eine auch nur ungenaue Kenntnis über die Größe der zwischen den Einzelfällen bestehenden Abweichungen gesellt. Denn beide in Verbindung mit einander setzen uns auch in die Lage, das Verhalten der Einzelfälle annähernd zu beurteilen. Ist uns die durchschnittliche Temperatur eines Tages bekannt, so können wir im Hinblick auf das, was wir über Art und Größe der Tagesschwankungen wissen, auch die Temperatur zu irgend einer bestimmten Zeit mit leidlicher Sicherheit veranschlagen.

In noch einfacherer Weise wird dem gleichen Prinzip schon dann entsprochen, wenn eine größere Anzahl gleichartiger Objekte zum Teil eine, zum Teil eine andere Bestimmung aufweist, und wir die Zahlen beider oder, wie wir kurz sagen können, ein Häufigkeits-Verhältnis angeben. So etwa, wenn wir sagen, es seien bei der letzten Typhusepidemie n Personen erkrankt und von diesen m gestorben. Bei zahlreichen Wiederholungen gleichartiger Fälle sprechen wir dann wohl auch von durchschnittlichen Häufigkeits-Verhältnissen, indem wir uns die für einzelne Teile, Gruppen oder Reihen, geltenden Verhältniszahlen vereinigt und so ein für eine größere Gesamtheit zutreffendes Häufigkeits-Verhältnis ermittelt denken. In diesem Sinne können wir von der durchschnittlichen Häufigkeit des Wurfes Sechs beim Würfeln, der durchschnittlichen Mortalität der Cholera usw. sprechen. — Die Begriffe der hier genannten Art sind es ja nun auch, in denen jene bei der Wiederholung zahlreicher gleichartiger Fälle in mannigfaltigster Weise zu beobachtenden Regelmäßigkeiten sich darstellen, von denen im vorigen Kapitel die Rede war, und die wir unter dem Namen der Massen-Gesetze zusammenzufassen gewohnt sind. Auch diese dürfen wir daher hier als Sätze besonderer Art erwähnen, die, auch wenn wir sie dem Sprachgebrauche folgend den Gesetzen zurechnen, doch von den im strengeren Sinne so zu nennenden sich unterscheiden, da ihr begrifflicher Bau und, wie wir ja sahen, sogar die Grundlagen ihrer Geltung ganz andere sind.

Man wird durch eine Fortsetzung ähnlicher Ueberlegungen leicht bestätigen, daß die Zahl der Formen, die sich zwischen Einzeltatsache und Gesetz einfügen, eine wohl unbegrenzte, jedenfalls nicht irgendwie scharf fixierbare ist. Nicht minder versteht sich, daß auch die hier in Betracht gezogenen Kriterien wegen der Unbestimmtheit der empirischen Begriffe durchweg mehr oder weniger fließender Natur

sind. Es sei nur an die mangelnde Abgrenzung der ein jeweiliges Verhalten und der eine Eigenschaft bedeutenden Begriffe erinnert. Aber die Absicht unserer ganzen Ueberlegung ging ja auch nicht dahin, unsere Real-Urteile in reinlicher Weise einzuteilen, sondern über die Gesamtheit seiner Gestaltungen einen gewissen Ueberblick zu gewinnen. In dieser Hinsicht sind unsere Resultate nicht ohne Wert; denn wir haben durch die Heraushebung der hier bezeichneten Typen von den formalen Verhältnissen unseres Wirklichkeits-Denkens jedenfalls ein vollständigeres und zutreffenderes Bild erhalten, als wenn wir lediglich an Einzeltatsachen und Gesetze denken.

Wir müssen hier schließlich noch eine Komplikation erwähnen, durch die es in besonderer Weise erschwert wird, bestimmte in unserem Denken tatsächlich gegebene Realsätze unter den hier erörterten Gesichtspunkten zu beurteilen. Es handelt sich hier um die provisorische Bedeutung vieler empirischer Begriffe. Fassen wir z. B. Begriffe ins Auge, die geeignet sind, ein jeweiliges Verhalten in Sätzen von singulärer Bedeutung zu bezeichnen. Die alltägliche Betrachtung wird geneigt sein, in ähnlicher Weise wie räumliche Bestimmungen auch Begriffe hierher zu rechnen, die ein qualitatives Verhalten dieser oder jener Gegenstände bezeichnen, insbesondere z. B. ein solches, das unmittelbar sinnlich wahrnehmbar ist, also Begriffe wie warm und kalt, naß und trocken. Erwägen wir, was diese eigentlich besagen, so bemerken wir, daß die Annahme, in ihnen die Bezeichnung eines Verhaltens erblicken zu dürfen, auf der hier die ganze Begriffsbildung überhaupt beherrschenden Betrachtungsweise beruht, die wir als naive Objektivierung bezeichnet hatten. Gehen wir zu einer theoretischen Erwägung über, so müssen wir hier dem Begriff „Kalt“ eine andere und verwickeltere Auffassung substituieren, in der er nach Maßgabe allgemeiner, die Funktion der menschlichen Sinnesorgane betreffender Verhältnisse definiert ist. Die Kälte wäre hier als ein Verhalten aufzufassen, das unter gewissen Bedingungen in uns eine gewisse Empfindung erzeugt, eine Bezeichnung, in die generelle Begriffe und regelmäßige Zusammenhänge eingehen. Wir sehen hieraus, daß ein und derselbe Satz sich ganz anders darstellt, je nachdem wir auf dem Boden alltäglicher Betrachtungsweise stehen bleiben oder seinen Inhalt im Sinne einer theoretisch strengeren Auffassung umdeuten. Auf ähnliche und noch wichtigere Verhältnisse werden wir geführt, wenn wir unter dem gleichen Gesichtspunkte die dem alltäglichen Denken geläufigen, durch transitive Zeitwörter bezeichneten, also eine Art des Tuns oder Wirkens bedeutenden Begriffe ins Auge fassen. Die Aussage eines von einem Gegenstande ausgeübten und auf einen andern sich erstreckenden Wirkens löste sich für unsere kritische Betrachtung in die Aussage von Vorgängen oder Zustandsänderungen auf, die den einen und den anderen betreffen, zwischen denen aber zugleich ein allgemeiner d. h. ein in der Wirklichkeits-Gesamtheit durchweg in gleicher oder ähnlicher Weise beste-

hender Zusammenhang behauptet wird. (Der Regen hat die Rosen verdorben.) Jede solcher Begriffe sich bedienende Wirklichkeits-Beschreibung, gleichermaßen jede Behauptung eines ursächlichen Zusammenhanges enthält also, sobald wir, über die alltägliche Betrachtung hinausgehend, ihren Sinn in theoretisch befriedigender Weise angeben, eine bestimmte Beziehung auf die Wirklichkeits-Gesamtheit und die in ihr bemerkbaren Gesetzmäßigkeiten. Eine eindringende Ueberlegung wird also Sätze dieser Art den in einem strengeren Sinne singulären nicht zurechnen, sondern zwischen ihnen einen tiefgreifenden Unterschied konstatieren; und sie wird gerade die Sätze, die einen ursächlichen Zusammenhang besagen, als formell einigermaßen verwickelte, mehrerlei Verschiedenes zusammenfassende Aussage-Arten anzusehen genötigt sein. Hier können wir nun die erforderliche Umdeutung ohne große Schwierigkeit ausführen, und wir werden daher in erster Linie veranlaßt, den vorher schon dargelegten Arten des Real-Urteils z. B. die Aussage eines ursächlichen Zusammenhanges als einen weiteren anzuschließen. Anderseits aber bringt die weit gehende Möglichkeit synchytischer Begriffsbildungen (namentlich in dem Gebiete der vorhin als s e k u n d ä r e bezeichneten Begriffe) es mit sich, daß die entsprechende Aufgabe sich nicht selten einer sicheren Lösung entzieht. Und gerade hiermit hängt dann vielfach ein besonders hohes Maß von Unbestimmtheit zusammen, das die Einordnung irgend eines Satzes in diese oder jene Klasse unmöglich oder mindestens willkürlich macht. Schreiben wir nicht einem Einzelgegenstand im strengen Sinne, sondern einem Vorgange, einer Veränderung, einer Eigenschaft o. dgl. irgend eine Wirkung zu, sprechen wir anderseits von Aenderungen eines Zustandes, Modifikationen irgend welcher Beziehungen u. dgl., so werden wir in Verlegenheit kommen, wenn wir die Frage aufwerfen, wie weit nun das hier Gemeinte, in endgültigen Begriffen ausgedrückt, sich auf Gesamtheiten oder Einzelgebilde erstrecken und was es mit Bezug auf diese oder jene besagen würde. Es würde zum mindesten sehr verwickelter Ueberlegungen bedürfen, z. B. den Satz, daß die Entdeckung Amerikas Spanien nur vorübergehende Vorteile gebracht habe, unter jenen Gesichtspunkten zutreffend zu rangieren. Wir können dabei bemerken, daß eine solche Einordnung unter Umständen auch ganz unmöglich sein kann, dann nämlich wenn der Sinn des betrachteten Satzes ein einigermaßen u n b e s t i m m t e r ist und zwei, für eine theoretische Betrachtung auseinander zu haltende Urteilsformen in einer nicht fixierbaren Weise zusammenfaßt. Ein einfaches Beispiel hierfür bieten diejenigen Aussagen über Gesamtheiten, in denen der Sinn einer a l l g e m e i n e n und der einer D u r c h s c h n i t t s a n g a b e in einer die Auseinanderlösung nicht gestattenden Weise vereinigt ist. Sprechen wir von dem Bildungsniveau der russischen Armee, von dem Klima eines Ortes u. dgl., so lehrt die Ueberlegung, daß hier in erster Linie wohl etwas für gewisse Gesamtheiten Allgemeines gemeint ist, die

Aussage also a l l e Angehörigen der russischen Armee, ein j e d e r z e i t vorhandenes Verhalten der Witterung betrifft. Erinnert man sich jedoch der starken Schwankungen, die innerhalb der betreffenden Gesamtheiten doch jedenfalls vorkommen, so wird man in jenen Sätzen auch eine Angabe über d u r c h s c h n i t t l i c h e Verhältnisse zu erblicken geneigt sein.

Ein Ueberblick der obigen Ueberlegungen gestattet uns, als Hauptresultat etwa Folgendes zusammenzustellen. Wir waren davon ausgegangen, daß der Inhalt unserer Real-Urteile sich in extremen Fällen als Gesetz (im weiteren Sinne dieses Wortes) und Einzeltatsache darstellt. Indem wir unter diesem Gesichtspunkte eine allgemeine Charakterisierung versuchten, hatten wir zunächst jene Typen etwas genauer festzulegen; wir gelangten so dazu, einerseits den allgemeinen, auf lauter Begriffe von genereller Bedeutung und auf allgemeine Verhältnisse zurückgehenden, aller konkreten Bestimmungen ermangelnden, andererseits den in lauter Begriffen von singulärer Bedeutung sich bewegenden Satz zu unterscheiden. Den ersteren Typus finden wir durch gewisse in unserem Denken tatsächlich vorkommende Sätze annähernd verwirklicht. Rein singuläre Sätze gibt es dagegen streng genommen nicht; nur in sehr bedingter Weise können wir einen Teil unserer Real-Urteile als Repräsentanten dieses Typus gelten lassen. Die ganzen Prinzipien des formalen Baues der Real-Urteile bringen es aber mit sich, daß wir diesen extremen Urteilstypen zahlreiche andere anreihen können. Unter diesen können wir als besonders wichtig hervorheben: die allgemeinen Aussagen über konkret definierte Gesamtheiten; die Sätze, die einem individuellen Gebilde eine Eigenschaft von genereller Bedeutung zuschreiben; die Angaben über ein durchschnittliches Verhalten von Gesamtheiten, über Häufigkeits-Verhältnisse und Massen-Gesetze; endlich alle Aussagen über einen ursächlichen Zusammenhang, in denen in eigenartiger Weise eine Verflechtung der die konkreten Verhältnisse betreffenden Aussage mit den Wirklichkeits-Gesetzen vorliegt. In die große Mannigfaltigkeit der in unserem Denken tatsächlich vorkommenden Urteilsformen erhalten wir so einen gewissen Einblick. Dagegen würde der Versuch, unser gesamtes Real-Wissen bestimmten, unter diesem Gesichtspunkt zu unterscheidenden Klassen einzuordnen, nicht nur daran scheitern, daß wir deren eine sehr große, kaum absehbare Zahl aufstellen müßten, sondern auch daran, daß für einen großen Teil der Real-Urteile wegen der Komplikation und Unbestimmtheit der benutzten Begriffe eine solche Einordnung unmöglich wird.

Als in mancher Hinsicht beachtenswert möchte ich an diesem Ergebnis noch das hervorheben, daß es ihm zufolge keinen festen Anhalt gibt, nach dem wir uns etwa die Gesamtheit der Real-Urteile unter dem Gesichtspunkt fortschreitender Allgemeinheit in eine Reihe geordnet denken könnten, eine Reihe, die von den Einzelaussagen als

dem einen Extrem zu den Gesetzen als dem entgegengesetzten führte. Vielmehr wird das Nebeneinanderbestehen mehrerer verschiedener Qualifikationen auch mancherlei verschiedene Betrachtungen gestatten, so daß eine solche Ordnung nicht oder wenigstens nicht ohne große Willkür angängig sein würde. Allerdings gilt dies nur für die ganz ohne Einschränkung betrachtete Gesamtheit des Real-Wissens überhaupt; und es wäre nicht ausgeschlossen, daß innerhalb bestimmter Gebiete sich für eine derartige Ordnung die erforderliche Grundlage fände, wie denn ja überhaupt die Möglichkeit offen gelassen werden muß, daß die ganze hier geführte Untersuchung bei der Beschränkung auf einzelne Gebiete einfachere oder greifbarere Resultate ergibt. Auf diese spezielleren Fragen wenigstens in gewissem Umfange einzugehen, wird sich im 23. Kap. Gelegenheit finden.

Wir sind bei der obigen Betrachtung der Real-Urteile von der früher begründeten Anschauung ausgegangen, daß die Wirklichkeits-Gesetze nur durch formale Besonderheiten ausgezeichnete Real-Urteile sind; und die ganze vom Gesetzesbegriff ausgehende Betrachtung der Real-Urteile hatte uns daher auf eine Reihe von Unterscheidungen geführt, die auch ihrerseits formaler Natur sind. Es kann die Frage aufgeworfen werden, wie sich denn die Dinge darstellen, wenn wir dem Wirklichkeits-Gesetz noch eine besondere transzendente Bedeutung zuschreiben. Und es wird nicht überflüssig sein, hierauf noch mit einigen Worten einzugehen, da diese Auffassung, wenn wir sie auch als unangängig abgelehnt hatten, doch wohl in gewissem Umfang zur Zeit vertreten wird und daher Beachtung verdient. Es zeigt sich nun sogleich, daß auch auf dem Boden einer solchen Anschauung der Versuch, zu einer Einteilung oder einem Ueberblick des Real-Wissens zu gelangen, zu keinen anderen Ergebnissen als den oben gewonnenen führen wird. Denn auch diese Anschauung muß zunächst davon ausgehen, daß ein Teil, ja die überwiegende Mehrzahl unserer Real-Urteile keine Einzeltatsache ausdrückt, aber auch kein Gesetz in dem hier angenommenen spezifischen Sinne darstellt. Von all diesen Sätzen also kann man nur sagen, daß sich in ihnen teils die Wirklichkeits-Gesetze, teils aber auch gewisse rein tatsächliche Verhältnisse ausdrücken, daß ihre Geltung teils in den einen, teils in den anderen ihren Grund hat. Der Versuch aber, diese überall zu konstatierende Kombination des Genaueren darzustellen, ihre verschiedenen Modalitäten auseinanderzuhalten oder zu übersehen, wird wieder auf die nämlichen Betrachtungen führen, die wir oben angestellt haben. Auch unter diesem Gesichtspunkt also werden wir Anlaß haben, z. B. Sätze, die auf konkret definierte Gesamtheiten sich beziehen oder einem Einzelgebilde eine allgemeine Eigenschaft zuschreiben usw., als besondere Typen hervorzuheben.

Die bisherige Untersuchung zielte darauf ab, in die mannigfaltigen Formen von Real-Urteilen, die unser ganzes Wirklichkeits-Denken umfaßt, einen gewissen Einblick zu gewinnen. Wir können in ähnlichem Sinne auch versuchen, den logischen Aufbau und inneren Zusammenhang einer überschauenden Betrachtung zu unterziehen. In der allgemeinsten Weise ist ja dieser durch die mehrfach gegebene Charakterisierung unseres Real-Wissens festgelegt. Anderseits versteht sich auch hier, daß die Betrachtung spezieller Verhältnisse in großem Umfange den einzelnen Disziplinen des Real-Wissens vorbehalten bleiben muß und nicht wohl zum Gegenstand selbständiger Darstellung gemacht werden kann. Tatsächlich aber führt ein solcher Versuch doch zu einigen Ergebnissen, die, spezieller als die erstere und allgemeiner als die letztere Betrachtung, eine Besprechung an dieser Stelle wohl verdienen. Allerdings versteht sich, daß es sich auch hier nur um eine in hohem Grade willkürliche Auswahl handeln kann.

Der erste hier zu erwähnende Punkt betrifft die besondere Bedeutung unserer s i n n l i c h e n W a h r n e h m u n g e n. Bei verschiedenen Gelegenheiten wurde als fundamental hervorgehoben, daß diese nur im subjektiven Sinne Real-Urteile von endgültiger Gewißheit darstellen. Wenn ich etwas sehe, so ist unbedingt sicher nur, daß ich eben diesen Scheindruck jetzt habe, nicht aber das objektiv oder theoretisch gedachte Verhalten, das uns ja allerdings meist als ein unmittelbar gegebenes, eben als ein direkt wahrgenommenes erscheint. Fragen wir nach der logischen Berechtigung für diese Objektivierung der Wahrnehmungen, so werden wir sie, sobald wir auf eine Wirklichkeits-Vorstellung von endgültiger und abschließender Natur zurückgehen, in den allgemeinen Gesetzen finden müssen, die für die Affizierung unserer Sinnesorgane, für die Einleitung von Vorgängen im Gehirn und somit (nach Maßgabe der diesen zukommenden Bedeutung) für die Hervorrufung bewußter Eindrücke bestehen. Wir müssen, wie wir es kurz ausdrücken können, überall von der Annahme ausgehen, daß zufolge der hier bestehenden Gesetzmäßigkeiten unsere Sinne uns Eindrücke hervorrufen, die im objektiven Sinne zutreffend genannt werden können. Es kommen dabei vornehmlich zwei Punkte in Betracht. Der eine ist der, daß die r ä u m l i c h e n u n d z e i t l i c h e n O r d n u n g e n, die ja einerseits der Wahrnehmung eigen sind, anderseits aber auch in die theoretische Vorstellung des objektiven Sachverhalts eingehen, in beiden Fällen annähernd übereinstimmen. Der andere ist der, daß die s i n n l i c h e n Q u a l i t ä t e n, wie Farbe, Geschmack usw., die nicht zu den Elementen der objektiv-theoretischen Vorstellung gehören, doch in regelmäßiger Verbindung mit Verhaltungsweisen stehen, die auch in jenem Begriffskreise sich als etwas annähernd Konstantes und Bestimmtes angeben lassen. In etwas summarischer Weise zusammenfassend kann man etwa sagen, daß wir überall eine annähernde objektive Richtigkeit unserer Wahrnehmungen voraussetzen. Diese Annahmen sind es, denen wir nach Maßgabe der ganzen Gestaltung unseres Erfahrungswissens in der Tat eine gewisse Sonderstellung zuschreiben müssen. Sie besteht zunächst in der enorm

ausgebreiteten Anwendung, die sie in unserem Wirklichkeits-Denken finden. Stützt sich doch auf sie der allergrößte Teil unseres empirischen Wissens. Dürfen wir aber davon ausgehen, daß wir unter ihrer Zugrundelegung überall zu einem annähernd befriedigenden Wirklichkeits-Verständnis gelangen, so können wir ihnen auch eine ganz vorzugsweise hohe Sicherheit zuschreiben. — Daneben sind ja nun hier auch in psychologischer Hinsicht sehr eigenartige Verhältnisse gegeben. Sie bestehen darin, daß ein das objektive Wirklichkeits-Verhalten betreffendes Urteil uns in der unmittelbaren und zwangsmäßigen Weise ins Bewußtsein tritt, die wir namentlich an den optischen Wahrnehmungen kennen. Ein Urteil, das streng genommen etwas Erschlossenes bedeutet, stellt sich als ein unmittelbar gegebener Eindruck dar; ein logischer Fortgang, wie er sonst Ergebnis einer bewußten Ueberlegung ist, vollzieht hier ohne solche durch einen physiologischen Mechanismus. Die fundamentale Tatsache, daß doch auch hier endgültig und zwingend gegeben nur dasjenige Urteil ist, das unser eigenes Erleben als solches ausdrückt, müssen wir uns demgemäß immer wieder durch eine besondere Ueberlegung deutlich machen.

Im Anschluß hieran kann auch die früher in anderem Zusammenhange erwähnte Tatsache angeführt werden, daß, indem wir äußere Veränderungen durch unsere eigene Tätigkeit hervorbringen, wir durch den subjektiven Eindruck der dafür erforderlichen Anstrengung in direkter Weise ein Maß für die dabei ins Spiel kommenden Kräfte oder die dabei zu leistende Arbeit im physikalischen Sinne erhalten. Es kommt dabei die hier sogleich noch in allgemeiner Weise zu erwähnende Tatsache in Betracht, daß unser Wirklichkeits-Erkennen überhaupt nicht bloß ein rezeptives Wahrnehmen ist, sondern unsere eigene Betätigung als sehr wesentlicher Faktor sich dabei beteiligt. Allerdings sind die Vorstellungen von Kräften, Arbeitswerten usw. im theoretischen Sinne, die wir so erhalten, ja niemals so genau wie z. B. die Wahrnehmung räumlicher Anordnungen. Auch ist der Unterschied zwischen dem naiven und dem theoretischen Kraft-Begriff ein viel tiefergreifender als der analoge die räumlichen Anordnungen betreffende. Gleichwohl ist doch auch hier die Erkennung gewisser objektiver Verhältnisse, sogar von relativ verwickelter Bedeutung, in eigenartiger Weise vorbereitet und erleichtert.

Die Betrachtung der Art, wie unser Real-Wissen von dem in den sinnlichen Wahrnehmungen unmittelbar Gegebenen fortschreitet, läßt erkennen, daß dabei auch im Weiteren Voraussetzungen von ähnlich allgemeiner Bedeutung ins Spiel kommen. Vor allem ist hier an die Rolle zu erinnern, die in unserem gesamten Wissen das G e d ä c h t n i s spielt. Ueberall ist uns eine Fülle von Ueberzeugungen nicht allein bezüglich unseres jeweiligen Zustandes, sondern in Betreff dessen was wir früher erlebt und gewußt haben, in unmittelbarer Weise gegeben. Ganz ähnlich wie bei den sinnlichen Wahrnehmungen lehrt auch hier eine unwiderlegliche Reflexion, daß eine endgültige Gewißheit nur dem auf den augenblicklichen Zustand gerichteten Urteil zukommt. Unbedingt sicher ist nur, daß ich im Augenblick diese oder jene Erinnerung habe. Die Frage, ob mich nicht etwa diese Erinnerung täuscht, kann überall aufgeworfen werden. Im allgemeinen aber betrachten wir auch das erinnerungsmäßig Gegebene als genügend gesichert. Nur in Ausnahmefällen erscheint es uns geboten zu prüfen, ob wir unserem Gedächtnis vertrauen dürfen. Auch würden wir zu einem geordneten Wirklichkeits-Denken nicht gelangen können, wenn derartige Prüfungen überall erforderlich wären, oder wenn sie uns gar zu dem Ergebnis führten, daß unsere Erinnerungen ganz unzuverlässig und irreführend wären. Die Erwägung der logischen Zusammenhänge lehrt also, daß eine Reihe von Annahmen über die Natur und Funktionsweise unseres Gedächtnisses unserem gesamten Wissen maßgebend zugrunde liegen. Nicht minder darf behauptet werden, daß auch ihnen eine zwar selbstverständlich empirische, aber doch ganz besonders hohe Sicherheit zukommt. Denn wir dürfen ihre Bestätigung schon darin finden, daß wir unter ihrer Zugrundelegung zu einem geordneten und großenteils befriedigenden Wirklichkeits-Denken gelangen.

Noch ein dritter Punkt von sehr ähnlicher Bedeutung ist hier anzureihen. Ueberall ist unser Wirklichkeits-Denken an eine sich beständig erweiternde Bildung s y n c h y t i s c h e r B e g r i f f e geknüpft. Erweisen sich diese zur Bezeichnung objektiver Verhältnisse verwendbar, so beruht dies darauf, daß der unmittelbare Eindruck der Zugehörigkeit zu einem solchen synchytischen Begriffe (das Erkennen einer Inzidenz), ein Vorgang ist, der ja auch nach bestimmten Gesetzen des psychologischen Geschehens sich vollzieht, daß wenigstens sehr häufig das in einem strengeren Sinne Gleichartige sich uns durch diese unmittelbaren Eindrücke als zusammengehörig erweist, oder daß dem subjektiv Gleichartigen auch in der Regel und annähernd ein objektiv Gleichartiges entspricht. Die Annahme einer solchen objektiven Bedeutung des subjektiv Gleichartigen wird überall stillschweigend gemacht und liegt der Entwicklung unseres Wirklichkeits-Denkens ganz ähnlich zugrunde, wie die vorhin berührten Voraussetzungen über unsere Sinneswerkzeuge und das Gedächtnis.

Ein Umstand anderer Art, der die logische Ordnung unseres Wissens in ausgedehnter Weise beeinflußt, ist der, daß ein jeder sich mit einer großen Zahl ihm selbst ähnlich beschaffener Wesen zusammengeordnet findet, und daß durch sprachliche M i t t e i l u n g, der sich noch mancherlei andere Formen anschließen, die Erfahrungen und Erlebnisse des Einzelnen zahlreichen anderen zugänglich gemacht werden. Berichtet uns ein anderer über das, was er gesehen und gehört hat, so fügen wir das uns Mitgeteilte dem eigenen Real-Wissen hinzu. Offenbar gehen wir dabei in ganz ähnlicher Weise wie bei der objektiven

Verwertung unserer Wahrnehmungen von einer Reihe von Annahmen aus, die die ganze Beschaffenheit, insbesondere auch das psychologische Verhalten anderer Personen, ihre Gleichartigkeit mit uns selbst usw. betreffen. Und diese allgemeinen Annahmen, die der Verwertung des Mitgeteilten zugrunde liegen, sind offenbar wiederum in dem ganzen Zusammenhang unseres Real-Wissens von einer besonders weit ausgedehnten Bedeutung. Freilich versteht sich hier noch mehr als in Bezug auf die Wahrnehmungen, daß die Voraussetzungen, von denen wir im allgemeinen auszugehen gewohnt sind, tatsächlich weder ausnahmslos noch streng zutreffend sind. Und so ergibt sich denn hier noch weit häufiger der Anlaß, uns in der entsprechenden Weise zu vergegenwärtigen, daß nicht der Inhalt einer Mitteilung, sondern nur die Tatsache, daß uns von dieser oder jener Seite, in dieser oder jener Form, etwas mitgeteilt wird, das eigentlich Sichere und Gegebene ist.

Schließlich sei in diesem Zusammenhang noch eines wiederum andersartigen Punktes Erwähnung getan. Unser Real-Wissen wird ja nicht bloß durch die reflektierende Durcharbeitung einer fest gegebenen Summe von Erlebnissen gewonnen. Erstlich vielmehr erweitern sich diese im Verlauf der Zeit ständig; sodann aber und vor allem sind wir selbst in der Lage und im weitesten Umfange gewohnt, sie in einer für die Bereicherung unseres Wissens geeigneten Weise zu gestalten. So gewinnt unsere auf das Erkennen der Wirklichkeit gerichtete Tätigkeit zum großen Teil die Gestalt einer absichtsvollen und planmäßig zu führenden Untersuchung. Dabei können wir im Anschluß an die vorhin besprochenen Verhältnisse mehrere Fälle unterscheiden. Der eine besteht darin, daß wir Verhaltungsweisen, die zunächst außerhalb unserer Wahrnehmungen liegen, in dieselben einzubeziehen uns bestreben. Was uns hier zu tun obliegt, können wir als eine rationelle Vervollständigung unserer Beobachtungen bezeichnen. In der ausgeprägtesten und bedeutungsvollsten Weise liegen diese Verhältnisse vor, wenn wir eine Gruppe von Beobachtungen in systematischer Weise ausführen, um zu einer, wenigstens in bedingter Weise erschöpfenden Kenntnis eines Tatsachengebiets zu gelangen. Es sei hier an die Anordnung meteorologischer und astronomischer Beobachtungen erinnert. Wir können diesem Fall den andern anschließen, daß wir uns in irgend einer Weise die Mitteilungen anderer Personen über irgend welche realen Verhaltungsweisen zu verschaffen suchen, durch Erhebung von Aussagen, Aufsuchung und Studium von Urkunden u. dgl. Auch in diesen Fällen leiten wir bestimmte reale Vorgänge willkürlich ein, jedoch solche, die uns nur als Mittel dienen, um uns über andere, uns eigentlich interessierende, zu unterrichten. Diesen beiden Fällen können wir als den wichtigsten und bedeutungsvollsten, den entgegenstellen, daß unsere Bemühungen nicht darauf gerichtet sind, ein ohne unser Zutun gegebenes Verhalten oder Geschehen in den Kreis unserer Beobachtung

zu bringen, sondern es selbst in einer für die Bereicherung unseres Wissens geeigneten Weise herbeizuführen. Dies ist es, was wir als den Versuch im wissenschaftlichen Sinne, als Experiment zu bezeichnen pflegen. Eine besonders große Tragweite gewinnt diese Verfahrungsweise durch gewisse Umstände, die, als letzte von relativ allgemeiner Bedeutung, hier noch erwähnt werden mögen. Die Entwicklung unseres Real-Wissens ist keineswegs immer, ja wohl nicht einmal in der Hauptsache von der Art, daß wir, durch immer weitere Ausdehnung unserer Erfahrungen, von Aufstellungen beschränkterer zu solchen von immer umfassenderer Allgemeinheit fortschreiten. Sehr häufig vielmehr sind uns Wirklichkeits-Gesetze zunächst zwar mit relativ großer Sicherheit, aber in einer mehr oder weniger unbestimmten, ungenauen Form bekannt. So etwa, wenn wir wissen, daß zwischen zwei Körpern eine Anziehungskraft stattfindet, aber der Betrag derselben oder die Art, wie sie von der Entfernung abhängt, nicht bekannt ist. Hierher wird es zu rechnen sein, daß wir über die formale Natur dieser oder jener Gruppen von Wirklichkeits-Gesetzen uns von vornherein mehr oder weniger sichere Vermutungen bilden können. Namentlich aber gehört es hierher auch, daß wir nicht selten mit relativ großer Sicherheit übersehen können, von welchen Bedingungen überhaupt irgend ein Vorgang abhängt. Können wir, was wenigstens sehr häufig der Fall ist, diese Bedingungen in ganz bestimmter Weise herstellen und den an sie geknüpften Erfolg beobachten, so gelangen wir damit ganz unmittelbar zu einem Einblick in die Gesetze des Geschehens. So kommt es, daß nicht selten ein einziges sorgfältig ausgeführtes Experiment genügt, um einen Satz von allgemeiner Bedeutung aufzustellen, etwa eine physikalische oder chemische Konstante eines Körpers zu ermitteln. Sind wir hier überzeugt, daß die Bedingungen der betreffenden Vorgänge mit dem von uns in Betracht Gezogenen erschöpft sind, daß bei Herstellung der gleichen beobachtbaren Bedingungen das Resultat allemal wieder das gleiche sein wird, so bedeutet dies ja im Grunde, daß wir irgend welche andere, an sich denkbare, gesetzmäßige Zusammenhänge als sicher nicht bestehend ausschließen dürfen. Den Gedanken, daß das Ergebnis eines chemischen Experimentes von der Tageszeit oder von dem Ort seiner Ausführung oder von dem, was gleichzeitig an entfernten Orten geschieht, beeinflußt werde, glauben wir nach einer ganz allgemeinen Kenntnis der Wirklichkeits-Gesetze ablehnen zu dürfen.

Von einer weiteren Ausdehnung dieser Betrachtungen dürfen wir Abstand nehmen. Denn das Beigebrachte genügt, um erkennen zu lassen, daß leicht und in einer nur sehr willkürlich zu begrenzenden Weise auf eine große Zahl von Verhältnissen als in ähnlichem Sinne beachtenswert hingewiesen werden könnte. Es genügt auch, um zu zeigen, was als ein allgemeines Ergebnis hier etwa noch erwähnt werden mag, wie überaus vielgestaltig die logischen Zusammenhänge des Real-Wissens sind,

und wie wenig sie sich einem bestimmten Schema einordnen lassen. Die mannigfaltigsten Umstände können es mit sich bringen, daß eine Gruppe von Annahmen in besonders weitem Umfange bedeutungsvoll wird, daß ganze Gebiete des Real-Wissens sich auf sie stützen und von ihr logisch abhängig sind. Manche unserer spezielleren Real-Urteile werden sich in der Hauptsache auf eine, manche auf mehrerlei solcher fundamentaler Annahmen stützen usw. So können wir denn wohl in dem ganzen logischen Zusammenhange des Real-Wissens einige Punkte als in allgemeinerem Sinne bedeutungsvoll hervorheben; aber wir können nicht daran denken, eine bestimmte, seine ganze Gestaltung bis ins Einzelne beherrschende Ordnung aufzuweisen.

Einundzwanzigstes Kapitel.

Ueberblick der formalen Urteilslehre.

Form und begriffliches Material. Bedingte Bedeutung der Unterscheidung von Subjekt und Prädikat. Zur psychologischen Natur des Urteils. Uebersicht des begrifflichen Materials. Die endgültigen Elemente.

Auch die formale Urteilslehre wollen wir, wie wir es bei der kritischen getan hatten, mit einem zusammenfassenden Ueberblick der erhaltenen Resultate abschließen, der zugleich Gelegenheit geben wird, das Bisherige durch die Gegenüberstellung mit abweichenden älteren Anschauungen zu verdeutlichen und durch einige Hinzufügungen zu ergänzen. In erster Linie darf hier die Aufmerksamkeit darauf gelenkt werden, was sich überhaupt als erreichbares Ziel einer formalen Urteilslehre herausgestellt hat, zu welcher Auffassung von der einer solchen zu stellenden Aufgabe wir gelangt sind. Von der ganz allgemeinen Tatsache ausgehend, daß an einem Urteil stets eine Mehrzahl von Elementen unterschieden werden kann, daß das Urteil sich also als eine Verknüpfung mehrerer Begriffe darstellt, hatten wir die Frage erhoben und in gewissem Umfange beantworten können, welches diese begriffliche Struktur des Urteils ist. Ueberall erwies es sich dabei als notwendig, von der allgemeinen Natur dessen, was das Urteil besagt, auszugehen, insbesondere bei den Real-Urteilen eben ihre Bedeutung als einer Wirklichkeits-Beschreibung zur Grundlage der Betrachtung zu machen. Ueberall zeigte sich zugleich, daß die Frage nach der Zusammensetzung des Urteils nicht getrennt werden kann von der nach der Natur und Bedeutung der verknüpften Begriffe, die Frage nach der Form nicht von der nach dem begrifflichen Material. Haben wir daher im Anschluß an

hergebrachte Uebung die ganze Untersuchung als eine formale Urteilslehre bezeichnet, so trifft diese Benennung, worauf ja auch oben schon hingewiesen wurde, nur zu, wenn wir sie in einem weiteren Sinne als dem herkömmlichen nehmen. Denn dieser, wir kommen darauf sogleich des Genaueren zurück, kann doch etwa dahin angegeben werden, daß die formale Logik die Aufgabe habe, die Formen darzulegen, in denen beliebige Begriffe urteilend verknüpft werden können, daß sie also auf eine Untersuchung abziele, die allgemein, d. h. von dem begrifflichen Material womöglich ganz unabhängig sein soll. Als Hauptmerkmal der obigen Untersuchung dürfen wir ferner hervorheben, daß versucht wurde, bei der Darlegung des Urteilsbaues auf letzte, in irgend einem Sinne als endgültig zu betrachtende Elemente zurückzugehen, eine Aufgabe, die man etwa eine Totalanalyse nennen kann, und daß dabei von der allgemeinen Natur des Urteilsinhalts (in welcher Hinsicht vor allem Real- und Reflexions-Urteile zu unterscheiden waren) als einer gegebenen Grundlage ausgegangen wurde. Die hier zum Ausgang genommene Auffassung, und damit auch Aufgabestellung, Verfahren und Ergebnisse entfernen sich nicht unbeträchtlich von dem Inhalt der älteren Behandlung des Gegenstandes, die für lange Zeiten einigermaßen fixiert und herrschend war. Wird auch diese gegenwärtig wohl schon in großem Umfange für unzureichend gehalten, so kommt ihr eine gewisse Bedeutung doch immer noch zu, schon sofern auch die neueren Bestrebungen mindestens einen Teil der dort festgelegten Anschauungen akzeptiert und zum Ausgangspunkt der Untersuchung gemacht haben. Es wird daher nicht überflüssig sein, hier im Zusammenhange auf jene älteren Betrachtungsweisen einzugehen und zu sehen, wie sich unsere Untersuchung ihnen gegenüber darstellt. Den Ausgangspunkt jener älteren Lehre bildet ja in bekannter Weise die Auffassung, daß das Urteil eine Aussage sei, so zwar daß von einem, dem Subjekts-Begriff, ein anderer, das Prädikat, ausgesagt werde. Die Unterscheidung von Subjekt und Prädikat liegt also allem Weiteren maßgebend zugrunde. Nun konnte ja nicht übersehen werden, daß das Prädikat vom Subjekt nicht allemal in der gleichen Weise schlechtweg ausgesagt wird, sondern die Art, in der diese beiden Begriffe verknüpft werden, eine Reihe von Unterscheidungen zuläßt. So vor allem schon die, daß das Prädikat dem Subjekt allgemein oder partikulär zu- oder abgesprochen werden kann usw. So ergab sich als notwendig, diese Arten der Verknüpfung besonders zu bezeichnen, und es schloß sich daran auch die Aufgabe, sie zum Gegenstand einer besonderen Untersuchung zu machen. Eben hiermit war jene vorhin schon erwähnte Auffassung von der Aufgabe einer formalen Logik gegeben, die Arten oder Formen darzulegen, in denen zwei Begriffe urteilend verknüpft werden können, und die Zusammenhänge anzugeben, die etwa zwischen verschiedenen solchen Formen bestehen. Die Natur der etwa solcherart zu verknüp-

fenden Begriffe zu berücksichtigen erschien dabei nicht als notwendig; ja es war für die ganze Betrachtung wohl gerade charakteristisch, daß eine solche Berücksichtigung ausgeschlossen werden sollte, eben weil eine „rein formale“, von der besonderen Bedeutung jener Begriffe und somit dem materiellen Inhalt der Urteile abstrahierende Betrachtung möglich erschien und demgemäß auch als eine durchaus selbständige Aufgabe in reinlicher Abgrenzung für sich behandelt werden mußte. — Es ist von Interesse, von unserm Standpunkt aus die Bedeutung und Berechtigung dieser ganzen Betrachtungsweise zu erwägen und zu fragen, wie weit der dabei eingeschlagene Weg führt. In dieser Hinsicht sei zunächst daran erinnert, daß besondere Rücksichten, wenn auch keineswegs immer, so doch vielfach die Heraushebung eines bestimmten Begriffes im Urteil als Subjekts-Begriff gestatten, und daß sie es sind, von denen tatsächlich die grammatische Formulierung abhängt. Es sind, wie früher besprochen, Verhältnisse teils des psychologischen Zusammenhanges, teils der methodischen Ordnung, die dabei in Betracht kommen; und wir konnten in diesem Sinne von dem psychologischen oder dem methodologischen Subjekt eines Satzes reden. Dagegen bestätigte sich nicht, daß abgesehen von diesen besonderen, mehr oder weniger schwankenden, oft ganz fortfallenden Rücksichten, der Gegenstand, von dem etwas ausgesagt wird, und anderseits das, was von ihm ausgesagt wird, noch in einer anderen Weise einwandfrei fixiert sei. Beruht hiernach die Gliederung des Urteils nach Subjekts- und Prädikats-Begriff auf Rücksichten von sekundärer und schwankender Bedeutung, so wird sie, wo solche Rücksichten fehlen, oder wenn man sie ausscheidet, sich als eine willkürliche herausstellen. Wir können in der Tat sehr vielfach, und wenn wir auf psychologische und methodische Verhältnisse keine Rücksicht nehmen, überall ganz nach Belieben diese oder jene in einen Satz eingehende Begriffe als Subjekt herausheben und dementsprechend anderen die Rolle des Prädikats zuweisen. — Ist nun jene Betrachtung des Urteils auch eine willkürliche und namentlich auch unvollständige, so ist damit natürlich nicht gesagt, daß sie eine unbrauchbare wäre. Doch ist es nicht schwierig zu übersehen, wie weit sich ihre Brauchbarkeit erstreckt. Auch wir sind ja auf unserm Wege zu einer Reihe von Aufstellungen gelangt, die von einer vorzugsweise weitgehenden Allgemeinheit sind, die namentlich auch Urteile aller Arten, sowohl Real- wie Reflexions-Urteile umfassen und im hergebrachten Sinne rein formal genannt werden können. Die Lehre von der Verneinung und die „formale“ Schlußlehre gehören hierher. Hier treffen eine Reihe von Aufstellungen in formaler Uebereinstimmung gleichermaßen zu, mag nun die Bedeutung eines allgemeinen Satzes oder der aus ihm herauszuhebenden Beziehung des „Forderns“ und „Ausschließens“ usw. die eines realen Verhaltens oder eines logischen oder mathematischen Zusammenhanges sein, mag die Verneinung einem Real- oder Reflexions-

Urteil gelten. Und so ist es denn auch zweckmäßig, jene Begriffe in einem die endgültigen Einzelbedeutungen vereinigenden Sinne zu bilden und eine Anzahl von Sätzen in der dadurch bedingten Allgemeinheit zu entwickeln. Hiermit aber ist der Kreis von Aufgaben, die auf diesem Wege gelöst werden konnten, auch erschöpft. Dagegen können, wie ich glaube und wie die obigen Untersuchungen herausstellen, die eigentlich fundamentalen Fragen in Bezug auf den Bau des Urteils, die Frage vor allem, inwieweit und aus welchen Gründen es überhaupt eine Zusammenfügung verschiedener Elemente darstellen müsse und welche dies sind, nicht beantwortet werden, ohne die Natur dessen, was es in toto bedeuten soll, ins Auge zu fassen.

Es wird nicht überflüssig sein, noch des Genaueren einige Punkte zu bezeichnen, in denen sich jene ältere Verfahrungsweise als unzureichend herausgestellt hat. Der wichtigste hier zu erwähnende Umstand ist der, daß von einer formalen Prüfung des Subjekts- und Prädikats-Begriffes selbst abgesehen, diese vielmehr als einheitliche und fertige betrachtet wurden. Das zwar konnte natürlich niemals unbemerkt bleiben, daß nicht in schlechtweg beliebiger Weise jeder Begriff von jedem andern ausgesagt werden kann. Die Frage, welche Verbindungen dieser Art überhaupt möglich sind, welche Begriffe in jenen bestimmten Formen zu einem sinnvollen Urteil verknüpft werden können, ist wohl stets aufgeworfen und zum Gegenstande besonderer Erwägung gemacht worden. Allein diese Untersuchung erschien doch als eine ganz andersartige, von der formalen völlig verschiedene und von ihr abzusondernde. Sie änderte also daran nichts, daß die formale Untersuchung Subjekts- und Prädikats-Begriff als etwas Fertiges, von ihr nicht weiter zu Prüfendes behandelte. Sind nun aber in Wirklichkeit (woran ja nicht gezweifelt werden kann) auch diese Begriffe meist ganz und gar keine endgültigen, und geht ihre Bedeutung, sobald wir sie explicite angeben, auf andere Elemente zurück, die mit ihnen und untereinander wiederum in ganz ähnlichen Formen zusammenhängen, wie sie für die Verknüpfung von Subjekt und Prädikat bestehen, so ist ersichtlich, daß die formale Betrachtung, wenn sie mit dem Subjekts- und Prädikats-Begriff abschließt, die Untersuchung willkürlich an einer bestimmten Stelle abbricht und demgemäß in hohem Grade unvollständig bleibt. Dem entspricht es, daß eine Behandlung des Urteilsbaues, die über diesen Punkt hinausgeht und die formalen Verhältnisse in erschöpfender Weise anzugeben versucht, auf weit mannigfaltigere Formen geführt wird. Auch ist wenigstens ein Teil dieser Formen insofern von Interesse und Bedeutung, als er sich in unserem alltäglichen und wissenschaftlichen Denken in ausgiebiger Weise vertreten findet. Es sei hier namentlich an die Formen erinnert, die wir als komprehensiv und als komplex allgemeine, als diluierte und Totalitäts-Aussagen bezeichnet hatten. Demgemäß kann denn die Frage nach den for-

malen Verhältnissen mancher Gebiete, wie z. B. der mathematischen Sätze und Schlüsse gerade auf diesem Wege und nur auf ihm gelöst werden. Ist, wie zugegeben werden darf, ein anderer Teil jener Formen nur von fiktiver Bedeutung, sind Urteile, die ihnen entsprechen, zwar denkbar, aber in unserem tatsächlichen Denken kaum aufweisbar, so darf man doch betonen, daß auch dem Ueberblick der überhaupt möglichen Formen ein gewisses, wenn auch nur theoretisches Interesse zukommt, und in seiner Entwicklung eine wissenschaftliche Aufgabe erblickt werden darf.

Wenn sich hier die schulmäßige Betrachtung für die Aufweisung und Lösung gewisser Probleme ungeeignet und somit in diesem Punkt unfruchtbar erwiesen hat, so muß aber weiter wohl hinzugefügt werden, daß sie in anderer Hinsicht eine gewisse Gefahr bestimmter positiver Täuschungen mit sich geführt hat. Eine vollständige Betrachtung des Urteils, wie sie hier versucht wurde, lehrt vor allem, daß dem einzelnen am Urteile aufzuweisenden Verknüpfungsmodus nur eine beschränkte Bedeutung zukommen kann. Auch wenn man die ursprüngliche Betrachtungsweise in der Richtung stark modifiziert, daß man diesem Verknüpfungsmodus noch mehr zurechnet, so wird die Heraushebung *einer* solchen Verknüpfung doch immer nur eine mehr oder minder willkürliche Partialbetrachtung sein. Und vor allem wird die allgemeine Natur des Urteilsinhalts sich stets aus der Gesamtheit seines begrifflichen Materials ergeben, niemals aber aus dem Verknüpfungsmodus zweier Begriffe ohne weiteres erkennen lassen. Im Gegensatz hierzu hat die besondere Aufmerksamkeit, die gerade der Beziehung von Subjekt und Prädikat zugewandt wurde, und die Gewöhnung, die Beschaffenheit dieser Begriffe selbst außer Betracht zu lassen, immer zu der Meinung geführt, daß die ganze Natur des Urteils mit ihren maßgebendsten Eigentümlichkeiten in jenem Verknüpfungsmodus zutage treten müsse, und daß daher z. B. auch eine Einteilung der Urteile in der zutreffendsten Weise gerade hierauf basiert werden könne.

Es ist das zuweilen mit ausdrücklicher Beschränkung auf die formalen Verhältnisse ausgesprochen[1]), oft aber wohl auch in weiterem Sinne, wenn nicht ausdrücklich behauptet, doch stillschweigend angenommen worden. Wir werden dem gegenüber betonen müssen, daß die alleinige Berücksichtigung einer Kopula nicht ausreicht, um auch nur von den im engsten Sinne so zu nennenden formalen Verhältnissen eine genügende Vorstellung zu geben. Noch wichtiger ist, daß die fundamentalen Unterschiede der Bedeutungsart in der Kopula gar nicht zum Ausdruck kommen, wie wir dies mehrfach zu betonen Anlaß hatten. So kann die Aussage einer Gleichheit von durchaus verschie-

[1]) So z. B. von *Lotze*. „Es ist . . . deutlich, daß es nur so viele wesentlich verschiedene Urteilsformen wird geben können, als es wesentlich verschiedene Bedeutungen der Kopula . . . gibt. Logik S. 59.

dener Bedeutung sein, je nach der besonderen Natur der Begriffe, deren Gleichheit behauptet wird.

Aehnliches gilt für die auch in neuerer Zeit noch verbreitete Meinung, innerhalb der Real-Urteile mehrere, durch die Gesamtnatur der Aussage charakterisierte und in Bezug auf sie sich unterscheidende Urteilsarten sondern zu müssen. Es gehört hierher namentlich die Unterscheidung von *Existenzial- und Beziehungs-Aussagen*[1]). In einfachster Weise lassen zunächst die Sätze einer theoretisch-mechanischen Wirklichkeits-Vorstellung erkennen, daß überall Existenz- und Beziehungs-Behauptungen in untrennbarer Weise verknüpft sind. Wir können die Existenz eines Gegenstandes nicht behaupten, ohne daß dem Begriff dieses Gegenstandes eine Bedeutung zukommt, die ihrerseits in irgend welchen Beziehungen besteht. Bei der Aussage irgend welcher Beziehungen anderseits, in denen Gegenstände stehen sollen, werden diese Gegenstände als existierende gemeint sein. Auch in den allgemeinen Sätzen, an denen man die Aussage der Existenz vielleicht zunächst vermissen könnte, erweist sich diese bei strengerer Betrachtung doch stets implicite vorhanden. Denn wenn wir ein Verhalten a von allen durch eine gewisse Beziehung b charakterisierten Gegenständen behaupten, gehen wir meistens von der stillschweigenden Voraussetzung aus, daß solche Gegenstände in irgend einer Zahl vorhanden sind. Und selbst wenn wir von dieser Voraussetzung absehen und den Fall zulassen, daß die unbestimmt gelassene Zahl etwa gleich Null ist, so wird der Satz dann die Existenz von Gegenständen *verneinen*, denen das Merkmal b zukommt und a abgeht. Und insofern qualifizieren sich denn auch diese Sätze einwandfrei als Behauptungen über ein Existieren.

Erscheint uns bei einem bestimmten Real-Urteil gerade die Form der Existenzial-Aussage als die zutreffende und richtige, die der Beziehungs-Aussage als gezwungen und ungewohnt (oder umgekehrt), so beruht dies auf den nämlichen Rücksichten psychologischer oder methodischer Art, die auch für die Auszeichnung eines Subjekts-Begriffs bestimmend sind.

Eine gewisse Täuschungsgefahr wird hier durch den Umstand bedingt, daß wenn auch in jedes Real-Urteil die Begriffe irgend welcher Beziehungen eingehen müssen, doch nicht gerade *jede* Art derselben überall zu figurieren braucht. Nicht in allen Urteilen braucht ein Verhältnis der Gleichheit oder der Aehnlichkeit vorzukommen. Wir können demgemäß in der Tat diejenigen Urteile, in die eine ganz

[1]) Das Wort Beziehungs-Aussage ist hier in dem Sinne gemeint, in dem es in der Literatur überwiegend gebraucht wird, wobei es eine besondere Art des Real-Urteils bedeuten soll. Ich selbst hatte es, wie schon oben erwähnt wurde, in einer älteren Arbeit für die ganze Klasse von Urteilen verwendet, die hier als Reflexions-Urteile bezeichnet werden, habe aber diese Benennung wegen der üblichen anderweiten Verwendung des Ausdrucks und der dadurch nahegelegten Mißverständnisse fallen gelassen.

bestimmte Beziehung, wie eine der eben erwähnten, eingeht, zusammenfassen und daraufhin z. B. von Vergleichungs-Urteilen u. dgl. sprechen. Zu beachten wird dabei aber sein, daß wir als solche nicht nur die in Anspruch nehmen dürfen, in denen gerade dieser Teil durch die Form der Aussage als Prädikat herausgehoben ist, sondern auch alle, bei denen eine solche Beziehung an dem Sinn des Subjekts- oder Prädikatsbegriffes beteiligt ist. Und ferner, daß wir eine solche Gruppe von Urteilen nicht etwa denen, die eine Existenz, eine Lokalisation usw. behaupten, gegenüberstellen dürfen, da diese Qualifikationen sehr wohl miteinander vereinbar sind.

Der Vollständigkeit halber sei hier erwähnt, daß im Gebiet der streng theoretischen Begriffe Aussagen denkbar sind, die sich durch die Ausschließung aller Beziehungen als reine Existenzialsätze in einem ausgezeichneten Sinne charakterisieren. Es sind dies Sätze, die allerdings auch nicht mehr Real-Urteile im strengen Sinne sind, sondern als Ausnahme- oder besser Grenzfälle bezeichnet werden dürfen. Denken wir uns, eine mechanische Wirklichkeits-Vorstellung habe uns auf die Annahme einer begrenzten Zahl von Körpern geführt, so würden wir nun in der Tat den Satz: „es gibt *n* Körper" als eine reine Existenzial-Aussage in Anspruch nehmen dürfen. Es wird aber auch zugleich ersichtlich, aus welchem Grunde wir einen Satz dieser Art als einen Ausnahme- oder Grenzfall bezeichnen dürfen. In der Tat muß man ja sagen, daß er ein reales Verhalten im gewöhnlichen Sinne noch gar nicht bezeichnet. Vielmehr bedeutet er im Grunde nur eine Form, in der wir die Wirklichkeits-Verhältnisse ausdrücken können. Und er reiht sich insofern andern Sätzen an, wie etwa dem, daß die Wirklichkeit eine räumliche oder daß sie eine gesetzmäßige sei.

Etwas anders, aber im Grunde doch analog liegen die Dinge für die in einem andern Begriffskreise ausgedrückten Real-Urteile. Der Begriff des Existierens entspricht dem des Gegenstandes, er ist die Form, in welcher dieser in das Real-Urteil eingeht; und so entfällt bei gewissen Formen der Real-Urteile mit dem Begriff des Gegenstandes auch der des Existierens. Dies gilt in der einfachsten Weise für die unpersönlichen Urteile, ganz ähnlich aber doch auch für alle diejenigen, die sich verwickelterer sekundärer Begriffe bedienen. Auch in dem Satze, daß der dreißigjährige Krieg Deutschlands Kultur schwer geschädigt habe, können wir Gegenstands-Begriffe und entsprechend auch den der Existenz nicht, wenigstens nicht direkt nachweisen, sondern nur wenn wir den Inhalt des Satzes in einer freilich überall möglichen Weise umdeuten. Mit Rücksicht auf solche Formen können wir in der obigen Darlegung dem Begriffe der Existenz den allgemeineren der Verwirklichung substituieren und dann wiederum sagen, daß jedes Real-Urteil die Aussage einer Verwirklichung und die irgend welcher Beziehungen jedenfalls enthalten muß. Gleichgültig ist dabei wiederum, ob wir einem als verwirklicht Gedachten irgend welche Beziehungen zuschreiben oder ob wir etwas durch irgend welche Beziehungen Definiertes als verwirklicht behaupten.

Ganz das Gleiche gilt auch für diejenigen Real-Urteile, die, wie diejenigen der einfachen Selbstbeobachtung, irgend einen Bewußtseins-Zustand oder Vorgang aussagen. Ob man an diesen den Begriff des Ich und zwar als eines Seienden in Anspruch nehmen will, ist eine Sache mehr oder weniger willkürlicher Betrachtung, auf die wir alsbald in anderem Zusammenhange zu sprechen kommen. Tut man es aber, so versteht sich, daß der Begriff des Subjekts und entsprechend auch der des Seins in jedes derartige Urteil eingeht, und daß es kein Urteil dieser Art geben kann, das nicht in diesem Sinne zugleich als ein Existenzialsatz bezeichnet werden könnte.

Was die Begriffe der Möglichkeit und Notwendigkeit angeht, so schließt sich unsere Behandlung derselben wenigstens zum erheblichen Teile bekannten Anschauungen an. Es ist dies namentlich insofern der Fall, als es jetzt wohl fast durchgängig für ungenügend gehalten wird, schlechtweg von apodiktischen und problematischen Urteilen zu sprechen, womit die Begriffe der Möglichkeit und Notwendigkeit in gleicher Weise wie der der Wirklichkeit als endgültige behandelt werden. Auch die enge Verbindung jener Begriffe mit dem der Wirklichkeits-Gesetze ist seit langer Zeit geläufig. Ich möchte hier nur an die Formulierung Liebmanns erinnern: „Reale Möglichkeit ist die Verträglichkeit mit den Naturgesetzen" [1]).

Auch für uns ergab sich die nomologische Bedeutung, in der wir jene Begriffe nehmen können, als die wichtigste. Abgesehen aber von der Berücksichtigung mancher anderer Bedeutungen, die von einem gewissen Interesse sind und in unserem tatsächlichen Denken jedenfalls vorkommen, war es vor allem auch geboten, gerade jener nomologischen Bedeutung durch eine genauere Betrachtung dessen, was wir Wirklichkeits-Gesetze nennen, weiter nachzugehen. Soll jener Begriff der realen Möglichkeit überhaupt eine Anwendung finden, so heißt dies ja, daß auch nicht Verwirklichtes den Gesetzen gemäß sein kann, und dies ist offenbar bei der erwähnten Formulierung stillschweigend vorausgesetzt. Wir brachten dies nur in deutlicherer Weise zum Ausdruck, indem wir betonten, daß das Verhalten der Wirklichkeit durch das in der Form der Gesetze Auszudrückende nicht erschöpfend bestimmt wird; dies war es auch, was wir durch Gegenüberstellung der nomologischen und ontologischen Bestimmungen, durch die Bezeichnung der Gesetzmäßigkeit als einer involvierenden in möglichst prägnanter Weise festzulegen wünschten. Es war aber auch weiter geboten die formale Natur der nomologischen Sätze darzulegen, vermöge deren sie eine solche involvente Gesetzmäßigkeit bilden, wie dies im vorigen Kapitel (S. 445 ff.) versucht wurde. In einer ganz abschließenden Weise werden daher, wie ich glaube, auch die Begriffe der nomologischen Möglichkeit bzw.

---

[1]) Liebmann, Gedanken und Tatsachen S. 4.

Notwendigkeit erst durch die formale Betrachtung des Gesetzes-Begriffes aufgeklärt. — Ein Punkt, in dem die hier entwickelten Anschauungen sich besonders stark vom Hergebrachten entfernen und daher wohl auch am ehesten Befremden zu erregen geeignet sind, ist die Lehre von den atypischen Beziehungen[1]. Der Grund hierfür liegt, wie ich glaube, in der der Logik von alters her geläufigen Forderung, daß ein wissenschaftliches Denken sich durchweg scharfer Begriffe zu bedienen habe, womit alle die eigenartigen, gerade mit der Unbestimmtheit von Begriffen zusammenhängenden logischen Verhältnisse grundsätzlich von der Betrachtung ausgeschlossen werden. Sobald man die Natur des unbestimmten Begriffes im Auge behält, verliert das, was über die atypischen Beziehungen ausgeführt wurde, das Befremdende, das ihm allerdings zunächst für den an die herkömmlichen Betrachtungen Gewöhnten zukommen mag. Daß ein Urteil entweder richtig oder falsch sein müsse, erscheint freilich selbstverständlich. Aber wir setzen dabei doch stillschweigend voraus, daß es einen ganz bestimmten Sinn habe. Und wie jene Alternative versagt gegenüber einer eines Sinnes überhaupt ermangelnden Wort-Zusammenstellung, so muß man doch wohl auch anerkennen, daß sie nicht mehr anwendbar ist, wenn durch das Eingehen eines unscharfen Begriffes der Sinn des Urteil ein unbestimmter ist. Mit Recht ist auch dem alltäglichen Denken die Auffassung geläufig, daß die Frage, ob eine gegebene Farbe noch Rot, ob ein Körper von bestimmten pharmakologischen Eigenschaften ein Gift sei, auf einen gegenstandslosen Wortstreit hinauslaufen kann, solange es sich um mehr oder weniger unbestimmte Begriffe handelt. Gerade die durch unbestimmte Begriffe gegebenen logischen Verhältnisse sind nun aber von weitgehender Bedeutung. Denn schon die Betrachtung desjenigen Materials, in dem wir die Wirklichkeit denken, lehrt, daß wir überall auf mehr oder weniger unbestimmte Begriffe angewiesen sind. Die Logik kann daher die unbestimmten Begriffe aus ihren Aufgaben nicht ausschließen, ohne auf die Behandlung von Problemen zu verzichten, die auch wissenschaftlich von Interesse und Bedeutung sind[2]. Aber selbst wenn wir hiervon ganz absehen und die Betrachtung auf ein rein mathematisches Wirklichkeits-Denken beschränken, so kommen atypische Beziehungen doch unter allen Umständen bei den Verhältnissen des logischen Zusammenhanges ins Spiel. Daß aus der Geltung eines Satzes sich für die Geltung eines anderen eine gewisse Wahrscheinlichkeit ergibt, ist unzweifelhaft eine logische Beziehung. Auch ist unbestreitbar, daß sie gradweise Abstufungen zuläßt. Wollen wir uns aber nicht ins Illu-

[1]) Vgl. z. B. die Bemerkungen von Husserl in der Besprechung einer älteren Arbeit von mir. Archiv für systemat. Philosophie IX. 1903.

[2]) Auf eine Gruppe von Problemen, bei denen die unbestimmte Natur gewisser Begriffe eine besondere Wichtigkeit gewinnt, soll an späterer Stelle, Kap. 25, eingegangen werden.

sorische verirren, so müssen wir darüber im Klaren sein, daß trotzdem die Frage, ob zwei Wahrscheinlichkeiten gleich, oder welche von zweien die größere sei, in vielen Fällen durchaus unentscheidbar sein kann. Dies wird verständlich, wenn wir davon ausgehen, daß jene Beziehung eine von Fall zu Fall verschiedene, daß sie atypischer Natur ist, wenn wir ferner den weiten und unbestimmten Sinn beachten, in dem allein hier von einem Mehr, Weniger und Gleich gesprochen werden kann, und wenn wir die ganzen durch unbestimmte Begriffe bedingten logischen Verhältnisse im Auge behalten. All dies wird vielleicht nur dem ganz ohne weiteres einleuchten, der sich mit den anderen Gebieten vertraut gemacht hat, in denen die analogen Verhältnisse vorzugsweise einfach zu Tag liegen. Dies ist der Fall bei den Empfindungen, sowie den begrifflichen Bezeichnungen und Vergleichen, die sich auf sie beziehen. Aus dem überaus weiten und unbestimmten Sinn, in dem wir von einem Mehr oder Weniger, Stärker oder Schwächer sprechen können, ergibt sich auch eine unbestimmte Bedeutung des Gleichheits-Begriffes. Ob daher die Stärke zweier Empfindungen, die verschiedenen Sinnesgebieten angehören, gleich oder ungleich, ob der Unterschied eines Empfindungs-Paares größer sei als der eines andern, das kann in demselben Sinn unentscheidbar sein wie etwa die Frage, ob eine Empfindung Rot oder Orange, ob ein Geräusch laut, leise oder mittelstark zu nennen sei. Um nicht nach anderer Richtung in Schwierigkeiten verwickelt zu werden, muß man dann freilich auch darüber im Klaren sein, daß in der Mathematik von Gleichheit in einem ganz andern Sinne die Rede ist, in einem strengen und endgültigen, der mit der besonderen Natur eben derjenigen Begriffe verknüpft ist, die den Gegenstand der Mathematik bilden, eine Einsicht, mit der ja die von der eigenartigen Geltung der mathematischen Sätze aufs genaueste verknüpft ist. Gerade die fundamentalen Fragen, die sich auf den logischen Aufbau und die Geltung unseres Real-Wissens beziehen, hängen daher einerseits mit der A-priori-Geltung der Mathematik, anderseits mit den atypischen Beziehungen und den logischen Verhältnissen der unbestimmten Begriffe untrennbar zusammen. Um zu verstehen, weshalb es nicht möglich ist, die Wahrscheinlichkeit eines beliebigen Real-Urteils oder einer beliebigen Erwartung streng zu bewerten, müssen wir den Begriff der Gleichheit in seiner strengen und endgültigen Bedeutung, der auf die mathematischen Gebilde selbst und auf die mathematisch gedachten Realitäten beschränkt ist, von jenem weiten in alle Vergleichungen eingehenden Gleichheits-Begriffe unterscheiden, dessen Anwendung die mannigfaltigste, aber freilich überall durch seine unbestimmte Natur eingeschränkt ist[1]).

[1]) Hieraus ergibt sich denn auch, daß eine zahlenmäßige Bewertung von Wahrscheinlichkeiten an exzeptionelle Verhältnisse gebunden ist, womit der Ausgang für die die Wahrscheinlichkeits-Rechnung betreffenden Untersuchungen gegeben ist.

Ich möchte schließlich nicht unterlassen, hier noch eines Begriffes zu erwähnen, der in der älteren und zum Teil auch noch neueren Logik vielfach im Mittelpunkt des Interesses steht. Es ist derjenige der *Kategorien*. Wenn ich bisher auf ihn nicht eingegangen bin, insbesondere auch nicht versucht habe, die obigen Ergebnisse als den Versuch einer Lösung des „Kategorien-Problems" zu behandeln, so hat das seinen Grund darin, daß sich gerade in diesem Begriff, wie mir scheint, eine Auffassung verkörpert, die sich nicht bestätigt und uns daher mit einer gewissen Notwendigkeit veranlaßt, einen nicht zum Ziele führenden Weg einzuschlagen. Die Meinung, von der *Kant* bei der Aufstellung seiner Kategorien-Tafel ausging, war ja die, daß eine Anzahl endgültig deutlicher Begriffe aufgewiesen werden könne, aus denen sich zugleich die Verschiedenheiten in der Funktion des Urteilens ergeben müssen, mit denen man also unmittelbar zu einer rationellen und bedeutungsvollen Einteilung der Urteile gelange. Eben dies nun müssen wir bestreiten. Für die Auseinanderhaltung der verschiedenen Urteilsarten gibt die Art ihres Sinnes in toto den bedeutungsvollsten Gesichtspunkt. Nehmen wir das Wort Kategorie (wohin seine neuerlich übliche Verwendung zu tendieren scheint) im Sinne dieser dem ganzen Urteil zukommenden Bedeutungsart, so würden wir nur zwei Kategorien unterscheiden können, die der Realität und die der reflexiven Beziehung, wenn wir mit diesem letzteren Namen jenen in den Reflexions-Urteilen ausgedrückten, sozusagen internen Zusammenhang verschiedener Bewußtseins-Inhalte bezeichnen. Wenn wir anderseits nach den in unsere Urteile eingehenden endgültigen Begriffen fragen, so finden wir hier diejenigen der Zahl und der Gleichheit, der logischen Abhängigkeit (des Forderns, des Ausschlusses und der Vereinbarkeit), der Negation usw., kurzum eine Fülle von Begriffen, deren erschöpfende Aufzählbarkeit, wir kommen darauf noch zurück, sehr bezweifelt werden kann. Sei dem indessen wie ihm wolle, jedenfalls sind diese Begriffe, weil sie in mannigfaltiger Kombination in die Urteile eingehen können, nicht ohne weiteres geeignet, uns zu einer befriedigenden oder wertvollen Auseinanderhaltung verschiedener Urteilsarten zu führen. Es sei hier nur wiederum daran erinnert, wie die Gleichheits- und Identitäts-Beziehung in den Real-Urteilen, die Begriffe der logischen Abhängigkeit in den Aussagen über Möglichkeit usw. auftreten. Sprechen wir daher einerseits von einer Kategorie der Realität, anderseits von einer der Gleichheit, der Kausalität, der logischen Abhängigkeit, so nehmen wir das Wort in zwei verschiedenen tatsächlich nicht zusammenfallenden Bedeutungen; und wir werden in Gefahr kommen, bei der Aufsuchung der Kategorien zwei verschiedene und nicht in Einem lösbare Aufgaben zu vermischen. Die Auffassung, die wir hier in Bezug auf die ganze Natur des Urteils, das Verhältnis von Inhalt und Form, von Aussageart und begrifflichem Material, zugrunde gelegt und festgehalten haben, stellt sich daher auch gerade

gegen jene durch den Begriff der Kategorie bezeichnete Meinung in einen gewissen Gegensatz und lehrt, daß das Problem der Kategorien wenigstens in einem so umfassenden und einheitlichen Sinne, wie es ursprünglich gedacht war, nicht lösbar ist.

In diesen Verhältnissen liegt auch der Anlaß und die Berechtigung, zum Ausgang der logischen Untersuchung überhaupt nicht den Begriff sondern das Urteil zu nehmen, wie dies in wichtiger Abweichung von älterem Herkommen *Sigwart* zuerst getan hat. Was ein Urteil sei, ist zwar nicht durch Definition, wohl aber durch Aufzeigung in einer völlig befriedigenden Weise deutlich zu machen. Freilich müssen wir zu diesem Zwecke auch auf die Hauptarten des Urteils zurückgehen. Tun wir aber dies, so gelangen wir mit der Charakterisierung des Real-Urteils als einer Aussage über das Verhalten der Wirklichkeit, des Reflexions-Urteils als der Aussage über einen inneren Zusammenhang von Bewußtseins-Inhalten zu durchaus scharfen Bezeichnungen. Auch zeigen ja die Untersuchungen namentlich der kritischen Urteilslehre, daß wir eine Reihe wichtiger Feststellungen lediglich im Hinblick auf diese allgemeine Bedeutungsart der Urteile machen können, ohne ihren spezielleren begrifflichen Bau überhaupt zu berücksichtigen. Auf der andern Seite zeigt sich ja nun, daß wir überall eine Reihe einzelner Bewußtseins-Inhalte als am Urteil beteiligt oder in ihm enthalten aufweisen können. Allein die Ergebnisse solcher Zerlegungen sind schon insofern mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, als es vielfach zweifelhaft ist, was wir als besonderen Begriff anzusehen haben. So sprechen wir zwar unbedenklich vom Begriff der Zahl, der Gleichheit, der Wirklichkeit, auch wohl von dem der Empfindung, des Seins, der Substanz, des Schmerzes, des Lebens, des Organismus usw. Ob man dagegen in der Verneinung einen selbständigen, zu den übrigen hinzutretenden und als Begriff zu bezeichnenden Bewußtseins-Inhalt erblicken will, erscheint mindestens fraglich und ist Sache einer willkürlichen Auffassung. Aehnliche Zweifel werden sich erheben, wenn man von einem Begriffe „Alle" sprechen will. Auch wurde schon bei früherem Anlaß darauf hingewiesen (wir kommen unten noch darauf zurück), daß die Zerlegung z. B. eines Real-Urteils sich nach der Art der Betrachtung richtet und mit ihr in mancherlei Weise geändert werden kann. Endlich ist zu beachten, daß nur ein Teil der so erhaltenen Begriffe, wie z. B. diejenigen des Raumes und der Zeit, vielleicht der des Gegenstandes, von der Art sind, daß wir ihnen auch ohne Rücksicht auf das Urteil einen unmittelbar verständlichen Sinn zuschreiben können, während die Bedeutung anderer gerade durch ihr Eingehen in das Urteil gegeben ist und davon gar nicht abgesondert werden kann. So ist denn die Frage, was wir überhaupt an Begriffen besitzen, in welche Arten sie sich ordnen lassen, keineswegs in ähnlich einfacher Weise wie für die Urteile zu erledigen; sie führt uns vielmehr wenigstens teilweise auf psychologische Fragen verwickelter

Natur, ja vielfach auf Probleme, die ihre endgültige Erledigung wohl erst auf der Grundlage physiologischer Betrachtungen finden werden. Wie indessen dem auch sein mag, jedenfalls können wir wohl am ehesten, wenn wir von der Bedeutungsart der Urteile ausgehen, auf dieser Grundlage die Frage nach dem begrifflichen Bau lösen, soweit sie überhaupt lösbar ist. Wollten wir dagegen umgekehrt etwa zunächst prüfen, was für verschiedene Begriffe es gibt, und davon ausgehend ermitteln, welche Arten derselben die Zusammenfügung zu einem Urteil gestatten, so würde dieser Weg kaum zum Ziele führen, mindestens von Anfang an wegen der unübersehbaren Mannigfaltigkeit der überhaupt vorkommenden Begriffe uns in kaum überwindliche Schwierigkeiten verwickeln. Auch für die formale Urteilslehre ist also nicht der Begriff sondern das Urteil, wenn nicht der allein zulässige, mindestens der empfehlenswertere Ausgangspunkt[1]).

Unsere Untersuchung war dem eben bezeichneten Wege gefolgt. Wir können rückblickend fragen, wie weit denn nun bei dieser Auffassung und auf diesem Wege die Aufgabe einer formalen Urteilslehre sich als lösbar erwiesen hat und gelöst worden ist, wie weit es also gelungen ist darzulegen, welche Begriffe überhaupt in Urteile eingehen und in welcher Form sie dabei zusammengefügt erscheinen[2]). Doch haben wir wohl kaum Anlaß, die in dieser Richtung erhaltenen Ergebnisse zusammenfassend zu wiederholen. Vielmehr wird es genügen, die Grenzen in Erinnerung zu bringen, die wir der Lösbarkeit auch dieser Aufgabe gesteckt fanden. Hier wäre also zunächst der prinzipiell wenigstens unbegrenzten, immer dieselben Zusammenhänge wiederholenden Ausspinnung zu gedenken, von der im 11. und 12. Kap. die Rede gewesen war; an zweiter Stelle der unbegrenzten Mannigfaltigkeit empirisch-atypischer Begriffe und ihrer urteilenden Zusammenfügung. Der dritte hier zu erwähnende Umstand endlich besteht darin, daß wir die Modalitäten der Begriffs-Erzeugung, sowie auch der urteilenden Verknüpfung selbst wieder zum Gegenstande begrifflicher Bezeichnung machen können, und daß auf diese Weise

[1]) Auch für die psychologische Betrachtung eines mehr oder weniger ungeklärten Denkens erweist sich das Urteil als von dominierender Bedeutung. Wir können, wie das an späterer Stelle des Genaueren zu verfolgen ist, einem Urteil im weiteren psychologischen Sinne insofern eine „tatsächliche Bedeutung" zuschreiben, als es mit endgültig deutlichen Urteilen in festen psychologischen Zusammenhängen steht. Die Bedeutung eines einzelnen Begriffes ist sehr häufig nur in der Weise anzugeben, daß wir seine urteilende Verknüpfung mit anderen in Betracht ziehen.

[2]) Von dem mehrerwähnten Umstande, daß ein und dasselbe Urteil je nach besonderer Betrachtungsweise verschiedene begriffliche Zerlegungen gestattet (wie z. B. wenn wir dem ganzen Inhalt des Urteils noch den seiner Richtigkeit oder Geltung als etwas Besonderes gegenüberstellen) ist hier abgesehen. Es handelt sich nur darum, die begrifflichen Gliederungen darzulegen, die unter allen Umständen anzuerkennen sind, namentlich darum, zu prüfen wie weit in diesem Sinne der Bau der Urteile ein einheitlich fixierter ist, oder welche verschiedenen Formen möglich sind.

neue Begriffe erhalten werden. Ohne Zweifel ist dieser Umstand der eigenartigste und beachtenswerteste. Er ist es, demzufolge die ganze Formulierung der Aufgabe, von der wir ausgegangen waren, und die wir ja zunächst auch nur versuchsweise zugrunde legen konnten, sich in gewissem Sinne ergänzungsbedürftig zeigt. Den Ausgangspunkt der Betrachtung hatte ja die Annahme gebildet, daß wir bei vollständiger Auflösung aller synthetisch gebildeten Begriffe auf irgend welche letzte Elemente geführt werden, und daß für deren urteilende Zusammenfügung bestimmte Formen angebbar sein würden. In erster Linie hat sich dies ja auch durchaus bestätigt. Und wenn wir finden, daß gewisse Zusammenhänge in unbegrenzter Weise wiederholt und kombiniert werden können, oder daß es unbegrenzte Zahlen und Arten solcher elementarer Begriffe gibt, so liegt darin nichts, was die Formulierung der Aufgabe als unzulänglich erscheinen ließe. Darin jedoch, daß gerade die logischen Formen selbst wieder Gegenstand der begrifflichen Bezeichnung werden, haben wir, wie mir scheint, eine eigenartige und vorzugsweise beachtenswerte Grundlage für die Erweiterung des begrifflichen Materials und entsprechend der Urteilsformen zu erblicken. Und es ist dies ein Umstand, der bei der Formulierung der Aufgabe zunächst außer Betracht geblieben ist, in der Tat auch nicht wohl im Voraus aus ganz allgemeinen Erwägungen sich entnehmen ließ, sondern erst durch die speziellere Verfolgung namentlich der mathematischen Begriffe und Sätze deutlich zu machen war. Es sei demgemäß hier denn auch nochmals betont, daß die hier gemeinten Begriffsbildungen nicht allein die Bedeutung denkpsychologischer Vereinfachungen haben, daher auch nicht wie andere synthetisch gebildete Begriffe durch Analyse oder Explizierung beseitigt werden können, sondern in gewissem Umfange unerläßliche Bestandteile mancher Wissensgebiete sind. Dies gilt für die Mathematik, insofern in deren Sätze die Zählung wiederholter mathematischer Operationen eingeht und daher auch die Begriffe solcher bestimmten Operationen nicht entbehrt werden können. Es gilt ähnlich auch für die Unbestimmtheit gewisser rein nomologischer Sätze, die darin besteht, daß für die Zahlen gewisser Formen alle beliebigen Werte zugelassen werden[1]). Und es gilt endlich auch für die Mehrzahl jener Begriffe, auf die wir geführt werden, sobald wir uns die wissenschaftliche Betrachtung des Urteils direkt zur Aufgabe stellen, also für den Begriffskreis der formalen Logik selbst.

Es wird ferner hier der Ort sein, auf eine Anzahl ganz allgemeiner, die *psychologische* Natur des Urteils betreffender Fragen einzugehen, Fragen, die der Logik mehr oder weniger geläufig sind, und die zu erledigen oder zu denen Stellung zu nehmen wünschenswert erscheint. So hat man wohl erwogen, in welcher Weise das Urteil die in ihm oder an ihm zu unterscheidenden begrifflichen Elemente ver-

[1]) Vgl. o. S. 446.

knüpft, im Zusammenhang damit wohl auch noch allgemeiner nach der letzten psychologischen Natur des Urteils, seinem eigentlichen Wesen u. dgl. gefragt. Jede Erwägung dieser Art wird in erster Linie davon ausgehen müssen, daß das Urteil, ähnlich einer Wahrnehmung, einer Emotion usw. einen psychologischen Tatbestand darstellt, daß der Begriff „Urteil" also die Bezeichnung für etwas Erlebbares und Aufzuweisendes bedeute. Es wird sich daher auch nur darum handeln können, irgend welche an ihm unmittelbar ersichtliche Eigentümlichkeiten zu beschreiben und etwa zum Gegenstande besonderer Aufmerksamkeit zu machen. Und zwar wird in dieser Hinsicht besonders darauf zu achten sein, wie weit es sich dabei um solche handelt, die dem Urteil mit andern psychologischen Bestimmungen gemein sind oder um unterscheidende Merkmale; auch kann in ähnlicher Weise nach den gemeinsamen und nach den unterscheidenden Eigentümlichkeiten der verschiedenen Urteilsarten gefragt werden. Eine solche Betrachtung darf als bemerkenswerteste psychologische Tatsache die hervorheben (die in anderem Zusammenhange schon früher berührt wurde), daß der größte Teil unserer Bewußtseinszustände von der Art ist, daß sie zwar in gewisser Weise etwas Einheitliches darstellen, doch aber an ihnen eine Anzahl von Elementen unterschieden werden kann. In allen diesen Fällen finden wir die Elemente in einer eigenartigen Weise nicht als ein bloßes Nebeneinander im Bewußtsein gegeben, wie wir etwa gleichzeitig etwas hören und sehen können, sondern in einer eigenartigen, auch wiederum für jeden Fall nur als etwas Gegebenes darzustellenden Weise unter einander in Verbindung gesetzt und mit einander verknüpft. Als beachtenswert darf also wohl hervorgehoben werden, daß gerade diese Beschaffenheit des Urteils, eine Vielheit von Elementen in funktioneller Verknüpfung zu enthalten, nichts ihm allein Eigentümliches ist, sondern eine überaus verbreitete, um nicht zu sagen, ganz allgemeine Beschaffenheit unserer Bewußtseinsbestimmungen ist.

Hiermit ist dann zugleich auch gegeben, daß wir für die Art, wie diese Elemente untereinander in Zusammenhang stehen, eine Reihe von Modalitäten finden, die wir als etwas endgültig Gegebenes in Anspruch nehmen müssen, die wir also wohl aufweisen können, nicht aber durch Heranziehung anderer Verhältnisse noch zu klären oder verständlicher zu machen hoffen dürfen. Am einfachsten und einleuchtendsten sind diese Verhältnisse für die Reflexions-Urteile. Die Art und Weise, wie in dem Satz 2 . 3 = 6 die Begriffe Zwei, Drei, Gleich, usw. untereinander in Verbindung gesetzt sind, zum Gegenstand der Untersuchung zu machen, erscheint ebenso überflüssig und aussichtslos, wie etwa die ähnliche Frage bezüglich der Verknüpfung von Helligkeits- und Farbenbestimmung in der Gesichtsempfindung u. dgl. Es ist schlechterdings nicht ersichtlich, von welchem Inhalt ein Urteil sein oder welcher Begriffe es sich bedienen könnte, um uns über jene

Verknüpfungen etwas zu lehren. Wir stehen hier vor einer Aufgabe, die ebenso und in ganz dem gleichen Sinne unlösbar ist, wie etwa die, die Empfindungen Rot oder Süß durch Beschreibung zu verdeutlichen.

Nicht erheblich anders liegen die Dinge auch für die Real-Urteile. Zwar können wir hier, wie dies im 24. Kapitel noch genauer darzulegen sein wird, eine ganze Reihe verschiedener Verknüpfungsmodalitäten unterscheiden und einige, die zunächst als verwickelte psychologische Erscheinungen gegeben sind, ihrer Bedeutung nach auf andere zurückführen. Aber wir gelangen doch auch hier zu Verknüpfungen, deren Sinn sich einer weiteren Aufklärung entzieht und als ein endgültiger in Anspruch genommen werden muß. Dahin gehört z. B. die Verbindung des Körper-, Zeit- und Orts-Begriffes, die vorliegt, wenn wir aussagen, daß ein Körper sich zu einer gewissen Zeit irgendwo befinde. Es gehört aber dahin nicht minder die Verknüpfung zwischen dem Begriff irgend eines Verhaltens und dem der Wirklichkeit oder Verwirklichung, wie sie im Real-Urteil vorliegt, wenn wir eben jenes Verhalten als ein verwirklichtes behaupten.

Wir werden daher nicht darüber hinauskommen zu sagen, daß das Urteil eine Anzahl begrifflicher Elemente in einer eigenartigen Verbindung enthält. Und es ist nicht möglich, unter Benutzung anderer Begriffe anzugeben, was jene Verbindung sei und bedeutet, und dadurch das Wesen des Urteils aufzuklären. Was ein Urteil ist, und was die in ihm gegebene Verknüpfung verschiedener Elemente bedeutet, müssen wir vielmehr als bekannt oder gegeben voraussetzen. Demjenigen aber, dem dies fremd wäre, könnten wir das Gemeinte nicht unter Benutzung anderer Begriffe lehren, durch deren Zusammenfügung er etwa denjenigen des Urteils bilden könnte, so wie wir den des Quadrats oder der Gleichung vierten Grades bilden. Wir würden ihm vielmehr nur ähnlich wie bei den Begriffen, die eine Art von Empfindung bezeichnen, das, was gemeint ist, durch die Aufweisung von Beispielen deutlich machen können [1]).

Als eine letzte Aufgabe, die sich den uns hier beschäftigenden abschließenden Betrachtungen passend anreiht, können wir uns die stellen, die Gesamtheit des in unsere Urteile eingehenden begrifflichen Materials in einem zusammenfassenden Ueberblick darzustellen. Ein Versuch dieser Art muß selbstverständlich davon ausgehen, daß, wie schon die früheren Betrachtungen herausstellten, das begriffliche Material unseres Denkens in zwei durch mancherlei Unterschiede und Gegensätze getrennte Hauptgruppen zerfällt. Es umfaßt einerseits die relativ kleine Zahl von Begriffen völlig scharfer Bedeutung, die den Begriffskreis der Mathematik und der Logik ausmachen, die theoretischen, anderseits die überaus große und ihrer Natur nach unbegrenzte Zahl derjenigen, die auf Bewußtseins-Zustände mannigfaltigster Art

[1]) Auf gewisse Umstände, die in diesen Hinsichten eine Täuschung bedingen können, ist unten noch zurückzukommen.

zurückgehen und das Hauptmaterial der freien Real-Urteile ausmachen, die empirischen. Beide geben Anlaß zu mancherlei Bemerkungen, wenn wir einerseits ihren Ursprung oder ihre Grundlagen, anderseits ihre Vermehrung und Entwicklung des Genaueren in Betracht ziehen. Ich möchte hier die letzteren voranstellen, da sich unsere Aufgabe für sie einfacher gestaltet. Ist doch ohne weiteres deutlich, daß es sich um einen erschöpfenden Ueberblick hier nicht handeln kann. Die Zahl empirischer Begriffe ist jedenfalls eine unabsehbar große, die jeder vollständigen Aufzählung schon aus dem Grunde spottet, da sie sich auch in unbegrenzter Weise vermehren läßt. Freilich wird eine solche erschöpfende Aufzählung auch entbehrlich, ihre Unmöglichkeit in keinem Sinne als ein Uebelstand erscheinen. — Eher könnte man für wünschenswert erachten, wenigstens zu einer Ordnung derselben in bestimmte Gruppen zu gelangen. Unsere früheren Darlegungen in Betreff derjenigen Begriffe, die dort als sekundäre[1] bezeichnet wurden, lehren jedoch, daß selbst eine Einordnung in bestimmte Klassen nicht möglich ist, vielmehr auch die Zahl solcher sich in unabsehbarer Weise vermehren läßt. So sind es denn in der Tat nur wenige Punkte, deren Erwähnung hier angezeigt ist. Zunächst sei daran erinnert, daß in vielen Gebieten eine glückliche synchytische Begriffsbildung ein wichtiges Erfordernis der wissenschaftlichen Untersuchung sein und daß ihr aus diesem Grunde eine große und selbständige Bedeutung zukommen kann. Dies gilt namentlich für die Psychologie. Wegen der ungeheuren Mannigfaltigkeit der Bewußtseins-Zustände ist hier ein ordnender Ueberblick der erste Schritt wissenschaftlicher Behandlung und die unerläßliche Voraussetzung weiterer Ermittlungen, insbesondere auch über Gesetze des Geschehens. Und ohne Zweifel sind auch manche nicht unwichtige Fortschritte auf diesem Gebiete in erster Linie durch eine glückliche Zusammenfassung, d. h. durch eine geeignete synchytische Begriffsbildung bedingt gewesen.

Sodann möchte ich hier aus der unübersehbaren und im Einzelnen natürlich überaus verschiedenartigen Mannigfaltigkeit atypischer Begriffe eine Klasse hervorheben, der namentlich in methodischer Hinsicht eine ausgezeichnete Sonderstellung zukommt, und die wir aus diesem Grunde später bei verschiedenen Gelegenheiten zu erwähnen haben werden. Allen empirischen Begriffen haftet ja, wie schon eingangs erwähnt wurde, das mit ihrem synchytischen Ursprung zusammenhängende, ihren wissenschaftlichen Gebrauch in hohem Grade beeinträchtigende Merkmal der Unbestimmtheit an. Trifft nun auch dies überall zu, so bemerkt man doch, daß in dieser Beziehung große Unterschiede bestehen. Begriffe wie „Rot" oder „Leise" sind offenbar doch nicht in der gleichen Weise unbestimmt, wie etwa der der Entwicklung, der Natur u. dgl. Die vergleichende Erwägung solcher

[1]) Vgl. o. S. 261.

Begriffe führt dazu, eine Gruppe als vorzugsweise einfache hervorzuheben, diejenigen nämlich, die eine Abstufung nur in einer bestimmten Richtung gestatten. Wir können uns hier die sämtlichen dem Begriff zugehörigen Einzelelemente in eine Reihe geordnet denken. Und so hängt denn die solchen Begriffen eigene Unbestimmtheit auch lediglich mit der Schwierigkeit der Abgrenzung in dieser Hinsicht zusammen. Wir kommen an späterer Stelle noch darauf zurück, daß die Subsumtion unter solche Begriffe, wenngleich auch öfters unentscheidbar, doch eine sehr viel einfachere, das, worauf es ankommt, viel übersehbarer ist, als bei den komplizierteren synchytischen Begriffen, und daß sich daraus im praktischen Gebrauch eine Anzahl großer Vorzüge ergeben. Ich möchte aus diesem Grunde für die erwähnte Art synchytischer Begriffe einen besonderen Namen festlegen und sie als stöchotaktische bezeichnen. Vor allem sind die unsere Sinnesempfindungen bezeichnenden Begriffe von dieser Natur. Auch unter den verwickelteren Begriffen, namentlich von psychologischer Bedeutung, wird man bei genauer Prüfung viele finden, die stöchotaktisch sind oder stöchotaktische Elemente enthalten und somit eine Zurückführung auf eine kleinere oder größere Zahl solcher Begriffe ermöglichen. So kann man z. B. in den dem Entschluß zu einer Handlung vorausgehenden psychologischen Verhaltungsweisen einerseits die Wahrscheinlichkeit, mit der ein gewisser Erfolg derselben erwartet wird, anderseits auch das Verhalten des Willens gegenüber diesem Erfolg (sein Wünschen oder Befürchten) durch stöchotaktische Begriffe bezeichnen[1]).

Der Versuch, über die theoretischen Begriffe von typisch fixierter Bedeutung einen Ueberblick zu geben, führt uns auf eine Anzahl nicht unwichtiger und zum Teil nicht leichter Fragen. Da die synthetischen Zusammenfügungen, die solche Begriffe etwa erfahren können, hier außer Betracht bleiben, so wird es sich lediglich um diejenigen handeln, denen wir eine endgültige, nicht weiter erläuterbare Bedeutung zuschreiben dürfen. Dahin gehört, wie vorhin schon berührt, der Begriffskreis der Logik und Mathematik, wie denn ja auch bei vielen Gelegenheiten schon betont wurde, daß wir Begriffe wie denjenigen der Zahl, der geraden Linie, der Gleichheit, des logischen Forderns oder Ausschließens, der Negation, der Verwirklichung usw. als solche endgültigen in Anspruch nehmen müssen. Es wird nicht überflüssig sein, diese Auffassung hier nochmals im Zusammenhange gegen gewisse Mißverständnisse zu sichern, denen sie im Hinblick auf psy-

[1]) Es ist mir richtig erschienen, diese Art von Begriffen hier zu erwähnen und durch eine besondere Benennung zu kennzeichnen, teils weil ihre in gewissen Hinsichten exzeptionelle Stellung ohne weiteres ersichtlich ist, teils weil sie, wie ich glaube, in manchen Gebieten eine weitgehende und nützliche Anwendung gestatten. Eine eingehendere Verfolgung dieser Verhältnisse würde allerdings hier aus dem Rahmen unserer ganzen Untersuchung herausfallen und mag daher einer anderen Gelegenheit vorbehalten bleiben.

31*

chologische Verhältnisse mehr oder weniger ausgesetzt ist. Mit Bezug auf alle diese Begriffe ist vor allem zu beachten, daß die Behauptung ihrer logischen Endgültigkeit über den psychologischen Vorgang ihrer Entstehung nichts besagt. Wer diesen Punkt vorurteilsfrei ins Auge faßt, wird wohl mindestens für wahrscheinlich halten, daß z. B. der Begriff der geraden Linie sich im jugendlichen Lebensalter aus einer Reihe einzelner Wahrnehmungen und unter Mitwirkung der sprachlichen Benennung bildet, in einer Weise also, die mit dem, was wir eine synchytische Begriffsbildung nannten, etwa der Entstehung des Begriffes „Rot", eine gewisse Aehnlichkeit besitzt. Dies schließt jedoch keineswegs aus, daß im ersteren Falle sich ein Begriff von völlig präziser Bedeutung ergibt, der von dem unbestimmten synchytischen Begriff Rot und der großen Zahl ähnlicher sich grundsätzlich unterscheidet. Eben darum werden wir auch den hier vorliegenden psychologischen Prozeß jedenfalls zutreffender den Synchysen nicht zurechnen. Ganz ähnlich werden die Dinge z. B. für den Begriff der „Wirklichkeit" liegen. Es versteht sich, daß auch dieser im Denken des Kindes und des Ungebildeten nicht figuriert, also, wenn er vorhanden ist, irgendwann und irgendwie entstanden sein muß. Und man wird ohne Zweifel diese Entstehung mit denjenigen Urteilen in Verbindung bringen dürfen, die im primitiven Seelenleben vorhanden sind, und an denen ein entwickelteres Denken jenen Begriff aufweisen kann, d. h. mit den einzelnen überall im täglichen Leben vorkommenden Real-Urteilen. Auch kann man dieser Entstehung einen Namen geben und sagen, der Begriff der Wirklichkeit werde aus jenen zunächst gegebenen Real-Urteilen „abstrahiert". Damit ist sehr wohl vereinbar, daß auch diesem Begriff, wenn er einmal gebildet ist, eine völlig feste und endgültige Bedeutung zukommt.

Bedenken anderer Art, die jedoch auch mit bestimmten psychologischen Verhältnissen zusammenhängen, sind vielfach gegen die endgültige Bedeutung des Begriffes der Vielheit oder der Zahl gerichtet worden. Sie knüpfen vornehmlich an die in anderem Zusammenhange schon erwähnte Tatsache an, daß jedes Urteil als psychischer Vorgang eine gewisse Zeit in Anspruch nehmen, und somit in eine Anzahl einander zeitlich folgender Teile zu zerlegen sein müsse. Wir haben die hieraus etwa herzuleitenden Einwürfe gegen unsere Auffassung des Urteils überhaupt und insbesondere des Reflexions-Urteils dort besprochen[1]. Eine ganz ähnliche Ueberlegung könnte behaupten, daß auch der Begriff der Vielheit im Hinblick auf diese Verhältnisse zu modifizieren sei. Eine Vielheit von Gegenständen gleichzeitig vorzustellen, seien wir vielleicht imstande (z. B. zwei oder drei getrennte Punkte gleichzeitig zu sehen) aber nicht sie als Vielheit vorzustellen, in ihr die Wiederholung des Gleichartigen zu erkennen; dieses sei eben nur möglich,

[1]) Vgl. o. S. 178.

indem wir die einzelnen Elemente nach einander auffaßten. — Wir müssen dem gegenüber ganz ähnliche Ueberlegungen geltend machen, wie sie oben schon mit Bezug auf die zeitliche Ausdehnung des Urteilsaktes besprochen wurden. Zugegeben auch, daß wir die Vielheit immer sukzessive vorstellen, so versteht sich doch anderseits, daß eine Vielheit aufeinander folgender gleichartiger Vorstellungen noch nicht die Vorstellung einer Vielheit ist. Wie wir also nicht umhin können, im Urteil eine Einheit zu erblicken, in der die an ihm zu unterscheidenden Elemente in einer besonderen, von der zeitlichen Folge ganz unabhängigen Weise vereinigt sind, so werden wir auch behaupten müssen, daß der Begriff irgend einer Vielheit einen Bewußtseins-Inhalt darstellt, der, wenn auch seine Entstehung durch ein zeitliches Geschehen bedingt sein mag, doch nicht in einem solchen besteht, dessen wesentliche Eigentümlichkeiten daher auch in einer von jenem Vorgange ganz absehenden Weise aufzuzeigen sein müssen. Behält man dies im Auge, so wird einleuchten, daß jeder Versuch, Sinn oder Bedeutung des Vielheitsbegriffes durch Zurückführung auf etwas anderes zu erläutern, vergeblich ist, daß er in der Tat in dem uns hier beschäftigenden Sinne etwas Endgültiges darstellt. Hiernach bliebe denn als ein Einwand gegen die hier vertretene Auffassung des Zahlbegriffes höchstens der bestehen, daß er seiner Natur nach gar nicht auf beliebige Objekte angewandt werde, daß es sich vielmehr um die Zählung immer desselben Objektes handle, nämlich derjenigen psychischen Vorgänge, durch die wir uns die einzelnen Objekte in voller Deutlichkeit zum Bewußtsein bringen. Allein auch wenn dies zugegeben wird, so muß doch auf der anderen Seite geltend gemacht werden, daß wir den Begriff der Zahl von dem der gezählten Objekte, welche dies auch sein mögen, absondern und für sich in Betracht ziehen können, ganz ebenso wie wir räumliche Gebilde zwar nicht ohne irgend welche sinnliche Bestimmungen vorzustellen vermögen, gleichwohl aber jene für sich, in Absehung von diesen, zum Gegenstande der Betrachtung und einer Reihe urteilender Aussagen machen können. Damit aber ist denn wieder die Möglichkeit gegeben, den Zahlbegriff ganz beliebige Vorstellungsinhalte anzuwenden. Ohne also bestreiten zu wollen, daß der Begriff der Zahl in seiner Entstehung eine Reihe besonderer Beziehungen zu zeitlichen Verhältnissen und psychischem Geschehen darbietet, werden wir doch behaupten müssen (und das ist es, worauf es hier für uns ankommt), daß er eine endgültige Bedeutung in einem hiervon absehenden Sinne besitzt und in dieser Auffassung den Gegenstand der mathematischen Urteile bildet.

Berühren wir im Anschluß hieran noch kurz einen Punkt, in dem die Durchdenkung des Zahlbegriffes auch gelegentlich auf Schwierigkeiten geführt und zu Zweifeln Anlaß gegeben hat. Wenn wir von einer Vielheit irgend welcher Objekte sprechen, so muß offenbar das Gezählte ein irgendwie Gleichartiges, durch einen einheitlichen Begriff zu Be-

zeichnendes sein. Anderseits müssen nun aber die einzelnen Elemente, eben damit sie eine Vielheit ausmachen, doch auch untereinander verschieden und irgendwie auseinander zu halten sein. Die Lösung dieses scheinbaren Widerspruchs hängt wiederum mit den schon mehrfach hervorgehobenen allgemeinen psychologischen Verhältnissen zusammen. In der Tat versteht sich, daß das einzelne gezählte Objekt einerseits das, was ihm mit den andern gemeinsam ist, anderseits aber die individualisierende Bestimmung, die es von den andern Elementen unterscheidet, in irgend einer Vereinigung enthalten muß; und dies ist auch überall leicht zu bestätigen. So sind vor allem die Begriffe realer Gebilde und Vorgänge in der dem Real-Urteil eigentümlichen Weise mit räumlichen und zeitlichen Bestimmungen verknüpft (die daraufhin mit Recht die principia individuationis genannt werden). Die allgemeine psychologische Eigentümlichkeit, daß an den in gewissem Sinne einheitlichen Bewußtseins-Inhalten doch ein Mehrfaches aufgewiesen werden kann, was sich in ihnen in einer nicht weiter erläuterbaren Weise vereinigt, eben diese ist es auch, die dem Begriff der Vielheit überhaupt und somit jeder Zählung als unerläßliche Bedingung zugrunde liegt. Behalten wir aber diese Tatsache im Auge, so sind die Zahlenbegriffe auch von dieser Seite her nicht mit irgend welchen besonderen Schwierigkeiten oder Dunkelheiten behaftet.

Eine weitere hier zu erwägende Frage ist die, ob wir den Kreis derartiger Begriffe von fester und endgültiger Bedeutung als einen begrenzten anzusehen haben, so daß eine erschöpfende Aufzählung derselben verlangt werden könnte. Wie mir scheint, wird diese Frage, entgegen dem, was man auf den ersten Blick wohl meinen könnte, zu verneinen sein. Es sei hier zunächst daran erinnert, daß das Urteil selbst, wie das in seiner psychologischen Natur begründet ist, mancherlei verschiedene Betrachtungsarten zuläßt, durch die wir auf eine Reihe von Begriffen spezifisch logischer Bedeutung geführt werden, Begriffen, denen sich ein typisch fixierter Sinn wohl kaum absprechen läßt, deren erschöpfende oder abschließende Aufführung aber mindestens auf große Schwierigkeiten stoßen dürfte. Ein Real-Urteil theoretisch-mechanischer Form enthält die Begriffe des Körpers, des Orts und der Zeit, und würde zunächst diese als endgültige zu behandeln haben. Aber mit einer mehrerwähnten Betrachtungsweise können wir auch das ganze hier bezeichnete Verhalten zusammenfassen und es als ein verwirklichtes bezeichnen. Das Urteil gestattet also eine Betrachtung, bei der wir auch den Begriff der V e r w i r k l i c h u n g als einen in ihm enthaltenen oder an ihm beteiligten herausheben[1]).

[1]) Zwischen S i g w a r t und R i c k e r t ist bekanntlich die Frage diskutiert worden, ob ähnlich wie im verneinenden Urteil die Verneinung, so auch im bejahenden der Begriff der Geltung oder Richtigkeit als besonderer Bestandteil des Urteils anzuerkennen sei. In erster Linie ist dies natürlich der Fall, wenn man mit Rickert die Richtigkeit in dem durch seine Normen-Theorie bedingten Sinne nimmt. Tut man dies nicht, so wird die Separierung des Richtigkeits-Begriffes, wie mir scheint, als eine zwar nicht gebotene, aber doch zulässige Betrachtungsweise anzuerkennen sein.

Man kann ferner hierher auch den Begriff des „Eingehens" zählen, wenn wir mit diesem Worte das Verhältnis irgend eines am Urteil aufzuweisenden und beteiligten Begriffes zur Totalität des Urteils bezeichnen. Und auf weitere Begriffe ähnlicher Art werden wir geführt werden, wenn wir die Art, w i e ein Begriff in ein Urteil eingeht, zum Gegenstand besonderer Bezeichnungen machen. Dahin gehört namentlich der Begriff des Seins oder Existierens, das wir von dem in einem Real-Urteil erwähnten Gegenstands-Begriffe aussagen.

Ganz ähnlich können, wie früher besprochen, diejenigen Real-Urteile, die Bewußtseins-Erscheinungen aussagen, in die Begriffe des psychologischen Verhaltens und desjenigen Subjekts, von dem es behauptet wird, zerlegt werden. Tun wir dies für die unmittelbar gegebenen, unser eigenes Erleben betreffenden idiopsychischen Urteile, so erhalten wir den Ich-Begriff in seiner rein formalen Bedeutung, von dem an früherer Stelle die Rede war[1]). Und wir müssen hier betonen, daß er einer nicht gebotenen oder unumgänglichen, wohl aber zulässigen Betrachtung des Urteils seine Entstehung verdankt, ganz ebenso wie wir den Begriff der Verwirklichung als an jedem Real-Urteil beteiligt aufweisen können. Beachtet man schließlich, daß auch die Art, in der etwa zwei an einem Urteil beteiligte Begriffe untereinander verknüpft sind, wiederum durch einen besonderen Begriff bezeichnet werden kann, so leuchtet ein, daß die Zahl derartiger Begriffe sich wohl schwerlich begrenzen läßt. Sie alle beruhen, wie gesagt, auf bestimmten Betrachtungsweisen des Urteils, die jedenfalls zulässig sind, wenn sie auch unser Wissen nicht vermehren und insofern vielleicht viele von ihnen als überflüssig angesehen werden können.

Von größerer Wichtigkeit ist es, daß die Zahl der typisch fixierten Begriffe in anderer Weise eine Vermehrung erfahren kann. Es beruht dies darauf, daß ein Teil derselben untereinander gleichartig genug ist, um die Zusammenziehung in einen allgemeineren Begriff zu gestatten, woraus sich dann eine Anzahl nicht unwichtiger Folgen ergeben. Ein einfaches Beispiel für das hier Gemeinte bietet der Begriff der stetigen Größe. Er ist offenbar durch die Raum- und Zeitvorstellung bedingt; in welcher Weise er aus ihnen entsteht, wurde früher besprochen und darf hier unerörtert bleiben. Wichtig ist nun, daß wir hier zu einem allgemeineren, räumliche und zeitliche Größen in sich schließenden Begriffe gelangen können, dem wir diese beiden, ähnlich wie einem synchytischen Begriffe ein einzelnes Element, zurechnen können. Diese Begriffsbildungen sind vorzugsweise deswegen von Bedeutung, weil auf ihnen die Möglichkeit beruht, Begriffe logischer und mathematischer

[1]) Vgl. o. S. 273.

Natur, die wir als gegeben und endgültig deutlich in Anspruch nehmen müssen, doch in der Weise zu beschreiben, daß dabei eine Anzahl eben jener noch allgemeineren Begriffe benutzt und zusammengefügt wird. Hierher gehört es z. B., wenn wir sagen, daß der Raum eine durch drei unabhängige stetige Größen bestimmte Mannigfaltigkeit sei. Wir bedienen uns hierbei des Begriffes der Größe oder, wenn wir auf dessen früher gegebene Definition zurückgehen, desjenigen der Gesamtheit, ferner derjenigen der Zusammenfügung und der Gleichheit. Eine Aufstellung dieser Art ist vollkommen zutreffend. Aber wir müssen, um sie richtig aufzufassen, sie in dem Sinne nehmen, daß sie über den Raum etwas ausgesagt, wobei der Begriff des Raumes etwas von dem Inhalt der Aussage Verschiedenes und zwar etwas von Haus aus Gegebenes und Bekanntes ist. Eben hierauf beruht es, daß solche Beschreibungen etwas Bedeutungsvolles aussagen, daß sie, wenn auch in zwingender Evidenz einleuchtend, doch nicht ohne weiteres bekannt und selbstverständlich zu sein brauchen. Anderseits aber muß man im Auge behalten, daß eine solche Beschreibung niemals ein Ergebnis liefert, das demjenigen Begriffe, dem sie gilt, in erschöpfendem Sinn äquivalent oder ihn zu ersetzen geeignet wäre. Bewegt sie sich in lauter Begriffen, die aus diesem durch verschiedene synchytische Verallgemeinerungen gebildet sind, so versteht sich, daß sie seiner Bedeutung niemals in ihrer vollen Bestimmtheit gleich kommen werden. Freilich können wir den Raum eine durch drei stetige Größen bestimmte Mannigfaltigkeit nennen. Aber es bleibt dabei durchaus problematisch, ob es nicht außer dem Raume noch viele andere Gebilde gibt, für die das gleichfalls zutrifft. Und wer nicht wüßte, was wir Raum nennen, dem würden wir mit Hilfe jener Beschreibung nicht zum Begriffe des Raumes verhelfen können. Dieser kann in seiner eigentlichen Bedeutung, ähnlich wie der einer bestimmten Empfindung (Rot oder Süß) nur aufgewiesen und in diesem Sinne erzeugt werden.

Ein deutlicher Einblick in diese Verhältnisse scheint mir um so wichtiger, als wir uns gegenüber vielen Begriffen analysierende Beschreibungen der uns hier beschäftigenden Art zur Aufgabe machen können, und als eine gewisse Verkennung der Natur dieser Aufgabe einigermaßen naheliegt. In der Tat haben sie, namentlich wenn wir uns bemühen, die Beschreibung möglichst vollständig zu machen, manche Aehnlichkeit mit der Bestimmung eines Begriffes, ihr Ergebnis mit dem, was wir Definitionen zu nennen gewohnt sind. Gleichwohl sind sie doch von diesen verschieden, und ich möchte sie daher als Pseudo-Definitionen bezeichnen. Denn die Aufgabe der Definition besteht doch immer darin, einen Begriff synthetisch zu bilden, der einem zunächst gegebenen entweder in vollem Maße äquivalent oder in irgend einem Sinne besser, jedenfalls aber ihn vollkommen zu ersetzen geeignet ist. Hier werden wir dagegen immer beachten müssen, daß der betreffende Begriff in erster Linie etwas endgültig Gegebenes, nur durch

Aufweisung deutlich machendes ist. Ueberdies aber bringt die logische Natur der Pseudo-Definitionen es auch mit sich, daß es mindestens fraglich ist, ob eine solche Beschreibung gerade nur in einer bestimmten Weise gegeben werden kann. Können wir durch vergleichende Betrachtungen eines Bewußtseins-Inhalts in einer nicht zu begrenzenden Weise zu neuen Begriffen gelangen, die nun wieder alle als von ihm geltend ausgesagt werden können, so eröffnet sich auch für seine Beschreibung eine nicht zu begrenzende Fülle von Möglichkeiten. — So ist es denn in verschiedenen Hinsichten, sowohl in Bezug auf die Art und Inangriffnahme der gestellten Aufgabe, wie auch in Bezug auf die Bedeutung eines etwa erhaltenen Ergebnisses von Wichtigkeit, die analysierende Beschreibung von einer Begriffs-Bestimmung, die Pseudo-Definition von einer solchen im eigentlichen Sinne zu unterscheiden. Wie schon bemerkt, findet das soeben Ausgeführte auf eine große Zahl logischer und mathematischer Begriffe Anwendung, so vor allem auf den uns auch hier vorzugsweise interessierenden des Urteils selbst. Den Inhalt der formalen Urteils-Lehre kann man wenigstens großenteils als eine analysierende Beschreibung desjenigen Bewußtseins-Inhaltes darstellen, den wir ein Urteil nennen. So könnte man etwa sagen, ein mechanisches Real-Urteil sei die mit dem Bewußtsein der Verwirklichung vollzogene Synthesis eines Ding-Begriffes mit einem Orts- und einem Zeit-Begriffe. Oder wir könnten noch allgemeiner das Urteil als die mit dem Bewußtsein der Geltung vollzogene Synthesis zweier oder mehrerer Begriffe beschreiben. Daß dies so sei, wird wiederum derjenige, der den Begriff des Urteils besitzt und auch jene allgemeinen Begriffe der Synthesis, der Verwirklichung, der Geltung, gebildet hat, als zutreffend anerkennen und bestätigen. Aber wer den Begriff des Urteils noch nicht besitzt, den werden wir mittels jener Beschreibung nicht in die Lage bringen, ihn sich zu bilden.

Ist es schon mit Bezug auf solche analysierende Beschreibungen von einiger Wichtigkeit, über ihre Bedeutung im Klaren zu sein, so gilt dies in noch höherem Maße bezüglich jener einfacheren Aufstellungen, vermöge deren wir lediglich aus einer Anzahl von Bewußtseins-Inhalten synchytisch einen neuen Begriff erzeugen, dem wir jene dann zurechnen. Die hiermit gegebene Zusammenfassung mit anderen ähnlichen kann an sich von Interesse, namentlich auch zur Gewinnung eines ordnenden Ueberblickes von Bedeutung sein. Immer aber wird zu beachten sein, daß die Elemente, aus denen der synchytische Begriff gebildet wird, das endgültig Deutliche sind. Ein Fall dieser Art ist die im Urteil gegebene Verknüpfung seiner begrifflichen Elemente. Wir können bemerken, daß in ganz ähnlicher Weise wie hier auch in einer Reihe anderer Fälle eine Anzahl von Elementen zu einem einheitlichen Bewußtseins-Inhalt funktionell verknüpft sind. Wir können daraufhin den allgemeinen Begriff der Synthesis bilden. Und

niemand wird verkennen, daß dies insofern von Wert und Interesse ist, als sich in ihm der Einblick in eine gewisse Gleichartigkeit psychologischen Verhaltens an sehr verschiedenen Substraten ausdrückt. Aber dies wird daran nichts ändern, daß uns die Art, wie die Elemente verknüpft sind oder wie sie sich zu einer Einheit zusammenschließen, etwas für jeden einzelnen Fall endgültig Gegebenes ist; und es wäre eine Täuschung, wenn wir meinen wollten, durch diesen zusammenfassenden Ausdruck über die in jedem Falle vorliegende Verknüpfung etwas zu erfahren oder sie in einer tiefergehenden Weise zu verstehen.

Derjenige Begriff, in Bezug auf den diese Betrachtung die größte Wichtigkeit besitzt, ist der der Geltung. Schon an früherer Stelle wurde besprochen, daß wir diesen bilden und mit ihm etwas sowohl an Real- wie an Reflexions-Urteilen Aufzuweisendes bezeichnen können. Es wurde dort auch schon gezeigt, daß wir durch eine solche Begriffsbildung, mag man nun ihren Nutzen höher oder niedriger veranschlagen, jedenfalls nicht dazu gelangen, das was wir in der Richtigkeit irgend eines Urteils zu erblicken oder darunter zu verstehen haben, tiefer und klarer zu erfassen. Weshalb dies nicht der Fall ist, wird im gegenwärtigen Zusammenhange vielleicht noch besser hervortreten. Wir werden beachten müssen, daß der Begriff der Geltung weder als ein schlechtweg endgültiger in Anspruch genommen noch auch definiert werden kann, daß er vielmehr durch die Aufweisung seiner einzelnen Modalitäten als ein synchytischer erzeugt werden muß. An jedem Real-Urteil können wir den Begriff der Verwirklichung, des tatsächlichen Verhaltens herausheben. Was aber dieser bedeutet, was es besagt, daß ich das Erleben des gegenwärtigen Augenblickes als ein wirkliches bezeichne oder der Wirklichkeit zurechne, das entzieht sich offenbar jeder weiteren Analyse; der Begriff der Realität in diesem Sinne ist ein endgültiger, den wir durch irgend eine Zurückführung auf andere Begriffe nicht deutlicher machen können. Das Nämliche gilt auch für die Reflexions-Urteile. Ein solches wird, wenn wir seinen Sinn in ähnlicher Weise zerlegen, etwa auf den Ausdruck führen, daß sein Aussage-Inhalt zutreffe. Was aber diese Richtigkeit oder dieses Zutreffen bedeutet, wird sich einer Erklärung entziehen; die darauf gerichtete Frage wird daher auch nur durch die Aufweisung derjenigen Bewußtseins-Inhalte zu erledigen sein, die gewisse innere Beziehungen und Zusammenhänge darbieten. Den Begriff des Geltens aber kann man demjenigen, dem er fremd ist, auch nur durch den Hinweis auf seine einzelnen Arten verständlich machen. Man wird nicht anders verfahren können als so, daß man eine Anzahl von Beispielen aus den verschiedenen Urteils-Klassen anführt, dabei etwa auf den Unterschied zwischen dem Urteil und der fragenden oder zweifelnden Erwägung seines Inhalts besonders hinweist, und schließlich festlegt, daß der Begriff des Geltens als ein allgemeiner, alle diese Fälle umfassender gemeint

ist. Hieran ändert sich auch nichts, wenn wir den Begriff eines Wertes oder einer Norm heranziehen, sofern wir dabei nichts anderes als unsere eigene subjektive Wertung und eine auf sie begründete oder von ihr geforderte Norm im Auge haben [1]). Denn auch hier handelt es sich in ganz der gleichen Weise um Begriffe, die mehrerlei Verschiedenes zusammenfassen. Und wenn wir die Geltung als einen Wert, als die Uebereinstimmung mit einer Norm bezeichnen, so wird auch wieder in jedem einzelnen Falle gefragt werden können, um was für eine Art von Wert es sich handelt, was die Uebereinstimmung mit der Norm, was die Abweichung von ihr bedeutet.

Gewiß können wir anerkennen, daß in der Möglichkeit, einen umfassenden Begriff wie den der Geltung zu bilden, eine gewisse Gleichartigkeit der einzelnen Denkelemente sich kund gibt, die wir solcherart vereinigen. Und über die Bedeutung dieser Gleichartigkeit, über den Nutzen, den es hat, sie gerade durch die Bildung eines allgemeinen Begriffes hervortreten zu lassen und zum Gegenstande besonderer Aufmerksamkeit zu machen, wird sich füglich nicht streiten lassen. Das aber werden wir immer als wichtig im Auge behalten müssen, daß wir nicht in diesem allgemeinen Begriffe, sondern in seinen einzelnen Repräsentanten diejenigen Bewußtseins-Inhalte haben, die wir als etwas endgültig Deutliches in Anspruch nehmen müssen, und auf die als letzte die klärende Prüfung unseres ganzen Begriffsmaterials uns führt.

Indem wir bei dieser Betrachtung dem Begriffe des Geltens eine nur eingeschränkte, wenn ich so sagen darf, sekundäre Bedeutung zugestehe, stellen wir uns in einen gewissen Gegensatz zu der auf Lotze zurückgehenden, neuerdings namentlich von Windelband vertretenen Tendenz, gerade diesen Begriff als einen von kardinaler und grundlegender Bedeutung zu behandeln [2]). Die hiefür bestimmenden Gründe sind früher dargelegt und im Obigen wieder berührt worden. Allerdings aber dürfen wir gerade im Hinblick auf diese Verhältnisse nicht unterlassen, zum Abschlusse dieser ganzen Betrachtungen über das begriffliche Material unserer Urteile die Bemerkung zu wiederholen, mit der wir auch die kritische Urteilslehre abgeschlossen hatten, daß wir mit der Aufweisung dessen, was uns als endgültig erscheint, die Grenze erreicht haben, die einer fruchtbaren und aussichtsvollen Erörterung überall gesteckt ist. Dies gilt, wie von dem Sinn und

[1]) Daß wir Wert und Geltung allerdings auch in einem ganz andern Sinne nehmen können, nämlich als die Uebereinstimmung mit irgend welchen außer uns gegebenen, uns übergeordneten Normen wurde oben schon erwähnt. Die Verfolgung dieses Gedankens aber führt uns, wie dort gezeigt, auf die Annahme irgend welcher Realitäten, und sie setzt daher den Begriff der Verwirklichung in seinem gewöhnlichen Sinne schon voraus.

[2]) Ein unbestreitbarer Wert kommt diesem allgemeinen Geltungsbegriff natürlich insofern zu, als er in der Lehre von der Verneinung, ebenso in der Schlußlehre sehr umfassende Darstellungen gestattet, die auf den formal gleichen für die verschiedenen Geltungsbegriffe bestehenden Verhältnissen beruhen.

der Gewißheit aller Urteile, so auch von den letzten Elementen, auf die wir alle begrifflichen Bestandteile unseres Denkens zurückzuführen versuchen können. Nur das darf von einer logischen Untersuchung, die ihre Aufgabe zu Ende führen will, gefordert werden, daß sie diejenigen Begriffe, die sie als endgültige betrachtet, wenn nicht erschöpfend aufführt, doch durch eine allgemeine Charakterisierung, die Bezeichnung ihrer Arten und die Nennung der wichtigsten Beispiele soweit als möglich übersehbar macht. Die Zustimmung oder der Widerspruch, den eine logische Untersuchung im Ganzen findet, wird stets von der Akzeptierung oder Ablehnung solcher letzten Grundlagen abhängen. Diese aber wird man sich begnügen müssen in möglichster Deutlichkeit zu bezeichnen, ohne für die ihnen zugeschriebene Natur eigentliche Beweise beibringen zu können.

Dritter Teil.

Zur Wissenschaftslehre.

Zweiundzwanzigstes Kapitel.

Die wissenschaftlichen Disziplinen der Reflexions-Urteile.

Logik und Mathematik. Beziehungen der Mathematik zum Real-Wissen. Die Auffassung der Logik als Kunst-Lehre.

Die Unterscheidung gewisser Hauptarten des Urteils war der Ausgangspunkt unserer obigen Untersuchungen gewesen. Es ist eine nahe liegende Annahme, daß wir in dieser Sonderung zugleich den letzten und bedeutungsvollsten Grund für die herkömmliche Unterscheidung wissenschaftlicher Aufgaben und Disziplinen zu erblicken haben. Man kann daran weiter die Vermutung knüpfen, daß überall, wo diese Abgrenzung etwa eine schwankende ist, das Zurückgehen auf jene Unterscheidung geeignet sein werde, Zweifel und Unsicherheiten zu beseitigen, daß also auf dieser Grundlage eine als Wissenschaftslehre zu bezeichnende Ordnung aller Einsichten zu gewinnen sei, die, von den entscheidenden Gesichtspunkten ausgehend, die schlechtweg maßgebende oder doch mindestens eine vollkommen befriedigende sein müßte. In der Tat könnte man meinen, daß die Summe alles direkt evidenten Wissens sich ganz naturgemäß als Logik und Mathematik zusammengefügt habe, und daß diesem das Real-Wissen in seiner Totalität als ein zweites Hauptgebiet unseres Erkennens gegenüberzustellen sei; man könnte hinzufügen, daß sich innerhalb dieses letzteren wieder das nomologische von dem ontologischen Wissen sondere, oder daß mindestens in dieser tiefgreifenden Differenz der Anlaß für die Gegenüberstellung grundsätzlich verschiedener Gebiete des Real-Wissens zu erblicken sei.

Eine genauere Prüfung läßt erkennen, daß, so bedeutungsvoll auch diese logischen Unterscheidungen sein mögen, eine Zusammenordnung des Wissens ausschließlich auf dieser Grundlage sich doch mit dem Herkömmlichen keineswegs vollkommen deckt, und daß eine radikale Durchführung dieses Prinzips sich als kaum möglich, geschweige denn zweckmäßig erweisen würde. In gewissem Umfange vielmehr (wir brauchen nur an die engen Beziehungen der Mathematik zu gewissen Zweigen des Real-Wissens zu erinnern) hat sich die Zu-

sammenordnung der Disziplinen doch nach andern als jenen logischen Hauptgesichtspunkten als nützlich erwiesen. Es zeigt sich aber weiter, daß auch der Inhalt dessen, was wir unbedenklich und einwandfrei als einheitliche wissenschaftliche Disziplin zu betrachten und zu behandeln gewohnt sind, keineswegs immer unter logischen Gesichtspunkten eine so vollkommene Gleichartigkeit besitzt, wie man von vornherein vermuten könnte, sondern gelegentlich Urteile von verschiedener Bedeutungsart in enger Verbindung umfaßt. Hiernach bietet sich denn als eine wichtige, aber keineswegs ganz einfache Aufgabe die, den Inhalt einzelner wissenschaftlicher Disziplinen unter den uns hier beschäftigenden logischen Gesichtspunkten klarzulegen, und dabei den Gründen nachzugehen, die für die Vereinigung heterogener Urteile bestimmend sind, Gründe, die, wie sich erwarten läßt, ganz die nämlichen sind, die auch für die Gruppierung und engere Verknüpfung verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen in Betracht kommen.

Eine Behandlung dieser Aufgabe, die schon als Vervollständigung der bisherigen systematischen Untersuchung wünschenswert erscheint, ist noch durch einige besondere Umstände geboten. Zunächst ist sie geeignet, gerade auch die logische Natur eben derjenigen Untersuchungen, die uns im Bisherigen beschäftigten, in einigen Punkten zu beleuchten und damit gewissen etwa noch gebliebenen Zweifeln zu begegnen. Wir finden ferner, daß manche wissenschaftliche Disziplinen sich in erheblichem Umfange mit Sätzen befassen, deren Bedeutungsart nicht direkt ersichtlich ist, ja die sich unserer allgemeinen Urteilslehre gar nicht ohne weiteres einordnen lassen. Hier wird also schon zur Beseitigung mancher, zunächst mindestens scheinbar bestehender Widersprüche geboten sein, Inhalt und logische Natur gewisser Gruppen wissenschaftlicher Untersuchungen unter logischen Gesichtspunkten einer Prüfung zu unterziehen. Mit den hierdurch bezeichneten Aufgaben sind die Kapitel des folgenden dritten Teiles unserer Untersuchungen befaßt, Aufgaben, die sich allerdings nicht zu einem fest begrenzten Ganzen zusammenordnen, sondern, wie mit den früheren systematischen Untersuchungen, so auch unter einander nur in lockerer Weise zusammenhängen. Auch versteht sich, daß wir hier in keinem Sinne nach einer erschöpfenden Vollständigkeit zu streben haben, sondern uns mit einer mehr oder weniger willkürlichen Auswahl des Bedeutungsvollsten begnügen dürfen.

Den hier anzustellenden Ueberlegungen müssen wir vor allem die Frage vorausschicken, ob wir das, was den Inhalt unserer Wissenschaften ausmacht, überhaupt schlechtweg als eine gewisse Summe von Urteilen auffassen dürfen. Und man sieht, wenn man die Dinge unter diesem Gesichtspunkt ganz allgemein betrachtet, ohne weiteres, daß diese Frage zu verneinen ist. Einerseits ist hier darauf hinzuweisen, daß (möglicherweise wenigstens) gewisse Wissenschaften, wie Ethik und Aesthetik, sei es ganz sei es teilweise sich in den

hier von unserer Betrachtung ausgeschlossenen Wert-Urteilen bewegen. Abgesehen davon aber ist hier hervorzuheben, daß doch auch in denjenigen Wissenschaften, deren Inhalt der Hauptsache nach aus den hier erörterten Urteilen besteht, dies eben nur der Hauptsache nach der Fall ist, doch aber das, was wir den Inhalt einer solchen Wissenschaft nennen, sich nicht vollständig mit einer bestimmten Summe von Urteilen deckt oder in ihr erschöpft. Wir müssen hier vielmehr daran erinnern, daß auf manchen Gebieten die synchytische Begriffsbildung eine große und wichtige Rolle spielt, und daher als selbständige wissenschaftliche Aufgabe betrachtet werden kann. Dies gilt namentlich für psychologische Verhältnisse, während auf manchen Gebieten ja freilich auch die wissenschaftliche Betrachtung sich der dem alltäglichen Denken schon geläufigen synchytischen Begriffe bedient. Sodann ist zu beachten, daß zwar großenteils unser wissenschaftliches Bedürfnis die Bedeutung von Fragen besitzt, somit durch die die Fragen beantwortenden Urteile befriedigt werden kann; daneben aber besteht sicher auch in großem Umfange das Verlangen einer lediglich ordnenden Darstellung. Eine solche kann sich vor allem die Aufgabe stellen, über irgend ein Gebiet (sei es nun realer Vorgänge, psychischer Erscheinungen, logischer Beziehungen oder was sonst immer) einen Ueberblick zu verschaffen, so daß wir die Gesamtheit des ihm Zugehörigen, die Art, wie sich die Elemente unterscheiden usw., zu beurteilen vermögen. Wir können daran auch die Forderung einer Einteilung derartiger Gebiete knüpfen, sei es nun, daß wir sie als Mittel betrachten, zu einem geordneten Ueberblick zu gelangen, sei es, daß wir gerade ihr noch eine selbständige Bedeutung beimessen. Es ist hier nicht erforderlich, des Genaueren auf diese ganze Klasse der nicht in Urteilen bestehenden wissenschaftlichen Aufgaben einzugehen. Wir können aber an sie sogleich eine Bemerkung knüpfen, die gerade an dieser Stelle von Bedeutung ist. Fassen wir nämlich die gebräuchlichen Zusammenordnungen wissenschaftlicher Betätigung ins Auge, so bemerken wir vor allem, daß wir nicht gewohnt sind, jene Aufgaben der Ordnung, Einteilung usw. als selbständige wissenschaftliche Disziplinen abzusondern. Ein Ueberblick z. B. über die Gesamtheit unserer optischen Empfindungen führt uns zu dem Ergebnis, daß diese sich nach Helligkeit, Farbenton und Sättigung abstufen und daher als eine dreifach bestimmte Mannigfaltigkeit darstellen lassen. Selbst in einem solchen Falle, wo die systematische Uebersicht ein vorzugsweise einfaches und darum vorzugsweise bemerkenswertes Resultat ergibt, liegt es uns doch fern und würde es auch gänzlich unzweckmäßig sein, für die Ordnung der wissenschaftlichen Disziplinen jene Einteilung von der Feststellung der Tatsache abzusondern, daß wir unter gewissen Bedingungen so oder so empfinden. Meist wird die ordnende Gruppierung in erster Linie als unerläßliche Vorbereitung für urteilende Feststellungen in Angriff genommen werden, sie wird

ganz überwiegend unter diesem Gesichtspunkt interessieren und auch tatsächlich mit ihr Hand in Hand fortschreiten. Aber selbst wo das etwa nicht der Fall sein sollte, sondern sie aus einem selbständigen Interesse angestrebt wird, empfiehlt sich doch aus den mannigfaltigsten Gründen, sie im wissenschaftlichen Betriebe mit den die gleichen Gegenstände betreffenden Urteilen zu vereinigen.

Schon hierin macht sich also bemerklich, daß die fundamentalen logischen Unterschiede jedenfalls nicht in so einfacher und durchgreifender Weise für die Einteilung, Abgrenzung und Zusammenordnung unserer wissenschaftlichen Disziplinen maßgebend sind, wie man dies auf den ersten Blick vielleicht erwarten könnte. Das Gleiche bestätigt sich nun auch, wenn wir, dem hier eingangs erwähnten Gedanken folgend, die Zusammenordnung der Urteils-Arten ins Auge fassen oder wenn wir prüfen, was die in gewohnter Weise abgegrenzten wissenschaftlichen Disziplinen an Urteilen enthalten. Fassen wir unter diesem Gesichtspunkt zuerst die M a t h e m a t i k ins Auge, so müssen wir als ihre wichtigste Eigentümlichkeit ja die unbedingte Sicherheit ihrer Sätze hervorheben. Beruht nun diese darauf, daß in erster Linie ihre axiomatischen Grundlagen Reflexions-Urteile darstellen, im weiteren Sinne aber mathematische Sätze überhaupt als Reflexions-Urteile betrachtet werden dürfen, so ist deutlich, daß gerade hier in entscheidendster Weise die fundamentale logische Natur ihrer Aussagen auch für die Abgrenzung einer bestimmten wissenschaftlichen Disziplin maßgebend ist. Immerhin aber begegnen wir, wenn wir der tatsächlichen Gestaltung der mathematischen Wissenschaften unsere Aufmerksamkeit zuwenden, doch einer Anzahl von Erscheinungen, die sich dem nicht ganz ohne weiteres einfügen und daher eine kurze Besprechung noch wünschenswert machen. Zunächst sei daran erinnert, daß die mathematischen Sätze sich wenigtens teilweise auf Begriffe beziehen, deren psychologisches Gegebensein wir nicht unter allen Umständen als selbstverständlich voraussetzen dürfen. Eine gewisse Arbeit synchytischer Begriffsbildung ist daher unter Umständen als Vorbereitung für das Verständnis mathematischer Sätze erforderlich und wird im weiteren Sinn einen Teil der als Mathematik bezeichneten Wissenschaft ausmachen. In der Unterweisung von Kindern wird wohl vielfach ein Begriff wie der des rechten Winkels erst in einer solchen Weise erzeugt werden müssen. Noch allgemeiner wird dies für Begriffe wie denjenigen der stetigen Größe zutreffen, von dessen Bildung schon oben die Rede war [1].

Von größerer Wichtigkeit sind jedoch hier die engen Beziehungen der Mathematik zu gewissen Zweigen des Real-Wissens. Soweit wir die Wirklichkeit in mathematischer Form denken, müssen auch die mathematischen Beziehungen überall in unser Real-Wissen eingehen, wie dies

[1] Vgl. o. S. 355.

ja in bekannter Weise auch der Fall ist. Umfangreiche und wichtige Gebiete der Mathematik haben sich demgemäß als Zweige der Physik entwickelt und werden im allgemeinen als solche, also als Real-Urteile, namentlich nomologischer Natur dargestellt. Betrachtet man die hier vorliegenden logischen Verhältnisse genauer, so bemerkt man, daß sie in mancher Hinsicht eigenartig sind. Selbstverständlich steht nichts im Wege, die mathematischen Zusammenhänge für sich allein ins Auge zu fassen und darzustellen, von der Frage irgend eines besondern Wirklichkeits-Verhaltens dabei aber ganz abzusehen. Die aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz z. B. sich ergebenden Bewegungs-Verhältnisse können wir ableiten und es dabei ganz dahingestellt sein lassen, ob es Körper, die sich in dieser Weise bewegen, tatsächlich gibt. Das Gleiche gilt für die Bewegungen einer den Raum stetig erfüllenden elastischen Flüssigkeit usw. Die Gesamtheit einer solchen Darstellung kann daher zunächst als eine rein mathematische Entwicklung angesehen werden. Sie kann jedoch auch durch eine hinzutretende Einsicht realen Inhalts in toto eine Modifikation ihres Sinnes erfahren und als Darstellung eines verbreiteten realen Verhaltens betrachtet werden. Wenn man ja nun jedenfalls nicht daran denken wird, auf diesen Wechsel der Auffassung hin eine Zurechnung jetzt zu dieser, jetzt zu einer andern wissenschaftlichen Disziplin zu verlangen, so macht sich darin bereits geltend, daß das, worauf es ankommt, nicht sowohl die uns hier in erster Linie interessierende logische Natur, sondern die große Rolle der mathematischen Begriffe überhaupt oder, wie wir verständlicher sagen können, die mathematische M e t h o d e ist. Diese ist es offenbar, die gewisse Zweige des Real-Wissens in die innigste Beziehung zur Mathematik bringt, und hierin liegt der Grund ihrer Zusammenordnung, wie sich diese in Lehren und Lernen, literarischer Darstellung, Organisation der Unterrichtsanstalten usw. ausgebildet hat.

Allein auch die Zusammenordnung alles dessen, was sich der mathematischen Methode bedient, finden wir nicht ausnahmslos eingehalten. Vielmehr gibt es auch andere Wissensgebiete (es sei nur an einige der Volkswirtschaft zugehörige erinnert), die wir trotz einer weitgehenden Bedeutung der mathematischen Methode doch bis jetzt nicht mit der Mathematik und den mathematisch-naturwissenschaftlichen Disziplinen in eine engere Verbindung zu bringen gewohnt sind. Darin zeigt sich denn wieder, daß wo wir dies tun (theoretische Physik, Astronomie usw.), neben der mathematischen Methode doch auch noch andere Umstände, vor allem eine gewisse Einheitlichkeit oder wenigstens Gleichartigkeit des realen Anwendungsgebietes mit ins Gewicht fallen.

Im Ganzen ergibt sich hiernach, daß, so sehr auch der Charakter der Mathematik durch ihre von der Erfahrung unabhängige Evidenz bestimmt wird, doch ihre Zusammenordnung mit anderen Wissenschaften auch auf Rücksichten anderer Art zurückgeht. Und wenn es uns

nicht in den Sinn kommen kann, ihre Verknüpfung mit bestimmten Gebieten der Naturwissenschaft als ungeeignet anzufechten und sie statt dessen etwa der andern a priori gültigen Wissenschaft, der Logik, anzuschließen, so werden wir ganz allgemein anerkennen müssen, daß jene theoretisch-logischen Gesichtspunkte nicht allein, nicht einmal an erster Stelle dafür bestimmend sind, wie wir die Wissenschaften im praktischen Betriebe, Unterricht usw. ordnen und gruppieren, daß vielmehr hierfür Verhältnisse anderer und mannigfaltigerer Art in Betracht kommen.

Wenden wir uns weiter zu der Reihe wissenschaftlicher Bestrebungen und Einsichten, die man als *Logik* bezeichnet hat, so bemerken wir ja ohne Zweifel (es wurde gleich zu Anfang darauf hingewiesen), daß mit den wechselnden Anschauungen in Bezug auf die verschiedenen Einzelfragen auch die Auffassung dessen, was als Inhalt und Aufgabe der Logik anzusehen ist, in mannigfaltiger Weise gewechselt hat. Auch für uns hat sich die Bestimmung unserer Aufgabe erst aus gewissen grundlegenden Erwägungen, insbesondere der Heraushebung der Reflexions-Urteile, hieraus allerdings in einer besonders einfachen und naturgemäßen Weise ergeben. Wer geneigt ist, diesem Grundgedanken zuzustimmen, wird uns auch darin beipflichten, daß die hier verfolgten Ziele etwa die nämlichen sind, denen man, wenn auch freilich mit mancherlei Schwankungen und Divergenzen, überall, wo von Logik gesprochen wird, zugestrebt hat und zustrebt, und daß es daher passend erscheint, für Gegenstand und Inhalt unserer Untersuchungen den Namen der Logik in Anspruch zu nehmen. In der Tat wird man einerseits eine systematische Darstellung der logischen Zusammenhänge unseres Wissens, anderseits eine Aufklärung des Urteils in Bezug auf seinen begrifflichen Bau ohne nennenswerte Abweichung von üblichen Anschauungen als die wichtigsten Aufgaben der Logik bezeichnen dürfen. Es ist dabei ohne erhebliche Bedeutung, ob man die letztere Aufgabe als eine selbständige betrachtet, oder ob man, von der Tatsache ausgehend, daß gewisse logische Beziehungen gerade mit dem formalen Bau des Urteils in genauem Zusammenhange stehen, die Aufklärung dieses letzteren nur als eine unerläßliche Vorbereitung für die Ausdehnung einer ganz allgemeinen Aufgabe auf dieses Gebiet betrachtet. — Die beiden Teile, in die hiernach die Logik zu zerlegen wäre, sind ja nun nach Inhalt und Bedeutung untereinander sehr verschieden. Der formalen Natur des zweiten kann man die des ersten als eine auf den Inhalt gerichtete, materiale gegenüberstellen; es ist dieser Teil, der sich auf die großen Hauptprobleme unseres Wissens und Denkens bezieht, der sich mit dem Verhältnis des Erfahrungswissens zum Kausalgesetz, zur Mathematik, in gewisser Weise mit den auch vom metaphysischen Standpunkt aus behandelten Fragen der Beziehungen des Materiellen zum Geistigen usw. beschäftigt. Wir können ihn auch

wohl als *erkenntnistheoretischen Teil* bezeichnen; und man kann hieran die Frage knüpfen, ob es nicht vielleicht empfehlenswerter, mindestens mit dem Herkömmlichen in besserer Uebereinstimmung wäre, wenn man, den Begriff der Logik enger fassend, diesen Namen auf den formalen Teil beschränkte, unsere kritische Urteilslehre aber als Erkenntnistheorie der Logik gegenüberstellte. Indessen dürfte m. E. für diese Behandlung doch kein genügender Grund vorliegen. Wie mir scheint, dokumentiert sich gerade in dem Ausdruck „Erkenntnistheorie“ eine gewisse Unsicherheit darüber, auf welchem Wege oder durch welche Art von Untersuchungen jene eben erwähnten großen Hauptprobleme in Angriff zu nehmen und zu lösen sind. Denn die sehr unbestimmte Einsicht, daß hier Fragen von großer und eigenartiger Bedeutung vorliegen, läßt es doch zunächst noch ungewiß erscheinen, ob zu ihrer Lösung Untersuchungen über logische Verhältnisse oder ob psychologische Ermittlungen über unser Denken, seine Gesetze und seine Leistungsfähigkeit erforderlich sind. Sobald es sich aber herausstellt, daß diese Probleme durch allgemeine Erwägungen über den Inhalt unserer Urteile und ihre logischen Zusammenhänge, also durch eine Reihe von Reflexions-Urteilen gelöst werden, erweist sich, wie mir scheint, der ganze Charakter der Untersuchung doch so typisch von derjenigen Art, die man im allgemeinen die logische zu nennen pflegt, daß die Zurechnung derselben zur Logik sich auch im Sinne der üblichen Auffassung als berechtigt erweist. Ja man kann wohl weiter mit einigem Recht sagen, daß sich gerade bei der hier gewonnenen und vertretenen Auffassung die Logik mit besonderer Schärfe als ein selbständiges und eigenartiges Gebiet absondert, sobald wir sie als die Summe der unser Denken und seine inneren Beziehungen betreffenden Reflexions-Urteile betrachten. Namentlich ist sie, eben weil ihr Inhalt in solchen direkt evidenten Reflexions-Urteilen besteht, als eine „Wissenschaft a priori“ im alten Sinne des Wortes in Anspruch zu nehmen. — Auch hier läßt freilich eine speziellere Betrachtung erkennen, daß, obwohl die Ergebnisse oder der eigentliche Inhalt der Logik in Reflexions-Urteilen bestehen, doch die ganze Darstellung und wissenschaftliche Behandlung des Gegenstandes sich nicht ausschließlich in solchen Urteilen bewegt und bewegen kann. Die vollständige Betrachtung führt uns hier, ganz ähnlich wie bei der Mathematik, zu der Einsicht, daß eine Reihe andersartiger Aufstellungen mit hinein kommen, freilich als Vorbereitungen, Erläuterungen usw., also ohne daß die logische Natur des eigentlichen Inhalts dadurch eine Aenderung erführe. In der Tat wäre es ja irrtümlich, wenn man aus der direkten, von der Erfahrung unabhängigen Evidenz folgern wollte, daß der ganze Inhalt einer derartigen Untersuchung oder auch nur ihre Ausgangspunkte für jedermann auf den ersten Blick einleuchtend sein müßten, oder wenn man in den nicht immer leicht verständlichen Auseinandersetzungen, zu denen wir veranlaßt waren,

einen Widerspruch gegen jene Anschauung erblicken wollte. Man muß vielmehr beachten, daß die Evidenz jener Urteile doch an gewisse vorgängige Betrachtungen geknüpft ist, die zwar nicht in logischem Sinne Stützen oder Beweise, wohl aber in psychologischem Sinne unerläßliche Vorbereitungen für ihr Verständnis sind. Auch die fundamentalen Sätze der Mathematik nennen wir direkt evident; um sie aber wirklich einzusehen, ist es notwendig, die Begriffe, von denen sie reden, den der Zahl, der geraden Linie, des rechten Winkels usw. gebildet zu haben. Ebenso muß man, um die hier in Rede stehende Aufgabe zu verstehen, nicht nur den Begriff des Urteils überhaupt gebildet haben, sondern auch die des Reflexions- oder Real-Urteils, des Geltungs-Zusammenhanges und andere. Es ist also insbesondere eine nicht unerhebliche Arbeit synchytischer Begriffsbildung als Vorbereitung und Grundlage für die Gewinnung der Ergebnisse erforderlich. Hiermit ist wohl vereinbar, daß diese schließlich in Sätzen bestehen, die nach Gewinnung jener Grundlagen direkt evident sind.

Etwas genauer müssen wir ferner hier auf das Verhältnis der Logik zu psychologischen Real-Urteilen eingehen. Es kann dabei zunächst daran erinnert werden, daß wir, wie schon oben eingehend besprochen, jedem Reflexions-Urteil die Behauptung, d a ß wir tatsächlich so denken, als ein psychologisches Real-Urteil anschließen oder gegenüberstellen können. Hierin liegt, ganz ähnlich wie bei der Mathematik, eine gewisse Summe psychologischer Real-Urteile, die den ganzen Inhalt der Logik als stillschweigende Hinzufügungen begleiten. Von Wichtigkeit ist es ferner hier, daß wir den gesamten Inhalt unseres Wissens nicht gleichzeitig zu übersehen vermögen. Schon früher wurde erwähnt, daß wenn wir uns „eine systematische Darstellung der logischen Zusammenhänge unseres Wissens" zur Aufgabe stellen, dabei streng genommen von einer Fiktion ausgegangen wird, insofern diese Gesamtheit unseres Wissens etwas nur idealiter Vorhandenes ist, und von ihr als etwas Gegebenem nur im Hinblick auf gewisse Verhältnisse regelmäßigen psychologischen Geschehens gesprochen werden kann. Auch auf diesem Umstande beruht es, daß wir bei der tatsächlichen Lösung dieser Aufgabe nicht umhin können, psychologische Verhältnisse des Denkens in gewissem Umfange in Betracht zu ziehen und uns auf sie zu stützen.

Sodann ist hier anzuführen, daß sobald wir die tatsächlichen psychologischen Verhältnisse streng im Auge behalten, auch für die uns etwa im Augenblick gegenwärtigen Urteile Sinn und Bedeutung oft keineswegs ohne weiteres in endgültiger Weise angebbar ist, sondern sich durch Denkgesetze, durch eine Reihe mehr oder weniger feststehender Gewöhnungen usw. in einer nicht immer einfachen Weise bestimmt. Wir werden auf diese Verhältnisse unten des Genaueren zurückzukommen haben und sehen, daß wir allerdings berechtigt sind,

eben im Hinblick auf derartige fixierte psychologische Zusammenhänge Urteilen dieser Art einen bestimmten Sinn zuzuschreiben, daß es aber gelegentlich Sache einer nicht ganz einfachen psychologischen Untersuchung sein kann zu ermitteln, welches dieser Sinn eigentlich ist. Auch wird dort zu erwähnen sein, daß dies gerade für eine Anzahl von Begriffen zutrifft, die in logischer Hinsicht von großer Bedeutung sind. Bei der Aufsuchung der tatsächlichen Bedeutung, die solchen Begriffen zukommt, haben wir es mit realwissenschaftlichen und zwar psychologischen Untersuchungen zu tun, die jedoch zu dem eigentlichen Inhalt der Logik in engster Beziehung stehen und von ihm nicht wohl abgesondert werden können.

Aendern die eben besprochenen Umstände daran nichts, daß wir den Inhalt der Logik als eine gewisse Summe von Reflexions-Urteilen bezeichnen dürfen, so werden wir uns nun noch mit einer Auffassung zu beschäftigen haben, die wenigstens scheinbar in tiefergehender Weise von der hier angenommenen abweicht. Wie bekannt, ist vielfach, ja wohl überwiegend die Logik als eine Anweisung, als eine K u n s t l e h r e des Denkens aufgefaßt worden. Im Hinblick hierauf wäre nun zu betonen, daß trotz dieser praktischen oder normativen Wendung die Logik doch zweifellos einen Inhalt hat, der als eine Summe von Urteilen bezeichnet werden darf. Sagt uns die Logik: „So sollst du denken", so brauchen wir doch nur nach dem Grunde dieses „Soll" zu fragen, um sie zu der Erklärung zu bringen: „weil dieses Denken richtig und anderes falsch ist". Auch wenn wir die Logik als Kunstlehre des Denkens betrachten, muß sie inhaltlich doch eine Reihe von Sätzen sein, die aussagen, daß dieses richtig und jenes falsch ist. Da ferner aus selbstverständlichen Gründen die materiale Richtigkeit über einzelne, dem Real- oder mathematischen Wissen angehörigen Urteile nicht zum Gegenstand einer besonderen Disziplin gemacht werden kann, so versteht sich (und die Betrachtung dessen, was den Inhalt der in dieser Weise aufgefaßten Logik ausmacht, bestätigt es), daß es sich nur um eine Darstellung von logischen Zusammenhängen handeln wird, eine Lehre davon, was vereinbar und was widersprechend, was in den Inhalt einer Aussage mit eingeschlossen, was zwingendes Ergebnis gewisser anderer ist, was überhaupt Inhalt und Bedeutung einer sinnvollen Aussage sein kann, und was sich als illusorisches Schein-Urteil charakterisiert usw. Nennen wir die Logik eine Kunstlehre des Denkens, so ist also damit wohl ein Gesichtspunkt bezeichnet, nach dem sie ihre Sätze auswählt und ordnet, nicht aber der Charakter dieser Sätze selbst. Jeder der Logik angehörige Satz kann als Denkregel ausgedrückt werden, von der wir nicht abweichen dürfen, ohne widersprechend oder gegenstandslos zu denken. Und es kann anderseits keine Denkregel geben, die sich nicht auf einen rein theoretisch auszudrückenden Satz stützen müßte. Das Verhältnis ist hier ganz das nämliche wie

bei andern Kunstlehren. Eine Lehre vom Brückenbau hat ihre Sätze nach dem Gesichtspunkt auszuwählen, daß sie demjenigen, der Brücken zu bauen hat, die erforderlichen Anweisungen gibt. Erkenntnistheoretisch betrachtet ist aber ihr Inhalt doch nichts anderes als eine Reihe von Sätzen der Physik, nach denen wir die Tragfähigkeit von Brücken beurteilen, der Nationalökonomie, nach denen wir ihre Herstellungskosten berechnen usw.

Wenn eine als Kunstlehre oder als Denk-Anleitung und eine rein theoretisch behandelte Logik sich daher nicht durch den Inhalt ihrer Sätze, wenigstens nicht durch die allgemeine Natur dieses Inhalts unterscheiden, sondern nur durch Auswahl und Darstellung, so wird es in gewissem Masse Sache individuellen Geschmackes sein, wie weit man dem einen oder dem andern Gesichtspunkt folgen will. Man kann jedoch in dieser Hinsicht die folgende einfache Ueberlegung anstellen. Wo oder wieweit es ratsam ist, den Inhalt der logischen Sätze unter dem Gesichtspunkt der Kunstlehre darzustellen und ihre Bedeutung in dieser Hinsicht zu betonen, das bestimmt sich am zweckmäßigsten wohl danach, wo und wieweit im tatsächlichen Gang unseres Denkens mit der Gefahr von Irrtümern zu rechnen ist, die sich als Abweichungen von angebbaren Regeln darstellen, und vor denen wir daher durch Darlegung jener Regeln uns oder andere schützen können. Ohne Zweifel ist dies für die verschiedenen Teile der Logik in sehr ungleicher Weise der Fall. So darf man wohl sagen, daß der formalen Logik im älteren Sinn unter diesem Gesichtspunkt keine sehr große Bedeutung zukommt; und sicher beruht wohl der Ruf der Langweiligkeit und Ueberflüssigkeit, in dem sie steht, gerade darauf, daß man sie in diesem Sinne aufzufassen sich gewöhnt hat. In der Tat kann man ja wohl mit einigem Recht fragen, wann wir wohl in die Gefahr kommen, irrigerweise anzunehmen, daß obwohl alle *A B* und alle *B C* sind, doch einige *A* nicht *C* wären, und welchen Nutzen es hat, Sätze von der Art der Schlußformen als Denkregeln zusammenzustellen. Dagegen gewinnt auch gerade die Lehre von den Schlußformen ein Interesse, sobald wir uns in rein theoretischem Sinne, als ein formales Problem, die Aufgabe stellen, die Fälle des syllogistischen Zusammenhanges erschöpfend darzustellen, ihre Zahl rationell abzuleiten u. dgl. Auf der andern Seite werden wir sehen, daß zufolge der psychologischen Verhältnisse des Denkens eine erhebliche Gefahr besteht, uns durch Scheinurteile, die eines greifbaren Sinnes ganz ermangeln, irreführen zu lassen, und daß der allgemeine Ueberblick der Urteilsarten, der den Inhalt einer kritischen Urteilslehre bildet, wohl geeignet ist, uns vor solchen Illusionen zu schützen. Daher erhalten denn eine Anzahl speziellerer Ausführungen, mit denen wir uns unten (Kap. 24 und 25) beschäftigen, und die sich auf diese Punkte beziehen, naturgemäß in gewissem Umfange den Charakter der Kunstlehre.

Wir sahen vorhin, daß die Logik, wiewohl ihr Inhalt sich in der Hauptsache als eine Summe logischer Reflexions-Urteile darstellt, doch in gewissem Umfange mit Sätzen anderer Art in engste Berührung kommt. In noch ausgesprochenerer Weise ist dies der Fall, sobald versucht wird, die Logik über die hier eingehaltenen Grenzen hinauszuführen. Wir können uns die Aufgabe stellen, die logischen Zusammenhänge unseres Wissens nicht nur in der ganz allgemeinen Weise darzulegen, wie dies in der kritischen Urteilslehre versucht wurde, sondern auch in speziellerer, die einzelnen Teile des Real-Wissens berücksichtigender Weise, und im Zusammenhang damit auch die Begründung und Sicherheit einzelner Teile des Real-Wissens zu verfolgen. Obwohl man damit auf Gebiete kommt, die vielleicht zweckmäßiger den einzelnen Wissensdisziplinen vorbehalten bleiben (eben hierin lag ja der Grund, weswegen wir von einer solchen Weiterführung abgesehen haben), so ist doch eine selbständige Behandlung derartiger Aufgaben sehr wohl denkbar und vielfach unternommen worden. Hierbei nun bewegen wir uns notwendig in Erwägungen ganz verschiedener Art. Denn einerseits wird es sich um die Beurteilung logischer Verhältnisse handeln; die Untersuchung wird also von der Art sein, die man im strengen Sinne als induktive Logik bezeichnen kann, und sie wird in unabhängig evidenten logischen Reflexions-Urteilen bestehen. Anderseits aber kommt in Betracht, daß ganz bestimmte Gruppen realer Vorgänge und Gesetze in besonders weitem Umfange für die Erwerbung und Begründung unseres Wissens in anderen Gebieten von Bedeutung sind. Hierher gehört vor allem die Funktionsweise unserer Sinnesorgane. Aber auch psychologische Verhältnisse des Gedächtnisses, der sprachlichen Bezeichnung, und vieles andere können hierher gerechnet werden. Die besondere Bedeutung aller dieser Dinge besteht darin, daß es sich um Hilfsmittel unseres Wirklichkeits-Erkennens von umfangreicher Anwendung handelt, und daß daher weite Gebiete unseres Real-Wissens, sei es auch nur hinsichtlich der Sicherheit, die wir diesem oder jenem ihrer Teile zuschreiben dürfen, von dem abhängen, was uns in Bezug auf jene Hilfsmittel und die für sie geltenden Gesetze des Geschehens bekannt ist. So wird die vorhin erwähnte Aufgabe zum großen Teil auf eine realwissenschaftliche Untersuchung hinauslaufen, die sich mit den eben genannten Gebieten beschäftigt. Untersuchungen, wie wir sie hier im Auge haben, bilden etwa den Inhalt dessen, was man als Methodenlehre zu bezeichnen pflegt. An den Darstellungen dieser Art (es sei nur an die Methode der kleinsten Quadrate und die Theorie der Beobachtungsfehler erinnert) ist die logische Duplizität ihres Inhaltes leicht zu bestätigen. Sie enthalten einerseits rein deduktive Teile namentlich mathematischer Natur, anderseits aber auch bestimmte Gebiete realer Tatsachen und Gesetzmäßigkeiten. Uebrigens versteht sich, daß gerade hier, wo es sich um verwickelte und nichts

weniger als selbstverständliche Verhältnisse handelt, ganz naturgemäß der praktisch normative Gesichtspunkt in den Vordergrund rücken und die Darstellung in der Regel beherrschen wird.

Gerade die Art, wie die Aufgabe einer Methodenlehre gewöhnlich aufgefaßt wird, führt uns auf einen letzten hier noch zu berücksichtigenden Punkt. Er besteht darin, daß unser Wissen, vor allem unser Real-Wissen, kein abgeschlossenes sondern ein beständig sich erweiterndes ist, und daß wir selbst in der Lage sind, den Zuwachs an neuen Erfahrungen in gewissem Umfange nach unsern Wünschen zu bestimmen. In bekannter und früher schon besprochener Weise gewinnt die Erweiterung unseres Real-Wissens hierdurch allergrößten Teiles den Charakter nicht einer denkenden Durcharbeitung, sondern einer zweckmäßig zu führenden Untersuchung. Ziehen wir also die Gesamtheit menschlicher Tätigkeit in Betracht, die mit dem Wirklichkeits-Erkennen befaßt ist, so reiht sich der hierdurch bedingte technische Betrieb denjenigen psychologischen Funktionen des Wissens, Denkens, Urteilens usw. an, in denen wir das reale Substrat einer Wissenschaft zu erblicken gewohnt sind. In erster Linie verschiebt sich hierdurch der maßgebende Gesichtspunkt, sobald die Darstellung als eine Kunstlehre, eine Anweisung betrachtet wird. Denn es wird sich nun nicht allein um eine Kunstlehre des Denkens, sondern daneben, meist wohl in erster Linie, um eine Kunstlehre des Untersuchens handeln. Dagegen gilt natürlich unverändert, was vorhin betont wurde, daß der praktische Gesichtspunkt wohl für die Auswahl und Darstellung bestimmend ist, die eigentliche Natur der in einer solchen Lehre aufzuführenden Sätze und Urteile aber unberührt läßt. Nicht anders also, als es oben besprochen wurde, wird auch eine Methodenlehre, die eine Anleitung zum Untersuchen sein will, zum Teil in logischen Reflexions-Urteilen sich bewegen; zum andern Teil aber wird sie in einer Reihe von Sätzen empirisch-realen Inhalts bestehen, die eben dafür maßgebend sind, bei welcher Art des Untersuchens unseren Ergebnissen ein höchstes Maß von Sicherheit und Genauigkeit zukommt. Im Einzelnen wird sich das hier Heranzuziehende durch die Rücksicht auf die untersuchende Betätigung natürlich bedeutend modifizieren. Leistungsfähigkeit und Funktionsweise unserer Sinnesorgane hatten wir vorhin schon zu erwähnen; bei einer untersuchenden Tätigkeit kommen diese in weiterem Umfang und vielfach besonders gestalteter Weise in Betracht. Daneben aber wird es sich um die Beschaffenheit von Werkzeugen, Registrierapparaten und vielerlei andere Dinge handeln. — Als etwas Neues und Andersartiges wäre hier endlich die referierende Darstellung darüber anzuführen, in welcher Weise bei dieser oder jener Untersuchung tatsächlich zu Werke gegangen worden ist. Hier erhalten wir Sätze, die inhaltlich irgend einer anderen historischen Darstellung gleichartig sind, im

Hinblick auf besondere Zwecke aber in einen anderen Zusammenhang gebracht werden.

Als Gesamtergebnis werden wir nach alldem für die Logik ein ähnliches festhalten dürfen, wie es vorhin für die Mathematik fixiert wurde. Ihre allgemeine, durch die Bedeutungsart und Evidenz ihrer Sätze bestimmte Natur ist für ihre Abgrenzung und insbesondere auch für ihre Stellung zu andern wissenschaftlichen Disziplinen zwar von großer, aber doch nicht von allein maßgebender Bedeutung. Gebiete, die ihr in dieser Beziehung gleich stehen, sind wir wenigtens nicht allgemein gewöhnt, mit ihr zu vereinigen; sondern es ist vielfach üblich und auch ohne Zweifel zulässig, solche als der Logik zwar nahestehend und verwandt gelten zu lassen, aber doch selbständig zu behandeln. Anderseits gibt es Teile des Real-Wissens, die, wiewohl empirischer Natur und also hinsichtlich der Urteilsart von der Logik verschieden, doch in Bezug auf praktisch wissenschaftliche Bedeutung mit dieser so viel Berührungen haben, daß ein Anschluß an sie wohl ratsam und zweckmäßig erscheinen kann. Für manche, wiederum im Hinblick auf praktische Zwecke gerechtfertigte Aufgabestellungen erscheint eine Behandlung geboten, bei der logische Reflexions- und Real-Urteile in mannigfacher Weise ineinander greifen.

Dreiundzwanzigstes Kapitel.

Die wissenschaftlichen Disziplinen der Real-Urteile.

Natur- und Geisteswissenschaften. Windelbands Unterscheidung nomothetischen und idiographischen Verfahrens. Aufgabe und Methode ontologischen Natur-Erkennens. Nicht-Idiographisches in der Geschichtswissenschaft. Abgrenzung der Kulturwissenschaften. Begriff der Natur und der Naturwissenschaft.

Das weite Gebiet des Real-Wissens ist die alltägliche ebenso wie die wissenschaftliche Betrachtung in eine Anzahl verschiedener Teile zu zerlegen gewohnt, in einer Weise, die sich ohne Zweifel in erster Linie nach den in der Wirklichkeit gegebenen Gruppen gleichartiger Objekte und Vorgänge richtet. Zweierlei Voraussetzungen sind es, die für die Möglichkeit einer solchen Sonderung in Betracht kommen. Die eine ist die, daß überhaupt die Wirklichkeit eine Anzahl wenigstens einigermaßen scharf voneinander unterschiedener Gebilde darbietet, so daß wir für jene Abgrenzung einen gewissen Anhalt bekommen. Enthielte sie eine Reihe zwar verschiedenartiger, aber durch keinerlei

Grenzen getrennter, in stetiger Abstufung ineinander übergehender Dinge, so würde es kaum möglich, jedenfalls aufs äußerste erschwert sein, unser Wirklichkeits-Erkennen nach Maßgabe der Objekte in irgend welche Teile zu zerlegen. — Der zweite Punkt ist der, daß wenigstens in gewissem Umfange den zu unterscheidenden Gebilden auch eine Selbständigkeit von der Art zukommt, daß das Verhalten einer Gruppe, insbesondere die für sie etwa geltenden Gesetze, unabhängig ermittelt werden können. Stellte das Geschehen eine Wechselwirkung dar, an der überall Dinge aller Arten sich zusammenwirkend beteiligten, so fände eine isolierende Betrachtung auch keinen rechten Angriffspunkt oder würde doch in ihrer Bedeutung sehr beschränkt sein. — Ein Ueberblick über das, was wir von der Wirklichkeit kennen, lehrt, daß beide Bedingungen zwar in gewisser Annäherung realisiert sind, aber keine von ihnen in strenger Weise, immerhin die erstgenannte relativ vollkommener als die zweite. Wenigstens zwischen Belebtem und Unbelebtem, zwischen Mensch und Tier sind die Grenzlinien dergestalt fixiert, daß wir selten Anlaß haben an Zwischenformen zu denken. Noch schärfer ist die Grenze zwischen dem Geistigen und Materiellen wenigstens insofern gezogen, als jenes der Gegenstand unserer unmittelbar gegebenen Erfahrungen ist, dieses, durch unsere sinnlichen Wahrnehmungen vermittelt, ein Vorstellungsobjekt sui generis bildet. Ob oder in welcher Weise wir uns die psychischen Vorgänge mit den materiellen verknüpft denken, ist in dieser Richtung zunächst ohne Belang. Sie bilden jedenfalls ein annähernd abgeschlossenes Gebiet, insofern wir alle ein psychisches Verhalten oder Geschehen ausdrückenden Real-Urteile von den auf materielle Verhältnisse bezüglichen streng sondern können. Ohne Zweifel haben wir denn auch hier diejenige Trennungslinie, die in unserem Wirklichkeits-Erkennen sich jederzeit am auffälligsten bemerkbar gemacht hat. Sie ist es, die bei der Gruppierung wissenschaftlicher Disziplinen zu der Gegenüberstellung von N a t u r- und G e i s t e s w i s s e n s c h a f t e n führt. Man sieht sogleich, daß innerhalb jedes dieser großen Hauptgebiete eine Reihe von weiteren Unterscheidungen sich bietet, auf die, bekannt wie sie sind, nicht weiter eingegangen zu werden braucht. Es genügt daran zu erinnern, daß, wie in der unbelebten Natur, so auch in den Betätigungen und Hervorbringungen des menschlichen Geistes zwar eine Fülle des Verschiedenartigen, meist aber doch durch keine ganz scharfen Grenzen voneinander trennbar, gefunden wird.

Weit unvollkommener ist dagegen die zweite der erwähnten Bedingungen verwirklicht; denn es gibt keine Gruppe von Gebilden oder Vorgängen, die insoweit von allen andern unabhängig wäre, daß eine auf sie beschränkte Betrachtung, mag sie auch in gewissem Umfange angängig sein, ganz ausreichen könnte. Physikalische und chemische Vorgänge, die man noch bis vor nicht langer Zeit streng gesondert behandeln zu können meinte, stehen, wie man jetzt weiß, in der mannigfaltigsten Beziehung und sind vielfach aufs genaueste verknüpft. Das Gleiche gilt von der belebten und unbelebten Natur. Innerhalb der verschiedenen Betätigungen des menschlichen Geistes findet der ausgiebigste Zusammenhang statt. Sprache und Kunst, wirtschaftliche und Rechts-Verhältnisse, religiöse und politische Entwicklungen greifen in mannigfaltiger Weise ineinander. Vor allem aber besteht auch zwischen dem materiellen und dem psychischen Geschehen die engste Verbindung, teils vermöge jener ganz direkten Beziehungen, die wir für einen bestimmten Teil unserer leiblichen Vorgänge in Anspruch nehmen müssen, teils sofern andere Arten materiellen Geschehens mit den Zuständen unseres Körpers und durch deren Vermittlung indirekt mit unserm Seelenleben in Wechselwirkung gesetzt sind. Ein genaueres Eingehen auf diese Verhältnisse darf hier um so eher unterbleiben, als schon ein flüchtiger Ueberblick bekannter Tatsachen genügt, um zu dem Ergebnis zu führen, mit dem die logische Betrachtung sich begnügen kann, nämlich: daß unser Real-Wissen nach Maßgabe der Gegenstände, mit denen es sich befaßt, in eine Anzahl von Gebieten zerlegt werden kann, wobei wir in der Hauptsache in einer nach logischen Gesichtspunkten nicht genauer festzulegenden Weise den in der Wirklichkeit gegebenen Verhältnissen uns anschließen müssen; daß hierbei der Zusammenhang mit psychischen Verhältnissen des Menschen in erster Linie in Betracht zu ziehen ist, wie das in der gewohnten Gegenüberstellung der Natur- und Geisteswissenschaften zum Ausdruck kommt; daß aber nicht nur alle innerhalb dieser Hauptgebiete zu unterscheidenden Teile, sondern auch diese selbst vielfältigst zusammenhängen. Im Grunde stellt also das gesamte Real-Wissen, wie das ja auch schon den allgemeinen Bedingungen der Erkennbarkeit gemäß der Fall sein muß, ein durchweg in sich zusammenhängendes Ganze dar, das zwar in mancherlei Weise in Teile zerlegt und in Gruppen zusammengeordnet werden kann, ohne daß jedoch die Abgrenzung irgend eines Teils als eines völlig unabhängigen möglich wäre, und ohne daß für diese Abgrenzungen und Gruppierungen ganz bestimmte Gesichtspunkte als die maßgebenden und allein zulässigen angegeben werden könnten.

Ein bedeutungsvollerer Gesichtspunkt für die Sonderung verschiedener Teile des Real-Wissens oder verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen scheint sich aus den oben ausführlich behandelten Anschauungen über die Gesetzmäßigkeit, insbesondere durch die Heraushebung des Nomologischen zu ergeben. Es sei zunächst daran erinnert, daß unser gegenwärtiges Denken in großem Umfange von der Annahme einer zirkumskripten Gesetzmäßigkeit beherrscht ist. (Vgl. o. S. 53.) Wird hiervon ausgegangen, so können wir theoretisch in der Tat die Aufgaben sondern, einerseits jene Gesetze, anderseits die rein tatsächlichen Gestaltungen der Wirklichkeit, ihre n o m o l o g i s c h e n

und ontologischen Bestimmungen zu ermitteln. Auch hat sich ergeben (S. 122), daß wenn auch über die Natur der hiermit gezogenen Grenzlinie Zweifel bestehen können, diese Unterscheidung sicherlich in weitem Umfange berechtigt und bedeutungsvoll ist. Wir sahen ferner (S. 448), daß die Verfolgung dieses Gegensatzes uns in erster Linie zu der Gegenüberstellung von Gesetz und Einzeltatsache führt. Und es wurde dort schon vorgreifend darauf hingewiesen, daß wir es hier mit einem Unterschiede zu tun haben, der in den einzelnen Teilen des Real-Wissens, wie wir sie herkömmlicher Weise abzugrenzen pflegen, bedeutungsvoll zur Erscheinung kommt. In der Tat ist leicht zu bemerken, daß in dieser Beziehung zwischen verschiedenen Zweigen des Real-Wissens nach Zielen und Forschungsweisen große Differenzen bestehen. Hier ist die Untersuchung wenigstens in erster Linie auf die Ermittlung möglichst allgemeiner, umfassender Gesetze gerichtet; dort befaßt sie sich mit individuellen Tatsachen und Gestaltungen. Die Gegenüberstellung von Gesetzeswissenschaften einerseits und andern, die man im Gegensatz zu jenen wohl als erzählende und beschreibende zu bezeichnen pflegt, ist daher vielfach in Erwägung gezogen worden und einigermaßen geläufig. Besonderes Gewicht ist auf ein Prinzip dieser Art bekanntlich in neuerer Zeit von Windelband[1]) gelegt worden, der mit schärferer Erfassung dieses allgemeinen Gedankens ihn zu weitgehenden und vom Gewohnten vielfach abweichenden Konsequenzen entwickelt hat, Ausführungen, die mit Recht große Beachtung, übrigens neben vielfacher Zustimmung auch manchen Widerspruch erfahren haben. Was ich in Bezug auf diese Verhältnisse hier darzulegen wünschte, wird daher an Interesse gewinnen, wenn ich es an die Windelbandsche Betrachtung und die mit ihr angeregten Fragen anknüpfe. Der wesentliche Inhalt dieser Lehre läßt sich etwa dahin zusammenfassen, daß unsere mit dem Wirklichkeits-Verhalten sich beschäftigenden Wissenschaften von zweifacher Art sind. Die einen — sie werden nomothetische genannt — haben die Ermittlung der Wirklichkeits-Gesetze zum Gegenstand. Hierher gehören die Naturwissenschaften; auch sind Wissenschaften nomothetischen Inhalts durchweg den Naturwissenschaften zuzurechnen. Ihnen haben wir andere gegenüberzustellen, die sich mit Einzeltatsachen beschäftigen, und deren Verfahren ein idiographisches genannt werden kann. Die Festhaltung einzelner Tatsachen ist aber nur dann wissenschaftliche Aufgabe, wenn sich an sie irgend ein besonderes Interesse knüpft. So sind denn die idiographischen Wissenschaften inhaltlich durch Gesichtspunkte des Werts bestimmt. Von dieser Art sind die historischen Wissenschaften. — Allerdings muß nun sogleich hinzugefügt werden,

[1]) Windelband, Geschichte und Naturwissenschaft. Straßburger Rektoratsrede. 1894.

daß Windelband nicht der Meinung war, die verschiedenen Wissenschaften hiermit in einen völlig scharfen, durch keinerlei Uebergänge vermittelten Gegensatz su stellen. Wir werden jedoch gut tun, ohne hierauf des Spezielleren einzugehen, zunächst ganz allgemein der durch jene Ueberlegungen angeregten Frage nachzugehen, ob und in wie weit sich die in der Form einzelner wissenschaftlicher Disziplinen vereinigten Real-Urteile in formal-logischer Hinsicht ungleich verhalten, insbesondere wie sich in diesem Punkt die Naturwissenschaften gegenüber den historischen stellen[1]). Zur Prüfung dieser Frage greifen wir zweckmäßig auf die Ergebnisse zurück, zu denen uns oben schon (S. 448 f.) eine Betrachtung der Real-Urteile unter formalen Gesichtspunkten geführt hatte. Von dem dort Dargelegten ist mehrerlei hier für uns von Interesse. Zunächst sei daran erinnert, daß auch wenn wir von der Annahme einer zirkumskripten Gesetzmäßigkeit und somit einer scharfen Trennung des Nomologischen und Ontologischen ausgehen, daraus nicht etwa gefolgert werden darf, daß jedes einzelne Real-Urteil entweder eine nomologische oder eine ontologische Aussage sein müsse. Ganz im allgemeinen können vielmehr Real-Urteile sehr wohl von der Art sein (und die Mehrzahl der in unserm Denken vorkommenden ist es tatsächlich), daß in sie sowohl nomologische wie ontologische Bestimmungen in einer nicht zu sondernden Weise eingehen. Es ist dann weiter zu beachten, daß in unserm Real-Wissen, so wie es tatsächlich beschaffen ist, sowohl von Gesetzen wie von Einzeltatsachen nur in einem erweiterten (vulgären) Sinne die Rede sein kann, demzufolge denn auch beide Begriffe nur in einem fließenden, keine ganz scharfe Abgrenzung gestattenden Sinne genommen werden können. Und endlich hatten wir gezeigt, daß wir neben oder zwischen diesen extremen Formen eine Anzahl weiterer Typen aufweisen können, die zwar auch nur von ähnlich bedingter Bedeutung sind, doch aber mit etwa demselben Recht wie jene als Arten von Real-Urteilen in Anspruch genommen werden können. Wir haben als Beispiele solcher Formen die Sätze angeführt, die einem Einzelgebilde eine Eigenschaft von genereller Bedeutung zuschreiben, ferner die Aussagen über die durch ein Merkmal von konkreter Bedeutung definierten Gesamtheiten, die Angaben von Durchschnittswerten und Massengesetzen, die Aussagen über (konkrete) ursächliche Zusammenhänge u. a., ohne übrigens damit den Kreis solcher Formen irgendwie erschöpfen zu wollen.

Behält man diese Verhältnisse im Auge, so kann man den Sinn der

[1]) Wir gehen hier von der formalen Auffassung des Gesetzes-Begriffes aus, zu der uns die Prüfung desselben geführt hatte. Entsprechend dem schon an anderer Stelle Bemerkten (vgl. S. 460) sei aber betont, daß auch für denjenigen, der etwa geneigt ist, dem Wirklichkeits-Gesetz eine andere, von seinen formalen Eigentümlichkeiten unabhängige oder über sie hinausgehende Bedeutung zuzuschreiben, die folgenden Betrachtungen ohne nennenswerte Aenderung gültig bleiben.

in Rede stehenden Theorie zunächst dahin festlegen (was der Meinung ihres Urhebers und ihrer Anhänger auch ohne Zweifel entsprechen wird), daß wir Gesetze und Einzeltatsachen nicht in dem strengen Sinne einer idealen Wirklichkeits-Vorstellung, sondern in dem erweiterten, freilich auch einigermaßen fließenden Sinn, von dem oben die Rede war, als Gegenstand und Inhalt der Natur- und Geschichts-Wissenschaften zu betrachten haben. Auch dürfen wir wohl noch einen Schritt weiter gehen, und die Theorie (gleichfalls noch ohne von der Meinung ihrer Vertreter abzuweichen) in dem Sinne auffassen, daß es nicht oder wenigtens nicht ausschließlich darauf ankommt, was in irgend einem Zeitpunkt den Inhalt einer bestimmten Wissenschaft ausmacht, sondern darauf, in welcher Weise sie sich entwickelt, welche Aufgaben sie sich stellt und welche Ziele sie verfolgt. Gerade das erscheint ja charakteristisch für die Naturwissenschaft, daß sie von Einzeltatsachen zwar auch Notiz nimmt, aber nur um von ihnen zum Gesetz fortzuschreiten. Die Einzeltatsache kann hier wohl auch von Bedeutung sein; aber sie ist es meist nur, solange sie für die Ermittlung oder den Beweis des Gesetzes in Betracht kommt; sie hat kein Interesse mehr, wenn dieses als hinreichend bekannt und gesichert gelten darf. — Denken wir anderseits an die Einzeltatsachen, die den Inhalt der idiographischen Wissenschaften ausmachen, etwa den Satz der Geschichte, daß Karl der Große am Weihnachtstage des Jahres 800 vom Papst Leo in der Peterskirche gekrönt wurde, so bemerken wir, daß hier etwas ausgesagt wird, was unmittelbar wahrgenommen werden konnte und wahrgenommen worden ist. Die Gewinnung solcher Sätze setzt also wohl eine Beobachtung und Festhaltung voraus, ist aber nicht in der Weise der naturwissenschaftlichen Gesetze an Folgerungen geknüpft. So können wir denn die nomothetischen Wissenschaften wohl auch als solche mit induktivem, die idiographischen als solche mit registrierendem Verfahren bezeichnen.

Ganz sicher wird man ja nun den hier zugrunde gelegten Gedanken insofern als richtig anerkennen, als er einen Punkt bezeichnet, in dem die verschiedenen Disziplinen des Real-Wissens, wie wir sie üblicherweise sondern, sich sehr ungleich verhalten; offenbar also bedeutet der hier hervorgehobene Gegensatz für die Zusammenordnung der Wissenschaften einen wichtigen Gesichtspunkt. Nicht minder muß man dem Hinweis zustimmen, daß von dem, was wir überhaupt über das Verhalten der Wirklichkeit ermitteln oder aussagen können, nicht alles auch den Gegenstand wissenschaftlicher Darstellung und Festhaltung bilde; und es ist daher als belehrend zu begrüßen, wenn die Frage erhoben wird, wonach eigentlich die hier jedenfalls zu treffende und immer getroffene Auswahl sich richtet. Und auch der auf diese Frage gegebenen Antwort wird man darin rückhaltlos beipflichten müssen, daß nomologische Feststellungen eo ipso, schon wegen der ihnen zukommenden Allgemeinheit, dem Gegenstande wissenschaftlicher Erkenntnis zugehören, wogegen dies für alle Angaben von individueller Bedeutung nicht ohne weiteres zutrifft, es hier vielmehr von besonderen Umständen abhängt, ob ihnen diejenige Bedeutung zukommt, die sie einer wissenschaftlichen Wirklichkeits-Darstellung einzureihen gestattet. Als Hauptfrage werden wir nun aber doch die ins Auge fassen müssen, ob wir wirklich auf Grund dieser Verhältnisse unser Real-Wissen in zwei einigermaßen scharf getrennte Teile zerlegen können, sei es nun, daß wir uns dabei einer hergebrachten Teilung anschließen, deren tieferer Grund damit erfaßt wäre, sei es, daß wir der üblichen eine andere substituierten, die sich als die bedeutungsvollere und bessere in Anspruch nehmen ließe. Wir werden hier zweckmäßig von der uns geläufigen Feststellung der Disziplinen ausgehen können; es wird sich dabei von selbst Gelegenheit bieten zu fragen, ob etwa irgend welche Modifikationen in Bezug auf ihre Abgrenzung und Zusammenordnung in Betracht gezogen werden können. Fassen wir unter diesem Gesichtspunkt zunächst die Naturwissenschaften ins Auge, so wird zuzugeben sein, daß von diesen nicht nur die, die man gewöhnlich als Gesetzeswissenschaften bezeichnet (Physik, Chemie, Biologie), sondern auch ein großer Teil der sogen. beschreibenden, namentlich Tier- und Pflanzenkunde, wenigstens im erweiterten Sinne nomologisch oder nomothetisch genannt werden können. Die tatsächliche Gestaltung der belebten Natur, ihre Ordnung in bestimmte Typen, deren jeder in einer großen Zahl sehr annähernd gleichartiger Exemplare verwirklicht ist, gestattet die Aufstellung sehr allgemeiner Sätze. Dürfen wir zwar erwarten, daß es sich hier nirgend um endgültige oder allgemeinste Wirklichkeits-Gesetze handelt, so können wir jene Aufstellungen doch in dem weiteren Sinn, den wir hier überhaupt nur im Auge haben, nomologisch nennen. — Aber von jeher hat es doch der Naturforschung als Aufgabe vorgeschwebt, nicht nur die solcherart zu Gesetzen zusammenzufassenden Gleichartigkeiten zu ermitteln, sondern zu erforschen und darzustellen, wie es in der Welt tatsächlich aussieht, welche von den zahllosen Gestaltungen, die innerhalb des durch jene Gesetze bestimmten Rahmens denkbar erscheinen, tatsächlich verwirklicht sind. Auch eine nicht nomologische Darstellung ist von der mit der Natur befaßten Wissenschaft stets zu ihren Aufgaben gerechnet worden. Man kann dies deutlich sehen, wo es versucht worden ist, die Aufgabe der Natur-Erkenntnis in umfassendster und erschöpfendster Weise zu behandeln (man denke z. B. an das Ziel, das Humboldt bei seinem „Entwurf einer physischen Weltbeschreibung" vorschwebte). Man sieht dies aber auch nicht minder deutlich in der Gestaltung einzelner Disziplinen des Real-Wissens. Wir brauchen nur an Astronomie und Erdkunde zu denken, um zu sehen, daß hier gerade die einer gesetzmäßigen Ordnung nicht einfügbaren Verhältnisse Gegenstand der wissenschaftlichen Beobachtung und Erkennt-

nis sind. Auch ist nicht zu verkennen, daß der Inhalt dieser Disziplinen großenteils, wenn nicht in strengem Sinn ontologisch, doch eben so typisch, wie irgend ein Satz der Geschichte, idiographisch genannt werden darf. — Es fehlt nicht an Fällen, wo die Duplizität der der Naturwissenschaft gestellten Aufgaben in besonders deutlicher Weise zutage tritt. So pflegen die chemischen Lehrbücher einer nomologisch zu nennenden Darstellung der Eigenschaften der verschiedenen Körper eine Reihe von Angaben darüber vorauszuschicken, wo und in welchen Verbindungen sie gefunden werden, Angaben, die auf kein Gesetz hinweisen und von rein tatsächlicher Bedeutung sind. Und nehmen wir an, daß wir durch den Fortschritt der Erkenntnis zu den Gesetzen im strengsten Sinne, den höchsten und allgemeinsten gelangt wären, so würde um so mehr die Aufgabe der Naturwissenschaft mit deren Feststellung und Darlegung nicht als erledigt erscheinen. Könnten wir höchste Gesetze der Biologie angeben (oder gar ganz allgemeine, Belebtes und Unbelebtes umfassende), denen gegenüber z. B. auch die tatsächliche Gestaltung der Tierwelt als etwas Besonderes erschiene, so würde ja sicher die Darstellung auch dieser spezielleren Verhältnisse, wie wir sie jetzt zur Aufgabe der beschreibenden Naturwissenschaft rechnen, weder als gegenstandslos fallen gelassen noch auch aus der Naturwissenschaft ausgeschieden werden.

Gelangen wir hier zu der Auffassung, daß die Naturwissenschaften sich nicht nur die Erforschung der nomologischen Verhältnisse zur Aufgabe stellen, sondern sich auch in irgend einer Weise mit den ontologischen, rein tatsächlichen und individuellen Verhältnissen befassen und befassen müssen, so scheint nun diese Anschauung auf eine Schwierigkeit zu stoßen, sobald wir die Frage aufwerfen, die Windelband hinsichtlich der Geschichte durch die Betonung des Wertgesichtspunkts beantwortet hat, die Frage, wodurch sich die Auswahl bestimmt, die eine idiographische Naturwissenschaft aus der Gesamtheit aller uns zugänglichen Feststellungen zu treffen hat. Denn darüber besteht ja kein Zweifel, daß nicht nur eine ganz erschöpfende, d. h. alle Details erfassende Wirklichkeits-Darstellung, wie wir sie uns als idealen Fall denken könnten, über das für uns Brauchbare und als Inhalt einer Wissenschaft zu Bezeichnende weit hinaus gehen würde, sondern daß auch die Feststellungen, die wir machen können, sich zum großen Teil als einer wissenschaftlichen Naturbeschreibung nicht zugehörig erweisen, da sie bedeutungslos sind. Diese Frage ist es, durch deren Aufwerfung und Verfolgung Rickert zu Ergebnissen gelangt ist, die sich zum Teil mit den erwähnten Anschauungen Windelbands decken, zum Teil über sie hinausgehen. Die unübersehbare Fülle des (ontologischen) Details entzieht sich jeder wissenschaftlichen Erfassung und Darstellung. Wir können diese sich ins Unbegrenzte erweiternde Mannigfaltigkeit des Einzelnen nur dadurch überwinden, daß wir, wie es die Naturwissenschaften tun, das Einzelne als belanglos

beiseite lassen und nach einer Ermittlung der Gesetze streben, oder aber dadurch, daß wir aus seiner Gesamtheit eine Auswahl treffen. Diese aber kann nur nach irgend welchen Wertgesichtspunkten stattfinden. Werte in dem hier in Rede stehenden Sinne kommen nun den auf bestimmte Ziele gerichteten und nach Maßgabe solcher Ziele zu beurteilenden menschlichen Betätigungen zu, Betätigungen, in denen wir das Wesen einer sich entwickelnden und fortschreitenden Kultur erblicken. Und so gestalten sich die nicht mit den Gesetzen befaßten Teile des Real-Wissens notwendig zu Kulturwissenschaften, die denn in erster Linie wiederum durch die historischen repräsentiert sind [1]). So einleuchtend nun diese Betrachtung auf den ersten Blick erscheinen kann, so lehrt, wie ich glaube, die genauere Erwägung doch, daß sie keine erschöpfende ist. Und wir kommen hiermit zu Ueberlegungen, die auch Rickert keineswegs fremd sind, vielmehr auch von ihm in einer wenigstens teilweise ähnlichen Weise angestellt und verfolgt, allerdings aber unter anderen Gesichtspunkten betrachtet worden sind. Es wird wiederum zweckmäßig sein, auf diese Unterschiede unten zurückzukommen, hier aber zunächst ganz allgemein die Frage zu erwägen, wie wir (und zwar abgesehen von einer nach Wertgesichtspunkten zu treffenden Auswahl) zu einer über das gesetzmäßig Geordnete hinausgehenden, auch auf ontologische Bestimmungen sich erstreckenden Wirklichkeits-Ermittlung und Darstellung gelangen können. Richtig ist allerdings, daß die unbegrenzte Menge der Einzelbeziehungen oder des Detailverhaltens niemals in ihrer Gesamtheit den Gegenstand wissenschaftlicher Ermittlung oder Darstellung bilden kann, daß vielmehr jede Wissenschaft sich in irgend einer Weise mit dieser Unendlichkeit abfinden oder sie überwinden muß. Aber eine nach Wertgesichtspunkten erfolgende Auswahl von Einzeltatsachen ist keineswegs die einzige Art, in der dies geschehen kann. Vielmehr bietet sich, wie die Betrachtung passender Beispiele erkennen läßt, für eine auf das unübersehbare Detail verzichtende, dasselbe aber in gewisser Weise ersetzende Wirklichkeits-Darstellung eine ganze Anzahl verschiedener Möglichkeiten. Diese in erschöpfender Weise darzulegen (was übrigens nicht ohne Interesse wäre) erscheint für unsern gegenwärtigen Zweck nicht erforderlich. Es wird genügen auf einige der beachtenswertesten

[1]) Rickert, Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung. Freiburg, Tübingen und Leipzig 1902. Es hängt mit früher (S. 338) besprochenen Verhältnissen, nämlich der Auseinanderhaltung von Wissenserwerb und Begriffsbildung zusammen, daß es mir dem Gemeinten nicht eigentlich zu entsprechen scheint, wenn R. von einer der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung gezogenen Grenze spricht. Sind wir der Meinung, daß die Aufgabe der Naturwissenschaften lediglich in der Ermittlung von Gesetzen besteht, und daß anderseits dieses Ziel auch ausschließlich in den Naturwissenschaften zu verfolgen ist, so würde es mir zutreffender erscheinen, von einer Grenze zu reden, die der naturwissenschaftlichen Aufgabestellung oder Methode gesteckt ist. Doch darf dieser Punkt als im gegenwärtigen Zusammenhange belanglos hier außer Betracht bleiben.

Punkte hinzuweisen. Der erste besteht in der weitgehenden Vereinfachung, die die Aufgabe einer ontologischen Wirklichkeits-Ermittlung oder Wirklichkeits-Darstellung dadurch erfahren kann, daß wir uns mit mehr oder weniger ungenauen, unbestimmten Angaben begnügen. Die Bedeutung dieses Prinzips richtet sich nach den besonderen Gestaltungen der Wirklichkeit selbst, ist aber nicht selten eine sehr weitgehende. Ein besonders einfacher hierhergehöriger Fall ist gegeben, wo gewisse Verhaltungsweisen in räumlicher oder zeitlicher Hinsicht eine stetige Veränderlichkeit darbieten, das betreffende Verhalten also in kleinen zeitlichen oder räumlichen Abständen nur kleine Unterschiede darbietet. Begnügen wir uns hier mit irgend einem Grade der Genauigkeit, so wird statt einer unendlich großen Menge von Detailangaben eine beschränkte Anzahl von solchen ausreichen, eine Anzahl, die wir um so kleiner wählen können, je niedriger wir die Ansprüche an die Genauigkeit stellen. Denken wir z. B. an die Aufgaben der Witterungs-Beobachtung. Zu einer erschöpfenden Erkenntnis der ontologischen Verhältnisse würde es gehören, daß wir Temperatur und Feuchtigkeit, Luftdruck, Windrichtung und Windstärke an jedem Ort und zu jeder Zeit ermittelten. Tatsächlich jedoch ist eine solche ins Unendliche gehende Detaillierung überflüssig. Da die räumlichen und zeitlichen Veränderungen aller jener Verhaltungsweisen im allgemeinen stetige sind und gewisse Grenzen nicht überschreiten, so genügt die Ermittlung für eine endliche Zahl von Orten und Zeitpunkten, um uns für die Gesamtheit aller einen hinlänglich sichern Schluß zu gestatten.

Im Einzelnen bieten die Fälle dieser Art noch mancherlei Verschiedenheiten. Wir können uns eine approximative Kenntnis eines ganzen Gebietes durch eine Anzahl von Detail-Ermittlungen verschaffen, die, wie hier zunächst vorausgesetzt wurde, in ganz willkürlicher Weise gewählt werden können. Vielfach erscheint es ratsamer, zu diesem Zweck ganz bestimmte Einzel-Ermittlungen auszuwählen, so namentlich die der extremen Verhaltungsweisen. Kennen wir für einen bestimmten Ort die höchste und die niedrigste Temperatur, die im Laufe einer gewissen Zeit stattgefunden hat, so wissen wir, daß die Temperatur für jeden Zeitpunkt der betreffenden Periode zwischen jenen beiden Werten gelegen hat. Wir sind damit über die gesamten Temperaturverhältnisse besser unterrichtet, als wenn wir die Temperatur für eine beliebige Anzahl von Zeitpunkten bestimmt haben und nur sagen können, daß sie sich von jenen Werten niemals sehr erheblich entfernt haben werde. Einem ähnlichen Prinzip folgend brauchen wir in der Beschreibung der Erdoberfläche die Höhen nicht für jeden Punkt anzugeben. Es genügt dies für eine mäßige Zahl von Punkten zu tun, wobei wir wiederum die Bestimmung der Extreme bevorzugen. Beschreibungen dieser Art, wie hier noch hervorgehoben sei, werden wir unbedenklich idiographische nennen dürfen. Denn was sie enthalten,

sind in einem relativ strengen Sinn wirklich Einzeltatsachen, und was man aus ihnen entnehmen kann, ist eine unbegrenzte Menge ähnlicher Einzelbestimmungen, deren jede mit einem gewissen Grade von Ungenauigkeit behaftet ist.

Das gleiche Prinzip, eine Vereinfachung durch eine gewisse Einbuße an Genauigkeit zu erkaufen, kommt sodann in anderer Weise zur Geltung vermöge der in verschiedensten Richtungen so bedeutsamen Tatsache, daß die existierenden Dinge in Gruppen genau oder annähernd übereinstimmender Einzelexemplare geordnet sind. Wir können demgemäß die Dinge generell statt individuell bezeichnen, und ein großer Teil ontologischer Wirklichkeits-Beschreibung geht tatsächlich so zu Werke. Wenn wir z. B. in der Erdkunde einen Flußlauf beschreiben, so bedeutet dies eine Aussage über das Vorhandensein und die Bewegung irgend welcher Wasserteilchen an gewissen Stellen der Erdoberfläche. Die Bezeichnung und Verfolgung des einzelnen Teilchens, wie sie zu einer erschöpfenden Wirklichkeits-Darstellung in idealem Sinn gehören würde, liegt gänzlich außer unserer Erkenntnismöglichkeit. Eine Darstellung, die hinsichtlich der in Frage kommenden Gegenstände generell ist, bedeutet offenbar eine außerordentliche Vereinfachung. Es ist einleuchtend, daß z. B. eine Reihe von Angaben über die Verbreitung von Tieren und Pflanzen auf der Erdoberfläche die ontologischen Verhältnisse in einer prinzipiell gleichen Weise vereinfacht darstellen. Von besonders weitgehender Bedeutung ist sodann hier ein früher schon in anderem Zusammenhange besprochener Umstand. Wiewohl wir nicht in Zweifel darüber sein können, daß die Wirklichkeit in absolut präziser Weise nur in typisch-theoretischen Begriffen zu denken sein würde, können wir doch zu ihrer Darstellung die Gesamtheit empirisch-synchytischer Begriffe heranziehen, mittels deren wir die objektiven Verhaltungsweisen direkt als Korrelat eigener psychischer Vorgänge bezeichnen, jener Begriffe also, die streng genommen auf einer naiven Objektivierung beruhen. Hierher gehört es also zunächst, daß unser Wirklichkeits-Denken sich in Begriffen bewegt, die unmittelbar an die sinnlichen Wahrnehmungen anknüpfen. Weiter ist daran zu erinnern, daß im Anschluß an unsere Wahrnehmungen, ja als unerläßliche Bedingung ihrer denkenden Verwendung, eine Bildung synchytischer Begriffe einsetzt, die nun wieder für eine Fülle des individuell Verschiedenen eine einheitliche Bezeichnung bedeutet. Und endlich ist hinzuzufügen, daß zufolge weiterer psychologischer Verhältnisse verwickelte äußere Verhaltungsweisen einen bestimmten, einheitlich zu bezeichnenden Eindruck machen, und wir auf diese Weise zu Begriffen gelangen, die oben als sekundäre bezeichnet wurden, Begriffen von abstrakter, zum Teil figürlicher Bedeutung usw. — Auch die Heranziehung dieses gesamten Begriffskreises bedeutet offenbar eine enorme, freilich auch durch

eine große Einbuße an Genauigkeit erreichte Vereinfachung. Jene alles Denkvermögen übersteigende Fülle des Details würde vor allem einer theoretisch gedachten Wirklichkeits-Vorstellung zukommen, die etwa die sämtlichen existierenden Atome individuell aufzuführen hätte. Können wir, hiervon gänzlich absehend, für die Beschreibung der Wirklichkeit uns jener andern Begriffe bedienen, so bietet sich damit die Möglichkeit einer zwar niemals im idealen Sinne zutreffenden und präzisen Wirklichkeits-Darstellung, die aber dafür an unser Denkvermögen weit geringere, nicht gänzlich unerfüllbare Ansprüche macht.

Handelt es sich in den bisher besprochenen Beispielen um die mehr oder minder ungenaue Darstellung von Verhältnissen, die wir wohl noch als Einzeltatsachen bezeichnen dürfen, also um ein idiographisch zu nennendes Verfahren, so müssen wir nun weiter hier anführen, daß einer die ontologischen Verhältnisse mit behandelnden Wirklichkeits-Darstellung noch eine Anzahl ganz anderer Wege offen stehen, als der einer Sammlung von Einzeltatsachen. Wir kommen hiermit auf den oben erwähnten Punkt zurück, daß mit der Gegenüberstellung von Gesetz und Einzeltatsache die logischen Bildungen nicht erschöpft sind, sondern zwischen ihnen eine Anzahl anderer wohl charakterisierter Formen bestehen. In erster Linie sind hier alle jene Aufstellungen zu erwähnen, die zwar in gewissem Umfange, aber doch nicht in dem vollen Maße der endgültigen Gesetze allgemein sind, in denen also nomologische und ontologische Bestimmungen verknüpft zum Ausdruck kommen. Sind es freilich gerade diese Aufstellungen von beschränkter Allgemeinheit, zu denen wir zunächst gelangen, und durch deren Vermittlung wir zu den letzten Gesetzen fortschreiten, so können wir doch gerade an ihnen auch dann noch festhalten, nachdem uns die letzten Gesetze von höherer Allgemeinheit bekannt geworden sind. Und indem wir dies tun, machen wir zum Gegenstande der Naturwissenschaft zwar nicht Einzeltatsachen in strengerem Sinne; wohl aber gehen wir über die nomologische Aufgabe hinaus. — Aber auch an mancherlei andere Formen ist hier zu erinnern. Als ein besonders wichtiger Ersatz ontologischen Detailwissens kommen z. B. jene in Betracht, die auch dem alltäglichen Denken als Angaben über D u r c h s c h n i t t s b e t r ä g e geläufig sind. Wenn wir für ein räumlich oder zeitlich variierendes Verhalten den durchschnittlichen Wert ermitteln, so ist das, was wir bestimmen, im Grunde eine mathematische Funktion sehr vieler (event. unendlich vieler) Beträge von singulärer Bedeutung. Das Gleiche gilt auch für Durchschnittswerte, die sich auf eine kleinere oder größere Zahl individueller Gebilde beziehen. Schon die Temperatur an einer Stelle entspricht vermutlich der durchschnittlichen lebendigen Kraft sehr zahlreicher, in einem bestimmten Raum enthaltener Massenteilchen. In ganz ähnlicher Weise können wir über eine große Anzahl von Verhältnissen der belebten

und unbelebten Natur durchschnittliche Angaben machen. Wir haben es dabei, um diesen Punkt nochmals zu betonen, mit Angaben zu tun, die zwar keine Einzeltatsachen betreffen, und die man daher nicht idiographisch nennen wird, die aber über die Wirklichkeits-Gesetze hinausgehen, da sie die der gesetzlichen Ordnung entzogenen Verhältnisse mitbetreffen und in besonderer Weise zur Darstellung bringen. In methodischer Hinsicht bestehen dabei mancherlei Unterschiede. Wir können die Durchschnitte über Gesamtheiten erstrecken, die wir irgendwie willkürlich wählen und bestimmen, oder auch über solche, die zufolge tatsächlich vorhandener Unstetigkeiten sich naturgemäß in einer durch die Wirklichkeits-Gestaltung selbst vorgezeichneten Weise abgrenzen. Ein sehr wichtiger Unterschied ferner besteht darin, daß in manchen Fällen die Detailverhältnisse uns bekannt sind, und wir aus ihnen, der Uebersichtlichkeit halber, Durchschnittswerte durch Berechnung oder Schätzung ermitteln; in andern Fällen gelangen die letzten Details des Wirklichkeits-Verhaltens gar nicht zu unserer Kenntnis, vielmehr besitzt schon das, was wir überhaupt wahrnehmen, die Bedeutung eines Durchschnittswertes, sei es nun, daß wir absichtlich unsere Beobachtung in einer dazu geeigneten Weise einrichten, sei es, daß Besonderheiten des Wirklichkeits-Verhaltens und namentlich auch unserer Sinnesorgane dies ganz ohne unser Zutun von selbst mit sich bringen [1]). Auch Angaben, die eine Durchschnittsbedeutung besitzen, brauchen nun nicht gerade mit mathematischer Genauigkeit gemacht zu werden, sondern können in approximativer, mehr oder weniger ungenauer Weise geschehen; und es ergibt sich so eine weitere Klasse unbestimmter Begriffe, die in der ontologischen Wirklichkeits-Beschreibung von weitreichender Bedeutung sind.

Es ist nicht ohne Interesse, die Beteiligung der hier angeführten Punkte bei irgend welchen uns begegnenden wissenschaftlichen Darstellungen zu bestätigen. Denken wir z. B. daran, wie wir in der Erdkunde ein Gelände beschreiben. Wir werden etwa sagen, daß es ein welliges Terrain sei, dessen Meereshöhe nicht über 600 m hinauf und nicht unter 300 m hinuntergehe; das Land sei etwa zu einem Drittel von Wald bedeckt und bestehe zu zwei Dritteln aus Wiesen und Feldern; es enthalte einen größeren Strom, der es etwa in der Richtung von Südost nach Nordwest durchquere usw. Daß hier eine auf das unendliche Detail verzichtende, gleichwohl aber

[1]) Ein besonders typisches Beispiel für diese Verhältnisse bieten unsere Ermittlungen über die Bewegung der Gestirne. Jeder Weltkörper ist ja eigentlich nichts weniger als eine Einheit, umfaßt vielmehr eine überaus große Menge von Massenteilchen, deren tatsächliche Bewegungen sehr verschiedene sind. Diese Detailverhältnisse jedoch sind unserer Wahrnehmung gänzlich entzogen; für uns ist das Gestirn eine Einheit, deren Orte oder Bewegungen wir als Einzelbestimmung ermitteln. Erwägt man, welche Bedeutung streng genommen diesen Angaben zukommt, so zeigt sich, daß sie Durchschnittswerte darstellen.

vollkommen brauchbare ontologische Wirklichkeits-Beschreibung vorliegt, ist auf den ersten Blick ersichtlich. Geht man den hier verwendeten Begriffen im Einzelnen nach, so bestätigt man leicht, daß die vorher besprochenen logischen Modalitäten in der Tat gegeben sind, insbesondere, daß mehr oder weniger unbestimmte Begriffe verwendet werden, zum Teil auch solche, die ein durchschnittliches Verhalten bedeuten.

Inwieweit und aus welchen Gründen solche ungenauen oder summarischen Wirklichkeits-Darstellungen uns als Ersatz eines absolut vollständigen, alles ontologische Detail umfassenden Wissens dienen können, das braucht hier des Genaueren nicht verfolgt zu werden. Sicher ist, daß sie in gewissem Maße dazu geeignet sind, und daß auch sie daher einen Weg bieten, uns mit jener Aufgabe, deren ideale Lösung unsere intellektuellen Fähigkeiten überschreiten würde, in gewisser Weise abzufinden.

Freilich kann man ja nun mit einigem Recht sagen, daß wenn wir hier auf Methoden geführt werden, die unsern intellektuellen Kräften, vielfach wohl auch unsern praktischen Bedürfnissen angepaßt erscheinen, darin nun doch wieder eine Abhängigkeit der ontologischen Wirklichkeits-Darstellung (wenigstens soweit sie sich in der Form einer Wissenschaft konsolidiert) von Wert-Gesichtspunkten zutage tritt. Allein wenn auch die Naturwissenschaften sich in ihren ontologischen Teilen bis zu einem gewissen Grade durch die Rücksicht auf praktische Bedürfnisse und insofern auch auf Kulturwerte beeinflussen lassen, so werden wir diesen entfernten und indirekten Zusammenhang nicht mit der unmittelbaren Wert-Bedeutung verwechseln dürfen, nach der wir in der Geschichte die wissenschaftlich festzuhaltenden Einzeltatsachen bestimmen. Können wir doch in diesem Sinne auch die Bedeutung der Gesetze selbst mit Wert-Gesichtspunkten in Verbindung bringen. Die relativ untergeordnete Bedeutung dieser Rücksichten macht sich ganz besonders auch darin geltend, daß die naturwissenschaftlichen Aufgaben sich in einer durch die Gegenstände selbst gegebenen, von Wert-Gesichtspunkten aber unabhängigen Weise zu einheitlichen Gebieten zusammenordnen. Und aus eben diesem Grunde werden wir auch nicht daran denken können, solche Darstellungen etwa von dem Inhalt der Naturwissenschaften abzusondern und den durch Wertrücksichten beherrschten idiographischen Teilen anzuschließen. Da allerdings ist dies der Fall, wo durch exzeptionelle Umstände diese Beziehungen ganz direkte sind und dadurch in den Vordergrund geschoben werden. So wird die detaillierte Darstellung einer Oertlichkeit, wenn sie uns als Schauplatz einer Schlacht von Bedeutung ist, nicht der naturwissenschaftlichen Erdbeschreibung zugewiesen, sondern mit der historischen Darstellung der betreffenden Schlacht vereinigt. Ebenso kann in Verbindung mit der Nationalökonomie eine von wirtschaftlichen Gesichtspunkten

ausgehende Beschreibung dieser oder jener Teile der Erdoberfläche gegeben werden. Für eine im naturwissenschaftlichen Sinne unternommene Erdbeschreibung dagegen ist es charakteristisch, daß sie sich auf die ganze Erdoberfläche zu erstrecken hat; und eben darin, daß wir unserer Untersuchung diese Aufgabe tatsächlich stellen, wird die maßgebende Bedeutung des naturwissenschaftlichen Gesichtspunktes unzweideutig kenntlich. Eine Erdbeschreibung dieser Art wird denn auch in selbstverständlicher Weise sich den Naturwissenschaften anschließen, während eine Anreihung an Kulturwissenschaften für sie nicht in Frage kommt.

Zusammenfassend können wir etwa Folgendes sagen. Die Naturwissenschaften haben, wenn sie sich auch in erster Linie mit der Ermittlung von Gesetzen befassen, doch daneben sich jederzeit auch die Aufgabe gestellt, die nicht durch die Gesetze bestimmte, rein tatsächliche Gestaltung der Wirklichkeit kennen zu lernen. Sie sind daher nicht rein nomologischen Inhalts, sondern betreffen zum großen Teile auch die ontologischen, jedenfalls diejenigen Verhältnisse, die wir den Gesetzen auch im weitesten Sinne dieses Wortes nicht mehr zurechnen können. Die hiermit gestellte Aufgabe ist trotz der unbegrenzten Fülle des Details, das die Wirklichkeit darbietet, wenn auch nicht in idealem, doch in einem bedingten oder eingeschränkten Sinne ganz wohl lösbar und vielfach gelöst worden. Die Art, wie dabei zu Werke gegangen wird, richtet sich in mannigfaltiger Weise nach der Gestaltung der Wirklichkeit selbst, sowie auch nach unserm Erkenntnisvermögen. Verfahren und Ergebnisse können zum Teil idiographisch genannt werden, doch kommen daneben auch noch andere Formen in Betracht. — Wie vorhin schon bemerkt, hat auch R i c k e r t diese Verhältnisse in einem wenigtens annähernd übereinstimmenden Sinne besprochen. Er spricht daraufhin von historischen Elementen in der Naturwissenschaft, während anderseits die Aufgabe der reinen Naturwissenschaften sich in der Darstellung des gesetzmäßig Angebbaren erschöpfen soll (a. a. O. S. 269). Indessen kommt die Erwägung hiermit wohl an einen Punkt, wo wir uns hüten müssen, das sachlich Bedeutsame hinter Fragen der Benennung zurücktreten zu lassen. Die entscheidende Frage wird doch die sein, ob wir es überhaupt als eine berechtigte wissenschaftliche Aufgabe ansehen, zu ermitteln und darzustellen, wie die Wirklichkeit auch in den einem Gesetze nicht unterzuordnenden und nicht durch besondere Wertgesichtspunkte ausgezeichneten Hinsichten beschaffen ist. Wollte jemand dies verneinen, so nähme er damit einen Standpunkt ein, von dem wir ihn durch keinerlei Bestreitung oder Widerlegung verdrängen können. Man kann nur sagen, daß diese Anschauung sich mit der in Widerspruch setzen würde, die, in überwiegender Allgemeinheit vertreten, vielmals direkt ausgesprochen worden ist und in der ganzen Gestaltung und Entwicklung unseres Real-Wissens unzweideutig zur Geltung kommt. Wird aber jene Aufgabe als berechtigter Gegen-

stand wissenschaftlichen Betriebes anerkannt, so ist es, wie mir scheint, nur eine Frage der Benennung und insofern eines nicht wohl diskutierbaren subjektiven Ermessens, ob man nur die nomologischen Teile unseres Natur-Erkennens als „reine Naturwissenschaft“ in Anspruch nehmen und dadurch zu den nicht nomologischen Teilen in scharfen Gegensatz bringen soll. Ich gestehe allerdings, daß mir schon im Hinblick auf den fast unlösbaren Zusammenhang, der im Gange der Forschung zwischen den einen und anderen Teilen besteht, dies Verfahren als wenig ratsam erscheint, und daß ich keinen Anlaß sehe, hier von der herkömmlichen Bezeichnung abzugehen.

Namentlich ist m. E. in dieser Hinsicht die Unvollkommenheit des nicht-nomologischen Real-Wissens ohne Belang. Wir werden nicht daran denken können, zwei zusammengehörige Fragen deswegen zu trennen, weil wir die eine relativ genauer oder vollständiger beantworten können als die andere. So würden sich die Verhältnisse denn auch nicht ändern, wenn wir uns das nomologische Wissen zu einer abschließenden absoluten Vollkommenheit gefördert dächten. Ebenso ist es hier auch ohne Bedeutung, ob auf das volle ontologische Detail deswegen verzichtet wird, weil wir es nicht ermitteln können, oder nur deswegen, weil seine Darstellung und Festhaltung unser Gedächtnis und Auffassungsvermögen überschreitet. Wohl aber müssen wir betonen, daß doch nur in diesen intellektuellen Verhältnissen der Grund dafür liegt, daß wir das volle ontologische Detail nicht zum Gegenstande wissenschaftlicher Natur-Erkenntnis rechnen. Nehmen wir an (eine freilich schwer in allen ihren Folgen durchzuführende Fiktion), daß wir das Wirklichkeits-Verhalten in seiner Einzelgestaltung mit absoluter Vollständigkeit und Präzision ermitteln und auch zu übersehen vermöchten, so würde vermutlich wohl dieses ideale Wirklichkeits-Wissen auch in den nicht durch Wert-Verhältnisse ausgezeichneten Teilen als wissenschaftliche Aufgabe betrachtet werden. Die Frage, ob die wissenschaftliche Festhaltung irgend welcher Dinge der Mühe wert sei, würde wegfallen, wenn, wie es hier fingiert wird, eine unbegrenzte Menge von Wissen ohne Mühe festgehalten werden könnte.

Fragen wir, wie weit Inhalt und Methode der Kulturwissenschaften idiographisch genannt werden kann, so zeigt sich, daß auch dies wohl nur mit großen Einschränkungen geschehen darf. Zunächst wird man anerkennen müssen, daß die Gleichartigkeit der Menschen auch in manchen schon der Kultur zuzurechnenden Hinsichten hinreichend groß ist, um die Aufstellung von Massen-Gesetzen mit relativ großer Sicherheit zu gestatten. Namentlich gilt dies von den wirtschaftlichen Betätigungen. Die Verfolgung dieser Verhältnisse, wie sie der Nationalökonomie obliegt, führt demgemäß auch zu Sätzen allgemeiner Art, die sich mindestens ebenso gut wie eine große Zahl biologischer Aufstellungen als Gesetze qualifizieren, und über deren Wert kein Zweifel bestehen kann, wenn auch ein gewisses Maß von Unsicherheit und Unbestimmtheit ihnen anhaften mag. — Erwägen wir die Windelbandsche Lehre sodann genauer im Hinblick auf den Inhalt der eigentlichen

Geschichtswissenschaft, an die bei der Aufstellung der Theorie in erster Linie gedacht worden ist, so leuchtet ein, daß gerade diese in einer großen Zahl von Angaben sich bewegt, die wenigstens in dem vorhin dargelegten weiteren Sinne idiographisch genannt werden dürfen. Auch ist hier ohne weiteres ersichtlich, daß die Wertgesichtspunkte von maßgebender Bedeutung sind. Sie machen es, daß die Lebensumstände, das Denken und Wollen von Plato, Caesar und Bismarck, nicht aber von Hinz oder Kunz Gegenstand der geschichtlichen Darstellung sind. Das also ist nicht zu verkennen, daß die Geschichte es mit einer Summe individueller Tatsachen zu tun hat, die wir nach „Wertgesichtspunkten“ aus einer unendlichen Fülle logisch gleichartiger aussondern. — Betrachtet man anderseits das, was in der Geschichte als ein dem naturwissenschaftlichen Verfahren ähnliches induktives Fortschreiten zu „historischen Gesetzen“ bezeichnet worden ist, so muß ja anerkannt werden, daß die nur angenäherte Gleichartigkeit der Einzelobjekte uns auch nur zu Sätzen gelangen läßt, die hinsichtlich ihrer Geltung auf mäßige Wahrscheinlichkeiten beschränkt sind, in hochgradig unbestimmten Begriffen sich bewegen, Alles in Allem also von beschränktem Werte sind. Die Beurteilung, wie weit diesen sogen. historischen Gesetzen ein wissenschaftlicher Wert zukommt, liegt, wie ich glaube, dem Historiker und nicht dem Logiker ob; und wenn Windelband in der abfälligen Beurteilung dieser Richtung vorzugsweise weit geht, so werden hierzu die Historiker Stellung zu nehmen haben, während die logische Untersuchung sich mit der Einsicht begnügen darf, daß auf diesem Boden Ergebnisse von bestrittener Bedeutung erhalten werden, für deren Bewertung feste Normen nicht zu geben sind. Aber auch wenn man auf die induktive Gewinnung historischer Gesetze ganz verzichtet, wird uns in der Geschichtschreibung doch eine Fülle von Sätzen übrig bleiben, die wir nicht idiographisch, deren Inhalt wir selbst in dem hier ins Auge gefaßten weiteren Sinne keine Einzeltatsache nennen können. Und man bemerkt leicht, eine wie große Rolle gerade hier wieder jene früher besprochenen andern Urteilstypen spielen. Hierher gehört schon jeder Satz, in dem wir an einer kleineren oder größeren Zahl von Einzelfällen das Gleichartige herausheben. Sind solche Aussagen sicher keine Gesetze, so ist doch mit ihnen immer über die idiographische Darstellung hinausgegangen. Auch läßt sich nicht verkennen, daß für Bedeutung und Interesse solcher Sätze ganz die gleichen Momente maßgebend sind, auf denen auch die Bedeutung des Gesetzes beruht. Die Gleichartigkeit selbst einer beschränkten Zahl von Fällen interessiert uns, wie dies der gewöhnlichen Anschauung geläufig ist, weil sie eben doch keine rein zufällige ist, sondern weil in ihr, wenn auch in mannigfaltiger Kombination mit den individuellen Verhältnissen auch die Gesetzmäßigkeit alles Geschehens in gewisser Weise zum Ausdruck kommt. Und so erscheint uns eine Geschichtschreibung, die solche Gleichartigkeiten beachtet und hervorhebt,

doch als die bedeutungs- und verständnisvollere gegenüber einer, die hierauf ganz verzichtete. — Abgesehen von der Wiederholung ähnlicher Vorgänge an ähnlichen Substraten haben wir hier vor allem auch an den Fall zu erinnern, daß die Gleichartigkeit desselben individuellen Gebildes (im weiteren Sinne des Wortes) hervorgehoben wird und zur Prädizierung einer unter mannigfachen Bedingungen übereinstimmend bemerkbaren Eigenschaft führt. So wenn wir z. B. der historischen Persönlichkeit, über die einzelnen von ihr bekannten Betätigungen hinausgehend, irgend welche Eigenschaften des Temperaments, des Charakters usw. zuschreiben. Sätze dieser Art bezeichnen ein nicht bloß an einer bestimmten Anzahl von Einzelfällen tatsächlich ausgedrücktes Verhalten, sondern sie wollen die Verhältnisse des Tuns auch für eine nicht abgegrenzte und nicht übersehbare Menge anderer Bedingungen bestimmen. Die Bedeutung dieses Momentes erscheint noch vergrößert, wenn man bedenkt, daß nicht bloß Aussagen über Persönlichkeiten in der eben angegebenen Weise gemacht werden können, sondern auch über Gegenstände verwickelter Natur, die wir als ein Einheitliches zusammenfassen. Sicher wird es Niemand als unberechtigt oder wertlos bezeichnen wollen, wenn die Geschichtschreibung allgemeine Angaben über die Politik der Kurie, über die Kolonisationsbefähigung der Engländer, über die politische Bedeutung einer den Landbau zurückdrängenden Entwicklung der Industrie o. dgl. macht. Kein Zweifel: was hier ausgesagt wird, sind keine Gesetze, nicht einmal in dem sehr erweiterten Sinn, in dem wir etwa in der Biologie von solchen reden; aber ebensowenig ist der Inhalt solcher Sätze eine Einzeltatsache, ihre Aufstellung ein idiographisches Verfahren zu nennen. Endlich müssen wir als vorzugsweise wichtig noch den Fall erwähnen, daß wir Aussagen über die ursächlichen Zusammenhänge bestimmter (konkreter) Vorgänge machen. Wie wir früher sahen, stellt die Aussage eines solchen ursächlichen Zusammenhanges, sobald wir sie in einer theoretisch einwandfreien Weise deuten, nicht etwas dar, was lediglich den konkreten Fall betrifft, sondern es geht in sie zugleich eine Aussage über seine Beziehung zu der Wirklichkeits-Gesamtheit und zu den Wirklichkeits-Gesetzen ein. Nomologisches und Ontologisches erscheint also hier in einer eigenartigen, durch die ursprüngliche, naive Auffassung des Wirkungsbegriffes bedingten Weise verknüpft. So geht denn auch die Angabe solcher ursächlicher Zusammenhänge über das hinaus, was wir in einem einigermaßen festen Sinn idiographisch nennen können. In der Bezeichnung solcher ursächlicher Zusammenhänge hat aber die Geschichtschreibung doch jederzeit eine ihrer bedeutungsvollsten Aufgaben erblickt, und es kann wohl nicht daran gedacht werden, alles, was sie uns in dieser Hinsicht bietet, für wertlos oder verkehrt zu erklären.

Die bisher erwähnten Fälle lehren, daß auch in der Geschichtschreibung in gewissem Betrage dieselbe Absicht und dieselbe Methode zum Ausdruck kommt, die an einem in dieser Hinsicht günstigeren Material zur Induktion und zur Aufstellung von Gesetzen führt. Aber noch einem Bedenken anderer Art muß hier Raum gegeben werden. Auch wenn wir davon ausgehen, daß die Behandlung der Geschichte in weitgehender Weise durch Gesichtspunkte des Wertes geleitet und bestimmt sein soll, so wird es mindestens nicht erschöpfend sein, wenn wir dabei lediglich an eine Auswahl aus einer Summe logisch mehr oder weniger gleichartiger Einzeltatsachen denken. Vielmehr wird es sich darum handeln, in weit mannigfaltigerer Weise durch kombinierende und vergleichende Betrachtungen das aufzufinden und bemerklich zu machen, was uns unter Gesichtspunkten des Wertes von Interesse und Bedeutung ist. Jede Aufweisung eines Fortschrittes z. B. oder einer irgend einem Ziel zustrebenden Entwicklung wird hierher zu rechnen sein. Alle solche Verfahrungsweisen werden sich nur teilweise mit dem decken, was man idiographisch nennen kann. Ist also zuzugeben, daß die Festhaltung von Einzeltatsachen, eine idiographische Darstellung in den Gesichtspunkten des Wertes ihre Erklärung und Legitimation findet, so läßt sich doch dieser Zusammenhang nicht umkehren. Aus der Anschauung, daß für die Geschichts-Wissenschaft jene Gesichtspunkte maßgebend seien, ergibt sich nicht schlechtweg die Notwendigkeit eines idiographischen Verfahrens, sondern eine weit mannigfaltigere, wohl kaum mit einem Worte erschöpfend anzugebende Forderung. Im ganzen zeigt sich daher, daß wenn auch für die Geschichtswissenschaft die weitgehende Bedeutung des Idiographischen charakteristisch, anderseits die Gewinnung typischer Gesetze ihr mehr oder weniger versagt ist, ihr Verfahren doch nicht ein einheitlich oder streng idiographisches genannt werden kann.

Zusammenfassend dürfen wir sagen, daß die Unterscheidung der nomologischen und ontologischen Wirklichkeits-Bestimmungen und die daran anknüpfende Auseinanderhaltung formal verschiedener Urteile zu einer Charakterisierung der innerhalb des Real-Wissens zu sondernden wissenschaftlichen Disziplinen nur in sehr bedingter Weise geeignet ist. Und versuchen wir die Punkte zu bezeichnen, die sich in dieser Hinsicht als vorzugsweise beachtenswert herausstellen, so sind dies in der Hauptsache zwei. Der eine besteht darin, daß unzweifelhaft auch ganz ohne Ausblick auf Kulturwerte der Wunsch besteht und in der Gestaltung der Wissenschaften zum Ausdruck kommt, das rein tatsächliche, dem Gesetz nicht unterworfene Verhalten der Wirklichkeit in gewissem Umfange kennen zu lernen und wissenschaftlich zu fixieren. Der andere Punkt ist der, daß die logischen Formen weit mannigfaltiger sind, als daß es genügen könnte, Gesetz und Einzeltatsache zu unterscheiden. Hierauf beruht es zunächst, daß trotz der unendlichen Details eine die ontologischen Verhältnisse berücksichtigende Wirklichkeits-Beschreibung durch Approximationen, summarische Zusammenfassungen usw. ganz wohl möglich ist, insbesondere aber

auch, daß die Kulturwissenschaften und namentlich die Geschichtschreibung, auch wenn sie nicht nach der Ermittlung von Gesetzen streben, doch großenteils in einer Weise vorgehn, die nicht wohl idiographisch genannt werden kann. — Die Feststellung dieser Komplikationen wird uns nicht hindern anzuerkennen, daß die Windelbandsche Lehre den überwiegenden Charakter der verschiedenen Disziplinen in einer zutreffenden und bedeutungsvollen Weise bezeichnet. Darüber besteht kein Zweifel, daß die induktive Verallgemeinerung, die Aufsuchung des Gesetzes in den Naturwissenschaften ganz im Mittelpunkte des Interesses steht, in den Kulturwissenschaften dagegen nur eine sehr beschränkte Anwendung gestattet, und daß anderseits gerade für die Kulturwissenschaften in dem, was wir unter dem Ausdruck der Werte zusammenfassen, Momente besonderer Art gegeben sind, die die Einzeltatsache zum Gegenstande der wissenschaftlichen Festhaltung machen. Wie vorhin schon betont wurde, hat auch Windelband in dem hier verfolgten Gedankengange keine völlig scharfen und unvermittelten Gegensätze aufweisen, sondern nur gewisse für die einen und andern Disziplinen vorzugsweise bestimmende Hauptrichtungen bezeichnen wollen. Es wird daher nicht ganz leicht zu sagen sein und darf jedenfalls hier dahingestellt bleiben, ob und inwieweit die obigen Ausführungen zu seinen Anschauungen in Gegensatz treten, oder ob sie nur die aus unserer Betrachtungsweise sich ergebende stärkere Betonung auch von ihm bemerkter und anerkannter Verhältnisse bedeuten[1]). Dagegen

[1]) Irre ich nicht, so ist Anlaß und Bedeutung der Windelbandschen Darlegungen doch in erster Stelle darin zu erblicken, daß er sich gegen die verbreitete Neigung richten wollte, für alle Wissenschaften, einschließlich der Geschichte, ein Verfahren nach naturwissenschaftlicher Methode, die induktive Aufsuchung von Gesetzen zu fordern. Dieser ganz allgemeinen Tendenz gegenüber wünschte er nachdrücklichst zu betonen, daß die Geschichte im Hinblick auf die „Werte" ganz andere Aufgaben habe. Und für die Charakterisierung dieser anderen Aufgaben fand er in der Beachtung des Individuellen, im idiographischen Verfahren die ohne Zweifel einfachste und anschaulichste Bezeichnung. Wie jedoch der Gegensatz des Nomothetischen und des Idiographischen mit fundamentalen Fragen der Urteilslehre in Verbindung zu bringen sei, darüber sollte etwas Bestimmtes oder Abschließendes nicht gesagt sein. Selbstverständlich zwar liegt auch dieser Unterscheidung die Einsicht zugrunde, daß durch die Gesamtheit der Gesetze die Wirklichkeit nicht erschöpfend bestimmt wird. Insofern darf man sagen, daß die Erwägungen Windelbands sich auf dem Boden derselben fundamentalen Anschauung bewegen, der auch wir hier gefolgt sind. Diese findet, wie ich glaube, in der von mir schon in den Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung entwickelten Form, in der Gegenüberstellung der nomologischen und der ontologischen Wirklichkeits-Bestimmungen, ihren schärfsten und prägnantesten Ausdruck. Geht man hiervon aus, so gelangt man zu den verwickelteren Ergebnissen in Bezug auf die logischen Formen der Real-Urteile, mit deren Darlegung wir uns zu beschäftigen hatten. Der auf den ersten Blick vielleicht naheliegende Gedanke, beide Betrachtungsweisen in der einfachsten Weise zu verbinden, in dem idiographischen Verfahren schlechtweg die Darstellung des Ontologischen zu erblicken, erweist sich also sogleich als unangängig. Ganz verkehrt wäre es natürlich, die Meinung Windelbands im Sinne einer solchen Identifizierung aufzufassen. Von unserm Standpunkt aus würde vielmehr zu sagen sein, daß Windelband jenen von ihm aufgestellten und betonten Gegensatz in der formal-logischen Richtung, die uns interessierte und beschäftigte, nicht des Genaueren verfolgt hat.

müssen wir noch einer modifizierten Betrachtung gedenken, die sich hier unmittelbar darbietet. Offenbar steht nichts im Wege, die soeben besprochenen Gedankengänge Windelbands und Rickerts mit der Modifikation in Betracht zu ziehen, daß wir die geforderte Gegenüberstellung von Natur- und Kulturwissenschaften nicht auf einen fundamentalen Gegensatz von formal logischer Bedeutung, sondern lediglich auf den Unterschied des Gegenstandes basieren. Wir können, von der Unterscheidung nomothetischen und idiographischen Verfahrens ganz absehend oder sie doch in zweite Linie stellend, denjenigen Teil des Real-Wissens herausheben, der sich mit den bewußten und auf ein bestimmtes Ziel gerichteten Hervorbringungen menschlichen Tuns beschäftigt. Wir können bemerken, daß solche Betätigungen wenigstens großenteils Zielen zustreben, in denen wir Kulturwerte erblicken, daß sie auch für uns gerade deswegen von Interesse und Gegenstand wissenschaftlicher Ermittlung sind: und so können wir denn für diesen Teil des Real-Wissens die Benennung als Kulturwissenschaften festlegen. Wenn wir ferner die nach Ausscheidung dieses Teiles übrig bleibenden Gebiete des Real-Wissens als Naturwissenschaften bezeichnen, so fassen wir allerdings diesen Begriff weiter, als wenn wir sie den Geisteswissenschaften gegenüberstellen. Eine einfache Ueberlegung lehrt aber, daß in der Tat der allgemeine Sprachgebrauch das Wort Natur in doppeltem Sinne verwendet: einem weiteren, der für den einen, einem engeren, der für den andern Fall zutreffend ist. Enger genommen umfaßt der Begriff der Natur alle Wirklichkeits-Verhältnisse, an denen psychische Erscheinungen, insbesondere die menschlichen Bewußtseinsvorgänge unbeteiligt sind. In diesem Sinne werden wir den Naturwissenschaften alle diejenigen Teile des Real-Wissens, die sich mit jenen psychischen Erscheinungen beschäftigen oder in deren Gegenstand diese mit eingehen, unter der herkömmlichen Bezeichnung der Geisteswissenschaften gegenüberzustellen haben. Aber wir können auch, den Begriff der Natur weiter fassend, den Menschen selbst mit allen ohne sein Zutun gegebenen und durch sein Eingreifen nicht veränderlichen, körperlichen und seelischen Beschaffenheiten als Naturgebilde ansehen. Bei dieser Betrachtung sondern sich aus der gesamten Wirklichkeit die Hervorbringungen bewußter und absichtlicher menschlicher Tätigkeit ab, die wir nun als Kulturgebilde einem erweiterten Begriff der Natur gegenüberstellen. Scheiden wir, dieser Betrachtung folgend, aus der Gesamtheit unseres Real-Wissens als ein Hauptgebiet die Kulturwissenschaften aus, so bleiben anderseits die Naturwissenschaften in einem weiteren Sinne des Wortes übrig. Hiermit wären wir denn zu einer Unterscheidung gelangt, die ganz ähnlich, wie es anfangs erwähnt wurde, durch den Gegenstand bestimmt ist. In gewissem Maße wird daher auch hier zutreffen, was vorhin (S. 507) über die nur bedingte Bedeutung derartiger Einteilungen gesagt wurde. Immerhin liegen gerade hier die Dinge doch eigenartig.

Zunächst besteht darüber kein Zweifel, daß gerade die Heraussonderung aller menschlichen Bestrebungen, die auf die Erreichung bestimmter, irgendwie als Werte empfundener Ziele gerichtet sind, nebst allem, was hiermit in engem und unmittelbarem Zusammenhange steht, für die Einteilung des gesamten Real-Wissens einen ganz vorzugsweise bedeutsamen Gesichtspunkt abgibt. Außerdem versteht sich, daß für alles im weitesten Sinne mit den Werten befaßte Real-Wissen auch unsere eigenen Wert-Urteile stets in irgend welchem Maße in Betracht kommen und seine Darstellung, Auswahl usw. bestimmen oder doch beeinflussen werden, Verhältnisse, die auf den anderen Gebieten des Wirklichkeits-Erkennens fortfallen. Auch wenn es uns unzutreffend erscheint, die Naturwissenschaften schlechtweg nomologisch und die Kulturwissenschaften schlechtweg idiographisch zu nennen, werden wir doch einen durch die Wertgesichtspunkte bedingten tiefgreifenden Unterschied des Verfahrens anerkennen müssen; ja wir können sogar zugeben, daß er in der wissenschaftlichen Festhaltung von Verhältnissen, die wir als Einzeltatsachen bezeichnen, seinen greifbarsten Ausdruck findet. Und so ist denn hier mit dem Unterschiede des Gegenstandes auch ein Unterschied der Aufgabe und Methode gegeben. Die ausgebreitete Anwendung, die der Ausdruck der Kulturwissenschaften alsbald gefunden hat, macht wahrscheinlich, daß die in ihm gegebene Zusammenfassung in der Tat eine fruchtbare und unter vielen Gesichtspunkten glückliche ist.

Eher kann wohl ein Zweifel darüber bestehen, ob eine Einteilung aller realwissenschaftlichen Disziplinen in Kultur- und Naturwissenschaften der hergebrachten in Natur- und Geisteswissenschaften unbedingt und überall vorzuziehen ist. Es wird dabei zum Teil darauf ankommen, ob jene in geringerem Maße als diese durch Unsicherheiten und Willkürlichkeiten erschwert ist, zum Teil aber auch darauf, ob die hierdurch bedingten Umgruppierungen einzelner Disziplinen in jedem Sinne als empfehlenswert erachtet werden können. Es mag gestattet sein, auf diese Verhältnisse hier noch mit einigen Bemerkungen einzugehen. Wir fassen hier zunächst die Psychologie ins Auge, als denjenigen Teil des Real-Wissens, der in diesem Zusammenhang das größte Interesse besitzt. Denn sie ist es in erster Linie, die bei dem Uebergang von der älteren zu der neueren Betrachtung den Platz zu wechseln hätte. Ihre Aufgabe besteht ja jedenfalls in erster Linie in der Ermittlung psychologischer Gesetze, und sie schließt sich in dieser Hinsicht den innerhalb der Naturkunde als Gesetzeswissenschaften bezeichneten Teilen völlig gleichartig an. Ob sie sich daneben auch mit nicht-nomologischen Fragen zu befassen hat (vergleichende Untersuchungen über die Veranlagung dieser und jener Völker u. dgl. würden etwa hierhin gehören) darf dahingestellt bleiben. Sicher aber ist, daß ihre Aufgabe in einer von Wertverhältnissen ganz unabhängigen Weise aufgefaßt werden kann und im allgemeinen aufgefaßt wird. In dem hier in Rede stehenden Sinne ist also die Psychologie einwandfrei den Naturwissenschaften zuzurechnen, wie dies ja auch sowohl Windelband als Rickert als ein Hauptergebnis ihrer Anschauungen gefolgert und mit Nachdruck betont haben. Diese Beschaffenheit der Psychologie schließt nun aber nicht aus, daß ihr Inhalt eine gewisse Duplizität aufweist, aus der sich eine Fülle von Beziehungen sowohl zu der einen, wie zu der anderen Gruppe realwissenschaftlicher Disziplinen ergibt. Und so kann es denn doch zweifelhaft erscheinen, ob die Psychologie in Bezug auf praktische Verhältnisse (Einrichtungen oder Hilfsmittel für Forschung und Unterricht usw.) zweckmäßiger der einen oder der anderen angeschlossen wird, ob sie z. B. an den Hochschulen besser bei der philosophischen Fakultät verbleibt oder in die naturwissenschaftliche überzuführen ist. Bildet das menschliche Seelenleben die Grundlage gerade auch für jene Betätigungen, die den Gegenstand der Kulturwissenschaften ausmachen, so versteht sich, daß diese mannigfaltigen Anlaß haben, auf psychologische Verhältnisse zurückzugreifen und sich auf solche zu stützen. Dieser enge Zusammenhang ist es, dem zufolge die Zusammenfassung aller mit unserem Seelenleben und seinen Erzeugnissen beschäftigten Wissenschaften als Geisteswissenschaften doch ratsam erscheinen kann. — Auf der anderen Seite ist unbestreitbar, daß die Anlehnung an anatomische und physiologische Verhältnisse die Psychologie in immer engere Beziehungen zu den Naturwissenschaften gebracht hat. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die verschiedenen Teile der Psychologie in dieser Hinsicht sich äußerst ungleich verhalten. Nur für ein gewisses Gebiet hat sich bis jetzt eine Anknüpfung an physiologische Tatsachen und die Behandlung nach naturwissenschaftlichen Methoden einigermaßen fruchtbar in Angriff nehmen lassen. Große andere Teile sind aus den verschiedensten Gründen einer solchen Behandlung kaum zugänglich, und es kann recht wohl die Frage erwogen werden, ob sie nicht durch ganz andere Verfahrungsweisen, im Anschluß an Sprachwissenschaft, Aesthetik u. dgl. wirksamer zu fördern sein würden. So kann man denn, wie mir scheint, zur Zeit mit einiger Sicherheit nur das sagen, daß wir mit der Erweiterung unseres Wissens in zunehmendem Maße lernen werden, die psychischen Erscheinungen an materielle Vorgänge anzuknüpfen und die psychologischen Gesetze als Ergebnisse oder Korrelate physischer zu verstehen. Wenn die Psychologie einmal in der hiernach zu erwartenden Weise großenteils zwar nicht in eine Physiologie des Gehirns umgewandelt, aber doch mit einer solchen in die engste Beziehung gesetzt ist, so wird ihre Angliederung an diese wohl geboten erscheinen. Aber dieser Zeitpunkt könnte doch vielleicht recht entfernt sein. So wie die Dinge gegenwärtig liegen, wird es u. a. auch darauf ankommen, ob man jene den Naturwissenschaften inhaltlich angenäherten oder die andern, einer solchen Anlehnung noch entzo-

genen Teile der Psychologie für die wichtigeren und fruchtbareren hält, deren Förderung, deren Betonung im Unterricht usw. in erster Linie zu wünschen ist. Wir müssen also konstatieren, daß das uns beschäftigende Prinzip, die Auseinanderhaltung der durch Wert-Verhältnisse bestimmten und der von ihnen unabhängigen Disziplinen, hier zwar eine sichere und einwandfreie Anwendung gestattet, daß es aber zunächst fraglich erscheint, wie weit sich die Bedeutung dieser Unterscheidung erstreckt und welche Folgen wir ihr geben sollen.

Auf Erwägungen etwas anderer Art führen uns die Verhältnisse der Sprachwissenschaft. Im gegenwärtigen Zusammenhange dürfen wir jedenfalls in erster Linie davon ausgehen, daß die Sprache zu den natürlichen Betätigungen unserer seelischen und körperlichen Fähigkeiten gehört, daß sie zur Kultur zwar in der Beziehung eines Hilfsmittels oder einer unerläßlichen Bedingung steht, aber selbst doch nicht eigentlich ein Kulturgebilde genannt werden kann. Dem entspricht es, daß sprachwissenschaftliche Untersuchungen zum großen Teil in einer der naturwissenschaftlichen ganz ähnlichen Weise zu Werk gehen. Lehrt uns die Sprachwissenschaft, wie in gewissem Umfange gesprochen oder geschrieben worden ist, so ist das, was sie besagt, zwar sicher kein Gesetz, aber es sind doch Tatsachen von mehr oder minder allgemeiner Bedeutung; und man kann die Sprachlehre in dieser Hinsicht am ehesten den beschreibenden Naturwissenschaften vergleichen. Wird die Art ins Auge gefaßt, wie die Sprachen sich entwickeln, verändern usw., und gelingt es, in diesen Verhältnissen gewisse Regelmäßigkeiten nachzuweisen, so entwickeln sich Teile der Sprachwissenschaft, die sich nach Inhalt und Methode dem annähern, was wir nomologisch nennen können. Dazu kommt noch, daß diese Teile auch inhaltlich mit allgemein psychologischen, nicht selten auch rein physiologischen Verhältnissen in mannigfaltiger Beziehung stehen. Alle diese Untersuchungen bieten zunächst keinen Anlaß für Wertbeurteilungen und werden sicherlich auch großenteils in einer hiervon ganz unabhängigen Weise geführt. Auf der andern Seite zeigt sich aber sogleich, daß die Sprache, wiewohl ein Ergebnis natürlicher Entwicklung, doch durch Kulturverhältnisse in weitgehender Weise beeinflußt wird, daß sie also, wenn auch kein Kulturerzeugnis, doch eine Betätigung ist, in welche Kulturverhältnisse überall hineinspielen. Namentlich aber ist auch zu beachten, daß die Sprache selbst Gegenstand einer ästhetischen Beurteilung sein kann. Dieser Umstand hat zur Folge, daß Entwicklung und Ausgestaltung der Sprache in ganz direkter Weise durch solche Wertbeurteilungen beeinflußt wird, woraufhin man ja in der Ausbildung der sehr vollkommenen Sprachen mancher Völker geradezu eine künstlerische Betätigung zu erblicken geneigt ist. Der gleiche Umstand bringt es aber auch mit sich, daß die Sprachwissenschaft ihre besonderen Gegenstände vielfach nach solchen ästhetischen Rücksichten auswählt, daß sie in eine kaum lösbare Verbindung mit

einer Behandlung der literarischen Erzeugnisse tritt, daß sie sprachliche Erscheinungen gerade im Hinblick auf ästhetische oder andere Werte prüft, daß also Gesichtspunkte des Wertes in mannigfacher Weise für sie bestimmend werden. Hiernach wird denn die Zurechnung der Sprachwissenschaft sowohl zu den Natur- wie zu den Kulturwissenschaften als einigermaßen gezwungen und nicht recht befriedigend erscheinen. Und wollen wir das an diesem Beispiel Ersichtliche allgemeiner formulieren, so könnten wir sagen, daß auch die Bedeutung der Wertverhältnisse mancherlei Grade und Abstufungen zeigt, daß es Gebiete gibt, deren Inhalt zwar nicht in so entscheidender Weise durch solche Rücksichten bestimmt wird, wie dies bei der Geschichte der Fall ist, die aber doch auch nicht von ihnen ganz unabhängig sind, und für deren Einordnung daher das hier aufgestellte Prinzip zu keiner ganz sicheren Entscheidung führt.

Nach all dem kann man wohl nur sagen, daß sich für die hier ins Auge gefaßte Aufgabe, eine Zweiteilung aller auf ein Wirklichkeits-Erkennen gerichteten Wissenschaften, aus Gegenstand und Methode keine so entscheidenden Anhaltspunkte ergeben, daß eine bestimmte Lösung als die allein zutreffende und in jeder Richtung maßgebende bezeichnet werden dürfte. Namentlich kann man der weiteren sowohl wie der engeren Fassung des Begriffes der Naturwissenschaften eine relative Berechtigung zugestehen. Auch wird eine Entscheidung hierüber (wie sie im praktischen Sinne ja freilich in verschiedenen Richtungen notwendig ist) nicht zu den Aufgaben einer logischen Untersuchung gehören, die sich vielmehr damit begnügen darf, die in Betracht kommenden Verhältnisse des gegenständlichen Zusammenhanges, der logischen Formen und der Methode zu kennzeichnen.

Wenn in den eben erörterten Anschauungen Windelbands die Bedeutung des zwischen Gesetz und rein Tatsächlichem zu machenden Unterschiedes vielleicht zu hoch veranschlagt und namentlich auch der nomologische Charakter der Naturwissenschaften zu stark betont erscheint, so können wir uns jetzt noch zur Besprechung anderer Betrachtungen wenden, die sich durch die geflissentliche Vermeidung des Gesetzes-Begriffes in gewissem Sinne als Gegenstück zu jenen darstellen. Ich denke hier in erster Linie an die Anschauungen von Avenarius und Mach, denen zufolge wir in der Ermittlung eines Wirklichkeits-Gesetzes lediglich eine vereinfachende Darstellung, eine dem Prinzip einer Denkökonomie folgende Umgestaltung zu erblicken haben. Wie mir scheint, würde diese Auffassung dann, aber eben auch nur dann zutreffen, wenn wir im Besitz eines die gesamte Wirklichkeit umfassenden Wissens wären; dann allerdings würde wohl die uns obliegende Aufgabe auf die handlichste Formulierung desselben hinauslaufen. Wenn man sich jedoch nicht auf den Boden dieser Fiktion stellt, sondern im Auge behält, was unser Wissen bedeutet, wie es entsteht und fortschreitet, insbesondere auch

was überall gemeint wird, wo wir von Wirklichkeits-Gesetzen reden, so kann man doch nicht verkennen, daß das charakteristische Merkmal des Gesetzes in etwas ganz anderem als der formalen Vereinfachung liegt. Hauptsache ist, daß das Gesetz sich nicht bloß auf das bezieht, was Gegenstand unserer Erfahrung oder Beobachtung gewesen ist, sondern, darüber hinausgehend, auch auf diejenigen Verhaltungsweisen der Wirklichkeit, die nicht in den Kreis unserer Erlebnisse gefallen sind, daß es insbesondere auch das mitbezeichnet, was wir zu erleben erwarten dürfen. Diese Allgemeinheit, nicht die formale Einfachheit ist es, wodurch das Gesetz in erster Linie charakterisiert wird. Und sein logisches Verhältnis zu unsern tatsächlich gegebenen Erlebnissen ist nicht das einer formalen Darstellung, sondern das einer überaus bedeutungsvollen inhaltlichen Erweiterung, womit denn ja in bekannter Weise stets auch eine gewisse Einbuße an Sicherheit verknüpft ist. Selbst angenommen (was übrigens sehr zweifelhaft ist), daß wir tatsächlich psychologischen Denkgesetzen zufolge in erster Linie dazu geführt werden, an dem wirklich Erlebten oder Beobachteten das Gleichartige zu bemerken, daß also das dem Gesetz Unterworfene uns zuerst als das im wirklich Erlebten Gleichartige zum Bewußtsein kommt, und daß es alsdann nur einer einfachen Hinzufügung bedarf, um dies nun als ein auch über die Grenzen des Erfahrenen hinaus Gültiges hinzustellen, so würden wir doch immer beachten müssen, daß gerade diese Hinzufügung eine vollständige inhaltliche Veränderung bedeutet. Erst durch sie geht der Bericht, daß sich die Dinge in einer Anzahl von Fällen in gewisser Weise verhalten haben, in die nomologische Behauptung über, daß sie sich in allen (bekannten und unbekannten, vergangenen und zukünftigen) Fällen so verhalten. — Offenbar ist die Ueberlegung der genannten Autoren von dem Gedanken ausgegangen, daß dem Gesetze eine spezifische Bedeutung (im metaphysischen Sinne eines die Wirklichkeit beherrschenden Zwanges o. dgl.) nicht zukomme. Aber dieser sehr berechtigte Gedanke hat dazu geführt, die Eigentümlichkeiten zu übersehen, die dem Gesetz auch ohne die Annahme einer solchen transzendenten Bedeutung zukommen können und tatsächlich zukommen. Und so ergab sich denn eine allerdings durchaus einseitige, jene fundamental wichtigen logischen Verhältnisse ganz ignorierende Auffassung unseres Wirklichkeits-Denkens.

Einem nicht minder entschiedenen Widerspruch wird jene Theorie der formalen Vereinfachung auch dann begegnen müssen, wenn wir, mit etwas anderer Auffaßung, sie nicht als eine Erläuterung unseres tatsächlich gegebenen Wirklichkeits-Denkens ansehen, sondern als eine Forderung in Bezug auf die richtige und wünschenswerte Gestaltung desselben. Man wird vielleicht unserer obigen Betrachtung entgegenzuhalten geneigt sein, gerade jene über das tatsächlich Erfahrene hinausgehende Verallgemeinerung solle ja als überflüssig oder mindestens unwissenschaftlich bestritten und abgelehnt werden; und gerade dahin gehe der Sinn der ganzen Theorie, daß das wissenschaftliche Denken sich auf eine vereinfachende Darstellung des Erfahrenen und somit Sicherstehenden zu beschränken habe. Dem wird man jedoch zunächst entgegenhalten können, daß ein in diesem Sinne aufgefaßtes Wirklichkeits-Denken derjenigen Bedeutung ermangeln würde, die es uns doch tatsächlich wertvoll macht, und die den Anlaß bietet, uns mit ihm zu beschäftigen. Eine solche Auffassung, die von der Voraussage des unter bestimmten Bedingungen zu Erwartenden und daher von aller praktischen Anwendung absähe, würde sich mit der Art, wie tatsächlich naturwissenschaftliche Erkenntnis aufgefaßt, erstrebt und verwertet wird, in den schroffsten Widerspruch setzen. Wir müssen aber weiter bemerken, daß jene Forderung, die wissenschaftliche Darstellung habe auf dem Boden des tatsächlich Erfahrenen zu bleiben, sich der darüber hinausgehenden Verallgemeinerungen aber zu enthalten, ganz undurchführbar ist und nur bei sehr oberflächlicher Betrachtung der logischen Verhältnisse berechtigt erscheinen kann. Hatten wir doch schon vielfach Anlaß zu betonen, daß schlechthin jede Aussage über ein objektives Wirklichkeits-Verhalten auf der Annahme eines gesetzmäßigen Zusammenhanges zwischen diesem und unsern eigenen, direkt gegebenen Erlebnissen beruht. Ein Wirklichkeits-Erkennen, das ganz auf dem festen Boden der endgültig gegebenen Erfahrung bliebe, gibt es nicht und kann es nicht geben; auch das Wahrgenommene, wenn wir es im objektiven Sinne nehmen, ist nicht etwas schlechthin Gegebenes sondern etwas Erschlossenes. So würden wir denn auch jener Forderung gegenüber wieder mit allem Nachdruck für die Unerläßlichkeit, aber auch für die Berechtigung jener ganzen logischen Grundauffassungen eintreten müssen, an die ein Wirklichkeits-Denken überhaupt gebunden ist, und in deren Mittelpunkt die gesetzmäßige Ordnung und die Allgemeinheit steht.

So sehr also zugegeben werden muß, daß das Prinzip der Denk-Oekonomie einen in psychologischer Hinsicht interessanten und beachtenswerten Gesichtspunkt abgibt, unter dem wir den Fortgang unseres Erkennens verfolgen können, so entschieden werden wir daran festhalten müssen, daß es nicht genügt, um eine Reihe in logischer Hinsicht interessierender und fundamentaler Verhältnisse aufzuklären oder gar als gegenstandslos beiseite zu schieben.

Zu ähnlichen Bemerkungen gibt auch die vielbesprochene Formulierung Kirchhoffs Anlaß, nach der die Aufgabe der Mechanik darin bestehe, die in der Welt vorkommenden Bewegungen „vollständig und in der einfachsten Weise zu beschreiben". Auch sie dürfte wohl von dem Wunsche beeinflußt worden sei, den Begriff des Gesetzes wegen seines metaphysischen Beigeschmacks zu vermeiden. Sie erscheint zutreffender als die von Avenarius und Mach gegebenen, weil hier neben der Einfachheit auch die Vollständigkeit erwähnt worden ist, und wir demgemäß das, was wir für die Hauptsache halten müssen, die Allge-

meinheit, in die Anforderung der Vollständigkeit hineinlegen können. Indessen wird man doch zugeben müssen, daß diese Darstellung keine sehr glückliche und befriedigende ist. Das, worauf es in erster Linie ankommt, ist jedenfalls nicht mit der Deutlichkeit, die man wünschen könnte, hervorgehoben; ja man kann wohl im Zweifel darüber sein, ob Kirchhoff überhaupt die Forderung der Vollständigkeit in diesem Sinne gemeint hat und aufgefaßt wissen wollte. Auf der andern Seite aber muß man bemerken, daß wir ja eine wirklich vollständige Beschreibung aller vorkommenden Bewegungen zu geben gänzlich außerstande sind, und daß die Aufgabe, so wie sie hier formuliert wird, eine durchaus unlösbare sein würde. Tatsächlich stellen wir der wissenschaftlichen Mechanik diese Aufgabe auch gar nicht. Die Beschreibung darf und muß vielmehr in gewissen Hinsichten unvollständig sein, da sie über eine Reihe von Punkten, eben diejenigen, die einer allgemein angebbaren gesetzlichen Ordnung nicht unterworfen sind, keinerlei Angaben enthält, sondern diese (ontologischen) Bestimmungen offen läßt. Wollte man sagen, eben dieses sei mit der Forderung der Vereinfachung gemeint, so würde man doch wiederum zugeben müssen, daß die Formulierung eine nicht gerade glückliche ist. Denn es müßte dann doch mindestens heißen, die Beschreibung der Bewegung habe insoweit eine vollständige zu sein, als dies mit der Forderung einer gewissen Einfachheit vereinbar ist.

Wie mir scheint, wird der Versuch, die Aufgabe der Mechanik zutreffend anzugeben, immer wieder zu genau der nämlichen Formulierung führen, zu der wir auch gelangen, wenn wir in ihr eine Darstellung der Bewegungs-Gesetze erblicken und dabei den Begriff des Gesetzes so auffassen, wie uns die kritische Verfolgung desselben dies zu tun gelehrt hat. Die Mechanik hat, werden wir etwa sagen können, das darzustellen, was sich in den bisher beobachteten Bewegungen als übereinstimmend herausgestellt hat, und was wir daher für die noch nicht beobachteten, insbesondere die zukünftigen Fälle zu erwarten berechtigt sind.

Selbstverständlich kann man den Wunsch begreifen und berechtigt finden, in einer allgemeinen Erklärung über die Aufgaben der Mechanik den Ausdruck des Gesetzes wegen seiner Vieldeutigkeit und der mancherlei durch ihn nahe gelegten Mißverständnisse zu vermeiden. Will man dies tun, so wird man sich einer Formulierung wie der soeben gegebenen bedienen können, die den zutreffenden und berechtigten Sinn des Gesetzes-Begriffes explicite enthält und damit natürlich die Irrungen ausschließt, die sich an eine transzendente Auffassung knüpfen könnten. Jenen berechtigten Kern aber können wir nicht fallen lassen, ohne daß unsere Auffassung von den Aufgaben des Wirklichkeits-Erkennens schief oder unvollständig wird.

Vierundzwanzigstes Kapitel.

Die Verbesserung unvollkommenen Wissens. Begriffsbestimmungen.

Identifizierende und substituierende, präzisierende und gebundene Begriffsbestimmung. Mehrfache Bedeutung einer Begriffsbestimmung. Die Definition als wissenschaftliche Aufgabe. Bedingungen und Grenzen des Definierens.

Wie oben bereits kurz berührt wurde (S. 494), kommt es im alltäglichen wie im wissenschaftlichen Denken nicht selten vor, daß wir Aussagen machen oder Fragen stellen, deren Natur und Sinn sich den in unserer Urteilslehre entwickelten Arten nicht ohne weiteres einzureihen scheint. Daraus ergibt sich denn, wie wir dort gleichfalls schon bemerkten, die Aufgabe zu prüfen, ob hier etwa wirklich Urteile anderer Art vorliegen, oder wie sonst etwa der hier bestehende Schein eines Widerspruchs aufzuklären ist. Besser als durch die Erörterung einzelner Fälle, die wir nur in einigermaßen willkürlicher Weise herausgreifen könnten, werden wir hier zum Ziele gelangen, wenn wir eine Reihe allgemeiner Verhältnisse ins Auge fassen, in denen der Grund solcher Erscheinungen zu finden ist. Es gelingt auf diesem Wege jene Paradoxien in allgemeiner Weise zu charakterisieren und aufzuklären, so daß es dann genügt, sie durch einige beliebig zu wählende Beispiele deutlich zu machen.

Eine erste (im folgenden Kapitel zu besprechende) Gruppe von Erscheinungen hängt in der Hauptsache mit gewissen psychologischen Verhältnissen unseres Denkens zusammen, die für die fortschreitende Entwicklung unseres Wissens überhaupt, namentlich unseres Wirklichkeits-Erkennens maßgebend sind. Diese Entwicklung besteht ja zum Teil in einer Vermehrung oder Vervollständigung, zum Teil aber auch darin, daß ein zunächst unvollkommenes Wissen verbessert wird, Berichtigungen erfährt, an Deutlichkeit und Sicherheit gewinnt usw. Um diese Verhältnisse zu übersehen, müssen wir beachten, daß von den psychischen Tätigkeiten, die wir als Urteile auffassen und bezeichnen, nur ein relativ kleiner Teil einen ohne weiteres völlig durchsichtigen und endgültig klaren Sinn besitzt. In der Mehrzahl der Fälle ist der endgültige Sinn des Urteils schon wegen der verwickelten Bedeutung der in ihm verknüpften Begriffe nicht ohne weiteres übersehbar. Wenn nun jedem dieser Begriffe eine fest bestimmte und bekannte, auf endgültige Elemente zurückgehende Bedeutung zukommt, so können wir uns allerdings den Sinn des Urteils vermöge einer diesen Bedeutungen folgenden Explizierung umgestaltet und auf eine endgültige, unmittelbar durchsichtige Form gebracht denken. Es ist dies ein (in der Mathematik verwirklichter) idealer Fall. In überaus zahlreichen Fällen

trifft aber auch dies nicht zu; wir können bezüglich der mannigfaltigen, namentlich in unsere Real-Urteile eingehenden verwickelten Begriffe uns auf solche in Definitionen festgelegten Bedeutungen nicht berufen. Bei Begriffen wie denjenigen des Staates, der Kirche, der Politik, der Handelsbeziehungen, der Sitte, der Kunst usw. bemerken wir ja, daß wir für sie feste Bedeutungen nicht anzugeben vermögen. Daß wir trotzdem den Real-Urteilen, in die diese Begriffe eingehen, einen bestimmten Sinn zuschreiben, ja streng genommen schon, daß wir solche psychische Betätigungen überhaupt als Urteile in Anspruch nehmen dürfen, beruht darauf, daß allgemeinen psychologischen Gesetzen und speziellen Denkgewöhnungen zufolge ein mannigfaltiger Zusammenhang stattfindet, der diese Urteile teils untereinander, teils auch mit endgültig deutlichen Urteilen verknüpft. Wir werden daher als Urteil (in einem weiteren psychologischen Sinne) nicht nur das gelten lassen, was sich unmittelbar in endgültig deutlicher Weise als solches qualifiziert, sondern auch all diejenigen psychischen Betätigungen, die nach Maßgabe psychologischer Gesetze und fixierter Gewohnheiten in den Zusammenhang unseres Denkens eingeordnet sind, sei es nun, daß die entsprechende Ueberzeugung unter gewissen Bedingungen entsteht, sei es, daß an sie wieder andere Ueberzeugungen angeknüpft werden. Diese Verknüpfungen sind uns aber im allgemeinen nicht direkt bekannt und lassen sich nicht leicht vollkommen übersehen. Hierauf beruht zunächst die Möglichkeit der früher erwähnten *Schein-Urteile*: wir können der irrigen Meinung sein, mit einem Satz etwas Bedeutungsvolles auszusagen, während die genaue Prüfung lehrt, daß er mit Urteilen endgültigen Sinnes in gar keiner Verbindung steht, also nur täuschender Weise als ein sinnvolles Urteil erscheint. Von dieser Art sind die früher besprochenen Aufstellungen eines naiven Realismus, die als Real-Urteile erscheinen, während die genauere Prüfung ihres begrifflichen Inhalts lehrt, daß sie etwas in endgültigem Sinne Deutliches und Greifbares gar nicht behaupten. Gerade auch die folgenden Untersuchungen werden uns auf andere Fälle von Schein-Urteilen und Schein-Fragen führen. Aber auch da, wo es sich nicht um Täuschungen dieser Art handelt, unseren Sätzen vielmehr ein wirklicher Sinn zugeschrieben werden darf, ergeben sich doch aus der ganzen Art, wie die Bedeutung eines Begriffes im psychologischen Sinne gegeben ist, eine Reihe eigenartiger Verhältnisse, die hier des Genaueren zu verfolgen sind. Erläutern wir sie zunächst an einem möglichst einfachen Beispiel. Nach allgemeinen psychologischen Gesetzen könnte es wohl vorkommen, daß jemand sich des Begriffes „Quadrat“ anstandslos und zutreffend bediente, ohne daß er imstande wäre, die wissenschaftliche Definition desselben anzugeben. Dazu würde gehören, daß er den Begriff des Quadrats gerade da in Anwendung bringt, wo dies nach Maßgabe jenes wissenschaftlichen Begriffes zutreffend ist, also eine Figur dann und nur dann quadratisch nennt, wenn sie vierseitig, eben, gleichseitig und rechtwinklig ist.

Anderseits aber würde dazu auch gehören, daß er, wenn ein den Begriff des Quadrates enthaltenes Urteil gegeben ist, wenn er z. B. sich erinnert oder erfährt, daß ein Gegenstand quadratisch sei, daraus auch wieder gerade diejenigen Folgerungen entnimmt, die durch den wissenschaftlichen Begriff des Quadrats gerechtfertigt sind. In einem solchen Falle könnten wir nun sagen, daß in dem Denken dieser Person dem Begriffe des Quadrates eben jener in der wissenschaftlichen Definition festgelegte Sinn zwar nicht als eine direkt bekannte, wohl aber als seine *tatsächliche Bedeutung* zukomme. Diese tatsächliche Bedeutung wäre, in der eingangs allgemein formulierten Weise, durch eine Reihe fester Denkgewohnheiten repräsentiert und gegeben. Nehmen wir anderseits an, es bestünde für irgend einen Begriff eine Summe von Anknüpfungen, die in ähnlicher Weise ihm eine tatsächliche Bedeutung zuzuschreiben gestatten, so werden wir fragen können, welches diese Bedeutung sei. Wir können in diesem Sinne von einer Bestimmung des betreffenden Begriffes reden. Und zwar will ich die hier in Rede stehende zur Unterscheidung von manchen andern mehr oder weniger verwandten Aufgaben eine *identifizierende Begriffsbestimmung* nennen. Wir gelangen durch sie zu einem Begriffe, im allgemeinen zu einem synthetisch gebildeten, in Form einer Definition anzugebenden, der dem von Haus aus vorhandenen, in jenen Denkgewohnheiten bestehenden und durch sie gegebenen, äquivalent ist.

In Bezug auf die besonderen Verhältnisse, die logische Natur und das Prinzip einer solchen identifizierenden Begriffsbestimmung wäre unter den hier vorausgesetzten ganz einfachen Verhältnissen nur Weniges hervorzuheben. Handelt es sich darum anzugeben, welcher Sinn dem betreffenden Begriff nach Maßgabe seines tatsächlichen Gebrauches zugeschrieben werden darf, so haben wir zu prüfen, in welcher Weise er tatsächlich gebraucht wird. Hiermit bestimmt sich die logische Natur der geforderten Untersuchung: sie ist eine *realwissenschaftliche*, in erster Linie jedenfalls psychologische Ermittlung. — Auch das allgemeine Prinzip, nach dem diese Untersuchung uns zur Angabe eines Begriffes führt, ist ohne weiteres anzugeben. Wir schreiben einem Begriffe eben diejenige Bedeutung als seine tatsächlich bestehende zu, bei deren Zugrundelegung sich die regelmäßig verwirklichten Denkvorgänge als logisch zutreffend und zwingend ergeben würden. — Bemerken wir schließlich gleich hier noch, daß diese denkpsychologisch fixierten Anknüpfungen, in denen die Bedeutung des Begriffes sich kundgibt, offenbar zweierlei Art sind. Einerseits bestehen sie darin, daß ein den betr. Begriff enthaltendes Urteil unter gewissen Umständen entsteht, anderseits aber darin, daß wenn ein solches gegeben ist, daraus Anderes entnommen oder gefolgert wird. Wir können daraufhin die durch die einen und durch die anderen Verhältnisse gegebene Bedeutung eines Begriffes, die *genetische*

und die *dynamische*, als zwei Teile oder zwei Seiten seiner tatsächlichen Bedeutung unterscheiden. Es würde zu den gerade für unser Beispiel gemachten vereinfachenden Voraussetzungen gehören, daß dieselbe Definition in vollem Maße beiden entspricht.

Verhältnisse dieser Art bestehen nun für eine überaus große Zahl von Begriffen, vor allem für solche von empirisch-synchytischer Natur, in denen sich der größte Teil unserer Real-Urteile bewegt. Trotz mancher sogleich zu berührender Abweichungen können wir daher auch auf sie das soeben Entwickelte anwenden, insbesondere von einer durch die psychologischen Verhältnisse gegebenen *tatsächlichen Bedeutung* und von einer *identifizierenden Begriffsbestimmung* sprechen.

Was zunächst die genetische Seite einer solchen Bedeutung anlangt, so ist sie in der Hauptsache dadurch gegeben, daß für den Begriff gewisse *Inzidenz-Urteile* in direkt evidenter Weise gelten. Denken wir z. B. an einen Begriff wie denjenigen des *Unfalls*. Wir bemerken hier in erster Linie, daß wir gewisse Vorgänge mit diesem Wort zu bezeichnen gewohnt sind. Haben wir einen Vorgang selbst beobachtet oder durch detaillierte Mitteilung von ihm erfahren, so sprechen wir von einem Unfall, und wir empfinden diese Benennung als eine eben durch die Bedeutung dieses Begriffes unmittelbar gerechtfertigte, als ein Inzidenz-Urteil, nicht anders wie wenn wir eine im Augenblick gegebene Empfindung als Rot bezeichnen usw. So können wir denn die Frage stellen, welches die Ereignisse sind, die wir in solcher Weise als einen Unfall bezeichnen, und wir können hierin die Ermittlung der diesem Begriff tatsächlich zukommenden Bedeutung erblicken. Definieren wir demgemäß etwa den Unfall als eine durch äußere Einwirkungen herbeigeführte und plötzlich eingetretene erhebliche Körperbeschädigung, so würde dies besagen, daß wir Ereignisse dieser Beschaffenheit tatsächlich so bezeichnen, und zwar in dem Sinne eines Inzidenz-Urteils, d. h. daß wir dabei den Eindruck haben, eine durch den Sinn jenes Begriffes unmittelbar geforderte und gerechtfertigte Bezeichnung in Anwendung zu bringen.

Erledigen wir hier ein Bedenken, das man dieser Betrachtung entgegenstellen könnte. Wenn wir in der Form eines Inzidenz-Urteils einen bekannten Vorgang als Unfall bezeichnen, so konstatieren wir ja eine Beziehung zwischen dem jeweils gegebenen Einzelnen und dem synchytischen Begriffe Unfall. Dies setzt also offenbar voraus, daß dieser Begriff bereits irgendwie vorhanden sei, und es scheint damit im Widerspruch zu stehen, wenn wir seine Bedeutung lediglich in diesen Inzidenz-Urteilen erblicken wollen. Wir wollen diese Erwägung ohne weiteres als zutreffend anerkennen, ohne uns auf die nicht ganz leichte psychologische Frage einzulassen, worin eigentlich der die Bedeutung eines solchen Begriffes repräsentierende und in das Inzidenz-Urteil eingehende Bewußtseins-Inhalt bestehe oder von welcher Art er sei. Gehen wir davon aus, daß ein solcher jedenfalls vorhanden sein müsse, so wird freilich das, was wir hier als die Ermittlung einer tatsächlich gegebenen Bedeutung bezeichnen, vielmehr als die Ersetzung einer

ursprünglich vorhandenen durch eine andere erscheinen. Die hier gestellte Aufgabe würde sich demgemäß als ein besonderer Fall der alsbald allgemeiner zu behandelnden darstellen, die wir eine substituierende Begriffs-Bestimmung nennen. Immerhin verleiht doch die besondere Natur der hier zunächst gegebenen und zu ersetzenden Bedeutung, die Schwierigkeit, sie greifbar anzugeben oder aufzuweisen, die Unmöglichkeit, sie, ähnlich den Allgemeinbegriffen von Empfindungen, im subjektiven Sinne aufzufassen, und anderes gerade diesen Begriffen und ihrer Bedeutung einen ganz anderen Charakter als jenen, mit Bezug auf die wir unten von Substituierungen sprechen werden. Es ist mir daher zutreffender erschienen, die hier vorliegende Begriffsbestimmung unter der Bezeichnung der identifizierenden von den dort zu besprechenden Aufgaben abzusondern, womit nicht bestritten werden soll, daß auch sie sich als Substitution auffassen läßt.

Es wird nicht überflüssig sein, sogleich eine Bemerkung über den Nutzen solcher identifizierenden Begriffsbestimmungen anzuschließen. Selbst wenn, wie hier zunächst angenommen wird, die tatsächliche Bedeutung des Begriffes eine derart fixierte ist, daß wir im Einzelfalle niemals darüber im Zweifel sind, ob ein bestimmtes Ereignis ein Unfall zu nennen sei usw., so wird dieser, ohne bewußte Regel einer Gewöhnung folgende Gebrauch als eine einigermaßen unbefriedigende Form des Denkens empfunden werden. Ist das Urteil, hier liege ein Unfall vor, das Ergebnis eines gewissen Gesamteindrucks, der durch einen uns nicht bekannten psychologischen oder vielleicht physiologischen Mechanismus entsteht, so wird der Wunsch berechtigt sein zu erfahren, von welcher Art diejenigen Ereignisse sind, die diesen Eindruck hervorbringen, und diese Beschaffenheit in direkter Weise bezeichnet zu sehen. Eine Ermittlung dieser Art wird also unserem Denken in gewisser Weise zu gute kommen; sie wird es zwar nicht von Irrtümern befreien, aber doch durchsichtiger und klarer machen. Auf etwas Weiteres werden wir geführt, sobald wir die dynamische Bedeutung der hier in Rede stehenden Begriffe ins Auge fassen. Haben wir erfahren, daß jemand einen Unfall erlitten hat, so werden wir daraus allerdings stets folgern, daß er eine Beschädigung erlitten hat. Ueber die genaueren Modalitäten derselben jedoch so viel zu entnehmen, wie es zufolge der tatsächlichen Bedeutung dieses Begriffes angängig ist, sind wir meist nicht in der Lage, wenn uns diese Bedeutung nicht in vollem Maße bekannt ist. Hieraus ergibt sich, daß, indem wir die tatsächliche Bedeutung eines Begriffes kennen lernen und ihn durch eine identifizierende Bestimmung festlegen, unser Denken nicht nur, wie eben erwähnt, an Klarheit und Sicherheit gewinnt, sondern häufig auch in gewissem Betrage vervollständigt und bereichert wird. Und wir können im Hinblick hierauf bemerken, daß, wenn wir vorhin von einer Aequivalenz des von Haus aus gegebenen und des durch seine identifizierende Bestimmung zu erhaltenden Begriffes sprachen, dies einer gewissen Modifikation bedarf. Die für den neuen Begriff geltenden Verknüpfungen werden zwar die ursprünglich vorhandenen und gewohnheits-

mäßig fixierten jedenfalls enthalten, in der Regel aber noch mehr oder weniger über sie hinausgehen.

Die psychologischen Verhältnisse, die die Grundlage einer im obigen Sinne tatsächlichen Bedeutung bilden, erfordern in mehreren Hinsichten noch eine etwas genauere Betrachtung. Wenn wir, um an das obige Beispiel, den Begriff des Unfalls, wiederum anzuknüpfen, einen Vorgang der dort erwähnten Art selbst wahrnehmen, oder durch eine spezielle Beschreibung von ihm erfahren, so ist es keineswegs notwendig, daß der Eindruck, hier liege ein Unfall vor, und die Bezeichnung des Ereignisses als Unfall sich auf die vorausgehende Anwendung jener anderen Begriffe (Schädigung, Plötzlichkeit des Eintritts usw.) stütze. Er kann vielmehr in einer viel direkteren, unserer genaueren Erforschung sich wohl vorläufig entziehenden Weise entstehen. Unsere Definition will also nicht besagen, daß wir den Begriff Unfall da anwenden oder eintreten lassen, wo zuvor ein realer Vorgang gerade in jenen, in der Definition aufgeführten Begriffen g e d a c h t worden ist, sondern da, wo ein durch diese Begriffe zutreffend bezeichneter objektiver Vorgang stattgefunden hat, mögen nun in dem Zusammenhang des Geschehens, der dabei zu dem Begriff Unfall führt, jene einfacheren Begriffe eingeschaltet sein oder nicht. Der Unterschied, um den es sich hier handelt, wird deutlicher, wenn wir an Fälle erinnern, die insofern eine extreme Stellung einnehmen, als reale Vorgänge von bestimmter Beschaffenheit in einer besonders direkten und eigenartigen Weise zur Anwendung eines Begriffes von realer Bedeutung führen. Dies ist zuweilen der Fall, wenn wir gewisse zeitliche oder räumliche Formen äußerer Vorgänge zufolge eines ganz unmittelbaren sinnlichen Eindrucks mit einem bestimmten Namen bezeichnen. Wir unterscheiden z. B. bei der Lokomotion des Menschen mit großer Sicherheit und ganz unmittelbar eine Form, die wir als Gehen, und eine, die wir als Laufen bezeichnen. Wir können nun die Frage aufwerfen, welches eigentlich die objektive Bedeutung dieses Unterschiedes sei. Wie bekannt, lehrt die Untersuchung, daß wir die Bewegung dann ein Laufen nennen, wenn sie eine Phase enthält, während deren keiner der beiden Füße den Boden berührt, also beide gleichzeitig in der Luft sind, dann dagegen ein Gehen, wenn eine solche Phase nicht vorhanden ist, also der eine Fuß jedesmal den Boden erreicht, ehe der andere ihn verlassen hat. Im Hinblick auf die Tatsache, daß wir, einem unmittelbaren Eindrucke folgend, jene Modalitäten der Bewegung unterscheiden und als Gehen resp. Laufen bezeichnen, können wir dies die tatsächliche Bedeutung der Begriffe des Gehens und Laufens, die zu dieser Definition führende Untersuchung eine identifizierende Begriffsbestimmung nennen. Von den erst betrachteten Fällen unterscheidet sich dieser durch die wesentlich andere Natur der realen Zusammenhänge, die für die Bedeutung bestimmend sind. Während es sich bei jenen wohl in erster Linie um psychologische Zusammenhänge handelt, jedenfalls solche mit ins Spiel kommen, sind hier offenbar psychologische Vorgänge anderer Art, die sich den sinnlichen Wahrnehmungen direkt anschließen, von maßgebender Bedeutung. Nun könnte man allerdings wohl daran denken, solche Fälle als exzeptionelle zu behandeln, sie gar nicht als Begriffsbestimmungen, als Ermittlungen einer tatsächlichen Bedeutung gelten zu lassen. Indessen gehen doch, wie die obige Erörterung zeigt, auch bei einem Begriff wie dem des Unfalls psychologische Verhältnisse mannigfaltiger Art in die die Anwendung bestimmenden Gewöhnungen ein. Wir können also zweckmäßiger Weise von einer tatsächlichen Bedeutung nicht nur in dem zuerst erwähnten Sinne, eines rein denkpsychologischen Zusammenhanges sprechen; und es wird sich, wenn man hiervon ausgeht, wohl kaum eine passende Grenze ziehen lassen, durch die man jene der unmittelbaren Wahrnehmung nahestehenden Fälle ausschließen könnte.

Mit der besonderen psychologischen Natur der zuletzt erwähnten Begriffe hängt es auch zusammen, daß sie in anderer Beziehung einen extremen Fall darstellen, insofern nämlich, als bei ihnen die dynamische Seite der tatsächlichen Bedeutung ganz zurücktritt, oder vielleicht überhaupt nicht von einer solchen gesprochen werden kann. Solange wir nicht durch eine darauf gerichtete Untersuchung erfahren haben, worauf jener unmittelbar gegebene Eindruck beruht, demzufolge wir im einen Falle von Gehen, im anderen von Laufen sprechen, werden wir auch nicht in der Lage sein, aus Real-Urteilen, die sich jener Begriffe bedienen, diejenigen Folgerungen zu ziehen, die nach Maßgabe jener genetischen Bedeutung zulässig und richtig wären. Hier wird also ganz besonders jener vorhin schon allgemein berührte Sachverhalt vorliegen, daß die identifizierende Begriffsbestimmung eine Bereicherung und Vervollständigung unseres Denkens herbeiführt.

Die Aufgabe einer identifizierenden Begriffsbestimmung ist, wie vorhin schon bemerkt wurde, hinsichtlich ihrer logischen Natur durchaus einfach und durchsichtig. Fragen wir nach der Art, in der irgend ein Begriff tatsächlich gebraucht wird, oder auch nach der Beschaffenheit seines tatsächlich gegebenen Substrates, so sind es offenbar Fragen realwissenschaftlicher, im allgemeinen psychologischer Natur, die uns beschäftigen; das Ergebnis einer solchen Untersuchung besteht in Real-Urteilen. Wir dürfen daher zunächst hervorheben, daß wir durch die hier verfolgten Verhältnisse auf nichts geführt werden, was nicht mit den von uns zum Ausgange genommenen Grund-Anschauungen in vollem Einklang wäre. Wir können jedoch auch hinzufügen, daß die deutliche Einsicht in die realwissenschaftliche Natur der hier verlangten Untersuchungen von einem gewissen Nutzen ist. Sie ist es deswegen, weil sie ohne weiteres kenntlich macht, wie weit oder unter welchen Bedingungen die gestellte Aufgabe lösbar ist, in welchen Fällen und in welcher Weise ihre Lösbarkeit begrenzt ist. Offenbar können wir einem Begriffe eine bestimmte Bedeutung als die ihm nach Maßgabe psy-

chologischer Verhältnisse eigene nur dann zuschreiben, wenn das tatsächliche Geschehen ein gewisses Maß von Regelmäßigkeit aufweist. Ist dies nicht der Fall, so wird die realwissenschaftliche Untersuchung zu dem Ergebnis führen, daß eine solche tatsächliche Bedeutung als eine bestimmte nicht aufgewiesen werden kann, daß der tatsächliche Gebrauch eines Begriffes ein schwankender, ein nicht einheitlicher, vielleicht widerspruchsvoller sei usw. Und eben hiermit wird die Aufgabe, die unter allen Umständen gestellt werden kann, gelöst sein. Betrachtet man unter diesem Gesichtspunkte die Verhältnisse der zahlreichen Begriffe, für die solche Fragen aufgeworfen werden können, so wird man als beachtenswert zunächst die überraschende Sicherheit hervorheben müssen, die sich in dem Gebrauche von Begriffen sogar sehr verwickelter Bedeutung kund gibt. Was wir z. B. einen Unfall nennen, kann gewissermaßen im Wege des Versuchs festgestellt werden, indem wir bezüglich einer Reihe tatsächlich vorgekommener oder erdachter Ereignisse prüfen, ob uns für sie diese Bezeichnung zutreffend erscheint. Aehnliches gilt für Begriffe wie diejenigen des Messens, des Experiments, der Industrie, des Staates, der Religion und unzählbare andere. Eben hierher gehört auch die Sicherheit, mit der wir zwischen nahe verwandten Begriffen unterscheiden, wie z. B. zwischen Instinkt und Trieb, Theorie und Hypothese, Scherz und Witz, Klugheit und Weisheit usw. Die relative Sicherheit, mit der wir alle solche Begriffe verwenden, ist es, die von einer ihnen zukommenden tatsächlichen Bedeutung zu reden gestattet, und die Ermittlung einer solchen nicht selten zu einer Untersuchung von hohem Interesse macht. Auf der anderen Seite fehlt es ja nun aber auch keineswegs an Fällen, in denen der Gebrauch eines Begriffes so wenig regelmäßig, so schwankend und widerspruchsvoll ist, daß wir ihm eine einigermaßen bestimmte tatsächliche Bedeutung gar nicht zuschreiben können. Wer es unternehmen wollte z. B. den Unterschied zwischen Verstand und Vernunft, zwischen Regel und Gesetz lediglich nach Maßgabe ihrer im obigen Sinne tatsächlichen Bedeutung anzugeben, würde vermutlich zu dem Ergebnis gelangen, daß dies nicht möglich ist, weil dazu der Gebrauch dieser Begriffe nicht genügend fixiert ist. Am häufigsten sind ohne Zweifel diejenigen Fälle, die eine gewisse Mittelstellung einnehmen. Selbst für jeden der Begriffe, die wir vorhin als Beispiele einer relativ scharf bestimmten tatsächlichen Bedeutung anführten, werden sich leicht Fälle ersinnen lassen, in denen die Zurechnung eines einzelnen Verhaltens mehr oder weniger zweifelhaft erscheint. Eben dies sind die Verhältnisse, in denen wir von atypischen Inzidenz-Beziehungen gesprochen haben. Ihr Vorkommen lehrt, daß die tatsächlichen Bedeutungen, wenn auch mit einer gewissen Sicherheit fixiert, doch keineswegs ganz scharf begrenzt, daß sie mehr oder weniger unbestimmt sind. Diese Umstände werden es mit sich bringen, daß wir eine Definition als identifizierende Begriffsbestimmung wohl

geben können, daß ihr Zutreffen in diesem Sinne jedoch nicht streng, sondern nur in bedingter Weise behauptet werden darf. Wenn die von der Definition umfaßten Fälle überwiegend und in den meisten Fällen dem in Frage stehenden Begriffe zugerechnet werden, wenn Abweichungen nur für die relativ selten vorkommenden Grenzfälle eintreten usw., so wird sich sagen lassen, daß die durch die Definition fixierte Bedeutung der tatsächlich gegebenen wenigstens sehr nahe kommt; und die Aufgabe identifizierender Begriffsbestimmung wird als annähernd gelöst betrachtet werden dürfen. Dabei ist dann wiederum zu beachten, daß sie gelöst ist, soweit sie überhaupt gelöst werden kann [1].

Eine Reihe zwar prinzipiell andersartiger, aber mit den eben besprochenen sich doch vielfach berührender Aufgaben hängt mit der Unvollständigkeit unseres Wissens und den sich hieraus ergebenden Ergänzungs-Bedürfnissen zusammen. Die Art und Weise, wie wir gewisse Gruppen realer Objekte kennen lernen, bringt es nicht selten mit sich, daß wir sie zunächst indirekt, nach Maßgabe irgend welcher Zusammenhänge bezeichnen, die für sie, den Wirklichkeits-Gesetzen gemäß, bestehen. Alsdann wird sich meist die Anforderung ergeben, diese indirekte Bezeichnung durch eine andersartige zu ersetzen. Der einfachste Fall dieser Art knüpft sich an die Verwendung unserer Empfindungen zur Bezeichnung von Gegenständen oder Verhaltungsweisen, also an die Verwendung der zunächst Empfindungen bedeutenden Begriffe „in objektivem Sinne". Bezeichnen wir Gegenstände als rot, so sind damit, da Rot zunächst eine bestimmte und bekannte Art optischer Empfindungen bedeutet, diejenigen gemeint, die unter geeigneten Bedingungen den Gesetzen des Geschehens gemäß jene Empfindung in uns hervorrufen. Offenbar können wir uns nun die Aufgabe stellen zu ermitteln, an welche Beschaffenheiten (der Oberfläche, der Licht-Reflexion und Absorption) dies geknüpft ist, und diese Beschaffenheiten in irgend einem andern Begriffskreise zu bezeichnen. Denken wir uns dies ausgeführt, so würden wir nun den ursprünglichen Begriff Rot durch einen andern ersetzen können, der mit ihm zwar nicht identisch, aber doch in gewissem Sinne ihm äquivalent ist. Wir können hier von einer **substituierenden Begriffsbestimmung** reden.

[1]) Eine genaue Verfolgung der Unregelmäßigkeiten, Unsicherheiten und Schwankungen, die im Gebrauch eines Begriffes stattfinden, wird meist ohne erheblichen Wert sein. Doch darf nicht unerwähnt bleiben, daß das Interesse der hier in Rede stehenden Untersuchungen doch nicht allein auf den Fall beschränkt ist, daß sie zur Gewinnung eines annähernd scharf zu bezeichnenden Begriffes führen. Wir kommen unten noch auf Fälle zu sprechen, in denen gerade die im Gebrauch eines Begriffes bestehende Unsicherheit doch eine gewisse Regelmäßigkeit erkennen läßt und daher auch zum Gegenstande einer nicht unwichtigen Untersuchung gemacht werden kann. Es hängt hiermit zusammen, daß wir dann auch gerade Definitionen suchen und geben können, welche die dem ursprünglichen Begriffe nach Maßgabe seiner tatsächlichen Bedeutung anhaftenden Unbestimmtheiten in genau entsprechender aber deutlicherer Weise zum Ausdruck bringen.

Aufgaben ähnlicher Art treten nicht selten und auf sehr verschiedenen Gebieten an uns heran. Es sei, um einige der wichtigsten zu erwähnen, an diejenigen Begriffe erinnert, die ästhetische Eindrücke bezeichnen, wie etwa den des Komischen. Wir können hier davon ausgehen, daß dieser Begriff zunächst und unmittelbar ein bestimmtes psychisches Verhalten bezeichnet, das, als ein vielmals Erlebtes, jedem bekannt ist und einer Erläuterung oder Beschreibung eben so wenig bedarf, wie die Bezeichnungen einfacher sinnlicher Empfindungen. Ohne Zweifel dürfen wir annehmen, daß dieser psychische Zustand (mögen wir ihn einen Eindruck, ein Gefühl oder wie immer nennen) unter gewissen annähernd bestimmten Bedingungen regelmäßig entsteht. Und hierauf beruht es, daß wir auch diesen Begriff in objektivem Sinne verwenden, eine Erzählung, eine Situation usw. komisch nennen dürfen. Ganz ähnlich wie mit Bezug auf die sinnlichen Qualitäten können wir auch hier die Frage aufwerfen, welcher Art die Vorstellungen, die Gedankenbewegungen usw. sind, die psychologischen Gesetzen gemäß eben jenen bestimmten Bewußtseins-Zustand zur Folge haben. Nennen wir die hiermit gestellte Aufgabe eine Bestimmung des Begriffs des Komischen, so wird es sich wiederum um eine substituierende Begriffsbestimmung handeln. — Ein weiteres Beispiel, das durch sein Zurückgehen auf Wert-Urteile besonders durchsichtig ist, bietet der Begriff der Zurechnungsfähigkeit. Indem wir von Zurechnungsfähigkeit sprechen, gehen wir von der Annahme aus, daß es psychische Eigentümlichkeiten gibt, denen zufolge eine gewisse rechtliche Behandlung angezeigt ist. Auch hier können wir von einer Begriffsbestimmung reden, und sind wohl auch gewohnt es zu tun. Es handelt sich hier nicht darum, den Sinn des Wortes Zurechnungsfähigkeit anzugeben (der vollkommen deutlich ist und, wenn man wollte, leicht in eine äquivalente Definition gefaßt werden könnte), sondern eben jene psychischen Beschaffenheiten intellektueller, emotioneller Art usw. aufzufinden, die Zurechnungsfähigkeit resp. ihren Mangel begründen, d. h. also diejenigen psychischen Beschaffenheiten anzugeben, bei denen die Zurechnung einer an sich strafbaren Handlung angezeigt erscheint. Auch hier ersetzen wir also, ganz ähnlich wie bei der substituierenden Bestimmung des Begriffes Rot, die indirekte Bezeichnung durch eine direkte.

Die Umstände, die zu einer substituierenden Begriffsbestimmung Anlaß geben, bedürfen in einigen Hinsichten noch etwas genauerer Festlegung. Fragen wir, welches die objektiven Vorgänge sind, die die Empfindung Rot auslösen, oder welches die Oberflächen-Beschaffenheit von Körpern ist, die diese Vorgänge veranlaßt, so suchen wir offenbar Vorgänge, Beschaffenheiten usw., für die irgend etwas realiter gilt, d. h. für welche gewisse Real-Urteile zutreffen. In allgemeinster Weise können wir eine solche Aufgabe etwa in symbolischer Bezeichnung darstellen: es soll ein Begriff X gesucht werden, für den gewisse Bestimmungen oder Merkmale α, β, γ zutreffen. Wie man sieht, sind wir hiermit zu einer Formulierung gelangt, unter die sich nicht nur so ziemlich jede wissenschaftliche Aufgabe, sondern auch die mannigfaltigsten anderen Fragen bringen lassen. Fragen wir, wer die Mona-Lisa gestohlen hat, so läuft dies ja gleichfalls darauf hinaus, daß ein Begriff ermittelt werden soll, von dem gewisse Merkmale realiter gelten. Und auch das Rätsel fordert uns auf, einen Begriff zu suchen, bezüglich dessen eine Reihe von Bestimmungen zutreffen. Damit eine Aufgabe dieser Art sich als eine Begriffsbestimmung qualifiziert, ist offenbar erforderlich, daß die Zusammenfassung der Merkmale α, β, γ uns als ein einheitlicher Begriff erscheint [1]). Ist dies der Fall, so wird uns das die Frage beantwortende Urteil in der Tat als die Aequivalent-Setzung zweier Begriffe oder als die Ersetzung des einen durch den andern erscheinen. Im anderen Falle (so z. B. wenn wir sagen, N. N. ist derjenige, der die Mona-Lisa gestohlen hat) werden wir den Satz zutreffender als ein Real-Urteil der gewöhnlichen, mehrere Begriffe verknüpfenden Form auffassen.

Auch für die substituierende Begriffsbestimmung sind die allgemeinen logischen Verhältnisse einfach und ihre Einfügung in die allgemeine Urteilslehre ohne weiteres durchsichtig. Wenn wir (um wieder die obige symbolische Bezeichnung zu benutzen) einen Begriff X zu suchen haben, für den ein Merkmal α zutrifft, so wird sich offenbar die logische Natur der hiermit gestellten Aufgabe nach der logischen Natur eben dieses Merkmals und nach der Bedeutung, die sein Zutreffen besitzt, richten müssen. So versteht sich, daß die substituierende Bestimmung des Begriffes Rot uns auf physikalische und sinnesphysiologische Untersuchungen führt; die eine solche Bestimmung ausdrückende Definition besitzt die Bedeutung eines oder einer Anzahl diesem Gebiete angehöriger Real-Urteile. Wenn ferner die Bestimmung des Begriffs der Zurechnungsfähigkeit darauf hinausläuft, daß wir sagen, eine Zurechnung erscheine uns bei dieser oder jener psychischen Beschaffenheit richtig und zu billigen, so ist klar, daß sie ein Wert-Urteil darstellt.

Auch hier, wie schließlich noch hervorzuheben ist, handelt es sich um Aufgaben, deren Lösbarkeit sich nicht ohne weiteres von selbst versteht. Die Annahme, von der wir bei der Stellung der Aufgabe stillschweigend ausgehen, daß ihr durch einen bestimmten Begriff X entsprochen wird, kann in doppeltem Sinn unrichtig sein: einerseits, wenn es einen der indirekten Bezeichnung entsprechenden Begriff gar nicht gibt, dann aber auch, wenn jene Bezeichnung zur Festlegung eines Begriffes nicht genügt, also z. B. für mehr als einen oder für einen gänzlich unbestimmten Kreis von Begriffen zutrifft.

[1]) Es kommt dabei einerseits auf die sprachliche Bezeichnung, anderseits aber auf den im tatsächlichen Denken stattfindenden Gebrauch an, denkpsychologische Verhältnisse, von denen früher die Rede war. S. o. S. 338.

Sowohl bei der identifizierenden, wie bei der substituierenden Begriffsbestimmung erstreben wir einen Begriff, der einem bereits gegebenen in gewissem Sinne äquivalent genannt werden kann. Wir können nun aber, durch andere als die dort ins Auge gefaßten Besonderheiten unseres Denkens veranlaßt, der Begriffsbestimmung auch andere Aufgaben stellen. Tun wir dies, so wird dabei zwar immer ein von Haus aus gegebener Begriff den Ausgangspunkt bilden; aber es wird von vornherein mit der Möglichkeit zu rechnen sein, daß wir zu einem Begriffe gelangen, der von jenem in gewissem Maß abweicht oder eine Modifikation desselben darstellt. Ein erster Fall dieser Art knüpft an den vielleicht verbreitetsten und bedeutsamsten Mangel unseres Denkens, die Unbestimmtheit seiner Begriffe an. Vor allem ist ja eine überaus große Zahl derjenigen Begriffe, deren Bedeutung in der vorhin besprochenen Weise eine psychologisch gegebene ist, mit diesem Mangel behaftet. Eine identifizierende Bestimmung ist in diesem Falle nicht möglich; vielmehr führt uns, wovon oben schon die Rede war, der Versuch einer solchen zu der Feststellung, daß der Gebrauch des Begriffs ein unsicherer, wechselnder, vielleicht widerspruchsvoller ist. Bei dieser Sachlage können wir uns die Aufgabe stellen, den unbestimmten, in Gebrauch und Bedeutung schwankenden Begriff durch einen deutlicheren und schärferen zu ersetzen. Ich will in diesem Falle von einer präzisierenden Begriffsbestimmung reden. In den hier zunächst erwähnten Fällen, wo die Bedeutung eines Begriffes psychologisch gegeben ist, und ihre Unbestimmtheit eben hierauf beruht, wird die präzisierende Begriffsbestimmung sich einer identifizierenden anschließen und eine Modifikation derselben darstellen. Aber auch für die oben an zweiter Stelle erwähnten indirekt bezeichneten Begriffe kann sich gelegentlich die gleiche Aufgabe bieten. Es kann dies zunächst der Fall sein, wenn die zu ersetzenden Merkmale selbst in gewissem Maße unbestimmt sind; es kann aber auch der Fall sein, wenn diese Merkmale, wiewohl an sich bestimmt, zur scharfen Abgrenzung des Begriffes nicht genügen. Der indirekt bezeichnete Begriff ist alsdann wiederum ein mehr oder weniger unbestimmter, und wir können seine Ersetzung durch einen präziseren fordern. Die Bestimmung wird sich, wie im ersteren Falle einer identifizierenden, so hier einer substituierenden formell und methodisch anschließen.

Das Verhältnis des präzisierten zu dem ursprünglichen Begriff kann in manchen Hinsichten verschieden sein. Die Präzisierung wird in der Regel den ursprünglichen Begriff von einer Reihe von Unsicherheiten befreien, also für Fälle, deren Zugehörigkeit von Haus aus zweifelhaft erscheint, die Entscheidung im einen oder anderen Sinne festlegen. Sie kann jedoch auch eine positive Verschiebung bedeuten, wenn sie Fälle ausscheidet, die der ursprünglichen Bedeutung gemäß als zugehörig betrachtet wurden und umgekehrt.

Fassen wir auch hier die logische Natur der gestellten Aufgabe ins

Auge, so leuchtet ein, daß die Dinge hier ganz anders liegen als bei einer identifizierenden oder substituierenden Begriffs-Bestimmung. Wenn wir an Stelle eines sehr unscharfen Begriffes, wie etwa desjenigen des Staates, einen genau bestimmten setzen, so geben wir damit kein Urteil über ein reales Verhalten ab; es liegt in der Präzisierung eines solchen Begriffes überhaupt kein angebbares Urteil. Die gestellte Aufgabe läßt sich nicht als eine Frage, ihre Lösung nicht als Beantwortung einer solchen auffassen oder darstellen. Wir müssen ferner beachten, daß wenigstens bei sehr zahlreichen Begriffen die Präzisierung uns nicht in die Gefahr bringen wird, uns in sachliche Unrichtigkeiten zu verwickeln. Es gilt dies für alle diejenigen Begriffe, deren Inhalt ein bestimmtes Wissen überhaupt nicht verkörpert, namentlich also von zahlreichen Begriffen genereller Bedeutung, die aus einer großen Mannigfaltigkeit irgend welche Gruppen ausscheiden, wie etwa die Begriffe des Staates, der Gesellschaft, des Handels, der Industrie, der Kunst, des Handwerks, des Versuchs, der Absicht usw. Hier werden wir uns die Bildung präziser Begriffe in unverfänglicher Weise zur Aufgabe stellen können. Und finden die Erwägungen, mit denen wir uns bei solchen Aufgaben zu beschäftigen haben, in den von uns unterschiedenen Urteils-Arten keinen Platz, so ist doch deutlich, daß die Stellung und Behandlung auch dieser Aufgaben mit den Grundlagen der Urteilslehre durchaus im Einklange und von dem hier überall festgehaltenen Standpunkt aus vollkommen durchsichtig ist. — Aus der logischen Natur der hier in Rede stehenden Aufgabe ergeben sich auch für diejenigen Fragen, die ihre Lösbarkeit betreffen, ohne weiteres die entscheidenden Gesichtspunkte; wir werden, um in dieser Richtung ein Urteil zu gewinnen, nicht sowohl besondere reale Verhältnisse u. dgl. in Betracht ziehen müssen, als vielmehr die allgemeine Natur des innerhalb irgend eines Gebietes in Anwendung kommenden begrifflichen Materials. Und fragen wir zunächst, ob wir es mit einer Aufgabe zu tun haben, deren strenge Lösung wir unter allen Umständen als möglich voraussetzen dürfen und daher auch anzustreben haben, so leuchtet ein, daß dies unbedingt verneint werden muß. Der an früherer Stelle versuchte ganz allgemeine Ueberblick über das begriffliche Material unseres Denkens lehrte ja, daß abgesehen von dem Begriffskreise der Logik und Mathematik und dem sich jenen anschließenden einer theoretisch-mechanischen Wirklichkeits-Vorstellung alle Elemente unseres Denkens von mehr oder weniger unbestimmter Natur sind. Insbesondere gilt dies von denjenigen Begriffen, auf die der bei weitem größte Teil unseres Wirklichkeits-Denkens zurückgeht. Erscheint hiernach eine absolute Präzisierung für die Mehrzahl unserer Begriffe ausgeschlossen, und somit die Aufgabe einer präzisierenden Begriffsbestimmung in den meisten, wenn nicht in allen Fällen unlösbar, so wäre es doch verkehrt, wenn wir sie als eine gegenstandslose fallen lassen und ihre Berechtigung ganz bestreiten wollten. Denn es versteht sich, daß der Uebelstand der

Unbestimmtheit verschiedenen Begriffen doch in äußerst ungleicher Art und sehr verschiedenem Grade zukommen kann. So erscheint denn auch die Ersetzung eines sehr unbestimmten Begriffes durch einen, der sich dem Ideal eines ganz scharfen wenigstens in gewissem Maße annähert, eine *relative* Präzisierung, in großem Umfange möglich. Eine solche kann selbstverständlich in der verschiedensten Weise geschehen, und es erscheint kaum möglich, hier einzelne Verfahrungsweisen festzulegen oder gar bestimmte Regeln aufzustellen. Doch müssen wir hier an diejenigen Begriffe erinnern, denen, wie früher schon berührt [1]), der Uebelstand der Unbestimmtheit in der geringsten und am wenigsten nachteiligen Weise anhaftet, die *stöchotaktischen*. Können wir einen verwickelten Begriff auf einen oder eine Anzahl solcher zurückführen, können wir für ihn, wie wir kurz sagen wollen, eine stöchotaktische Definition geben, so werden wir uns damit im allgemeinen dem Ziel einer Begriffs-Präzisierung soweit angenähert haben, als dies der Natur der Sache nach überhaupt möglich ist. Im übrigen versteht es sich, daß es ganz von der besonderen Natur des einzelnen Wissensgebietes abhängen wird, wie weit in demselben relative Präzisierungen seiner Begriffe und insbesondere stöchotaktische Definitionen möglich sind. Die uns hier allein obliegende allgemeine Prüfung wird sich mit der Feststellung begnügen müssen, daß solche relative Präzisierungen sicher in großem Umfange möglich sind, eine wirklich strenge aber auf den zumeist in Betracht kommenden Gebieten überall grundsätzlich ausgeschlossen ist.

Erscheint hiernach die präzisierende Begriffsbestimmung als eine meist nur in bedingtem Sinne oder approximativer Weise lösbare Aufgabe, so zeigt sich weiter auch, daß sehr wohl auch Verhältnisse vorkommen können, unter denen sie keine genügend bestimmte ist und daher in mehr als einem Sinne mit gleicher Berechtigung erledigt werden kann. Suchen wir nicht die Antwort auf eine bestimmte Frage, bestehen für den zu bildenden Begriff keine anderen Anforderungen als die der Präzision, eines gewissen annähernden Anschlusses an einen schon gegebenen Begriff, und endlich, wie man allenfalls hinzufügen kann, die einer gewissen wissenschaftlichen Brauchbarkeit, so ist es im allgemeinen mindestens fraglich, ob sie genügen, einen bestimmten Begriff festzulegen, und ob nicht den gestellten Forderungen in mancherlei verschiedener Weise etwa gleich gut entsprochen werden kann.

Eine weitere Gruppe von Aufgaben, die den bisher besprochenen nahestehen, hängt einerseits auch mit der Unbestimmtheit unserer Begriffe, anderseits aber auch damit zusammen, daß unser provisorisches und unsicheres Wissen vielfach Urteile enthält, die gerade zufolge dieser Unbestimmtheit zwar nicht positiv falsch, aber doch nur angenähert, nicht streng richtig sind. Wenn für einen mehr oder

[1]) Vgl. o. S. 483.

weniger unbestimmten Begriff B gewisse Aussagen α, β, γ, in dieser bedingten Weise zutreffen, so kann sich die Aufgabe ergeben, jenen Begriff gerade in der Weise des Genaueren festzulegen, daß nun jene Bestimmungen für ihn gültig sind. Ich will eine Begriffsbestimmung dieser Art eine *gebundene*, die Merkmale α, β, γ die bindenden nennen [1]).

Die Bindungen können darin bestehen, daß von dem gesuchten Begriffe gewisse Real-Urteile gelten sollen, aber z. B. auch darin, daß er in irgend welchen Wert-Urteilen in bestimmter Weise figurieren soll. Ein Fall dieser letzteren Art liegt vor, wenn wir Begriffe psychologischer und anderer Art so zu bestimmen suchen, daß ihnen eine juristische, z. B. strafrechtliche Bedeutung zukommt. Wir können eine Bestimmung der Begriffe des Vorsatzes, des Versuchs, der Gefahr, aber auch wohl der Waffe, der Unzüchtigkeit, mit dieser Maßgabe in Angriff nehmen. Was die logischen Verhältnisse der gebundenen Begriffs-Bestimmung anlangt, so versteht sich, daß sie sehr mannigfaltiger Art sein können, nicht minder aber, daß sich in Bezug auf sie keine besonderen Schwierigkeiten oder Dunkelheiten ergeben, namentlich nichts was nicht auf dem Boden der allgemeinen Urteilslehre ohne weiteres durchsichtig zu machen und mit ihr im Einklang wäre. So wird vor allem, wenn die Bindungen in dem Gelten irgend welcher Real- oder Wert-Urteile bestehen, die Natur der Aufgabe sich dementsprechend bestimmen, die Untersuchung sich selbst in Real- oder Wert-Urteilen bewegen müssen, und die Lösung, zu der wir gelangen, die Bedeutung eines Real- oder Wert-Urteils haben. Die eben betrachteten Fälle eröffnen nun aber den Ausblick auf ein noch sehr viel weiteres Gebiet. Offenbar können wir, ganz ebenso wie hier das Zutreffen bestimmter Real- oder Wert-Urteile verlangt wurde, auch eine Reihe der verschiedensten anderen Forderungen mit Bezug auf den zu suchenden Begriff festlegen. So könnten wir uns die Aufgabe stellen, einen Begriff von der größten Einfachheit und Verständlichkeit, von möglichst weitgehender wissenschaftlicher Brauchbarkeit zu suchen; wir könnten verlangen, daß die Bestimmung auf Merkmale eines bestimmten Begriffskreises zurückgeht u. dgl. mehr. Es wird genügen, hier auf zwei Fälle dieser Art hinzuweisen, denen, mit Rücksicht auf bestimmte Verhältnisse unseres Wirklichkeits-Erkennens, eine besondere Bedeutung zukommt. Der eine besteht darin, daß für den zu suchenden Begriff eine gewisse *Einheitlichkeit* gefordert wird. Bemerken wir, wie das die Natur unserer Erfahrung und Beobachtung häufig mit sich bringt, zunächst die regelmäßige Koexistenz gewisser Merkmale, Vorgänge usw., so werden wir zu der Bildung eines diese alle vereinigenden Begriffes ge-

[1]) Dafür, daß wir auch unter diesen Umständen von einer Bestimmung des ursprünglichen Begriffes sprechen können, ist natürlich Voraussetzung, daß die bindenden Bestimmungen in einer gewissen Annäherung für ihn zutreffen, wir also durch diese zu einer Modifikation des ursprünglichen Begriffes, nicht aber zu einem gänzlich verschiedenen neuen geführt werden.

langen. Unter solchen Umständen sind wir meist veranlaßt, die Frage nach dem Grunde jener regelmäßigen Verknüpfung aufzuwerfen, und wir können nicht selten mit einem gewissen Rechte vermuten, daß die zunächst bemerkten Erscheinungen alle von einem einheitlich angebbaren Umstande abhängen. Die Frage nach diesem gemeinsamen Grunde läßt sich so auffassen, daß wir eine substituierende Begriffsbestimmung fordern, indem wir die zahlreichen zunächst beobachteten Merkmale durch andere zu ersetzen wünschen. Der Substituierung ist aber überdies noch ein ganz besonderes Ziel dadurch gesteckt, daß wir einen einheitlichen Grund aller jener Merkmale vermuten und diesen anzugeben wünschen. — Der andere hier anzuführende Fall ist dadurch von Interesse, daß er sich in gewisser Weise der präzisierenden Begriffs-Bestimmung annähert. Die Erfahrung lehrt, daß nicht selten reale Gebilde sich in Gruppen zusammenordnen lassen, zwischen denen Uebergänge wohl denkbar erscheinen, aber tatsächlich nicht vorhanden sind. Im allgemeinen wird dies darauf beruhen, daß es ein oder einige ganz bestimmte Kriterien gibt, hinsichtlich deren Abstufungen und Uebergänge nicht vorkommen. Definieren wir die Gruppen nach diesen Kriterien, so gelangen wir damit zu Real-Begriffen, die, ohne vielleicht ihrer logischen Natur nach vollkommen fixiert zu sein, doch den Anforderungen der Präzision insofern entsprechen, als es Realitäten, deren Zurechnung zweifelhaft erscheinen könnte, tatsächlich nicht gibt. Wir können im Hinblick hierauf uns die Aufgabe stellen, einen Begriff in dieser, wie man etwa sagen kann, praktisch präzisierten Weise zu bestimmen. Auch hier haben wir es mit einer bestimmten Art der Bindung zu tun.

Ich habe mich im Bisherigen bemüht, die mannigfaltigen, unter den vieldeutigen Ausdruck der Begriffsbestimmung zusammenzufassenden Aufgaben möglichst genau zu charakterisieren, und insbesondere die verschiedenen hier auseinanderzuhaltenden Fälle streng zu sondern. Wurden zu diesem Ende hauptsächlich Fälle ins Auge gefaßt, die als wohlcharakterisierte Typen gelten können, so wird es nicht überflüssig sein, zu erwähnen, daß hier auch Kombinationen und Uebergänge in mancherlei Weise vorkommen können. Eine Verfolgung dieser Verhältnisse bietet, wenn wir sie in ganz allgemeiner Weise führen, wenig Interesse; es darf hier um so mehr darauf verzichtet werden, als wir uns mit einzelnen Fällen dieser Art unten, wenn auch unter etwas anderem Gesichtpunkte, zu beschäftigen haben. Nur in einer Richtung möchte ich der obigen allgemeinen Besprechung der Begriffsbestimmungen noch eine Ergänzung hinzufügen. Wir haben, um unsere Betrachtungen nicht zu sehr zu verwickeln, hier keine Rücksicht darauf genommen, daß eine Reihe von Begriffen, wie namentlich diejenigen, die konkret-individuelle Gegenstände, Vorgänge usw. bedeuten, schon durch ihren Inhalt ein bestimmtes Real-Wissen verkörpern, und uns daher hauptsächlich auf solche beschränkt, bei denen dieser Umstand wenig oder gar nicht hervortritt. Den obigen Darstellungen können wir daher noch einige, zwar nicht sehr wichtige, aber im Interesse

der Vollständigkeit doch wünschenswerte Bemerkungen hinzufügen, die den besonderen Verhältnissen gerade solcher Begriffe gelten. Fragen wir zunächst, wie weit die bisher besprochenen Aufgaben auch gegenüber Begriffen dieser Art in Betracht kommen, so ist ersichtlich, daß auch hier von einer identifizierenden Bestimmung wohl die Rede sein kann, diese jedoch meist auf eine nicht in bestimmter Weise lösbare, auch kein eigentliches Interesse bietende Aufgabe hinausläuft. So können wir wohl fragen, welches die tatsächliche Bedeutung des Begriffes Caesar oder 30jähriger Krieg sei. Allein, wie an früheren Stellen besprochen wurde, ist die Abgrenzung dessen, was zum Inhalt eines solchen Begriffes gehört, und was als von ihm geltend gewußt wird, sehr schwankend und in hohem Maß eine Sache willkürlicher Auffassung. Und wenn wir, in der einen Richtung möglichst weitgehend, alles von einem Begriff Auszusagende seinem Inhalt zurechnen, so wird nun eben diese Summe eine individuell ungemein verschiedene sein. Es versteht sich daher, daß die identifizierende Bestimmung solcher Begriffe, wiewohl theoretisch denkbar, doch kaum jemals eine Aufgabe von praktischer Bedeutung sein wird. — Für die substituierende Begriffsbestimmung ergibt sich aus diesen Verhältnissen zunächst keine Aenderung. Eine indirekte Bezeichnung der vorhin erwähnten Art kann durch einen Komplex von Merkmalen gegeben sein, deren Zusammenhang schon eine gewisse Summe von Real-Wissen darstellt, und es kann dann die Ersetzung dieses ganzen Komplexes gefordert werden. Zu beachten ist dabei nur, daß zufolge der mehr erwähnten Umstände es vielfach zweifelhaft sein wird, ob ein bestimmtes Merkmal dem zu ersetzenden Begriffe zugerechnet oder als etwas von ihm urteilsmäßig Geltendes betrachtet werden soll. Suchen wir also einen Begriff, für den dieses Merkmal zutrifft, so wird sich dies je nach dem Wechsel dieser Auffassung als substituierende oder als gebundene Begriffsbestimmung auffassen lassen. In Fällen dieser Art können also diese beiden Aufgaben ohne sichere Abgrenzung in einander übergehen.

Abgesehen hiervon ergeben sich aus den hier herangezogenen Verhältnissen teils noch andere Aufgaben, die sich den bisher erwähnten anschließen, teils auch gewisse Modifikationen dieser letzteren. Wenn ein Begriff durch die Verknüpfung einer Anzahl von Elementen ein bestimmtes Wissen repräsentiert, bestimmte Urteile verkörpert, so ist natürlich auch mit der Möglichkeit zu rechnen, daß diese Verknüpfung eine positiv unrichtige ist. Es ergibt sich daher für derartige Begriffe die Aufgabe einer Prüfung und event. einer modifizierenden Bestimmung, die wir schlechtweg als eine berichtigende zu bezeichnen hätten. Entsprechend ist aber auch für etwaige Modifikationen eines solchen Begriffes allemal die Forderung zu stellen, daß er resp. die in ihm dargestellten Urteile richtig bleiben, woraus sich dann sowohl für gebundene als für präzisierende Begriffsbestimmungen gewisse Beschränkungen ergeben können. — Ein weiterer hier anzuführender Punkt ist der, daß die als Präzisierung oder in der Form der Bindung geforderten Modifikationen eines Begriffes nicht allein im Anschluß an eine identifizierende oder substituierende Bestimmung und in der hierdurch vorgezeichneten Weise erfolgen können, sondern auch in einer andern Form, die gerade darauf beruht, daß im ursprünglichen Begriff mehr Merkmale vereinigt sind als für seine eindeutige Bestimmung erfordert werden. Es kann der Fall sein, daß von den zahlreichen zunächst verknüpften Merkmalen eines sich als das in dieser oder jener Richtung bedeutungsvollste, das am schärfsten zu bestimmende oder dgl. herausstellt. Alsdann wird die Aufgabe einer präzisierenden

oder irgendwie gebundenen Begriffsbestimmung durch die Heraushebung und Festlegung gerade dieses Merkmals, durch eine Auswahl zu erfolgen haben. Endlich wäre hier anzuführen, daß wenn wir, der vorhin erwähnten extremen Auffassung folgend, alles von einem Begriff Geltende seinem Inhalt zurechnen wollen, wir wohl auch jede ihn betreffende Vermehrung unserer Kenntnisse eine Bestimmung des betreffenden Begriffes nennen könnten, eine Bestimmung, die im Gegensatz zu den andern uns hier vornehmlich interessierenden etwa eine ergänzende zu nennen wäre.

Es ist hier der Ort, auch noch eine Bemerkung über die gewählten Bezeichnungen zu machen. In einigen der hier unterschiedenen Fälle fordern wir einen Begriff, der einem von Haus aus gegebenen äquivalent sein soll; in anderen Fällen dagegen ist der Aufgabe ein anderes Ziel gesteckt und es ist daher im voraus fraglich, ob der zu erhaltende Begriff sich mit einem bereits gegebenen deckt oder ob und inwieweit er von ihm abweicht. Es läge nahe, diese beiden Hauptfälle schon durch die allgemeine Benennung auseinanderzuhalten, und nur im ersteren von der Bestimmung eines Begriffes, im letzteren dagegen von einer Begriffsbildung zu sprechen, ähnlich wie es z. B. Rümelin[1]) tut.

Indessen ist zu bedenken, daß auch diese Begriffsbildungen in der Regel an einen bereits gegebenen Begriff anknüpfen, als dessen verbessernde Modifikationen sie erscheinen, und daß wir gerade auch solche Abänderungen als Bestimmungen eines Begriffes zu bezeichnen gewohnt sind. Aus diesem Grunde ist es mir richtiger erschienen, für alle hier in Betracht kommenden Aufgaben den Ausdruck der Begriffsbestimmung anzuwenden und die besondere Natur durch adjektivische Hinzufügungen zu kennzeichnen.

Aus den Resultaten, zu denen uns die obigen Betrachtungen führen, haben wir vor allem hervorzuheben, daß die Aufgaben, von denen zu reden war, sich sämtlich unserer allgemeinen Urteilslehre einordnen. In der Tat bewegen sich identifizierende und substituierende, gebundene und berichtigende Begriffsbestimmung, wie jeweils erwähnt und hervorgehoben, in den bestimmten und bekannten Urteils-Arten. Und auch die präzisierende Begriffsbestimmung war in der bedingten Weise, in der sie überhaupt als wissenschaftliche Aufgabe anerkannt werden konnte, mit allgemeinen logischen Prinzipien ohne weiteres im Einklange. Dagegen werden wir, eben im Hinblick auf die allgemeinen Grundlagen der Logik, bestreiten müssen, daß abgesehen von den hier dargelegten Modalitäten die Bestimmung eines Begriffes noch einen andern selbständigen Sinn besitzt. Und wir berühren hiermit den Punkt, in dem sich an die obigen Darlegungen ein weitergehendes Interesse knüpft. Denn es ist ja zunächst deutlich, daß die zahlreichen Untersuchungen, die als Begriffsbestimmungen bezeichnet worden sind und ihr Ziel in einer Definition suchten und fanden, ihre Aufgabe meist nicht in der hier erörterten Weise aufgefaßt haben. Es sei hier nur an die Bemühungen erinnert, den Begriff der Philosophie selbst zu bestimmen, auf die Versuche auf ethischem und ästhetischem Gebiete, die sich auf Begriffe wie diejenigen der Ehre oder der Strafe, der Anmut oder des Humors, auf die

[1]) Juristische Begriffsbildung. Leipzig 1878.

Begriffe bestimmter Kunstformen, wie der Fabel, der Tragödie, des Sittenbildes erstrecken, an die rechtswissenschaftlichen Untersuchungen über den Begriff des Vertrages, der Gefahr, die Bemühungen der Nationalökonomen um den Begriff des Wertes usw. Wenn nicht als bestimmt formuliertes Prinzip, so doch jedenfalls als stillschweigende Voraussetzung hat einem großen Teil solcher Untersuchungen die Meinung zugrunde gelegen, daß die zutreffende Bestimmung eines Begriffes eine genügend bezeichnete Aufgabe sei, die ohne weiteres in Angriff genommen werden könne, deren Lösung als möglich und auch nur in einer bestimmten Weise möglich vorausgesetzt werden dürfe, und deren als Definition des betreffenden Begriffes zu erhaltendes Resultat eine wertvolle Bereicherung unseres Wissens darstelle. Vom Standpunkt der Urteilslehre aus erscheinen diese Bestrebungen schon insofern auffällig, als gerade die Definitionen Sätze darstellen, deren Einordnung in unsere Urteils-Arten nicht ohne weiteres möglich, deren Natur in dieser Beziehung nicht ersichtlich ist. Wollen wir die Definition, einem ersten Anschein folgend, als analytisches Urteil betrachten, so scheitert dies schon an der direkten und zwingenden Evidenz, die diesen Urteilen zukommt. Höchstens da könnte diese Auffassung zutreffen, wo wir es, wie in der Mathematik, mit völlig fest stehenden Definitionen zu tun haben, oder etwa da, wo der Einzelne nach seinen Intentionen einen Begriff willkürlich bildet, und wo daher die Definition nicht mehr beansprucht, als diese von dem Urheber des Begriffes festgelegte Bedeutung anzuzeigen. Aber schon die Anschauung, daß die richtige Definition zu suchen sei, daß eine Definition auch falsch, daß sie, wie die Schullogik lehrt, zu eng oder zu weit sein könne, weist auf eine andere Bedeutung hin. Wenn hier davon ausgegangen wird, daß die unrichtige Definition dem Begriff etwas zurechnet, was ihm nicht zugehört, oder etwas ihm Zugehörendes ausschließt, so setzt dies offenbar voraus, daß in irgend einer Weise feststeht, was ihm zuzurechnen ist oder nicht. Man kann in dieser Hinsicht an einen psychologisch fixierten Gebrauch denken, und gelangt so dazu, die Definition im Sinne unserer identifizierenden Begriffsbestimmung als psychologisches Real-Urteil aufzufassen. Dem entspricht es aber nicht, daß von der Definition doch in der Regel eine Klärung und Berichtigung unseres Denkens erwartet wird. Meist hat denn auch jenen Bestrebungen wohl vor allem die stillschweigende Annahme einer in irgend einem Sinne objektiven Richtigkeit der zu suchenden Definition zugrunde gelegen. Nicht selten hat sich diese Meinung dahin verdichtet, ja die Aufgabe der Definition ist vielleicht vorzugsweise häufig in dem Sinne aufgefaßt und dargestellt worden, daß sie den in einem Begriff steckenden eigentlichen Kern oder das wahre Wesen zu erfassen und klarzulegen habe, eine Formulierung, bei der die Definition wiederum als Real-Urteil erscheinen wird. Aber es läßt sich nicht übersehen, daß gerade die Erfassung „des Wesens“ eine gänzlich unbestimmt formu-

lierte Aufgabe ist, der je nach der Natur der Begriffe, um die es sich handelt, die verschiedenste Bedeutung zukommen kann. Bei Begriffen, die einen verwickelten und zusammengesetzten realen Vorgang bezeichnen, kann damit die einheitliche Ursache gemeint sein, von der die an ihm aufzuweisenden Besonderheiten sämtlich abhängen. In andern Fällen wird es sich lediglich um das handeln, was für uns in irgend einem Sinne das Wichtigste oder Interessanteste ist. Ueberdies ist auch hierbei vorausgesetzt, daß die Bedeutung des Begriffes in gewissem Sinne schon feststehe. So können wir etwa nach dem eigentlichen Wesen der Zufalls-Spiele fragen, indem wir davon ausgehen, daß damit Roulette, Würfeln, Kopf und Schrift usw. gemeint sind. Aber wir können nicht in ähnlichem Sinne den Begriff des Vorsatzes oder des Unfalls suchen. Denn hier handelt es sich nicht um einen bestimmt abgegrenzten Kreis von Vorgängen, über den etwas zu ermitteln wäre, sondern es soll diese Abgrenzung gerade erst gesucht und festgestellt werden. Auch ist sie nicht durch konkret-reale Verhältnisse gegeben; der Vertrag oder der Vorsatz, die Strafe usw. sind keine Realitäten, deren Beschaffenheit und Verhalten ähnlich wie die des Himalaya-Gebirges oder des Schwefels zum Gegenstand der Untersuchung gemacht werden könnten.

Nach all dem müssen wir es also bestreiten, daß die Begriffsbestimmung eine genügend bezeichnete Aufgabe sei, und wir müssen anderseits behaupten, daß die Definition nur dann ein Urteil von greifbarer Bedeutung darstellt, wenn wir in ihr die Lösung einer der vorhin dargelegten besonderen Aufgaben erblicken und ihren Sinn dadurch des Genaueren festlegen. Aber es läßt sich nicht verkennen, daß wir hier mit hergebrachten, vielfach anerkannten und in gewissem Umfange auch bewährten Betrachtungs- und Verfahrungsweisen in einen gewissen, mindestens scheinbaren Widerspruch geraten, dessen Aufklärung gewünscht werden kann[1]). — Die genauere Prüfung läßt nun er-

[1]) Selbstverständlich ist auch die hier vertretene Meinung vielmals zu Worte gekommen, indem betont wurde, daß die Aufgabe einer Begriffsbestimmung in der Luft schwebt, wenn ihr nicht durch irgend eine besondere Hinzufügung eine feste Grundlage gegeben wird. Die in diesem Sinne geltend gemachten Erwägungen führen im allgemeinen auf den einen oder anderen der vorhin verfolgten Gedankengänge. Eine Annäherung an den hier eingenommenen Standpunkt darf wohl namentlich darin erblickt werden, wenn Rickert (Die Lehre von der Definition, 2. Auflage, Tübingen 1915) davon ausgeht, daß der gesuchte Begriff zum Aufbau einer wissenschaftlichen Erkenntnis geeignet sein soll, und in diesem Zwecke (a. a. O. S. 28) oder in dem leitenden Gesichtspunkt einer bestimmten Wissenschaft (a. a. O. S. 49) jene Grundlage findet. Da diejenige Aufgabe, die wir eine identifizierende Begriffsbestimmung nannten, sich etwa mit dem deckt, was R. als bloße Erklärung einer Wortbedeutung von seiner Untersuchung ausschließt, und da es sich daher bei den von ihm ins Auge gefaßten Fällen überall um die Bildung oder Aufsuchung eines geeigneten Begriffes handelt, so ist jene Charakterisierung der Aufgabe als durchaus zutreffend anzuerkennen. Dagegen darf man wohl bezweifeln, ob eine so allgemeine Formulierung überall genügt. Schon um zu beurteilen, ob die gestellte Aufgabe überhaupt lösbar, ob ihr nur auf eine oder auf mancherlei Weise entsprochen werden kann, namentlich aber auch um ihre logische

kennen, daß, wenn die Untersuchungen, die sich schlechtweg die Bestimmung eines Begriffes zum Ziele steckten, oft zu ganz einwandfreien und wertvollen Ergebnissen geführt haben, dies in besonderen Umständen seinen Grund hat, die zwar vielfach, aber keineswegs überall gegeben sind. Auch sind es nicht allemal die gleichen, sondern wir können in dieser Richtung mancherlei Verschiedenes auseinanderhalten. Der einfachste hierhergehörige Fall ist der, daß für einen Begriff nach Maßgabe der Sachlage eine Bestimmung nur in einem Sinn überhaupt in Frage kommt. Handelt es sich um Begriffe, für die in erster Linie eine identifizierende Bestimmung gefordert werden kann und muß, so wird dieser Fall dann eintreten, wenn der Gebrauch eines Begriffes ein derart fixierter und regelmäßiger ist, daß seine tatsächliche Bedeutung (in dem oben dargelegten Sinne) eine vollkommen oder doch annähernd scharf angebbare ist, somit für eine präzisierende Bestimmung kein Anlaß besteht. Liegen für den Begriff keine besonderen Geltungs-Beziehungen vor, die etwa eine gebundene Bestimmung wünschenswert machen können, so wird derjenige, der sich die Begriffsbestimmung zur Aufgabe stellt, sie naturgemäß im Sinne der identifizierenden in Angriff nehmen. Auch wird alsdann die identifizierende Definition ohne weiteres als abschließend und befriedigend empfunden werden. Dieses einfachste Verhalten wird man zwar selten in aller Strenge, häufig dagegen in einer gewissen Annäherung verwirklicht finden. In den verschiedensten Gebieten begegnen wir Begriffen, denen wir eine im obigen Sinne tatsächliche, durch ihren gewohnheitsmäßigen Gebrauch gegebene Bedeutung zuschreiben können, deren Anwendung aber einen besonders hohen Grad von Sicherheit und Konsequenz bekundet. Bei ihnen kann denn ganz in der oben erwähnten Weise geprüft werden, was wir dem Begriffe zurechnen, ohne daß wir dabei auf Fälle stießen, bezüglich deren sich eine Unsicherheit oder ein Zweifel erhöbe. Was wir eine Messung, ein Experiment, ein Rätsel nennen, wird sich auf diese Weise ermitteln lassen; auch die Begriffe wenigstens einzelner Arten künstlerischer Erzeugnisse dürften eine ähnliche Sicherheit besitzen. Die identifizierende Begriffsbestimmung führt hier zu einem auch hinichtlich der Präzision befriedigenden Ergebnis. Und so ist denn auch kein Nachteil damit verknüpft, wenn über die Natur der geführten Untersuchung eine gewisse Unklarheit besteht, das gewonnene Resultat als die Erfassung des „eigentlichen Wesens" betrachtet wird. — Aehnliches gilt wohl

Natur selbst klarzulegen, werden wir jenen allgemeinen Gedanken doch des Genaueren verfolgen müssen. Dabei ist dann in erster Linie zu prüfen, ob es sich lediglich um die Gewinnung möglichst scharf bestimmter Begriffe, um eine möglichst weitgehende und fruchtbare wissenschaftliche Verwendbarkeit handeln soll, oder ob verlangt wird, daß der Begriff in ganz bestimmte urteilende Verknüpfungen zutreffend eingeführt werden kann. Mit solchen Erwägungen würden wir in die oben verfolgten Gedankengänge, namentlich die Unterscheidung einer präzisierenden und gebundenen Begriffsbestimmung einlenken.

auch manchesmal für substituierende Bestimmungen. Wenn sowohl die zu ersetzenden Merkmale als diejenigen, auf die wir bei der Substitution geführt werden, hinlänglich scharf und genau bezeichnet erscheinen, so kann es auch hier dazu kommen, daß für eine die Untersuchung störende Einmischung anderer Aufgaben keinerlei Anlaß und Gefahr gegeben ist.

Weit häufiger jedoch findet für die Aufgaben der Begriffs-Bestimmung eine Vereinfachung in anderer Weise statt, dadurch nämlich, daß die Bestimmung eines Begriffes in einer der oben auseinander gehaltenen Bedeutungen zugleich die auch in einem anderen Sinne zutreffende Bestimmung darstellt, somit zwei oder mehr der dort unterschiedenen Aufgaben tatsächlich in Einem gelöst werden können, durch eine Koinzidenz, wie wir diesen Sachverhalt kurz bezeichnen wollen. Erwähnen wir in dieser Hinsicht zunächst den Fall, daß einem präzisierten Begriffe diese oder jene andere Bedeutung zukommt, somit durch die präzisierende Bestimmung zugleich auch eine Aufgabe gelöst erscheint, die wir uns in der Form einer gebundenen Begriffsbestimmung stellen könnten. Beispiele hierfür finden wir namentlich im Zusammenhange mit der Rechtswissenschaft. Diese verlangt die präzisierende Bestimmung einer ganzen Anzahl auch dem gewöhnlichen Denken geläufiger Begriffe und geht dabei von der Erwartung aus, auf diesem Wege zugleich zu Begriffen zu gelangen, die eine ganz bestimmte rechtswissenschaftliche Anwendung gestatten. Streng genommen wird eine Begriffsbestimmung, an die wir diese Anforderung stellen, als eine gebundene zu bezeichnen sein. Denken wir aber an Begriffe wie diejenigen des Vorsatzes, des Vertrages, des Versuchs, so leuchtet ein, daß in vielen Fällen die scharfe Erfassung irgend welcher Verhaltungsweisen zwar zunächst nur den Anforderungen einer präzisierenden Begriffsbestimmung entspricht, zugleich aber auch das bezeichnet, was uns in rechtswissenschaftlicher Hinsicht interessiert, und somit zugleich die zutreffende Lösung einer als gebundene Begriffsbestimmung sich qualifizierenden Aufgabe darstellt. In anderen Fällen liegen die Verhältnisse wohl eher umgekehrt, so daß Begriffsbestimmungen zunächst und in erster Linie im Hinblick auf bestimmte bindende Voraussetzungen ausgeführt werden. Gelangt man aber dabei zu relativ scharf angebbaren Begriffen, so ist damit zugleich auch der Anforderung einer präzisierenden Bestimmung Genüge geschehen. So dürfte es sich z. B. bei vielen der Aesthetik angehörigen Begriffen verhalten, namentlich denjenigen, die gewisse Kunstformen bezeichnen. Wer es unternimmt, das Wesen der Tragödie, des Romans u. dgl. darzulegen, und dies durch eine Definition tut, der wünscht im allgemeinen jedenfalls mehr und anderes zu leisten, als eine Charakterisierung derjenigen Kunstprodukte, die hergebrachter Weise so genannt werden, oder die genauere Abgrenzung eines, und die Ausscheidung eines andern Teils, mehr also als eine identifizierende oder auch eine präzisierende Begriffsbestimmung.

Unverkennbar wird die Aufgabe wohl immer unter Voraussetzung bindender Merkmale in Angriff genommen, und zwar solcher, die von der Natur der ästhetischen Wert-Urteile sind. Dies liegt schon darin, daß ja unter allen Umständen von der Voraussetzung ausgegangen wird, daß es sich um eine berechtigte, ästhetisch zu billigende Kunstform handeln solle. Ohne Zweifel aber kann die Hervorhebung gewisser ästhetisch geforderter Kriterien uns zu einer relativ präzisen Abgrenzung der Kunstform führen.

Können wir in manchen Fällen die weitgehende Bedeutung, die wir einer Begriffsbestimmung beimessen, aus derartigen Koinzidenzen genügend erklären, so lehrt doch die Prüfung weiterer Fälle, daß meist Verhältnisse von etwas anderer Art dabei mit ins Spiel kommen. Schon oben wurde auf die Beziehungen hingewiesen, die zwischen präzisierenden und identifizierenden Begriffsbestimmungen bestehen. Im allgemeinen ist ja die erstere gerade da angezeigt, wo die tatsächliche Bedeutung eines von Haus aus gegebenen Begriffes eine schwankende und unsichere ist. Die Aufgabe einer identifizierenden Begriffsbestimmung ist dann in absolut strenger und erschöpfender Weise gar nicht, jedenfalls nicht in der Form einer Definition, lösbar. In die psychologischen Vorgänge, die für eine solche in Betracht kommen, gewährt uns aber die präzisierende Bestimmung des Begriffes einen gewissen Einblick, während anderseits eine detaillierte und erschöpfende Verfolgung dieser Verhältnisse, eine Darlegung der Unsicherheiten, Schwankungen und Widersprüche, mit denen der tatsächliche Gebrauch des Begriffes behaftet ist, ohne nennenswertes Interesse ist. So erscheint denn, wie wir kurz sagen können, durch die präzisierende Bestimmung eines Begriffes zugleich auch die Aufgabe, seine tatsächliche Bedeutung anzugeben, zwar nicht in aller Strenge, doch aber in einer bedingten und annähernden Weise gelöst, die uns genügt, weil eine strengere Lösung nicht möglich ist oder ohne erhebliches Interesse sein würde. Verhältnisse dieser Art werden überall bestehen, wo der Gang unseres Denkens und Erkennens es mit sich bringt, daß ein bedeutungsvoller und relativ scharf angebbarer Begriff zunächst mehr oder weniger undeutlich erfaßt, und daher ein ihm annähernd entsprechender Vulgär-Begriff vorgebildet wird. Vor allem lassen die bedeutungsvollen, der Logik selbst angehörigen Begriffe den eben skizzierten Sachverhalt erkennen. Begriffe, wie diejenigen des Gesetzes, der Ursache, der Notwendigkeit und Möglichkeit, des Zufalls, des Zweckes usw. entwickeln sich in unserm Denken zunächst, ohne daß wir einen endgültigen Sinn anzugeben vermöchten, dem ihre uns geläufigen Anwendungen entsprechen. Ihre Bedeutung erscheint in der mehr erwähnten Weise durch einen mehr oder minder feststehenden Gebrauch als eine tatsächlich gegebene. Die Untersuchung hat daher hier stets an gewisse uns geläufige Verfahrungs- und Betrachtungsweisen anzuknüpfen und somit dem Wege einer identifizierenden Begriffs-Bestimmung zu folgen.

Lehrt sie nun aber, wie es im allgemeinen der Fall ist, daß diese tatsächliche Bedeutung einer relativ scharf angebbaren annähernd, wenn auch nicht genau entspricht, und knüpft sich an diese Abweichungen, da sie schwankender und unregelmäßiger Art sind, kein nennenswertes Interesse, so wird eine präzisierende Festlegung auch der Aufgabe einer identifizierenden Bestimmung in der approximativen Weise entsprechen, über die hinauszugehen wir keinen Anlaß haben. Gerade in diesen Fällen wird daher die gewonnene Bestimmung schlechtweg als die zutreffende und richtige erscheinen. Und es wird auch für die Untersuchung kaum von Nachteil sein, wenn sie in diesem Sinne, ohne Auseinanderhaltung der verschiedenen Aufgaben und Ziele, in Angriff genommen wird. — Ganz ähnlich liegen die Dinge wohl aber auch für eine große Zahl anderer Begriffe. Denken wir z. B. an die Unterscheidung, die wir zwischen Instinkt und Trieb zu machen pflegen. Die Sicherheit, mit der wir in manchen Fällen von dem einen, in manchen von dem andern reden, weist uns auf greifbare Unterschiede der tatsächlichen Bedeutung hin. Es ist, wie schon früher bemerkt, in hohem Grade psychologisch merkwürdig, welche Genauigkeit die, lediglich durch eine Reihe einzelner Anwendungen entwickelte Bedeutung solcher Begriffe erreicht, und mit welcher Sicherheit wir daher ohne eine bewußte Kenntnis dieser Bedeutungen zwischen zwei solchen Begriffen unterscheiden. Gleichwohl ist diese Sicherheit immer nur eine bedingte; es wird auch an Fällen nicht fehlen, in denen sich über die Einordnung Zweifel erheben, die also die mehr oder weniger schwankende Natur jener tatsächlichen Bedeutung erkennen lassen. Bei dem Versuch einer identifizierenden Bestimmung werden wir daher meistens zu einem Begriff gelangen, dessen Bedeutung von der zunächst gegebenen tatsächlichen mehr oder weniger abweicht, nämlich schärfer ist. Die Bestimmung ist also eine präzisierende. Die Aufgabe der Identifizierung ist dabei wiederum streng genommen in einer nur bedingten Weise, aber doch auch insoweit gelöst, als sich ein Interesse daran knüpft. Und so kann denn auch in solchen Fällen die erhaltene Begriffsbestimmung unmittelbar einleuchten und als die schlechtweg richtige erscheinen. — Auf wiederum etwas andere Verhältnisse führt uns die Erwägung zahlreicher dem Real-Wissen angehöriger Fälle, in denen wir gleichfalls gewohnt sind, die zutreffende Bestimmung eines Begriffes als eine wichtige Förderung unserer Einsicht zu betrachten. Es wird nützlich sein, das, worauf es hierbei ankommt, durch die Betrachtung einiger Beispiele hervortreten zu lassen. Denken wir zunächst etwa an den Begriff der Zufalls-Spiele. Was wir so nennen, ist eine durch die Unberechenbarkeit der Ergebnisse, durch die Annäherung an konstante Verhältnisse bei häufigen Wiederholungen (Gesetz der großen Zahlen) und mancherlei anderes ausgezeichnete Gruppe von Verrichtungen. Die Untersuchung lehrt nun, daß in allen diesen Fällen die Ergebnisse durch außerordentlich geringe und daher unserer Wahrnehmung gänzlich entzogene Variierungen der bedingenden Umstände sich modifizieren, daß ferner diejenigen Spielräume des Verhaltens, die die einen und anderen Erfolge herbeizuführen geeignet sind, in zahlenmäßig angebbaren Verhältnissen stehen, und daß wir diese numerischen Verhältnisse auch mit Sicherheit und Genauigkeit festzustellen vermögen. Hieraus ergeben und erklären sich die vorhin erwähnten Besonderheiten. Wenn wir daher den Begriff des Zufalls-Spiels in diesem Sinne definieren, so können wir wohl sagen, daß wir diesen Begriff in zutreffender Weise bestimmt, daß wir damit „das eigentliche Wesen" der Zufalls-Spiele erfaßt haben. Die Begriffsbestimmung gewährt uns zugleich auch die Möglichkeit, das was den Zufalls-Spielen zuzurechnen ist, in schärferer Weise abzugrenzen, event. vielleicht zu übersehen, in welchen Hinsichten eine solche Abgrenzung nicht möglich ist, und wie die Zufalls-Spiele in andere Verrichtungen übergehen, die wir ihnen nicht mehr zurechnen. — Als ein anderes Beispiel sei hier das einer Infektionskrankheit, etwa des Typhus abdominalis erwähnt. Nach Maßgabe des zunächst Beobachtbaren bezeichnen wir mit diesem Namen eine Krankheit, die in sehr zahlreichen Fällen in annähernder Uebereinstimmung zur Beobachtung kommt, und durch eine ganze Anzahl regelmäßig miteinander verknüpfter Symptome charakterisiert ist. Dabei muß freilich sogleich erwähnt werden, daß diese Regelmäßigkeit keine vollkommen strenge ist. Wir sehen bald diese, bald jene Symptome stärker hervortreten, die einen oder anderen wohl auch ganz fehlen, wodurch dann der Begriff zu einem mehr oder weniger unbestimmten wird, und die Zugehörigkeit des konkreten Falles nicht selten zweifelhaft erscheinen kann. Lehrt uns hier nun die Untersuchung, daß es einen ganz bestimmten und wohl charakterisierten Infektionsträger gibt, durch dessen Einwanderungen und Ansiedelung im Organismus Krankheits-Erscheinungen dieser Art erregt werden, so wird es wiederum zutreffend erscheinen, den Typhus als die durch diesen Infektionsträger hervorgerufene Krankheit zu definieren. Und auch hier können wir wohl sagen, damit das „Wesen der Krankheit" erkannt und erfaßt zu haben. Dies ist namentlich insofern der Fall, als wir für die verschiedenen direkt beobachtbaren Symptome eine einheitliche Ursache kennen gelernt und damit für ihre regelmäßige Verknüpfung ein Verständnis gewonnen haben. Da ferner die Wirkungen des betreffenden Infektionsträgers je nach der Beschaffenheit des Organismus, den er befällt, und nach sonstigen Umständen beträchtlich variieren können, so ist es garnicht möglich, unter Benutzung dieser Merkmale zu einem einigermaßen scharf bestimmten Begriffe zu gelangen. Indem wir den Infektionsträger zum maßgebenden Kriterium machen, erreichen wir eine sehr wertvolle Präzisierung des Begriffes, die in vielen zunächst zweifelhaften Fällen über Zugehörigkeit oder Nicht-Zugehörigkeit einwandfrei entscheidet.

Das an diesen Beispielen Erkennbare läßt sich allgemeiner etwa

folgendermaßen fixieren. In sehr zahlreichen Fällen und aus den verschiedensten Gründen kommt es vor, daß Dinge, Vorgänge, Beziehungen, Verhaltungsweisen usw. sich in relativ gleichartige und einheitliche Gruppen deswegen zusammenordnen, weil sie hinsichtlich eines mehr oder weniger scharf angebbaren Kriteriums übereinstimmen. In der Regel ist dieses Moment der Uebereinstimmung nicht direkt erkennbar; wohl aber verrät es sich durch eine große Anzahl mit ihm zusammenhängender Folgen, die freilich je nach Umständen auch mehr oder weniger wechseln können, meist also keine sehr genaue Bezeichnung gestatten. So entsteht denn für uns zunächst der einigermaßen unbestimmte Eindruck, daß wir es hier mit einer Gruppe von Gleichartigem und Zusammengehörigem zu tun haben. Und wir gelangen so dazu, diese Zusammengehörigkeit durch einen bestimmten Namen zu fixieren, dessen zunächst gegebene Vulgär-Bedeutung sich an jene der Beobachtung am leichtesten zugänglichen oder am bedeutungsvollsten sich aufdrängenden Merkmale anschließt. Gelingt es nun, jenes bestimmte Kriterium zu erkennen, von dem die zunächst bemerkten Erscheinungen tatsächlich abhängen, so können wir dies wohl die schlechtweg zutreffende Bestimmung eines solchen Vulgär-Begriffes nennen. — Wollen wir die sich darbietende und hiermit gelöste wissenschaftliche Aufgabe einwandfrei formulieren, so werden sich die Dinge folgendermaßen darstellen. Die regelmäßige Verknüpfung einer Reihe verschiedener Besonderheiten legt uns die Vermutung nahe, daß wir es mit den Folgen einer relativ einheitlichen Verhaltungsweise zu tun haben. Die unmittelbar verständliche Frage, von der wir ausgehen, ist also die, worin der gemeinschaftliche Grund jener in einer gewissen Regelmäßigkeit mit einander verknüpften Merkmale zu suchen ist. Und bringen wir diese Frage auf die Form einer Begriffsbestimmung, so wird sie sich als gebundene charakterisieren und zwar von jener Form, bei der die Aufsuchung eines einheitlichen Begriffes verlangt wird. Da anderseits jene zunächst bemerkbaren Folgen, die den Inhalt des Vulgär-Begriffes ausmachen, sich nur in ungenauer Weise bezeichnen lassen, so können wir sagen, daß auch die Aufgabe einer präzisierenden Bestimmung, die gegenüber dem Vulgär-Begriff zu stellen ist, durch die erhaltene Definition gelöst erscheint. In den, wie gesagt, wohl nicht seltenen Fällen, die sich den eben erwähnten Beispielen ähnlich verhalten, bringt es also einerseits die Gestaltung der realen Verhältnisse, anderseits die Art unseres Wirklichkeits-Erkennens mit sich, daß die Aufgabe einer gebundenen (und zwar in einem ganz bestimmten Sinne gebundenen) und einer präzisierenden Begriffs-Bestimmung in Einem gelöst werden kann [1]). Auch für diese Fälle ist es verständlich, daß eine bestimmte

[1]) Wir haben hier vorausgesetzt, was in der Regel der Fall sein wird, daß die Definition auf ganz neue und in dem ursprünglichen Begriff nicht enthaltene Merkmale zurückgeht, also von der Art einer substituierenden ist. Doch kann

Definition ohne weiteres als die maßgebende und zutreffende erscheint. Demgemäß knüpft sich denn auch kein nennenswerter Nachteil daran, wenn die uns hier obliegende Aufgabe in der allerdings nicht einwandfreien Form gestellt und in Angriff genommen wird, daß der betreffende Begriff in der schlechtweg zutreffenden, sein eigentliches Wesen zum Ausdruck bringenden Weise bestimmt werden solle.

Die obigen Darlegungen lassen erkennen, daß für die als Begriffsbestimmung bezeichneten Aufgaben sehr häufig eine Reihe besonderer Umstände maßgebend in Betracht kommen. Sie bestehen, wie wir zusammenfassend sagen können, darin, daß von den verschiedenen hier eigentlich auseinanderzuhaltenden Aufgaben entweder nur eine in Frage kommt, oder aber mehrere durch die gleiche Definition, sei es streng gelöst, sei es in einer bedingten, uns allein interessierenden und jedenfalls genügenden Weise erledigt werden können. Hierdurch wird verständlich, daß Untersuchungen, die schlechtweg auf die Bestimmung eines Begriffes gerichtet sind, in einwandfreier Weise zu wertvollen Ergebnissen gelangen können, namentlich aber auch, daß die Gewinnung bestimmter Einblicke, sei es realwissenschaftlicher, sei es logischer und anderer Natur, dazu führt, einen Begriff in einer ganz bestimmten, event. vom Bisherigen abweichenden Weise zu fixieren, und dies nun als die unbedingt richtige, die allein zulässige Bestimmung des betreffenden Begriffes erscheint. Ein Ueberblick mannigfaltiger wissenschaftlicher Bestrebungen wird ohne Frage erkennen lassen, daß Verhältnisse dieser Art sehr vielfach gegeben sind. Sie werden sich großenteils den vorhin besprochenen Fällen anreihen; ob die obige Zusammenstellung in dieser Hinsicht erschöpfend ist, mag übrigens dahingestellt bleiben. Auf der andern Seite kann nun aber doch kein Zweifel darüber bestehen, daß die hier maßgebenden Umstände ganz und gar nicht überall verwirklicht sind. Wir werden erwarten müssen, daß wo dies nicht der Fall ist, die Verfolgung einer logisch nicht geklärten Aufgabe die Gefahr mancher Täuschungen und Irreführungen mit sich bringen muß. Dies bestätigt sich nun in der Tat in vollem Maße, und wir werden nicht unterlassen dürfen, diesen Täuschungs-Gefahren hier etwas genauer nachzugehen, teils wegen des allgemeinen Interesses, das sich an eine Anzahl der hierbei zu berührenden Probleme knüpft, namentlich aber auch, weil die Zulänglichkeit unserer Urteilslehre gerade daran geprüft werden muß, daß die ihr nicht einfügbaren Behauptungen oder Fragen sich als illusorisch herausstellen. — Zunächst darf hier bemerkt werden, daß selbst da, wo aus den vorhin dargelegten Gründen eine Definition als die unbedingt zutreffende oder die allein in Frage kommende bezeichnet werden darf, die ihr tatsächlich zukommende Bedeutung gerade dadurch, daß wir von

es wohl auch der Fall sein, daß die schließlich als maßgebend festgehaltenen Kriterien in dem ursprünglichen Begriff schon mit enthalten sind, die Begriffsbestimmung also die Form einer auswählenden annimmt.

einer Bestimmung des betreffenden Begriffes reden, oft mehr oder weniger verdunkelt wird, jedenfalls nicht so klar hervortritt, wie dies bei einer andern Formulierung der Aufgabe der Fall sein könnte. Fragen wir, welche Bedeutung eigentlich dem vielgenannten Merkmal der Tragödie, der Erregung von Furcht und Mitleid zukommt, so wird die Auskunft, daß eben hierin das wahre Wesen der Tragödie bestehe, sich doch im Grunde als inhaltslos oder als die verschleierte Darstellung eines bedeutungsvollen Sachverhaltes herausstellen. Der entscheidende Punkt ist offenbar der, daß das dramatisch dargestellte Zugrundegehen, in dem die vulgäre Betrachtung das erste und auffälligste Merkmal der Tragödie erblicken wird, nur dann ästhetisch gerechtfertigt ist, wenn es uns nicht allein erschüttert oder erschreckt, sondern jene höher zu bewertenden Emotionen auslöst. Und akzeptieren wir z. B. W i n d e l b a n d s Definition der Philosophie als der „Wissenschaft von den allgemein-gültigen Werten", so erscheint auch hier eine entsprechende Erläuterung nicht überflüssig. Wir können betonen, daß gerade der Wunsch, allgemein-gültige Werte zu finden, oder der Anspruch sie aufzuweisen, den verschiedenen, in diesem Punkte übereinstimmenden Bestrebungen, trotz der Ungleichheit der im Einzelnen verfolgten Ziele, einen gemeinsamen Charakter aufprägt, der ihre enge Verbindung verständlich macht, und der es auch ratsam erscheinen läßt, sie in einer wissenschaftlichen Disziplin zu vereinigen. Die Bedeutung jener Definition tritt, wie mir scheint, durch solche oder ähnliche Erwägungen klarer hervor, als in der Meinung mit ihr das wahre Wesen der Philosophie erfaßt zu haben.

Schwerer wiegende Nachteile werden sich natürlich ergeben, wenn die unzutreffende Auffassung dessen, was wir als Begriffsbestimmung anstreben und fordern dürfen, uns zu illusorischen Bemühungen veranlaßt oder zu positiven Täuschungen führt. Auch hierzu kann es in mancherlei Weise kommen. Der einfachste Fall ist der, daß nach Lage der Dinge mehr als eine Aufgabe sich darbietet, deren Lösungen tatsächlich n i c h t zusammenfallen. So können besonders gebundene Begriffsbestimmungen mit verschiedenen Bindungen in Frage kommen. Fassen wir die zutreffende Bestimmung eines Begriffes als eine fest gegebene einheitliche Aufgabe auf, suchen wir also einen Begriff, der mehreren bindenden Bestimmungen entsprechen soll, so werden wir unter Umständen ein völlig unerreichbares Ziel verfolgen. Wer sich die zutreffende Bestimmung des Begriffes der Verursachung zur Aufgabe stellt, und der Meinung ist, mit der Erreichung dieses Zieles sowohl für die Frage der strafrechtlichen Zurechnung wie der zivilrechtlichen Haftung die sichere Grundlage zu gewinnen, der wird zu keinem Ergebnis gelangen, weil die an der einen Stelle befriedigende Lösung immer wieder an der andern unzutreffend erscheinen wird. Und die Untersuchung wird noch mehr in Verwirrung geraten, wenn wir der Meinung sind, uns daran halten zu dürfen oder

zu müssen, was nach allgemeinem Gebrauch Verursachung genannt wird, also mit den beiden gebundenen auch noch die identifizierende Begriffsbestimmung vermengen. In solchen Fällen ist ein deutlicher Einblick in die logische Natur der gestellten Aufgabe unerläßlich. Fordern wir einen Begriff der Verursachung, der für die strafrechtliche Zurechnung maßgebend sein soll, so müssen wir darüber im Klaren sein, daß nach Maßgabe des bindenden Merkmals unsere Untersuchung von der Natur der Wert-Erwägungen sein muß, und ferner, daß das zu erhaltende Ergebnis weder durch seine Unanwendbarkeit im Zivilrecht noch durch seine Abweichung von dem Vulgär-Begriff der Verursachung als unrichtig erwiesen wird. — Häufiger sind wohl die Fälle, in denen mehrerlei verschiedene Bestimmungen eines Begriffes zwar nicht wie hier im Hinblick auf ganz bestimmte wissenschaftliche Beziehungen zu fordern, aber doch in gleichem Maße zulässig sind, so daß die Festlegung e i n e r Bestimmung sich nicht gerade als positiv unzulänglich, wohl aber als mehr oder minder willkürlich qualifizieren würde. Ein Beispiel hierfür bietet etwa der Begriff des Staates. Wir haben hier keinen Anhalt für die Fixierung bestimmter Merkmale, deren Zutreffen wir fordern, d. h. die wir als Grundlage für eine gebundene Begriffsbestimmung heranzuziehen veranlaßt oder genötigt wären. Wohl dagegen können wir gegenüber der schwankenden und durch vielerlei zufällige Umstände beeinflußten Vulgär-Bedeutung nach einem Begriffe suchen, der wissenschaftlich von besonders hohem Interesse und weitgehender Verwendbarkeit ist. Dies würde darauf hinauslaufen, daß wir unter den zahlreichen und mannigfaltigen Merkmalen, die den Formen menschlichen Zusammenlebens überhaupt zukommen können, solche heraussuchen, die sich entweder unmittelbar als vorzugsweise wichtig darstellen, oder aber gemäß den hier obwaltenden Gesetzen besonders wichtige Folgen mit sich führen. Diese Formulierung läßt sogleich erkennen, daß es zum mindesten fraglich ist, ob wir der so gesuchten Aufgabe gerade nur in der Form e i n e r bestimmten Definition des Staats-Begriffes genügen können. Denkbar, ja im Grunde wohl von vornherein viel wahrscheinlicher ist, daß sich mancherlei Verschiedenes mit etwa gleichem Rechte herausheben läßt, und daß die Abwägung Sache einer undiskutierbaren, subjektiven Bewertung sein wird. Dies schließt keineswegs aus, daß eine solche Untersuchung sich mit bedeutungsvollen Fragen beschäftigen und zu interessanten Ergebnissen führen kann. Wichtig wird nur sein, daß wir bei der Verfolgung dieser Fragen ihre logische Natur nicht aus den Augen verlieren und uns gegenwärtig halten, daß es einerseits auf eine Reihe realwissenschaftlicher Ermittlungen, anderseits aber auf die subjektive Bewertung dieser und jener Vorgänge und Verhaltungsweisen usw. ankommt. Dagegen würde es auch für die Untersuchungen dieser Art nur ein Hemmnis sein, wenn wir unsere Aufgabe darin erblickten, das eigentliche Wesen des Staates zu erfassen, oder den Begriff

des Staates in einer absolut richtigen Definition festzulegen. — Einen Fall ähnlicher Art bietet der im vorigen Kapitel besprochene Begriff der Naturwissenschaft. Er kann, wie wir sahen, in einem engeren und einem weiteren Sinne genommen werden. Offenbar wäre es irrtümlich, wenn wir uns durch die Meinung, es handle sich darum, den Begriff der Naturwissenschaft in einer absolut zutreffenden Weise zu bestimmen oder ihr wahres Wesen zu erfassen, darüber täuschen ließen, daß beide Fassungen des Begriffes zulässig sind, und daß es lediglich nach Rücksichten der Zweckmäßigkeit zu bestimmen ist, ob wir die eine oder die andere bevorzugen sollen.

Die Gefahr von Täuschungen, die mit der uns hier beschäftigenden Auffassung der Begriffsbestimmungen gegeben war, ist noch durch mancherlei besondere Umstände vermehrt worden, worauf mit einigen Bemerkungen einzugehen hier am Platze sein wird. Vor allem ist zu erwähnen, daß man vielfach die Gewinnung ganz präziser Begriffe als das selbstverständlich in erster Linie anzustrebende Ziel zu betrachten pflegte, ja wohl auch der Meinung war, daß dieses Resultat bei Sorgfalt und Scharfsinn sozusagen überall erreichbar sein müßte. Ist diese Anschauung auch wohl selten so direkt und allgemein ausgesprochen worden, so finden wir es doch häufig, daß eine Begriffsbestimmung ohne weiteres wegen ihrer Unschärfe als wertlos und verkehrt abgelehnt wurde. Und ersichtlich hängt dies auch mit der Anschauung zusammen, daß wir in der Definition den in einem Begriff steckenden Kern, das „eigentliche Wesen" desselben zu erfassen haben. Schwebt uns das eigentliche Wesen des Staates als etwas sozusagen objektiv Gegebenes und zu Suchendes vor, so wird sich damit auch vorzugsweise leicht die Meinung verknüpfen, daß dasselbe in jedem einzelnen zu erwägenden Falle gegeben oder nicht gegeben sein, daß seine Erfassung auch jeden Zweifel darüber ausschließen müsse, was dem Begriff des Staates zuzurechnen oder nicht zuzurechnen wäre, daß m. a. W. dieses eigentliche Wesen als ein völlig präziser Begriff sich müsse kennzeichnen lassen. — Wir werden dem gegenüber zunächst betonen müssen, wie äußerst beschränkt der Kreis derjenigen Begriffe ist, für die durch das Zurückgehen auf Elemente von typischer Bedeutung die Möglichkeit einer ganz scharfen Definition gegeben ist, und wie sehr die Summe derjenigen überwiegt, für die eine solche Präzisierung schon durch die Natur der Grundlagen, auf die wir sie in letzter Instanz nur basieren können, ganz ausgeschlossen wird. Erscheint hiernach in weiten Gebieten unseres Denkens das Zurückgehen auf vollkommen präzise Begriffe ausgeschlossen, so müssen wir dem aber auch hinzufügen, daß entgegen dem, was auf den ersten Blick als selbstverständlich erscheinen könnte, eine solche durchgängige Präzisierung unserer Begriffe, die Ausmerzung aller unbestimmten, keineswegs unbedingt und überall als Erfordernis oder auch nur als unweigerlich anzustrebendes Ziel gelten darf. In der Tat versteht sich nämlich, daß es in sehr vielen

Fällen die Genauigkeit unseres Wissens ist, was hier in letzter Instanz maßgebend sein muß, und daß die Genauigkeit der Begriffe, die wir zu seiner Darstellung verwenden, mit ihr Schritt halten muß, aber auch nicht über sie hinauszugehen braucht. Nun darf vielleicht eine abschließende Erkenntnis der Wirklichkeits-Gesetze als ein zwar fern liegendes, aber unserer geistigen Befähigung doch nicht grundsätzlich entzogenes Gebiet betrachtet werden. Und es erscheint danach gerechtfertigt, für diese auch die einzige in völlig präzisen Begriffen sich bewegende Form, die mathematische, in Aussicht zu nehmen und anzustreben. Dagegen wurde bereits in anderem Zusammenhange erwähnt, daß die unendliche Detailfülle der ontologischen Verhaltungsweisen unser Erkenntnis-Vermögen zwar absolut übersteigt, aber auch nur in sehr bedingtem Maße dasjenige Interesse besitzt, das uns zu ihrer Ermittlung oder ihrer wissenschaftlichen Fixierung Anlaß geben könnte. Auch wurde dort schon gezeigt, daß gerade eine mehr oder minder ungenaue Darstellung eines derjenigen Hilfsmittel bildet, durch das wir uns mit dieser Schwierigkeit abfinden. Daß wir Anlaß hätten, auch nur diejenigen Begriffe, die in wissenschaftlichem Gebrauche sind, und, so wie sie sich zunächst entwickelt haben, ein hohes Maß von Unbestimmtheit besitzen, durch ganz präzise zu ersetzen, oder daß wir die Unmöglichkeit, dies zu tun, als einen schwerwiegenden Uebelstand zu beklagen hätten, das werden wir bestreiten dürfen. Denken wir z. B. wiederum an einen Begriff, wie denjenigen des Staates. Daß es im Interesse wissenschaftlicher Darstellung wünschenswert ist, diesen Begriff genauer festzulegen, als es durch den allgemeinen Sprachgebrauch geschieht, darf ohne Zweifel zugegeben werden. Daß es aber ein wissenschaftliches Erfordernis ist, einen wirklich präzisen Begriff des Staates zu suchen, d. h. aus der Gesamtheit aller denkbaren oder realiter gegebenen Gestaltungen menschlichen Zusammenlebens diejenigen, die so zu bezeichnen sind, reinlich auszuscheiden, zwischen ihnen und denjenigen, die es nicht sind, eine scharfe Trennungslinie zu ziehen, wird sich kaum erweisen lassen. Ebenso wenig haben wir, soweit wenigstens die Aufgaben und Interessen des Real-Wissens in Betracht kommen, einen Anlaß, eine scharfe Begrenzung für den Begriff des Giftes, der Krankheit, des Krieges, der Arbeit, der Maschine, der Fabrik, des Gebirges u. dgl. zu fordern, oder die Unerfüllbarkeit einer solchen Forderung als Nachteil zu empfinden [1]).

[1]) Irre ich nicht, so hängt die Ueberschätzung der Begriffs-Präzision, insbesondere auch der Aufgabe, überall scharfe Grenzlinien zu ziehen, mit der Entwicklung zusammen, die die Logik von alten Zeiten her genommen hat. Schon an früherer Stelle hatten wir darauf hinzuweisen, wie sehr die Aufgaben einer ordnenden Einteilung ursprünglich im Vordergrund gestanden haben. Auch der große, oft sicherlich übergroße Wert, der auf präzise Abgrenzungen gelegt wird, darf vielleicht hiermit in Verbindung gebracht werden. Uebrigens soll natürlich nicht bestritten werden, daß in manchen Fällen die Festlegung eines ganz scharfen Begriffes, namentlich auch eines im obigen Sinn (S. 548) praktisch präzisen von großem technischem Wert sein würde. Niemand wird verkennen, daß z. B. die

Gerade an die Ueberschätzung der Begriffs-Präzision und die Verkennung der ihr naturgemäß gesteckten Grenzen knüpfen sich, wie ich glaube, manche Täuschungs-Gefahren. Vor allem ist dies bei denjenigen Begriffsbestimmungen der Fall, die die Bedeutung einer Real-Untersuchung haben, da hier die Forderung der Präzision geeignet ist, der Untersuchung ein durchaus problematisches und vielleicht gar nicht erreichbares Ziel zu stecken. Ein Beispiel hierfür ist der Begriff des Lebens. Wir bezeichnen mit diesem Namen eine Summe von Erscheinungen, die uns aus einer überaus großen Zahl von Beispielen bekannt sind. Wir können uns also zunächst im Sinne einer identifizierenden Begriffsbestimmung die Aufgabe stellen zu ermitteln, welche dies sind. Und wir werden so zu einem vermutlich ziemlich unbestimmten, jedenfalls aber zusammengesetzten Begriff des Lebens gelangen. In der Annahme, daß alle jene Erscheinungen von einer einheitlich angebbaren Besonderheit abhängen, können wir es unternehmen, diese herauszubringen, und in solchem Sinne nach dem „Wesen des Lebens" fragen. Aber es wäre verkehrt, und wir dürfen uns hierüber durch jene Form der Frage nicht täuschen lassen, ohne weiteres als selbstverständlich vorauszusetzen, daß es ein einheitliches Kriterium dieser Art notwendig geben müsse. Und noch weniger sind wir berechtigt im Voraus darauf zu rechnen, daß hier eine vollkommen sichere Grenzlinie gezogen oder ziehbar sein müsse. Vielmehr erscheint es durchaus denkbar, daß Zustände, die wir als belebt, und solche, die wir als unbelebt bezeichnen, in stetiger Weise ineinander übergehen. Die Entscheidung hierüber können wir lediglich als Ergebnis eines vervollständigten Erfahrungs-Wissens erwarten. Nicht das Wesen des Lebens zu ergründen, sondern höchstens in Erfahrung zu bringen, ob es ein bestimmtes, diesen Namen verdienendes Merkmal überhaupt gibt, können wir, wenn wir der Erfahrung nicht in unzulässiger Weise vorgreifen wollen, uns zur Aufgabe stellen.

Etwas anders machen sich die gleichen Umstände da geltend, wo die Präzisierung eines Begriffes von real-wissenschaftlichen Verhältnissen gar nicht oder doch nur von solchen abhängig ist, die, wie z. B. die bei der Identifizierung ins Spiel kommenden psychologischen Verhältnisse, unserer Beobachtung unmittelbar zugänglich sind, also als bekannt oder leicht erkennbar gelten können. Unternehmen wir es, den Begriff des Versuchs, des Vorsatzes u. dgl. zu bestimmen, so kann es kaum unbemerkt bleiben, daß wir auf ganz scharfe Kriterien nicht zurückgehen, eine ganz präzise Bestimmung jener Begriffe nicht erreichen können, uns also notgedrungen mit mehr oder weniger unscharfen Bestimmungen begnügen müssen. Gleichwohl ist die einseitige Betonung der Präzision zunächst insofern nicht ohne Nachteil, als sie zu einer gewissen Begünstigung solcher Definitionen führen kann, die die fließende Natur einer Anzahl von Bestimmungen lediglich verschleiern. Und noch wichtiger ist es vielleicht, daß sie die Aufmerksamkeit von den interessanten Aufgaben ablenkt, die gerade mit diesen Verhältnissen zusammenhängen. In zahlreichen Gebieten ist es für uns von hervorragendem Interesse, ausgedehnte Mannigfaltigkeiten nicht sowohl durch scharfe Grenzlinien in Teile zu zerlegen, als vielmehr über die Gesamtheit dessen, was sie umfassen, einen geordneten Ueberblick zu gewinnen. Hierzu gelangen wir, indem wir uns die in verschiedenen Richtungen vorkommenden und miteinander zu kombinierenden stetigen Abstufungen deutlich machen. Demgemäß sind denn gerade Begriffsbestimmungen, die sich die Aufgabe einer scharfen Abgrenzung nicht stellen, sondern ihre Aufmerksamkeit auf die fließenden Uebergänge richten, vielfach von besonderem Wert und Interesse, teils weil sie uns einen derartigen Ueberblick gewähren, teils auch weil sie zugleich unmittelbar erkennen lassen, aus welchen Gründen und in welchen Beziehungen scharfe Begrenzungen ausgeschlossen sind. — Es ist ferner hier daran zu erinnern, daß die psychologische Aufgabe einer identifizierenden Begriffsbestimmung durch die Namhaftmachung bestimmter Abstufungen in einer Weise gelöst werden kann, die, wiewohl sie uns nicht auf einen scharf angebbaren Begriff führt, doch in gewissem Sinne völlig befriedigend genannt werden darf. Können wir zeigen, daß zufolge ganz bestimmter Abstufungen diejenigen Fälle, die einem Begriff zugerechnet werden, zunächst in solche übergehen, bei denen die Zugehörigkeit mehr und mehr zweifelhaft erscheint, dann in solche, die ihm sicher nicht mehr zugehören, so sind hierdurch die gesamten in Frage kommenden psychologischen Verhältnisse in genügender Weise aufgeklärt. Ueberdies aber gelangen wir solcherart auch zu Begriffen, die sich mit den ursprünglich gegebenen besonders genau decken, insofern sie mit eben denselben Unbestimmtheiten behaftet, in eben denselben Hinsichten und der gleichen Weise fließend sind, wie jene [1]).

Von noch größerer Bedeutung ist es dann, daß zufolge mancher weiterer, hier des Genaueren nicht zu erörternder Umstände, die zutreffende Bestimmung eines Begriffes nicht selten für ein Verfahren von fast universeller Anwendbarkeit, für eine überall in erster Linie zu stellende Aufgabe gehalten worden ist, deren korrekte Lösung genügen müsse, um über einen Gegenstand sozusagen nach allen Rich-

Aufgabe der zoologischen oder botanischen Systematik durch einen ganz scharfen Begriff der Art sehr erleichtert werden würde. Wenn sich indessen ein solcher nicht geben läßt, so wird sich die Darstellung mit den daraus erwachsenden Schwierigkeiten abfinden müssen und auch abfinden können. Und am wenigsten wäre es zulässig, aus diesem wissenschaftlichen Bedürfnis die Möglichkeit eines solchen Begriffes zu folgern.

[1]) Die Betrachtungen, um die es sich hier handelt, gehen wiederum auf die stöchotaktischen Begriffe zurück, die, wie früher erwähnt, gerade zur Bezeichnung stetiger Abstufungen und Uebergänge geeignet sind. Auch hier muß also auf die einer andern Gelegenheit vorbehaltene speziellere Behandlung dieses Gegenstandes verwiesen werden.

tungen ins Reine zu kommen, alle mit ihm zusammenhängenden Probleme in erschöpfender und befriedigender Weise zu erledigen. Hieraus wird sich eine Irreführung immer ergeben, wenn sich an einen Begriff Probleme knüpfen, die in der Form einer Begriffsbestimmung gar nicht gelöst werden können, wenn also eine solche entweder überhaupt nicht in Frage kommt oder doch gegenüber den uns tatsächlich obliegenden wissenschaftlichen Aufgaben unzulänglich ist. Täuschungen sind hier besonders nahe gelegt, aber auch besonders verhängnisvoll, wenn, wie wie es bei vielen Begriffen der Fall ist, keineswegs ohne weiteres zu sagen ist, welche Fragen im Anschluß an sie aufzuwerfen sind, was wir mit Bezug auf sie eigentlich zu untersuchen oder zu ermitteln haben. Namentlich die mit ethischen oder ästhetischen Werturteilen zusammenhängenden Begriffe bilden vielfach in dieser Weise den Angelpunkt zahlreicher Fragen, deren klärende Sonderung eine nicht immer einfache Aufgabe ist. Man denke z. B. an Begriffe wie die der Ehre, der Strafe usw. Schon ein flüchtige Erwägung wird uns lehren, daß mit ihnen eine ganze Reihe von Problemen zusammenhängen, nicht minder aber auch, daß es nicht leicht ist, sich deutlich zu machen, w a s zu wissen , w e l c h e Fragen zu beantworten wir uns eigentlich zur Aufgabe stellen müssen. Für die wissenschaftliche Behandlung eines solchen Gegenstandes ist es also ein durchaus ungeeignetes Verfahren, wenn wir es unternehmen, das wahre Wesen der Ehre oder der Strafe zu erfassen, und der Meinung sind, dies in der Form einer Definition tun zu können und zu müssen. Es wird vielmehr, wenn wir uns vor logischen Entgleisungen hüten wollen, gar kein anderer Weg eingeschlagen werden können, als der, daß wir zunächst die zu beantwortenden Fragen in völlig durchsichtiger Weise feststellen. Dies aber kann nicht geschehen, ohne daß wir sie in erster Linie unter den durch die Einteilung der Urteilsarten sich ergebenden Gesichtspunkten ordnen und uns auf Fragen beschränken, deren Einreihung in dieser Hinsicht unmittelbar ersichtlich ist [1]).

Der unzulängliche Einblick in die logischen Verhältnisse hat die auf die Bestimmung von Begriffen gerichteten Bestrebungen, wie schließlich erwähnt sei, auch insofern in Gefahr gebracht, als er einer deutlichen Erkennung der Grenzen hinderlich war, die dem Verfahren überhaupt gesteckt sind. Allerdings konnte im Grunde wohl niemals übersehen werden, daß alle Begriffsbestimmungen schließlich auf gewisse Elemente zurückgehen müssen, die wir als letzte behandeln und, sofern das ganze Verfahren einen Sinn haben soll, als endgültig deutliche in Anspruch nehmen müssen. Allein bei dem Mangel einer geordneten Uebersicht über das begriffliche Material und insbesondere über die als endgültig zu betrachtenden Elemente sind doch diese Grenzen nicht ohne weiteres erkennbar gewesen. Es kommt dann weiter in Be-

[1]) Vgl. hierüber die etwas genauere Besprechung dieser Verhältnisse, auf die wir später in anderem Zusammenhange zurückkommen.

tracht, daß, wie an früheren Stellen besprochen wurde, für manche Begriffe, die eine Definition im eigentlichen Sinne nicht gestatten, doch Aufstellungen gemacht werden können, die einer Definition ähnlich erscheinen und für eine solche gehalten werden können. Wir erwähnten früher [1]), daß es zahlreiche Bewußtseins-Inhalte gibt, die nicht synthetische Begriffe, sondern etwas einheitlich Gegebenes sind, gleichwohl aber Beschreibungen gestatten, durch die sie irgend welchen allgemeineren untergeordnet und an ihnen gewisse Merkmale aufgewiesen werden. Ermöglicht ist dies dadurch, daß solche allgemeineren Begriffe, wie auch die Begriffe solcher Merkmale im Wege der synchytischen Bildung erzeugt werden. So kommt es, daß der Versuch einer Definition gegenüber einem endgültigen Begriffe nicht ohne weiteres zu scheitern, die Undefinierbarkeit des betreffenden Begriffes nicht unmittelbar erkennbar zu werden braucht, wir vielmehr zu Aufstellungen geführt werden, die zwar keine Definition, aber doch zutreffende Beschreibungen sind. Es sind diese Beschreibungen, die wir oben als P s e u d o - D e f i n i t i o n e n bezeichnet hatten. So können wir sagen, daß der Raum eine durch drei stetige Größen bestimmte ebene Mannigfaltigkeit sei. Aber es wäre eine Täuschung, zu meinen, daß dieser synthetisch gebildete Begriff dem von Haus aus gegebenen des Raumes äquivalent oder ihn zu ersetzen geeignet wäre. Wichtig ist vielmehr festzuhalten, daß dieser als ein endgültig deutlicher gegeben ist, daß er eine Definition weder erfordert noch zuläßt, und daß wir zu dem Begriffe einer stetigen Größe gar nicht gelangen können, ohne auf jenen zurückzugehen. Aehnliches gilt für den Begriff des Urteils selbst, wie dies oben schon berührt wurde.

Die unbegrenzte Fähigkeit, im Wege der Synchyse Begriffe von fortschreitender Allgemeinheit hervorzubringen, gewährt die Möglichlichkeit ähnlicher Aufstellungen wohl auch für Begriffe wie den der Gleichheit, der Wirklichkeit u. dgl. Während aber in den zuerst erwähnten Fällen (des Raumes, des Urteils), solche Aufstellungen ohne Zweifel noch von Interesse und belehrend sind, wird dies um so weniger der Fall sein, je allgemeiner und unbestimmter die synchytischen Begriffe sind, auf die uns dieses Verfahren führt. Bedenkt man, daß gerade eine Orientierung darüber, was wir als letzte und endgültige Elemente unseres Denkens in Anspruch nehmen müssen, zu den wichtigsten Aufgaben logischer Klärung gehört, so leuchtet ein, daß auch durch diese Verhältnisse die Gefahr eigenartiger, vom richtigen Wege ablenkender Täuschungen gegeben ist.

Im Ganzen darf man hiernach wohl sagen, daß die oben erwähnte Erwartung sich in der Tat in nicht geringem Umfange als zutreffend erweist: die Befassung mit einer logisch nicht genügend geklärten Aufgabe ist mit recht erheblichen Täuschungs-Gefahren verknüpft.

[1]) Vgl. o. S. 488.

Wie weit diese Gefahren im tatsächlichen wissenschaftlichen Betrieb sich geltend gemacht haben, entzieht sich natürlich hier einer genaueren Verfolgung. Daß es in gewissem Maße dazu gekommen ist, daß in manchen Fällen und Gebieten das Bestimmen von Begriffen, das Suchen nach Definitionen ohne deutliche Vorstellung von dem zu erreichenden Ziele und von den dahin führenden Wegen in gewissem Maße verhängnisvoll geworden ist, dürfte kaum zu bestreiten sein.

Als Ergebnis der obigen Untersuchungen werden wir Folgendes festhalten dürfen. Die ganze Art, wie unser Wissen in allmählichem Fortschritt sich ausbildet, bringt es mit sich, daß dasselbe, so wie es in irgend einem Zeitpunkt gegeben ist, nicht nur ein lückenhaftes, unvollständiges, sondern vor allem auch ein mehr oder weniger unbestimmtes, unklares und ungeordnetes ist. Hieraus ergeben sich mannigfaltige Aufgaben, die die deutlichere und schärfere Erfassung unvollkommen erkannter Verhältnisse zum Gegenstande haben. In eigenartiger Weise verschlingen sich in ihnen einerseits die Prüfung und Untersuchung der dies unvollkommene Wissen darstellenden denkpsychologischen Verhältnisse, anderseits die meist notwendige Berichtigung, Klärung oder Vervollständigung desselben. Aber es ergeben sich daraus keine neuen, unserer Urteilslehre fremden Aufgaben; insbesondere kann die Begriffsbestimmung nicht als eine Untersuchung sui generis, die Definition nicht als eine besondere Art des Urteils anerkannt werden. In gewissem Umfange vielmehr lassen sich die Bestrebungen dieser Art auf solche zurückführen, die mit der Urteilslehre im Einklange und von dem durch sie gegebenen Standpunkte aus durchsichtig sind. Soweit anderseits dies nicht der Fall ist, erweisen sich jene Bestrebungen in der Tat als eines greifbaren Sinnes ermangelnd und müssen als illusorisch abgelehnt werden.

Fünfundzwanzigstes Kapitel.

Anpassung des Wirklichkeits-Denkens an besondere Zwecke.

Unbestimmte Begriffe. Trennung der Real- und Subsumtions-Fragen. Willens-Entscheidungen in der Aufgabe des Richters. Interpretation. Verselbständigung der Rechts-Begriffe.

Die im folgenden Kapitel zu besprechenden logischen Schwierigkeiten und Verwicklungen beruhen auf der Art, wie die ihrer Grundlage und ihrer Natur nach verschiedenen Unsicherheiten, mit denen

unser Wissen überhaupt behaftet ist, sich kombinieren und ineinandergreifen. Auch hierdurch kann es, ähnlich wie durch die im vorigen Kapitel besprochenen Umstände, zu einer gewissen Verwischung der Grenzen zwischen den verschiedenen Urteilsarten kommen, auch wohl der Schein entstehen, als ob wir uns mit weiteren, keiner dieser Art zuzurechnenden Urteilen beschäftigten und beschäftigen müßten. Umstände, von denen zu reden sein wird, bringen es mit sich, daß den hier gemeinten Verhältnissen nur in besonderen Fällen eine größere Bedeutung zukommt; es ist dies dann der Fall, wenn wir Anlaß haben und gewöhnt sind, die realen Verhältnisse unter ganz bestimmten, von den allgemeinen real-wissenschaftlichen verschiedenen Gesichtspunkten zu betrachten, wie dies namentlich in der Rechtswissenschaft geschieht. Unsere Ueberlegungen werden sich daher mit diesem Gebiete ganz vorzugsweise zu befassen haben. Gleichwohl ist es geboten, die logischen und psychologischen Verhältnisse, auf die es dabei ankommt, zunächst in ganz allgemeiner Weise darzulegen. — Zwischen den beiden hier immer unterschiedenen Hauptarten der Urteile, den Reflexions- und den Real-Urteilen, insbesondere auch zwischen den wissenschaftlichen Disziplinen, zu denen sie sich verdichten, der Logik und Mathematik einerseits, den verschiedenen Teilen des Real-Wissens anderseits, besteht ja der tiefgreifende und wohlbekannte Gegensatz, daß der Inhalt jener als „absolut sicher" betrachtet wird, während diesen überall nur eine beschränkte Gewißheit zukommt. Fassen wir zunächst für die Real-Urteile ins Auge, wie diese Unsicherheiten sich darstellen, worauf sie beruhen und wie sie sich des Genaueren bestimmen, so würde etwa Folgendes hier zu bemerken sein. Unser Real-Wissen umfaßt in erster Linie eine Summe von Urteilen, denen wir keine volle Gewißheit, sondern eine mehr oder minder große Wahrscheinlichkeit zuschreiben. Demgemäß nehmen unsere Erwägungen sehr vielfach die Form einer *F r a g e* an, und wir können auch für die hier darzulegenden logischen Verhältnisse zweckmäßig gerade diese zum Ausgangspunkt der Betrachtung nehmen. In Bezug auf die Fragen realen Inhalts ist nun vor allem zu beachten, daß, wenn wir überhaupt im Besitze von Begriffen sind, die sich zu einer sinnvollen Wirklichkeits-Bezeichnung eignen, wir in unverfänglicher Weise erwägen können, ob dieses oder jenes Verhalten verwirklicht sei oder nicht: wir dürfen annehmen, daß hierauf eine bestimmte Antwort die richtige sei. Die Frage, ob Cook am Nordpol gewesen sei, ob innerhalb vier Wochen ein Krieg zwischen Rumänien und den Mittelmächten ausbrechen werde, kann solcherart einwandfrei gestellt und erwogen werden. Von gewissen in dieser Hinsicht zu machenden Vorbehalten ist früher die Rede gewesen [1]), auf andere werden wir gerade hier später geführt werden. Lassen wir diese zunächst beiseite,

---

[1]) Vgl. o. S. 163.

so wird die Real-Frage als eine zu betrachten sein, die ihrem Sinn nach eine ganz bestimmte Antwort zuläßt und fordert. — Was den Grund für diese unsichere, mit Fragen durchsetzte Gestaltung unseres Real-Wissens anlangt, so ist er ja in erster Linie durch ganz allgemeine Verhältnisse gegeben. Wie an früheren Stellen eingehend besprochen wurde, sind nur die unsere eigenen jeweiligen Erlebnisse ausdrückenden Urteile mit endgültiger Sicherheit gegeben; alle übrigen aber stehen zu diesen in den atypischen, eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit begründenden logischen Beziehungen. So ist diese bedingte Gewißheit in selbstverständlicher Weise durch die ganze logische Struktur unseres Real-Wissens gegeben. Im Spezielleren müssen wir dann beachten, daß die Wahrscheinlichkeit, die wir den einzelnen Urteilen zuschreiben dürfen, sich in verwickelter Weise aus den Beziehungen ergibt, in denen sie teils untereinander, teils zu den als endgültig sicher zu betrachtenden stehen. Demgemäß wird auch die Beurteilung einer aufgeworfenen Frage sich im allgemeinen durch die vergleichende und kombinierende Erwägung eines sehr umfangreichen Materials ergeben. Endlich aber ist hier darauf hinzuweisen, daß die Gesamtheit unseres Wissens uns nicht gleichzeitig gegenwärtig ist, daß vielmehr nach Maßgabe mannigfaltiger psychologischer Gesetze uns jetzt dieser, jetzt jener Teil ins Bewußtsein tritt. Hiermit hängt es zusammen, daß wir recht wohl zwei Sätze für richtig halten können, die sich gegenseitig ausschließen. Erst wenn der Ablauf der psychologischen Vorgänge es mit sich bringt, daß wir sie uns beide gleichzeitig vergegenwärtigen, wird sich daraus eine Abänderung unseres Wissens-Inhalts ergeben; wir werden entweder den einen oder den andern als unzutreffend fallen lassen, oder etwa beide als zweifelhaft betrachten. Demgemäß wird denn nun auch jene kombinierende Erwägung, nach der sich die Beurteilung einer uns beschäftigenden Frage oder die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Real-Urteils richtet, sich in der Form von Denk-Vorgängen darstellen, die je nach psychologischen Verhältnissen in der verschiedensten Weise ablaufen, beeinflußt und geleitet werden können. Hierauf beruht es, daß die Real-Urteile, wie wir es kurz ausdrücken können, in ausgeprägtester Weise d i s k u s s i o n s f ä h i g sind. In der Natur unseres Real-Wissens liegt es aber, daß eine solche Diskussion, eine vergleichende und kombinierende Erörterung, mit dem verneinenden Ergebnis abschließen kann, daß wir irgend etwas nicht wissen, daß wir eine Frage zu beantworten nicht in der Lage sind.

Wenn wir bei den Reflexions-Urteilen ganz andere Verhältnisse finden, so hat dies, wie bekannt, seinen Grund in erster Linie in der zwingenden Evidenz ihrer Grundlagen. Wie bei verschiedenen Gelegenheiten betont wurde, ist es mit dieser ganz wohl vereinbar, daß sie nicht ohne weiteres von jedermann einleuchtend und verständlich gefunden werden, schon weil die in sie eingehenden Begriffe (es sei nur z. B. an den der geraden Linie oder des rechten Winkels erinnert) erst gebildet werden müssen. Kann es hiernach vorkommen und kommt es tatsächlich vor, daß auch Reflexions-Urteile eine auf ihre Anerkennung abzielende Besprechung und Erörterung finden, so wird man doch im Auge behalten müssen, daß Sinn und Bedeutung einer derartigen Erörterung von anderer Natur sind, als dies bei Real-Urteilen der Fall ist. Wir streben nicht den in Frage gezogenen Satz durch Berufung auf andere mit ihm in logischer Beziehung stehende wahrscheinlich zu machen, sondern wir suchen durch Aufweisung, Vergleichung usw. einen psychischen Zustand herbeizuführen, bei dem der betreffende Satz als ein direkt evidenter erscheint. Im Anschluß an diese endgültig evidenten Grundlagen können sich ferner, wie es namentlich in der Mathematik der Fall ist, umfangreiche Lehrgebäude entwickeln, deren einzelne Sätze im psychologischen Sinne nicht direkt einleuchtend genannt werden können. Sind aber die Fortgänge an eine feste synthetische Begriffsbildung geknüpft und in jedem einzelnen Schritte wiederum von zwingender Evidenz, so werden doch auch diese Entwicklungen, so wie sie psychologisch gegeben sind, höchstens mit der Gefahr eines positiven Versehens, einer Gedächtnistäuschung u. dgl. behaftet sein, Gefahren, die im allgemeinen gering sind und sich durch ein geeignetes Verfahren meist ganz beseitigen lassen. Wir sind daher mit Recht gewohnt, unsere Reflexions-Urteile als vollkommen sicher und zweifelfrei zu betrachten; und es versteht sich namentlich auch, daß sie nicht in ähnlicher Weise wie wir dies für die Real-Urteile eben hervorhoben, Gegenstand der Diskussion, einer kombinierenden und abwägenden Erörterung, sein können.

Wir müssen hier nun aber daran erinnern, daß es eine Gruppe von Reflexions-Urteilen gibt, die unter Umständen der direkten zwingenden Evidenz ermangeln können. Es sind dies die auf der Beziehung der I n z i d e n z beruhenden Subsumtionen unter synchytische Begriffe. Ob eine bestimmte Empfindung, die wir im Augenblicke haben, stark oder schwach, rot oder orange zu nennen sei, das kann, sofern es sich um unbestimmte, aus einer Reihe von Einzel-Eindrücken entstandene synchytische Begriffe handelt, zweifelhaft erscheinen. Die hier bestehende Unsicherheit beruht darauf, daß die zwischen dem jeweils gegebenen Einzelnen und dem Begriff bestehende Beziehung, eben zufolge der Unbestimmtheit dieses Begriffes, eine atypische ist. Auch für Fragen dieser Art ist nun eine Diskussion in dem Sinn, wie sie für Real-Urteile besteht, der Natur der Sache nach ausgeschlossen. Die Beziehung des Einzelnen zu dem synchytischen Begriff ist etwas unmittelbar Gegebenes, und sie umfaßt auch alles, was für die Frage der Inzidenz in Betracht kommt. Erscheint zufolge der Unbestimmtheit des Begriffes die Frage der Zugehörigkeit oder Nicht-Zugehörigkeit zweifelhaft, so ist sie auch durchaus unentscheidbar; eine bestimmte Antwort ist für sie weder zu geben möglich, noch zu verlangen be-

rechtigt. Auch kann hiervon in der Regel durch irgend welche psychologische Betätigungen kaum etwas geändert werden [1]). Wir müssen also diese grundsätzliche Unentscheidbarkeit, die auf einer atypischen Inzidenz-Beziehung beruht, sorgfältig von dem Nicht-Wissen unterscheiden, das gegenüber einer Frage von realer Bedeutung stattfinden kann. Und es ist im Auge zu behalten, daß unsere Erwägungen, soweit sie sich auf Reflexions-Urteile erstrecken, wohl mit dem Ergebnis einer solchen Unentscheidbarkeit, nicht aber mit dem eines Nicht-Wissens abschließen dürfen.

Wir kommen nun auf den uns hier eigentlich interessierenden Punkt, wenn wir beachten, daß die beiden zunächst auseinandergehaltenen Unsicherheiten sich kombinieren können. Es wird dies der Fall sein, wenn wir die Frage nach einem realen Verhalten aufwerfen, das in einem mehr oder weniger unbestimmten Begriffe bezeichnet ist. So kann, um ein schon mehrfach benutztes Beispiel heranzuziehen, die Frage gestellt sein, ob N. N. einen Unfall erlitten hat. Man übersieht sogleich, daß die Bedeutung der Frage und die Natur der sich aus ihr ergebenden Aufgabe je nach Umständen verschieden sein kann. Die Dinge können so liegen, daß bei einer Vervollständigung unseres Real-Wissens keine Unsicherheit bezüglich der Inzidenz bestehen würde. Und wir werden in diesem Fall sagen, daß die Ungewißheit, mit der wir jener Frage gegenüberstehen, auf der Unvollkommenheit unseres Real-Wissens beruht: wir wissen nicht, was sich ereignet hat. Es kann aber auch der Fall sein, daß bei einem absolut erschöpfenden und abschließenden Real-Wissen, wie wir es uns als idealen Fall denken können, die aufgeworfene Frage gleichwohl wegen der Unsicherheit der Inzidenz nicht oder doch nicht mit Entschiedenheit zu beantworten sein würde. In diesem Falle würde die vorliegende Unsicherheit zum Teil, vielleicht auch ganz auf der Unbestimmtheit des betreffenden Begriffes beruhen. Diese beiden Fälle auseinander zu halten, ist natürlich von Wichtigkeit. Denn im ersteren werden wir die Beantwortung der Frage von einer Vermehrung oder Verbesserung unseres Real-Wissens erwarten können. Wir dürfen sie uns demgemäß auch unverfänglich zur Aufgabe stellen und, sei es im Wege der Diskussion, sei es durch eine positive Vermehrung unseres Wissens (neue Ermittlungen, Experimente usw.) in Angriff nehmen. Im anderen Falle dagegen wird die Frage grundsätzlich unbeantwortet sein; die darauf gerichteten Bemühungen wären illusorischer Natur und notwendig ergebnislos.

Wir können aus diesen Verhältnissen die einfache Regel entnehmen, deren Beachtung erforderlich, aber auch hinreichend sein würde, um

[1]) Selbstverständlich ist hierbei vorausgesetzt, daß wir nur die Zugehörigkeit zu dem Begriffe, wie er eben gegeben ist, im Auge haben; dagegen bleibt der Fall außer Betracht, daß wir auf irgend eine Weise zu einer Modifikation des betreffenden Begriffes schreiten, wodurch wir nicht etwa die ursprünglich gestellte Aufgabe lösen oder ihre Lösung erleichtern, sondern zu einer andern Aufgabe übergehen.

uns hier vor logischen Entgleisungen und verfehlten Bestrebungen zu schützen. Zwar können wir, wie für unsere Urteile, so auch für unsere Fragen nicht fordern, daß sie in völlig präzisen Begriffen ausgedrückt werden. Wohl dagegen werden wir bei jeder Real-Frage die Unbestimmtheit der in sie eingehenden Begriffe im Auge behalten, und wir werden versuchen müssen, überall auf Begriffe zurückzugreifen, die insoweit präzise sind, daß die ihnen anhaftende Unbestimmtheit für die Bejahung oder Verneinung der Frage nicht in Betracht kommt. Wir werden Real-Fragen vermeiden müssen, von denen zu befürchten ist, daß sie wegen der Unbestimmtheit der in sie eingehenden Begriffe unentscheidbar sein können. — Eine genauere Erwägung des begrifflichen Materials und namentlich auch der methodischen Ordnung unseres Real-Wissens läßt erkennen, daß dieser Forderung im allgemeinen leichter Genüge geschehen kann, als man auf den ersten Blick meinen sollte. Selbst bei einer sehr unvollständigen Kenntnis der jeweils zu erwägenden realen Verhältnisse und einem nur oberflächlichen Einblick in die tatsächliche Bedeutung des in Frage kommenden Begriffes hat es in der Regel doch keine Schwierigkeit, darüber ins Klare zu kommen, ob die verwirklichten Verhältnisse in die Grenzgebiete fallen, in denen die Zurechnung zu dem Begriffe auf Zweifel stößt, und ob demgemäß die Unsicherheiten der Inzidenz in Betracht kommen. Ueberdies aber wird die in dieser Hinsicht wünschenswerte Klärung meist noch durch weitere Umstände sehr erleichtert. Wir müssen uns hier nämlich erinnern, daß, wie schon in anderem Zusammenhange betont, unser Real-Wissen im allgemeinen nicht eine Summe zahlreicher ungeordneter Urteile darstellt, sondern dem Zweck einer möglichst einfachen, aber doch erschöpfenden Wirklichkeits-Darstellung dient, und im Hinblick hierauf namentlich auch hinsichtlich seines begrifflichen Materials eine gewisse methodische Ordnung darbietet. Sind wir auch nur ausnahmsweise in der Lage, uns völlig scharfer Begriffe zu bedienen, so steht doch die Schärfe der Begriffe in einem gewissen Einklange mit dem Genauigkeitsgrade, den unser Wissen überhaupt erreichen kann. Und so besitzen wir denn wohl überall Begriffe, in denen wir bei einer, dem allgemeinen methodischen Gange sich anschließenden Darstellung die einzelnen Verhaltungsweisen bezeichnen würden, Begriffe, deren Schärfe für die Formulierung der Sätze, die wir aussagen können, und der Fragen, die für uns von Interesse sind, in der Regel ausreichen. Solche Begriffe sind es, die wir im Auge haben, wenn wir im prägnanten Sinne sagen, daß uns ein reales Verhalten b e k a n n t sei, ein Ausdruck, der (wie früher schon betont) auf eine bestimmte methodische Ordnung unseres Wissens Bezug hat und in dieser Verbindung seinen Sinn besitzt. Hiermit also ist in der Regel ein mehr oder minder bestimmtes Begriffsmaterial bezeichnet, bei dessen Verwendung wir von den vorher beregten Schwierigkeiten frei sind, und durch dessen Heranziehung wir uns vor Täuschungen

schützen können. — Es ist leicht, dies im Einzelnen zu bestätigen. Der einfachste Fall wäre der, daß uns das reale Verhalten, um das es sich handelt, in dem eben festgelegten Sinne bekannt ist. Erscheint alsdann seine Zugehörigkeit zu einem allgemeinen Begriff anderer Art gleichwohl zweifelhaft, so werden wir annehmen dürfen, daß auch keine weitere Ergänzung unseres Real-Wissens diese Unsicherheit beseitigen würde. Vielmehr werden wir ihren Grund in der Unbestimmtheit jenes Begriffes erblicken müssen. So könnte, um auf das vorhin benutzte Beispiel zurückzugreifen, wo es sich um das Vorliegen eines Unfalles handelt, uns bekannt sein, was sich zugetragen hat. Dies würde besagen, daß wir in der Lage sind, das betreffende Ergebnis in Begriffen zu beschreiben, die in jenem methodischen Sinne ausgezeichnet sind. Bleibt trotz dieser wenigstens in einem bedingten Sinne erschöpfenden Kenntnis die Frage, ob ein Unfall stattgefunden habe, zweifelhaft, so werden wir erwarten dürfen, daß eine Vermehrung oder Umgestaltung unseres Real-Wissens in dieser Hinsicht nichts ändern wird. Die Unsicherheit beruht lediglich auf der Unbestimmtheit des Begriffes Unfall; die Frage, ob ein solcher vorliege, entzieht sich der Entscheidung und ist auch nicht diskutierbar.

Aber auch da, wo wir eine so vollständige Kenntnis nicht besitzen, werden die gleichen Verhältnisse meistens genügen, um uns vor Täuschungen zu schützen. Sind uns die Verhältnisse des vorliegenden Falles nicht bekannt, so wird doch ihre Ermittlung und Feststellung gerade in diesem Sinne und in dieser Form das Ziel sein, das wir uns unverfänglich stecken dürfen, und zweckmäßigerweise zu stecken haben. Wir müssen, wenn es sich um die Frage handelt, ob ein Unfall vorliege, in erster Linie uns bemühen, ganz ohne Ausblick auf diesen Begriff festzustellen und darüber ins Klare zu kommen, was eigentlich vorgegangen ist, was sich ereignet hat. An zweiter Stelle würde zu erwägen sein, ob das Ereignis ein Unfall sei. Und selbst wenn die Real-Frage nur unvollkommen zu beantworten ist, wird sich im allgemeinen beurteilen lassen, wie die Inzidenz-Beziehungen für die verschiedenen Verhaltungsweisen liegen, die jener Unsicherheit gemäß als subjektiv möglich in Betracht zu ziehen sind, und ob demgemäß auch hinsichtlich der Inzidenz Zweifel bestehen oder nicht.

Wir können also in erster Linie davon ausgehen, daß uns überall ein Begriffskreis zur Verfügung steht, bei dessen Verwendung wir von den vorhin berührten Schwierigkeiten frei sind. Und wo zunächst Begriffe anderer Art ins Spiel kommen, ermöglicht uns das Zurückgreifen auf jene methodisch ausgezeichneten im allgemeinen uns vor den erwähnten Täuschungen zu schützen, und die beiden Fälle, auf deren Unterscheidung es ankommt, auseinanderzuhalten. Sucht man für das, was hier zu fordern und in der angegebenen Weise in der Regel zu erreichen ist, eine kurze, geläufigen Bezeichnungen sich anschließende Formulierung, so kann man etwa sagen, daß es sich um eine strenge

Sonderung der Real- und der Subsumtions-Fragen handelt. Die ersteren können unter Umständen wegen mangelnden Wissens unbeantwortbar sein; bei den letzteren dagegen kann es kommen, daß sie uns wegen der Natur ihres Sinnes und Inhalts eine bestimmte Antwort gar nicht gestatten.

Um die logischen Verhältnisse vollkommen zu übersehen, muß man dabei freilich mehrerlei beachten. Zunächst ist hervorzuheben, daß die Subsumtion hier in dem engeren Sinne gemeint ist, in dem sie die unmittelbar ersichtliche, als Reflexions-Urteil auszusagende Zugehörigkeit zu einem unbestimmten synchytischen Begriff, die Beziehung der Inzidenz, bedeutet. Weiter ist zu betonen, daß wir es hier mit einer Forderung zu tun haben, für deren Erfüllung die Auseinanderhaltung der Urteilsarten, die Unterscheidung von Real- und Reflexions-Urteilen allein nicht ausreicht. Denn auch die in unbestimmten Begriffen ausgedrückten Fragen, auf deren Vermeidung Wert zu legen ist, sind ja Real-Fragen. Unsere Forderung bezieht sich also auf das zu benutzende Begriffsmaterial, und nur dadurch wird ihr genügt, daß dieses in einer bestimmten Weise geprüft und ausgewählt wird. Endlich wäre es auch nicht zutreffend zu sagen, daß die Beziehungen der Inzidenz aus den Real-Fragen überhaupt ausgeschaltet werden müssen. Wie an früherer Stelle (S. 82) eingehend besprochen, gehen in unsere Real-Urteile stets auch die den Reflexions-Urteilen eigentümlichen Beziehungen (der Gleichheit, Identität, logischen Abhängigkeit usw.) ein. Weil aber diese Beziehungen für sich allein betrachtet nur auf völlig sichere und zweifelfreie Urteile führen, erscheint uns das Urteil, in dem sie mit Wirklichkeits-Verhältnissen verknüpft sind, schlechtweg als Real-Urteil, mehr noch die entsprechende Frage als Real-Frage. So wenig also das Eingehen mathematischer Beziehungen in Real-Sätze und Real-Fragen zu beanstanden ist, so wenig ist hier eine Eliminierung von typischen und einwandfreien Inzidenz-Beziehungen gemeint; nur die unsicheren haben wir aus unsern Real-Fragen fern zu halten. Diese müssen, wenn sie überhaupt in Betracht gezogen werden sollen, für sich geprüft werden; und dabei ist vor allem auch zu erwägen, ob sie überhaupt entscheidbar sind.

Ehe ich auf die besonderen Umstände eingehe, durch die sich hier gleichwohl Schwierigkeiten entwickeln können, möchte ich noch eine Betrachtungsweise besprechen, die auf den ersten Blick als eine andersartige, der obigen gegenüberzustellende erscheint, bei genauer Prüfung jedoch sich als ein besonderer Fall derselben herausstellt. Wenn die Zugehörigkeit irgend eines Einzelnen zu einem allgemeinen Begriff zweifelhaft ist, so dokumentiert sich darin ja die Unbestimmtheit eben desjenigen Begriffes, wie er in dem Intellekt des betreffenden, die Frage erwägenden Subjektes gegeben ist. Daneben kann jedoch natürlich auch erwogen werden, ob das Einzelne (ein konkreter Vorgang usw.) dem Begriffe in seinem durch allgemeinen Gebrauch festgelegten Sinn, in seiner Vulgär-Bedeutung, wie wir kurz sagen können, zuzurechnen sei oder nicht [1]). Wir haben es

[1]) Darauf wie sich die entsprechende Aufgabe gestaltet, wenn wir den Begriff, um dessen Anwendung auf den Einzelfall es sich handelt, nicht als einen gegebenen.

hier mit einer anderen, aber selbstverständlich nicht minder berechtigten Frage zu tun. In Bezug auf diese versteht sich ja nun zunächst von selbst, daß auch eine solche vulgär-allgemeine Bedeutung eine sehr unbestimmte sein kann und in vielen Fällen sein wird. Auch die Zugehörigkeit des einzelnen Falles unter einen Begriff, dessen Bedeutung als in jener tatsächlichen Weise gegeben angenommen wird, kann daher unentscheidbar werden. Betrachtet man die in solchen Fällen bestehenden logischen Verhältnisse des Genaueren, so bemerkt man Folgendes. Jene tatsächliche Bedeutung des Begriffes, auf die es uns hier ankommt, ist durch eine gewisse Summe realer Vorgänge gegeben; sie besteht eben darin, daß Ereignisse oder Vorgänge von gewisser Beschaffenheit vielmals so benannt worden sind und üblicherweise so benannt werden[1]). Sagen wir demgemäß, daß ein bestimmter realer Vorgang unter den Begriff in eben dieser tatsächlichen Bedeutung falle, so behaupten wir damit im Grunde, wie wir es kurz ausdrücken können, eine bestimmte Beziehung z w e i e r R e a l i t ä t e n - K r e i s e, von denen der eine das vorliegende in Bezug auf seine Subsumtion zu erwägende Ereignis, der andere dagegen jene, die tatsächliche Bedeutung des Begriffes ausmachenden psychologischen Vorgänge umfaßt. Bezeichnen wir die eine Gruppe realer Verhältnisse mit A, die andere mit B, so läßt sich die Frage auf die Form bringen, ob die Beziehung von A und B unter einen, diese Zugehörigkeit bezeichnenden Begriff Z fallen (wir könnten etwa von einem Bedeuten oder Gemeintsein sprechen). Dieser aber ist nun selbst wieder ein nicht scharf zu umgrenzender. Und gerade jene Fälle, in denen wir den ursprünglich in Betracht gezogenen Begriff einen unbestimmten nennen, und demgemäß die Zugehörigkeit des Einzelfalles zweifelhaft erscheint, stellen sich, so betrachtet, auch wieder als Fälle eines Grenzgebietes dar, in dem die Zugehörigkeit zu diesem Begriffe des Bedeutens, Gemeintseins auf Zweifel stößt und keine sichere Entscheidung zuläßt.

Auch hier also kombinieren sich in der ursprünglichen Erwägung (ob das Ereignis dem Begriffe in seinem Vulgär-Sinne angehöre) die beiden Fragen, die realwissenschaftliche und die der Inzidenz. Nur ist der Gegenstand der letzteren in gewisser Weise verschoben. Mutatis mutandis findet daher auch hier all das Anwendung, was vorhin über die in unbestimmten Begriffen ausgedrückten Real-Fragen dargelegt wurde. Erscheint die Frage zunächst nicht beantwortbar, so

sondern als einen erst zu suchenden betrachten, braucht hier des Genaueren nicht eingegangen zu werden. Denn offenbar lenken wir damit in die Gedankengänge des vorigen Kapitels wieder ein. Es wird darauf ankommen, durch welche besonderen Anforderungen die Aufsuchung des modifizierten Begriffes bestimmt wird. Es hat keinerlei Schwierigkeit, für die verschiedenen dort besprochenen Fälle die Natur der sich ergebenden Aufgabe, sowie die Bedingungen ihrer Lösbarkeit zu übersehen.

[1]) Vgl. die Ausführungen über die tatsächliche Bedeutung solcher Begriffe im vorigen Kapitel S. 534.

kann dies daran liegen, daß wir nicht oder nicht genau genug wissen, was sich ereignet hat; oder daran, daß uns jene, die tatsächliche Bedeutung bestimmenden Verhältnisse nicht vollkommen bekannt sind. In beiden Fällen wird eine Vermehrung unseres Real-Wissens genügen, die Zweifel zu lösen und die Frage zu beantworten. Aber es kann drittens auch die Unbestimmtheit jenes Begriffes des Gemeintseins oder Bedeutens sein, die es zweifelhaft erscheinen läßt, ob die tatsächlich gegebenen Verhältnisse ihm noch entsprechen oder nicht. Im Zweifelfalle ist es daher auch hier geboten, die Untersuchung dieser beiden Realitäten-Kreise ohne Rücksicht auf jene besondere, ihr Verhältnis betreffende Frage in Angriff zu nehmen, d. h. also einerseits festzustellen, was sich ereignet hat, anderseits, welches jene mit dem Begriffe verknüpften und seine tatsächliche Bedeutung ausmachenden psychologischen Vorgänge sind, wo und wie er angewendet, was ihm von diesen oder jenen Personen zugerechnet oder nicht zugerechnet worden ist usw. Und wenn sich trotz ausreichender Kenntnis in diesen beiden Hinsichten die aufgeworfene Frage nicht von selbst und einwandfrei beantwortet, so wird sie wiederum als undiskutierbar anzusehen und abzulehnen sein.

Das Dargelegte gestattet etwa die folgende Zusammenfassung. Wir müssen, um uns nicht durch illusorische Fragestellungen irre leiten zu lassen, die Real-Fragen, die ein Wirklichkeits-Verhalten betreffen, und diejenigen Fragen, die eine durch ein Reflexions-Urteil auszudrückende Inzidenz-Beziehung zum Gegenstande haben, streng auseinanderhalten. Die Beantwortung der ersteren können wir im Wege der Diskussion, event. durch Vermehrung unseres Wissens in Angriff nehmen. Im Gegensatz dazu sind die Fragen der zweiten Art meist unmittelbar zu beurteilen; es kann aber der Fall sein, daß sie ihrer Natur nach die Beantwortung in einem bestimmten Sinne nicht gestatten, und sie sind dann überhaupt unentscheidbar. Für diese Auseinanderhaltung ist es erforderlich, die Real-Fragen in Begriffen von solcher Präzision zu formulieren, daß wir eine Unentscheidbarkeit der Frage wegen der den Begriffen anhaftenden Unbestimmtheit nicht zu befürchten haben. Und im allgemeinen darf angenommen werden, daß eine ohne besondere Nebenrücksichten geführte Erwägung, wie sich die Dinge verhalten, was sich ereignet hat usw., für die Erfüllung dieser Forderung ausreicht. — Ueberblickt man die Gestaltungen alltäglichen und wissenschaftlichen Denkens in einiger Vollständigkeit, so bemerkt man, wie oft wir ohne besondere methodische Ueberlegungen, geleitet durch das, was man wohl logischen Instinkt oder gesunden Menschen-Verstand zu nennen pflegt, in einer der obigen Regel entsprechenden Weise verfahren. So sind wir namentlich in großem Umfange gewöhnt, Fragen, die sich mehr oder weniger unbestimmter Begriffe bedienen, als gegenstandslos fallen zu lassen. Handelt es sich z. B. um die Frage, ob X einen Unfall erlitten habe, und erscheint dies zunächst

zweifelhaft, so ist uns ohne weiteres deutlich, daß wir unterscheiden müssen, ob wir nicht (resp. ungenügend) darüber unterrichtet sind, was sich ereignet hat, oder ob uns dies bekannt ist und wir über die Berechtigung der Bezeichnung als Unfall im Zweifel sind. Und auch, daß die letztere Frage nicht eigentlich diskutierbar ist, sondern die Gefahr mit sich bringt, uns in gegenstandlosen Wortstreit zu verwickeln, ist dem alltäglichen Denken geläufig. Aehnlich wird der Pharmakologe es sich nicht unter allen Umständen zur Aufgabe stellen, anzugeben, ob eine Substanz ein Gift ist. Ist ihm bekannt, welche Wirkungen sie im Organismus hat, unter welchen Bedingungen, in welcher Weise und in welchem Umfange sie schädigt, und erscheint danach die Bezeichnung als Gift zweifelhaft, so wird er mit jenen Feststellungen seine Aufgabe für erledigt halten, die Frage aber, ob der Körper ein Gift sei, als illusorisch empfinden und sich mit ihr nicht weiter befassen. Für die Entwicklung eigenartiger Verhältnisse werden nun aber die Bedingungen dann gegeben sein, wenn irgend ein Anlaß besteht, zur Darstellung der Wirklichkeit andere als jene methodisch ausgezeichneten Begriffe heranzuziehen, wenn wir uns an die Benutzung solcher, durch einen besondern Zweck geforderter Begriffe in gewissem Umfange gewöhnen, und auch die Darstellung gerade in ihnen für uns von besonderem Interesse ist. Ganz im allgemeinen kann es hierzu wohl in mannigfaltiger Weise kommen. Doch gibt es, soweit ich sehe, nur einen Fall, in dem Derartiges für eine ganze wissenschaftliche Disziplin zutrifft, den der Rechtswissenschaft. Da Aufgabe und Funktion der Rechtsordnung überall darin besteht, an gewisse reale Verhaltungsweisen bestimmte Folgen zu knüpfen, so versteht es sich, daß das rechtswissenschaftliche Interesse sich immer auf die Begriffe konzentriert, die eben jene durch ihre rechtliche Bedeutung ausgezeichneten Verhaltungsweisen bezeichnen. Man gelangt so dazu, wenn nicht ausschließlich, doch ganz überwiegend diese Begriffe zur Bezeichnung realer Verhaltungsweisen zu benutzen, die Wirklichkeit, wie man kurz sagen kann, in rechtlich bedeutsamen Begriffen zu denken. Für den Richter und auch für den die Rechtsverhältnisse erwägenden Laien ist es z. B. von Interesse, daß zwei Personen einen Vertrag geschlossen haben. Sofern dies feststeht, ist es aber ohne Bedeutung, was sie im Einzelnen gesagt oder gehört, geschrieben, gedacht oder gewollt haben, und es braucht davon in der Regel keine Notiz genommen zu werden.

Diese Verfahrungsweise, wiewohl im allgemeinen unbedingt zulässig und als methodische Vereinfachung wertvoll, führt nun auf eine Reihe von Schwierigkeiten, vor allem deswegen, weil jene rechtlich bedeutungsvollen Real-Begriffe durchgängig unbestimmt sind, insbesondere auch weit unbestimmter als diejenigen, die uns für eine lediglich im realwissenschaftlichen Interesse unternommene Darstellung zur Verfügung stehen. Diese Schwierigkeiten gestalten sich nach

mancherlei Umständen verschieden, so schon danach, ob es sich um die Beurteilung eines einzelnen konkreten Falles oder einer gedachten, generell bezeichneten Gruppe von solchen handelt; ferner danach, ob mit der Real-Erwägung Anforderungen praktischer Art verknüpft sind, wie dies für den urteilenden Richter der Fall ist, endlich auch danach, ob die Beurteilungen im Hinblick auf eine als bindend und maßgebend vorausgesetzte objektive Rechtsordnung stattfinden. Alle diese Umstände bringen es mit sich, daß sich für rechtswissenschaftliche Erwägungen und Untersuchungen vielfach eigenartige logische Verhältnisse ergeben, die im Hinblick auf die Urteilslehre nicht ohne Interesse sind, und die zu durchmustern schon als Prüfung der letzteren hier geboten erscheint. Ehe wir auf diejenigen Fälle eingehen, in denen sich die uns interessierenden Verhältnisse darbieten, mag zunächst kurz auf gewisse andere, hier mit wenigen Worten zu erledigende rechtswissenschaftliche Aufgaben hingewiesen werden, die sich in logischer Hinsicht völlig einfach verhalten. Es sind dies erstlich die historischen. Soweit sich die Rechtswissenschaft mit Untersuchungen historischer Art beschäftigt (was ja in großem Umfange der Fall ist), sind auch die Urteile, in denen sie sich bewegt, ohne weiteres als Real-Urteile in Anspruch zu nehmen, und es bestehen also hier ebenso wenig wie für die allgemeine Geschichts-Wissenschaft irgend welche, die logische Natur der Aufgaben betreffende Schwierigkeiten oder Dunkelheiten. — Das Gleiche gilt zweitens auch für diejenigen Erörterungen und Untersuchungen, die man als solche de lege ferenda zu bezeichnen pflegt. Erwägen wir, was zweckmäßigerweise im Gesetze angeordnet werden soll, so haben jedenfalls die Ergebnisse, zu denen wir gelangen, die Bedeutung von Wert-Urteilen: wir fordern, daß die Bestimmungen so oder so getroffen werden sollen, wir billigen oder mißbilligen diese oder jene Bestimmung. Allerdings ist richtig, daß die Erwägungen sich stets auf die Kenntnis realer Verhältnisse gründen. Und so kommt es denn, daß die Darlegung oder Prüfung solcher dabei stets eine große Rolle spielen wird. Es kann keine Untersuchung de lege ferenda geben, die sich nicht mit Erörterungen über diese oder jene psychologischen oder sozialen Verhältnisse usw. zu befassen hätte. Verknüpfen sich also in diesen Teilen der Rechtswissenschaft überall Real-Urteile und Wert-Urteile, so haben wir es dabei doch mit einem Zusammenhange eigener Art zu tun, der aus unseren Untersuchungen hier ausscheidet. Und namentlich ist zu beachten, daß die logische Natur der Ergebnisse, zu denen wir etwa gelangen, Forderungen, Ratschläge, Billigung oder Tadel, eine vollkommen deutliche ist. — Erinnern wir hier schließlich noch daran, daß, wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde, auch die Begriffsbestimmungen sich dann als Untersuchungen de lege ferenda qualifizieren, wenn sie als gebundene und zwar mit der Maßgabe unter-

nommen werden, daß dem gesuchten Begriff eine bestimmte rechtliche Bedeutung zukommen soll.

Diejenige juristische Aufgabe, die hier für uns in erster Linie Interesse bietet, ist die dem Richter obliegende Beurteilung und Entscheidung einzelner konkreter Fälle. Stellen wir zunächst die etwas einfacheren Verhältnisse voran, die vorliegen, wenn das Zutreffen irgend eines rechtlich bedeutsamen Begriffes für einen konkreten Fall erwogen wird, diese Erwägung jedoch weder durch eine bestimmte objektive Rechtsordnung noch durch die besonderen amtlichen Obliegenheiten des Richters gebunden oder festgelegt ist. Es versteht sich, daß eine solche Betrachtung sich ohne weiteres als besonderer Fall der vorhin bereits allgemein charakterisierten Verhältnisse darstellt. Wir legen uns z. B. die Frage vor, ob jemand fahrlässig gehandelt habe, ob zwei Personen einen Vertrag geschlossen haben usw. Solche Fragen werden ohne weiteres im Sinne von Real-Fragen erwogen, geprüft, diskutiert werden können, solange wir sicher sind, daß die realen Verhältnisse nicht etwa in die Grenzgebiete der betreffenden Begriffe fallen. Erscheint dies zweifelhaft, so werden wir mit der Möglichkeit zu rechnen haben, daß die gestellte Frage wegen der Unsicherheit der Subsumtion unentscheidbar bleibt. Es ist dann geboten, zunächst zu prüfen, was sich eigentlich ereignet hat, d. h. die Real-Frage unter Verwendung der schärferen, für eine solche Darstellung verfügbaren Begriffe zu behandeln. Und insbesondere ist, wenn uns dies gelingt und, obgleich uns nun der Tatbestand „bekannt" ist, die Zugehörigkeit unter jene Rechts-Begriffe doch noch als zweifelhaft erscheint, die Subsumtions-Frage als unentscheidbar fallen zu lassen.

Wenden wir uns hiernach der in vieler Hinsicht offenbar ganz ähnlichen Aufgabe zu, die dem urteilenden Richter gestellt ist, so fällt als Hauptunterschied gegenüber der Erwägung des Laien ja der ins Auge, daß der Richter sich nicht mit dem verneinenden Ergebnis begnügen kann, in dem, wie eben gezeigt, die Tätigkeit des ersteren unter Umständen ihren Abschluß findet und finden muß. Die dem Richter zufolge seines Amtes obliegende Aufgabe nötigt ihn vielmehr, jedesmal zu einer bestimmten Entscheidung zu gelangen. Berühren wir jedoch, ehe wir diesen Punkt ins Auge fassen, einen anderen, in dem ein nicht minder wichtiger, wenn auch nicht ganz so augenfälliger Unterschied besteht. Wenigstens in den Kulturstaaten, in denen dagegeben ist, was man eine objektive Rechts-Ordnung zu nennen pflegt, wird die Aufgabe des Richters im allgemeinen dahin aufgefaßt, daß er die Vorschriften der Rechts-Ordnung im konkreten Falle zur Anwendung zu bringen habe. Wir dürfen und wollen hier von dieser Annahme ausgehen, da sich auf dieser Grundlage die uns interessierenden Probleme ergeben [1]. — Setzen wir weiter auch voraus, daß die Vorschriften der Rechts-Ordnung kodifiziert vorliegen, und zwar in der Form, daß für bestimmte, durch generelle Begriffe bezeichnete reale Verhältnisse irgend welche Behandlungen vorgeschrieben sind, so modifiziert sich offenbar die richterliche Aufgabe im Vergleich zu der zunächst berührten Laien-Betrachtung in einem sehr einfachen Punkte. Es wird für die einzelnen in der Rechts-Ordnung figurierenden Begriffe nicht darauf ankommen, was der Richter selbst oder der allgemeine Sprachgebrauch darunter versteht, sondern auf den Sinn, in dem die Rechts-Ordnung diesen Begriff nimmt und gebraucht. Der Richter wird zu erwägen haben, ob sich der konkrete Fall z. B. als Fahrlässigkeit „im Sinne der Rechts-Ordnung" darstellt. Man übersieht, daß die hiermit gestellte Aufgabe in logisch-formaler Hinsicht genau mit derjenigen übereinstimmt, die wir vorhin ins Auge gefaßt hatten; es ist ein Problem ganz gleicher Art, wenn wir fragen, ob ein konkreter Tatbestand sich als Fahrlässigkeit im allgemein-vulgären oder in dem besonderen Sinne der Rechts-Ordnung qualifiziert. — Es versteht sich nun, daß auch in diesem Sinne den in Frage kommenden Begriffen durchweg eine mehr oder minder unbestimmte Bedeutung zukommen muß. In erster Linie ist dies schon durch die ganze Natur des überhaupt verfügbaren Begriffs-Materials gegeben. In der Tat sind ja die hier in Betracht kommenden Begriffe durchweg von der früher besprochenen Art, bei der eine Zurückführung auf Elemente von scharfer und typischer Bedeutung gänzlich ausgeschlossen ist. Handelt es sich doch überall um Begriffe, die verwickelte reale Verhaltungsweisen, namentlich auch psychische Zustände und Vorgänge bezeichnen. Alle diese Verhältnisse gestatten und bieten in den verschiedensten Hinsichten s t e t i g e A b s t u f u n g e n, innerhalb deren feste Grenzlinien schon in Ermanglung irgend welcher dafür geeigneter Begriffe nicht gezogen werden können. Kann daher auch der Gesetzgeber einen Teil seiner Begriffe in der Form fester Definitionen auf andere zurückführen, so sind die letzten Elemente, auf die dabei zurückgegangen werden kann, doch immer wieder synchytische Begriffe von mehr oder weniger unscharfem Sinne.

Haben wir es hier mit Verhältnissen zu tun, die in der allgemeinen Natur unseres Begriffs-Materials begründet sind und demgemäß auch bei einer denkbar vollkommensten Rechts-Ordnung niemals zu vermeiden oder zu beseitigen sein würden, so finden wir weitere Gründe für die uns beschäftigende Unsicherheit in gewissen Mängeln, die, wiewohl prinzipiell vermeidbar, der tatsächlich gegebenen Rechts-Ordnung in Folge der Unvollkommenheit alles Menschenwerkes meistens in gewissem Umfange eigen sein dürften. Zunächst ist hier zu beachten,

[1]) Wird angenommen, daß es dem Richter unter Umständen zustehe, von der Rechts-Ordnung abzuweichen, so werden die sich daraus für ihn ergebenden Aufgaben offenbar ähnlich wie Erwägungen de lege ferenda in das Gebiet der Wert-Urteile gehören. Und dem gleichen Gebiete gehört auch die Frage an, ob und inwieweit die Aufgabe des Richters in diesem Sinne aufzufassen ist, unter welchen Umständen ihm Abweichungen von der Rechts-Ordnung gestattet sind usw.

daß die Rechts-Ordnung ein umfangreiches Werk ist, dessen Herstellung sich über lange Zeiten erstreckt, und an dem vorbereitend, beratend, beschließend, zahlreiche Faktoren beteiligt sind. So kann es der Fall sein, daß verschiedene Personen einen Begriff in ungleicher Weise auffassen, oder auch daß eine und dieselbe ihn jetzt und in dem einen Zusammenhange anders meint, als zu anderer Zeit und in anderer Verbindung. Es kann aber auch wohl vorkommen, daß an gewisse Fälle, die den unter einem Begriff in erster Linie verstandenen zwar nahe stehen, sich in gewissen Hinsichten aber auch von ihnen unterscheiden, bei der Entstehung der Rechts-Ordnung gar nicht gedacht worden ist, daß sie übersehen oder vergessen wurden. Und endlich kann es auch sein, daß die bei der Entstehung der Rechts-Ordnung gepflogenen Erwägungen mit positiven Irrtümern behaftet sind. Alle diese und vielleicht noch manche andere Umstände bringen es also mit sich, daß wir den Sinn eines Begriffes, so wie er in der Rechts-Ordnung gebraucht wird, einen unbestimmten nennen können. Und es versteht sich, daß demgemäß die Zurechnung der vorliegenden konkreten Fälle zweifelhaft und unentscheidbar werden kann. — Fassen wir die dabei bestehenden logischen Verhältnisse des Genaueren ins Auge, so kommen wir auf Gedankengänge, die denjenigen durchaus analog sind, die wir vorhin bezüglich der Zugehörigkeit zu Vulgär-Begriffen zu verfolgen hatten. Wir müssen wiederum beachten, daß, wenn wir von dem Sinne sprechen, in dem der Gesetzgeber irgend einen Begriff meint, dies der kurze Ausdruck für eine Reihe realer Vorgänge ist; sie bestehen, ganz entsprechend dem, was schon früher über die tatsächliche Bedeutung eines Begriffes ausgeführt wurde, darin, daß demselben diese oder jene besonderen Fälle zugerechnet oder nicht zugerechnet worden sind, kurzum in der ganzen Summe der für ihn bestehenden denk-psychologischen Zusammenhänge [1]. Auch wenn wir fragen, ob ein konkreter Fall unter einen Begriff „im Sinne der Rechts-Ordnung" falle, haben wir es daher streng genommen, wie wir es oben ausdrückten, mit einem Verhältnis zweier Realitäten-Kreise zu tun. Der eine ist der des vorliegenden und zu beurteilenden konkreten Falles; der andere ist derjenige, der die Entstehung der Rechts-Ordnung betrifft und die psychologischen Vorgänge der dabei beteiligten Faktoren umfaßt. Das aber, worauf es ankommt, ist, ob dieses Verhältnis von der Art ist, daß wir den vorliegenden Fall als einen vom Gesetzgeber (mit einem bestimmten Begriff) gemeinten in Anspruch nehmen können. Es ist also wiederum der Begriff des „Gemeintseins", der bei dieser Betrachtung in den Mittelpunkt rückt, und es ist seine Unbestimmtheit, die es mit sich bringt, daß es auch bei einer erschöpfenden Kenntnis der beiden in Betracht kom-

[1]) Auf gewisse besondere Voraussetzungen, unter denen für die Begriffe der Rechts-Ordnung eine andersartige Grundlage in Betracht kommt, soll unten noch eingegangen werden.

menden Gruppen realer Verhältnisse zweifelhaft und unentscheidbar bleiben kann, ob ein Ereignis unter einen (im Sinne des Gesetzgebers genommenen) Begriff fällt. — Wir können hieran vor allem die Folgerung knüpfen, daß es im Zweifelfalle auch hier geboten ist, die realen Verhältnisse, um die es sich handelt, ohne Rücksicht auf die besonderen hier praktisch interessierenden Begriffe zu prüfen und kennen zu lernen. Es wird also zu ermitteln sein, wie sich in dem vorliegenden Falle die Dinge verhalten, was sich ereignet hat usw. Namentlich aber wird auch für jenen die Rechts-Ordnung betreffenden Realitäten-Kreis die Untersuchung in dem für die Zwecke realwissenschaftlicher Ermittlungen und Darstellungen ausgebildeten Begriffs-Kreise zu führen sein. Wir werden also darlegen müssen, was tatsächlich gedacht und gewollt, gesagt und geschrieben, erwogen und geprüft, abgeändert und bestritten worden ist. Wir können außerdem als wichtig betonen, daß wenn trotz einer erschöpfenden oder wenigstens genügenden Kenntnis der beiden Gruppen realer Verhältnisse die Beantwortung der gestellten Frage zweifelhaft bleibt, wir wiederum den Grund der Unsicherheit in der Unbestimmtheit dieses Begriffes (des Gemeintseins) selbst finden und die Beantwortung der Frage als unmöglich ablehnen müssen.

Ueberblicken wir, was sich hiernach für die Aufgabe des Richters herausstellt, so können wir zunächst bemerken, daß er, wie wir es vorhin ausdrückten, veranlaßt ist, die Wirklichkeit in rechtlich bedeutsamen Begriffen zu denken. Es ist jedoch unter den hier gemachten Voraussetzungen gerade der hier zuletzt herausgehobene Begriff, des von der Rechts-Ordnung Gemeinten, der hier eine dominierende Bedeutung gewinnt. Weiter aber wäre zu betonen, daß dieser Begriff ein unbestimmter ist, und daß daher, wie bei allen in unbestimmten Begriffen ausgedrückten Real-Fragen, so auch die dem Richter zunächst obliegende, trotz erschöpfender Kenntnis der realen Verhältnisse, grundsätzlich unentscheidbar sein kann.

In diesen Fällen würde also der Richter die Frage, mit der er sich zu beschäftigen hatte, als unentscheidbar fallen lassen und sich klar machen, daß die zunächst in Betracht gezogene intellektuelle Funktion zu einem Ergebnis, das die sichere und selbstverständliche Grundlage für sein Handeln abgäbe, nicht führt und nicht führen kann. — Wenn nun der Richter trotz des Mangels einer solchen Unterlage eine bestimmte Behandlung des vorliegenden Falles anordnet (oder im Kollegium dafür stimmt), so kann man dies, wie es üblicher Weise geschieht, eine W i l l e n s - E n t s c h e i d u n g nennen. Um den Punkt, auf den es ankommt, ganz ins Licht zu setzen, muß man eigentlich hervorheben, daß das Handeln des Richters nicht das Ergebnis des ganz allgemeinen Willens ist, die Rechts-Ordnung zur Anwendung zu bringen, sondern sich auf ein besonderes, den individuellen Fall betreffendes Wollen stützt. Es ist also von Interesse und demge-

mäß in der fachwissenschaftlichen Literatur vielfach mit Recht betont worden, daß die Auffassung von der Natur und Aufgabe der richterlichen Tätigkeit, von der hier zunächst ausgegangen wurde, keine erschöpfende ist, sondern ihre bestimmten Begrenzungen findet. Der Richter ist, auch wenn wir seine Aufgabe in erster Linie darin erblicken, die Rechts-Ordnung zur Anwendung zu bringen, gleichwohl in gewissem Umfange zu besonderen Willens-Entscheidungen genötigt; und es muß ihm daher auch das Recht zu solchen unbedingt zugebilligt werden.

Ueber die Natur der dem Richter zufallenden Willens-Entscheidungen sei hier noch einiges Weitere bemerkt. Sie können offenbar verschiedener Art sein, zunächst je nach den besonderen Umständen, auf denen die Unbestimmtheit des im Gesetze benutzten Begriffes beruht. Handelt es sich um die überall unentbehrlichen fließenden Begriffe, so wird die Entscheidung des Richters etwa als eine Grenz-Ziehung zu bezeichnen sein. Er wird die Abgrenzung, die in begrifflich-theoretischer Weise nicht gelingt, praktisch durch die Zurechnung gewisser und die Ausschließung anderer Fälle vorzunehmen haben. Verwickelter liegen natürlich die Verhältnisse, wo die Unbestimmtheit eines der Rechts-Ordnung eigenen Begriffes auf Unstimmigkeiten beruht oder auf Lücken und Irrtümern, die bei ihrer Herstellung unterliefen. Indessen wird es sich doch auch hier um Abwägungen ähnlicher Art handeln, um Bemessungen der Abweichung von denjenigen Fällen, die wir als dem Sinne der Rechts-Ordnung am besten entsprechend in Anspruch nehmen können u. dgl. Von größerer Wichtigkeit ist ein anderer Unterschied. Offenbar kann der Richter, auch wenn ihm eine Willens-Entscheidung im obigen Sinne zufällt, sich bemühen, diese, wie man es kurz ausdrücken kann, so sehr als möglich im Sinne des Gesetzgebers zu treffen. Nehmen wir der Einfachheit halber an, es handelte sich um die Abgrenzung innerhalb eines stetig abstufbaren Verhaltens, so kann er sich die Aufgabe stellen, die Grenze möglichst den Absichten des Gesetzgebers entsprechend zu ziehen, bei der Einrechnung der einzelnen Fälle also so zu verfahren, wie der Gesetzgeber selbst voraussichtlich verfahren wäre. Gerade in den Fällen, wo die Meinung des Gesetzgebers in mehr oder weniger unbestimmten Begriffen ausgedrückt ist, liegt es ja nun aber sehr nahe, bei der Auffassung und Handhabung des betreffenden Begriffes die Rücksichten auf das mitsprechen zu lassen, was dem Richter selbst zweckmäßig, billig usw. erscheint, ganz besonders wenn seine Meinung hier von der des Gesetzgebers abweicht. Er könnte daraufhin die Grenze, die er ziehen muß, statt sie im Sinne des Gesetzgebers zu fixieren, soweit nach der einen oder anderen Seite schieben, wie dies nur immer angängig ist, ohne sich mit dem Gesetz in positiven Widerspruch zu setzen. Während also der Richter bei der ersteren Auffassung seine Anschauungen über das, was richtig und zweckmäßig ist (seine Wert-Erwägungen), so sehr als möglich zurückzustellen und auszuschalten

hätte, würde er ihnen bei der anderen soweit als möglich Raum zu geben haben. Er würde den ihm durch die unbestimmte Formulierung des Gesetzes gelassenen Spielraum so sehr als irgend möglich zugunsten seiner Auffassung ausnutzen. — Die Frage, ob der Richter dies letztere dürfe oder solle, ist offenbar von ganz gleicher Art wie die vorhin schon berührte, ob ihm auch positive Abweichungen von der Rechts-Ordnung zustehen; wir haben auf sie hier nicht einzugehen. Unter den hier eingehaltenen Gesichtspunkten ist es nur von Wichtigkeit zu betonen, daß, rein theoretisch gesprochen, auch die erstere Auffassung jedenfalls möglich ist, und daß die Willens-Entscheidungen des Richters nicht notwendig in dem letzteren Sinne genommen zu werden brauchen.

Mit einigen Worten möchte ich noch auf die vorhin angedeutete Möglichkeit zurückkommen, daß die Begriffe der Rechts-Ordnung auf eine andere als die hier in Betracht gezogene Grundlage zurückgehen. Es würde dies dann der Fall sein, wenn der Wille des Gesetzgebers gerade dahin ging, daß ein Begriff in einem, auf irgend eine besondere Weise zu bestimmenden Sinne genommen werden soll. So könnte gemeint sein, daß er in dem der allgemeinen Uebung entsprechendem Sinne, oder auch daß er in dem durch Rücksichten der Zweckmäßigkeit, der Billigkeit usw. am meisten gebotenen Sinne zu nehmen sei. In diesem Falle würden natürlich die speziellen Untersuchungen darüber, was ein einzelner Begriff in der Rechts-Ordnung bedeutet, in Wegfall kommen. Im Uebrigen sind die unter diesen Voraussetzungen sich ergebenden logischen Verhältnisse ohne Schwierigkeit zu übersehen. Will der Gesetzgeber einen Begriff in seiner Vulgär-Bedeutung verstanden wissen, so wird die Ermittlung dieser als real-wissenschaftliche Untersuchung in die Aufgabe des Richters eingehen, woraus sich dann ganz die gleichen Folgen ergeben, wie wenn es sich um eine Bedeutung im Sinne des Gesetzgebers selbst handelte. Forderte dagegen der Gesetzgeber die zweckdienliche Bestimmung eines Begriffes, so hätte er damit absichtlich seine Aufgabe in gewisser Hinsicht unerledigt gelassen und ihre Vervollständigung dem Richter zugeschoben; die dem letzteren hiermit übertragene Aufgabe würde von der Natur der Gesetzgebung selbst sein, und seine Erwägung würde den Charakter derjenigen de lege ferenda annehmen.

Als ein für eine spitzfindige Betrachtung reizvoller Fall mag hier schließlich der erwähnt werden, daß der Gesetzgeber, von den früher erwähnten Anschauungen über die Natur der Begriffsbestimmungen ausgehend, seine Begriffe (ganz oder teilweise) in demjenigen Sinne verstanden wissen wollte, der sich bei der schlechthin richtigen und zutreffenden Bestimmung derselben ergeben müsse. Man könnte meinen, daß hier, weil die Bedeutung auf eine grundsätzlich irrige Meinung gestützt wird, die Begriffe ganz gegenstandslos werden müßten, daß sich etwas vom Gesetzgeber Gemeintes überhaupt gar nicht mehr aufweisen lasse. Man wird indessen doch immer beachten müssen, daß der Gesetzgeber, auch wenn er von jener Anschauung ausgeht, von einer absolut richtigen Bestimmung nur die genauere Festlegung eines Begriffes erwarten wird, dessen Bedeutung approximativ auch in anderer Weise bekannt und gegeben ist. So läßt sich ja immer behaupten, daß die bei der Gesetzgebung beteiligten Personen, wiewohl sie in jenem theoretischen Irrtum befangen sind, doch, wenn sie als Richter funktionierten, eine große Zahl von Fällen

unbedenklich dem betreffenden Begriffe zurechnen oder zugerechnet haben würden. Von einer Bedeutung des Begriffes im Sinne des Gesetzgebers läßt sich also immerhin auch hier sprechen. Kommt die ins Auge gefaßte genauere Normierung wegen eines Irrtums in Wegfall, so wird man auf jene Verhältnisse als die Grundlage dafür zurückgreifen, was wir das vom Gesetzgeber Gemeinte nennen. Die Aufgabe gestaltet sich also dann ganz ebenso wie in dem hier in erster Linie in Betracht gezogenen Falle, daß der Gesetzgeber an ein besonderes Prinzip der Normierung für jenen Begriff gar nicht gedacht hat.

Obgleich die uns hier interessierenden logischen Verhältnisse bei der Beurteilung konkreter Fälle seitens des Richters sich wohl in der beachtenswertesten Weise bemerklich machen, so gibt es doch auch einige andere rechtswissenschaftliche Betätigungen, die zu ähnlichen Ueberlegungen Anlaß geben. Hierher gehört in erster Linie die mit dem Namen der *Interpretation* bezeichnete Aufgabe. Sie knüpft in bekannter Weise an eine objektiv, etwa in der Form eines Gesetzbuches, fixierte Rechts-Ordnung an, und beschäftigt sich mit der Frage, wie die eine oder andere Bestimmung desselben auszulegen sei. Offenbar haben wir es hier mit einer Aufgabe zu tun, die zunächst in einfach realwissenschaftlichem Sinne genommen werden kann. Wir hätten dann festzustellen, was der Gesetzgeber mit einer gewissen Bestimmung gemeint oder gewollt hat. Man könnte dies, an die im vorigen Kapitel eingeführte Benennung anknüpfend, eine *identifizierende Interpretation* nennen. Ganz entsprechend dem vorhin Dargelegten ist aber hierbei zu bemerken, daß eben diese Bezeichnung (der Gesetzgeber habe dieses oder jenes gewollt oder gemeint) eines in hohem Grade unbestimmten Begriffes sich bedient. Es ist also zunächst auch hier die obige allgemeine Regel in Anwendung zu bringen, daß wir die mit der Entstehung der Rechts-Ordnung zusammenhängenden Tatsachen in möglichster Vollständigkeit und in dem einer lediglich realwissenschaftlichen Untersuchung entsprechenden Begriffskreise aufzuklären haben. Und es ist weiter zu beachten, daß wenn sich aus diesen Feststellungen eine bestimmte Interpretation nicht einwandfrei und ohne weiteres ergibt, wir wiederum die Unsicherheit auf die Unbestimmtheit des in Anwendung gebrachten Begriffes beziehen müssen. Die realwissenschaftliche Untersuchung führt alsdann lediglich zu dem Ergebnis, daß von einem ganz bestimmten, in dieser oder jener Interpretation festzulegenden Willen des Gesetzgebers nicht gesprochen werden kann. — Die Bedingungen, unter denen es hierzu kommen kann, fallen mit den vorhin, mit Bezug auf die Beurteilung des Einzelfalles, erwogenen zum Teil aber doch nicht vollständig zusammen. So kann eine bestimmte Interpretation namentlich durch Unstimmigkeiten im Gesetz oder durch Lücken und Irrtümer in der gesetzgeberischen Tätigkeit unmöglich werden. Dagegen wird die Benutzung fließender Begriffe für eine identifizierende Interpretation nicht in der gleichen Weise wie für die Einreihung der konkreten Fälle

hinderlich sein. Denn auch ein mehr oder weniger fließender Begriff kann durch die Heranziehung anderer, die es in ähnlicher Weise sind, zutreffend und sinngemäß interpretiert werden. — Zwischen der Interpretation und der vorhin besprochenen richterlichen Aufgabe besteht ja nun vor allem der große Unterschied, daß dem Richter ein bestimmtes Handeln obliegt. Hierzu sollen ihm im allgemeinen die realwissenschaftlichen Ermittlungen die ausreichende Unterlage gewähren; aber auch wenn sie dies nicht tun, muß er, in diesem Falle dann nach Maßgabe eigenen Ermessens und freier Entschließung, zu jener Betätigung schreiten. Diese praktische Seite der Aufgabe ist für die Interpretation nicht ohne weiteres, jedenfalls nicht in einer so einfach fixierten Weise gegeben. Indessen versteht sich doch, daß die Interpretation auch in einem entsprechend praktischen Sinne genommen werden kann und sehr vielfach genommen wird. Sie bedeutet, so verstanden, die Forderung, daß die Rechts-Ordnung in einer ganz bestimmten Weise gehandhabt werden *solle*. Wir können in diesem Sinne von einer *hodegetischen Interpretation* reden. Daß die Aufgabe der Interpretation fast immer im hodegetischen Sinne aufgefaßt wird, leuchtet ein, sobald man in Erwägung zieht, wie sie im allgemeinen gestellt und behandelt wird. Wir haben hier in erster Linie wiederum an den mit der Entscheidung des Einzelfalles befaßten Richter zu denken. Liegt ihm freilich zunächst nur die Behandlung des konkreten Falles ob, so wird er doch in zahlreichen Fällen nicht übersehen können, daß das, worauf es für ihn bei der Beurteilung desselben ankommt, eine Frage von grundsätzlicher und allgemeiner Bedeutung ist, und daß er den konkreten Fall nur dann in bestimmtem Sinne entscheiden kann, wenn er die analoge Behandlung einer ganzen Kategorie von Fällen für richtig hält. Häufig also wird das Urteil, das der Richter ausspricht, eine Willens-Entscheidung nicht nur in dem Sinne bedeuten, daß er sich zu einer bestimmten Behandlung des Einzelfalles kraft seiner amtlichen Befugnis entschließt, sondern auch in dem Sinne, daß er damit für eine bestimmte Behandlung einer Klasse von Fällen, mithin für eine bestimmte Interpretation der gegebenen Rechts-Ordnung eintritt. In noch höherem Maße gilt dies für die Entscheidungen der oberen Instanzen. Die Interpretationen werden hier in der Begründung der Urteile meist ausdrücklich erwähnt, und sie erheben offenbar den Anspruch autoritativ zu sein. Ebenso werden auch die Erörterungen der Rechtsgelehrten, die nicht gerade an einen besonderen Fall anknüpfen, sondern in ganz allgemeinem Sinne geführt werden, soweit sie sich mit Interpretations-Fragen befassen, wohl kaum jemals die Bedeutung rein historischer Feststellungen haben, sondern in praktischem Sinne für eine bestimmte Handhabung der Rechts-Ordnung eintreten, also als hodegetische Interpretation gemeint sein. Ja selbst für den Fall, daß etwa der mit richterlichen oder überhaupt amtlichen Funktionen gar nicht betraute Laie sich mit einer

Interpretation der Rechts-Ordnung beschäftigt, wird in der Regel das Gleiche gelten.

Es versteht sich, daß die hodegetische Interpretation ihrer Natur nach der richterlichen Entscheidung nahe steht. Stellt sie auch kein unmittelbar mit praktischen Fragen verknüpftes Handeln dar, so ist im weiteren Sinne doch auch das Erheben einer Forderung ein Handeln, von dem, wenn auch indirekt, gewisse Folgen für die allgemeine Rechtsprechung erwartet und gewünscht werden. Auch die Interpretation ist ferner, wo sie aus der real-wissenschaftlichen Untersuchung sich nicht ergibt, Sache einer Entschließung [1]). Betrachtet man die Verhältnisse unter diesem Gesichtspunkt, so stellen sie sich offenbar den vorher besprochenen ganz ähnlich dar. Nur insofern besteht ein Unterschied, als es sich in dem einen Fall um ein praktisches Handeln, im anderen nur um die Forderung eines solchen handelt, und als im einen Fall der Anlaß zum Handeln in einer ganz bestimmten amtlichen Funktion gegeben ist, was im anderen nicht in gleicher Weise zutrifft. Beide Male aber (darin besteht die Uebereinstimmung) können wir in erster Linie von real-wissenschaftlichen Erwägungen die sichere Grundlage erwarten, die uns ohne weiteres dort zu einem bestimmten Handeln, hier zu einer bestimmten Forderung Anlaß gibt. Beidemal kann jedoch die real-wissenschaftliche Untersuchung mit einem Ergebnis abschließen, das diese Unterlage nicht gewährt. Und ganz übereinstimmend wird dann die richterliche Entscheidung wie die hodegetische Interpretation den Charakter einer Entschließung annehmen und sich nach Wertgesichtspunkten bestimmen.

Ich möchte endlich hier noch eine Klasse rechtswissenschaftlicher Fragen berühren, die sich zwar, wie sich zeigen wird, auf die bereits besprochenen Fälle zurückführen lassen, jedoch wegen der Form, in der sie gelegentlich gestellt werden, den Anlaß für besondere Erwägungen geben. Aehnlich wie Real-Urteile von individueller konkreter Bedeutung, können sich auch solche von allgemeinem, insbesondere nomologischem Sinne mit Inzidenz-Fragen kombinieren. Dieser Fall liegt vor, wenn wir nach der Möglichkeit eines in rechtswissenschaftlichen Begriffen bezeichneten realen Verhaltens fragen. Ein Unterschied gegenüber der auf den konkreten Fall bezüglichen Erwägung besteht dabei nur insofern, als hier bezüglich der eigentlichen Real-Frage fast niemals eine Unsicherheit besteht, und demgemäß wohl immer die Prüfung gerade auf die von jener abzusondernden Punkte sich richtet. Man bemerkt dies sogleich, wenn man einzelne Beispiele ins Auge faßt. Es kann z. B. die Frage aufgeworfen werden, ob juristische Personen Delikte begehen oder beleidigt werden können,

[1]) Auf die Erwägungen, die unter solchen Umständen für die hodegetische Interpretation in Betracht kommen, ist hier des Genaueren nicht einzugehen. Es wird genügen zu bemerken, daß es sich dabei um Zweckmäßigkeits-Erwägungen handelt, die mit solchen de lege ferenda inhaltlich größtenteils, wenn auch wohl kaum ganz durchgängig zusammentreffen werden.

ob an einer nicht graviden Person ein Abtreibungsversuch gemacht werden kann u. dgl. Hier versteht sich von selbst, daß wir über das, was geschehen kann, in keinerlei Zweifel sind. Fraglich ist vielmehr nur, ob wir gewisse Vorgänge oder Sachverhalte (über deren reale Möglichkeit und deren Vorkommen wir sehr wohl unterrichtet sind) als einen Versuch, als Delikt einer juristischen Person bezeichnen und sie praktisch in der hierdurch gegebenen Weise behandeln sollen [1]). Scheidet hiernach bei den Problemen dieser Art die real-wissenschaftliche Frage in der Regel aus, so reduzieren sie sich damit auf andere, deren Bedeutung und logische Natur ohne weiteres ersichtlich ist. Erwägen wir die gestellten Fragen im Hinblick auf eine gegebene Rechts-Ordnung, so handelt es sich darum, ob ein in dieser figurierender Begriff gewisse Arten von Fällen einschließt; die der Untersuchung gestellte Aufgabe ist also keine andere als die einer Interpretation. Wir können daneben die entsprechenden Fragen auch ganz unabhängig von jeder bestehenden Rechts-Ordnung in Erwägung ziehen, wobei es sich dann um eine Untersuchung de lege ferenda handeln wird.

Selbstverständlich kann nicht daran gedacht werden, die juristischen Probleme und Aufgaben hier in größerem Umfange oder gar erschöpfend unter ähnlichen Gesichtspunkten zu verfolgen. Die obigen Ausführungen dürften auch genügen, um erkennen zu lassen, daß aus den der Rechtswissenschaft eigentümlichen Aufgaben in gewissem Umfange besondere logische Verhältnisse sich ergeben, die zwar für die zusammenfassende Betrachtung keine große Schwierigkeit bieten, aber doch im Einzelnen eine gewisse Aufmerksamkeit erfordern. Das in dieser Hinsicht Beigebrachte wird, wie ich glaube, an Interesse gewinnen, wenn ich, wie es für die Gegenstände des vorigen Kapitels geschah, so auch hier noch auf die Täuschungen hinweise, die in dieser Hinsicht mehr oder weniger naheliegen, insbesondere auch auf einige Umstände, die die maßgebenden logischen Verhältnisse zu verschleiern und somit die Gefahr solcher Täuschungen zu vermehren geeignet sind. Wir dürfen hier davon ausgehen, daß, wie oben schon berührt, der ganze Zweck rechtswissenschaftlicher Betrachtungen mit einer gewissen Notwendigkeit dazu führt, sich zur Bezeichnung der Wirklichkeit einer ganz bestimmten Klasse von Begriffen zu bedienen, derjenigen nämlich, die in rechtlicher Hinsicht von irgend welcher Bedeutung sind. Es ist nun nicht zu verkennen, daß die Gewöhnung und das grundsätzliche Bestreben, in dieser Weise zu verfahren, mit einer gewissen Gefahr verknüpft ist; und zwar kann man zunächst ganz allgemein sagen, daß sich eine Versuchung ergeben wird, diese Verfahrungsweise für die allein richtige d. h. also als für die unter allen Umständen gebotene, aber auch unter allen Umständen anwendbare und genügende zu halten, und die Grenzen zu übersehen,

[1]) Auf den Grund der diesen Sachverhalt einigermaßen verdunkelnden Form der Fragestellung komme ich unten noch kurz zurück.

die ihr tatsächlich gesteckt sind. Zu diesem ganz allgemeinen Umstande gesellen sich jedoch eine ganze Anzahl anderer von speziellerer Natur und Bedeutung.

Als ein erstes möchte ich hier anführen, daß wir gelegentlich wohl in Versuchung kommen können, rechtswissenschaftliche Begriffe als die direkte Bezeichnung selbständiger Realitäten anzusehen. Was ich hier im Auge habe, läßt sich vielleicht am besten an einem Rechts-Begriffe aufweisen, der auch für die alltägliche laienhafte Betrachtung eine besonders große Rolle spielt, dem des Eigentums. Wir sind gewohnt, auch ohne Zweifel berechtigt, zu sagen: „dieser Gegenstand gehört mir", und diese Aussage als Real-Urteil, als Konstatierung eines tatsächlichen Verhaltens zu betrachten. Hier erwehren wir uns nur schwer des Eindrucks, daß das Eigentums-Verhältnis die unmittelbare Bezeichnung für ein bestimmtes reales Verhalten sei. Und es bedarf einer gewissen Ueberlegung, um uns klar zu machen, daß die Wirklichkeit bei eigentlicher und direkter Bezeichnung lediglich die Existenz gewisser Gegenstände, die Handlungen dieser oder jener Personen usw., anderseits den Kreis von Realitäten aufweist, den wir als die objektive Rechts-Ordnung bezeichnen, und daß daher auch die Behauptung eines Eigentums-Verhältnisses streng genommen nichts anderes bedeutet, als das Bestehen irgend einer der zahlreichen realen Verhaltungsweisen, an die die Rechts-Ordnung eine ganz bestimmte Gruppe von Folgen knüpft. Es versteht sich aber, daß die erstere Betrachtung, eine Verselbständigung des Rechts-Begriffes, wenn ich so sagen darf, so unbedenklich sie in großem Umfange sein wird, doch in gewissen Fällen uns irre leiten muß. Denn sie führt uns dazu, das Eigentums-Verhältnis als feste und eindeutige Bezeichnung eines realen Verhaltens anzusehen, nach dessen Verwirklichung oder Nicht-Verwirklichung unter allen Umständen ohne weiteres gefragt werden darf, so zwar, daß die Bejahung oder Verneinung schlechtweg das objektiv Richtige sein muß. Es gehört, wie gesagt, eine gewisse Ueberlegung dazu, um im Gegensatze hierzu sich klar zu machen, daß recht wohl reale Verhältnisse vorkommen können, von denen es zweifelhaft ist, ob sie denjenigen entsprechen, an die die Rechts-Ordnung eine Erwerbung oder einen Uebergang von Eigentum geknüpft wissen will. In diesen Fällen wird die Real-Frage mit der Ermittlung darüber, was sich ereignet hat, und mit der Darstellung des Wirklichkeits-Verhaltens in den eigentlichen Real-Begriffen erledigt sein. Zufolge der nur unbestimmten begrifflichen Bezeichnung der Verhältnisse, an die die Rechts-Ordnung ihre Folgerungen knüpft, kann es dabei gleichwohl ungewiß bleiben, welches Eigentums-Verhältnis stattfindet; und wir werden dann nur sagen können: es liegen Verhältnisse vor, die von den in der Rechts-Ordnung vorgesehenen und gemeinten so weit verschieden sind, daß sie keinem der dort behandelten und hinsichtlich ihrer Folgen fixierten Fälle sich mit Sicherheit unterordnen lassen. Die Meinung, daß „Eigentum" ein bestimmtes reales Verhalten bedeute, und daß die Frage, wem ein Gegenstand gehört, in ähnlicher Weise beantwortbar sein muß, wie die, ob er sich hier oder dort befinde, kann daher wohl, auch wenn sie nur als stillschweigende Voraussetzung die Betrachtung beeinflußt, zu einer Quelle der Täuschung werden. — Ich glaube, daß eine Gefahr dieser Art, wenn auch vielleicht selten in so ausgesprochener Weise, wie in dem hier zunächst herangezogenen Beispiel, doch in gewissem Maße für eine ganze Reihe von Begriffen gegeben ist. So kann uns auch wohl das Bestehen eines Vertrages als eine in ähnlichem Sinne objektive Realität erscheinen, nach deren Verwirklichung oder Nicht-Verwirklichung einwandfrei und unbedenklich gefragt werden kann. Wir gelangen so dazu, z. B. in Fällen, deren reale Gestaltung von der des normalen Vertragsschlusses irgendwie abweicht, die Frage aufzuwerfen, ob ein Vertrag zustande gekommen sei oder nicht, und zu meinen, daß diese Frage stets durch ein objektiv richtiges Real-Urteil zu beantworten sein müsse. — Auf etwas andersartige aber im gleichen Sinne wirksame Verhältnisse werden wir geführt, wenn wir an die in so großem Umfange bedeutungsvollen Fragen nach der Meinung oder dem Willen des „Gesetzgebers" denken. Behält man die verwickelte und weitschichtige Art im Auge, wie tatsächlich eine Rechts-Ordnung entsteht, so versteht sich, daß man es bei jener Frage oder einer entsprechenden Behauptung mit einer Bezeichnung zu tun hat, die die Verhältnisse in einer nützlichen und vielfach genügenden Weise vereinfacht, aber im Grunde doch figürlich ist. Die Ausschließlichkeit, mit der wir uns dieser Betrachtungsweise bedienen, involviert ohne Zweifel eine gewisse Gefahr, dies aus den Augen zu verlieren. Und auch hieraus können sich unter Umständen wohl Störungen ergeben. So wird man im Hinblick auf die tatsächliche Entstehung der Rechts-Ordnung wohl nicht immer an die Vorschriften zweier, verschiedenen Abschnitten angehörigen Paragraphen dieselben Folgerungen zu knüpfen berechtigt sein, die wir daran knüpfen dürften, wenn wirklich ein individueller „Gesetzgeber" in einheitlicher Erwägung beide Anordnungen getroffen hätte. Hier kann es also von Wichtigkeit sein, die figürliche Bedeutung, in der wir vom Gesetzgeber und seinem Willen sprechen, sich gegenwärtig zu halten. — Auch für die Erwägung, ob die Frage nach dem Willen des Gesetzgebers überhaupt eine bestimmte Antwort gestattet, ist die gleiche Aufmerksamkeit erforderlich. Allerdings können auch die psychologischen Vorgänge eines einheitlichen Gesetzgebers wohl von der Art sein, daß es zweifelhaft und unentscheidbar ist, ob er etwas Bestimmtes gemeint oder gewollt habe. Immerhin ergeben sich vielfach Unsicherheiten gerade daraus, daß die Rechts-Ordnung nicht das Werk eines einheitlichen Gesetzgebers ist. Und so kann die Umdeutung des Begriffes uns wohl veranlassen, eine bestimmte Antwort zu erwarten und zu verlangen, wo die Erinnerung an

seinen figürlichen Sinn und die Heranziehung der Tatsachen in ihrer eigentlichen Bezeichnung die Unentscheidbarkeit der Frage deutlich machen wird. Als eine Erscheinung ähnlicher Art dürfen sodann wohl auch gewisse Täuschungen hier angereiht werden, die sich an die Aufgabe der Interpretation knüpfen. Die enge Verknüpfung zwischen einem Ergebnis von praktischer Bedeutung und den real-wissenschaftlichen Grundlagen, die dafür maßgebend sind, verdunkelt hier in gewissem Maße die logische Natur der Aufgabe und veranlaßt uns zu einer Zusammenfassung des im logischen Sinne Heterogenen und Auseinanderzuhaltenden. So können wir namentlich dazu gelangen, die „richtige“ oder „zutreffende“ Interpretation als eine uns überall obliegende, genügend und eindeutig bezeichnete Aufgabe anzusehen.

Handelt es sich in den eben erwähnten Fällen um Täuschungen, die durch die Bevorzugung bestimmter Betrachtungsweisen einigermaßen nahegelegt, übrigens bei einiger Aufmerksamkeit überall vermeidbar sind, so müssen wir nun als vielleicht noch bedeutungsvoller diejenigen erwähnen, die mit ganz allgemeinen, vielfach wohl in positiver Ueberzeugung festgehaltenen Anschauungen zusammenhängen. Es handelt sich hier um die schon im vorigen Kapitel erwähnte allgemeine Auffassung über Natur und Aufgabe der B e g r i f f s b e s t i m m u n g e n. Wie wir dort sahen, geht eine einigermaßen verbreitete Anschauung dahin, daß in der richtigen Bestimmung eines Begriffes eine überall zu stellende und genügend bestimmte Aufgabe zu erblicken sei, und vielfach wird dabei weiter von der Erwartung ausgegangen, durch diese richtige Bestimmung auch zu einer scharfen Begrenzung des betreffenden Begriffes gelangen zu können. Dieser Auffassung zufolge werden wir, wenn es trotz genügender Kenntnis der konkreten Verhältnisse zweifelhaft erscheint, ob sie einem gewissen Begriffe zuzurechnen sind, den Grund hiervon in einer mangelhaften Erfassung dieses Begriffes suchen und daraus den Anlaß entnehmen, zu einer Bestimmung desselben zu schreiten. Irre ich nicht, so hat gerade eine derartige Erwägung das leitende Prinzip für sehr zahlreiche Untersuchungen abgegeben. Die oben gegebenen Erörterungen lehren ja nun, daß gerade für die hier in Betracht kommenden Begriffe solche Bestimmungen häufig der festen Grundlage entbehren und in mancherlei verschiedenem Sinne unternommen werden können. Neben identifizierenden Bestimmungen (die sich auf den Vulgär-Sinn oder auf die Meinung des Gesetzgebers erstrecken können) kommen hier vor allem auch gebundene Begriffsbestimmungen in Frage, die, wenn als bindendes Merkmal eine bestimmte rechtliche Verwendung ins Auge gefaßt wird, den logischen Charakter von Wert-Urteilen oder Erörterungen de lege ferenda annehmen. Namentlich aber ist auch zu beachten, daß das hier in erster Linie angestrebte Ziel, die Gewinnung scharfer Begriffe in strenger oder idealer Weise überhaupt nicht erreichbar ist. Es versteht sich daher, daß

wir es hier, wenn nicht mit einer grundsätzlichen Ueberzeugung, doch mit einer allgemeinen Tendenz oder einer Verfahrungs-Gewohnheit zu tun haben, die durchaus geeignet ist, mannigfaltige Illusionen und Entgleisungen herbeizuführen.

Schließlich möchte ich hier die Aufmerksamkeit auf gewisse, einem andersartigen Gebiete zugehörige Verhältnisse lenken, die in diesem Zusammenhange nicht ohne Interesse sind. Es handelt sich hier um gewisse Besonderheiten des sprachlichen Ausdrucks. Wie an früherer Stelle erwähnt wurde [1]), sind wir gewohnt, die grammatische Form eines und desselben, inhaltlich gleichen, Real-Urteils je nach dem Zusammenhange, in dem es gedacht wird, je nach dem, was uns an ihm von Interesse ist usw., in mannigfaltiger Weise zu modifizieren; und es bestehen dabei Gewohnheiten, die in einer psychologisch merkwürdigen Weise überaus streng fixiert sind. Diese Verhältnisse sind es, die auch hier in gewisser Weise in Betracht kommen. Ist uns im konkreten Falle bekannt, was von zwei beteiligten Personen gedacht und gewollt, event. gesagt und geschrieben worden ist, und erscheint die Zurechnung dieses Sachverhaltes zum Begriff eines Vertragsschlusses mehr oder weniger zweifelhaft, so wird die den logischen Verhältnissen streng Rechnung tragende Erwägung die Frage aufwerfen, ob die hier vorgenommenen Handlungen ein Vertrag seien. In dieser Form wird auch die unbefangene laienmäßige Erwägung die Frage stellen. Wer dagegen gewohnt ist, wie wir es oben bezeichneten, die realen Verhältnisse in juristisch bedeutsamen Begriffen zu denken, der wird fragen, ob tatsächlich ein Vertrag geschlossen worden, ob durch die vorliegenden Handlungen ein Vertrag zustande gekommen sei oder nicht. Diese (in der juristischen Sprache in großem Umfange übliche) Ausdrucksart ist vielleicht in gewissem Maße schon durch jene irrige Auffassung beeinflußt, daß das Entstehen des Vertrags eine unabhängige, von dem in nicht juristischen Begriffen Gedachten abzusondernde Realität bedeute. Aber sie wird ohne Zweifel auch, je mehr sie gewohnheitsmäßig fixiert wird, um so mehr die Täuschung begünstigen, d a ß die Frage nach der Existenz eines Vertrages wie jede andere Real-Frage zu prüfen und zu beantworten sei, und die Aufmerksamkeit von den hier obwaltenden besonderen logischen Verhältnissen ablenken [2]).

---

[1]) S. o. S. 223.

[2]) Uebrigens ist es, wenn ich nicht irre, gerade diese Art des Ausdrucks, die auf den Laien befremdend wirkt, und die ganz vorzugsweise der verbreiteten Annahme einer spezifisch juristischen Denkweise zugrunde liegt, einer Denkweise, die dann wohl auch als eine „formalistische“ u. dgl. bezeichnet wird. In der Tat versteht sich, daß jene Quelle der Täuschung, die für den Fachmann durch die Bevorzugung eines bestimmten Begriffskreises gegeben ist, für den Laien nicht oder doch lange nicht in ähnlichem Grade besteht. So ist denn dem Laien bei der Erwägung konkreter Fälle meist ohne weiteres deutlich, ob eine gestellte Frage im Sinne eines Real-Urteils geprüft und beantwortet werden kann, oder ob es sich um die Zurechnung unter einen relativ unbestimmten Begriff, eine Frage der

Ueberblicken wir die besprochenen Verhältnisse, so läßt sich sagen, daß die Gefahr einer Täuschung, wenn nicht ausschließlich, doch ganz überwiegend mit eben jenem Punkte zusammenhängt, in dem wir auch die besondere und eigenartige Gestaltung der logischen Verhältnisse für die Rechtswissenschaft fanden. Dieser besteht ja darin, daß wir uns, speziellen Absichten entsprechend, gewöhnen, die Wirklichkeit in einer besonderen Klasse von Begriffen zu denken, in Begriffen, die in hohem Maße unbestimmt sind, eine ganz scharfe Bestimmung auch der Natur der Sache nach nicht zulassen. Hierauf beruht es, daß bei der rechtswissenschaftlichen Betrachtung neben den Real-Fragen in großem Umfange auch Inzidenz-Fragen ins Spiel kommen, und zwar solche, die ihrer Natur nach keine sichere Entscheidung gestatten. Das Auftreten dieser atypischen Inzidenz-Beziehungen ist es, was den gleichwohl zu treffenden Bestimmungen den Charakter der Willens-Entscheidung gibt. Dürfen wir hierin, wie gesagt, das in logischer Hinsicht beachtenswerteste Merkmal des ganzen juristischen Begriffs- und Gedanken-Kreises erblicken, so sind anderseits gerade diejenigen Umstände, die uns in die Gefahr bringen, jene Verhältnisse zu übersehen, die wichtigsten Irrtumsquellen. Hierhin gehört das, was wir die Verselbständigung rechtlicher Begriffe nannten, und ihre Umdeutung aus einem figürlichen in einen eigentlichen Sinn, ganz besonders ferner jene allgemeine Anschauung von der Aufgabe und den Erfolgen einer das wahre Wesen erfassenden Begriffsbestimmung, in gewissem Maße endlich auch die zuletzt berührten Eigentümlichkeiten sprachlichen Ausdrucks. Es versteht sich, daß wenn Täuschungen der hier betrachteten Art tatsächlich Platz greifen, sich dadurch einerseits für wissenschaftliche Bestrebungen, anderseits aber auch für die praktisch richterliche Tätigkeit nicht unwichtige Schwierigkeiten und Hemmnisse ergeben müssen. Ob und inwieweit es dazu tatsächlich gekommen ist, kann hier selbstverständlich nicht des Genaueren geprüft oder dargelegt werden. Doch darf darauf hingewiesen werden, daß es vielfach angezeigt erschienen ist, in der fachwissenschaftlichen Literatur eben jene Punkte, für deren Verkennung

---

Inzidenz handelt. Er ist auch gewohnt, diesen Unterschied in der Form der Frage resp. der Antwort zum Ausdruck zu bringen. Er wird also fragen, ob die (uns bekannten) Handlungen zweier Personen noch von der Art sind, daß wir sie einen Vertragsschluß nennen können, und im Anschluß daran, ob es richtig und angezeigt ist, ihnen prozessualisch in diesem Sinne Folge zu geben. Dagegen wird er die als Real-Frage formulierte Erwägung, ob ein Vertrag tatsächlich zustande gekommen sei oder nicht, als schief empfinden. In noch höherem Grade gilt ähnliches von den vorhin erwähnten Fragen allgemeiner Natur. Auch die Frage, ob juristische Personen Delikte begehen können, oder ob an einer nicht schwangeren Person ein Abtreibungsversuch gemacht werden kann, empfindet der Laie unmittelbar als schiefe Formulierungen, die dem logischen Sachverhalt nicht entsprechen. Eine gewisse Berechtigung wird man solchen Bedenken kaum abstreiten können, da diese Formulierungen einem sonst allgemein eingehaltenen und zweifellos wertvollen Gebrauche zuwiderlaufen, und damit auch eine Gefahr für die Verkennung der logischen Verhältnisse sicherlich verknüpft ist.

uns eine gewisse Gefahr zu bestehen schien, durch besondere Untersuchungen zu beleuchten. So ist namentlich die Aufmerksamkeit darauf gelenkt worden, in wie großem Umfange bei den verschiedenen rechtswissenschaftlichen Aufgaben „Willens-Entscheidungen" ins Spiel kommen [1]). Und auch die logische Natur der Begriffsbestimmungen ist gerade im Hinblick auf dieses Gebiet vielfach Gegenstand kritischer Erörterung geworden. Wir dürfen hieraus entnehmen, daß die zu befürchtenden Irrtumsgefahren sich in der Tat in gewissem Umfange geltend gemacht haben (was übrigens eine auch nur fragmentarische Kenntnis der Fachliteratur bestätigt). In dem jedenfalls sehr annähernden Zusammentreffen derjenigen Ergebnisse, zu denen wir von allgemein logischen Grundlagen aus gelangen, mit den auf dem Boden der Fachwissenschaft entwickelten Forderungen dürfen wir wohl eine Gewähr für die Korrektheit und Zulänglichkeit unserer Betrachtungsweisen finden.

Sechsundzwanzigstes Kapitel.

Zur Wahrscheinlichkeits-Theorie.

Prinzip des mangelnden Grundes und der absoluten Unkenntnis. Bedeutung der disjunktiven Form. Die Zufalls-Spiele. Die Wahrscheinlichkeits-Rechnung in der theoretischen Physik.

Die im Jahre 1886 von mir entwickelte, oben ohne nennenswerte Aenderung wiedergegebene Wahrscheinlichkeits-Theorie hat im Laufe der Zeit in manchen ihrer Teile ausgebreitete Zustimmung gefunden; in anderen ist sie vielfachen Bedenken und Widersprüchen begegnet. Ich möchte daher einige Punkte hier noch etwas eingehender besprechen, die oben im Zusammenhange der Hauptdarstellung nicht oder doch nicht so ausführlich berücksichtigt werden konnten, wie es zur völligen Klärung und zur Beseitigung mancher Mißverständnisse wünschenswert sein mag. Zum Teil kann dies in unmittelbarem Anschluß an bestimmte gegen die Spielraums-Theorie erhobene Einwürfe geschehen.

Einen, wenn auch nicht den alleinigen Ausgangspunkt meiner damaligen Untersuchung hatten Ueberlegungen gebildet, die sich an die zahlenmäßige Bewertung von Wahrscheinlichkeiten knüpfen. Alles dreht sich hier, wie bekannt, um den Begriff der gleich wahr-

---

[1]) S. z. B. Rümelin, Werturteile und Willensentscheidungen im Zivilrecht. Prorektoratsrede 1891. 2. Aufl. 1912.

scheinlichen Fälle. Für die Frage, was hierunter zu verstehen sei, ist offenbar der nächstliegende Gedanke der, daß wir Annahmen oder Erwartungen gleich wahrscheinlich nennen können, wenn die für die eine und die andere sprechenden Gründe sich etwa die Wage zu halten scheinen, wenn unsere Erwägungen uns keinen bestimmten Anhalt geben, die eine für wahrscheinlicher als die andere zu halten. So kann man in diesem Sinne wohl sagen, die Wahrscheinlichkeit, daß in den nächsten 6 Monaten der europäische Krieg beendigt sein werde, sei etwa ebenso groß wie die, daß dies nicht der Fall sein werde. Die Meinung, daß hierin und hierin allein auch die der Wahrscheinlichkeits-Rechnung eigentümliche Aufstellung gleich wahrscheinlicher Fälle ihre Basis finde, habe ich als das *Prinzip des mangelnden Grundes* bezeichnet. Es besteht nun kein Zweifel darüber, daß wir in diesem Sinne von gleich wahrscheinlichen Fällen reden können. Das Urteil, das wir aussprechen, indem wir zwei Erwartungen oder zwei Annahmen in diesem Sinne gleich wahrscheinlich nennen, ist offenbar ein *Vergleichungs-Urteil* in dem früher des Genaueren besprochenen Sinne, ganz ähnlich wie wenn wir zwei Empfindungen gleich stark, zwei Empfindungs-Unterschiede gleich groß oder gleich deutlich nennen usw. Nun wurde schon oben betont, daß wir den in solche Sätze eingehenden Gleichheits-Begriff wohl unterscheiden müssen von dem strengen und endgültigen der mathematischen Sätze. Die Gleichsetzungen, die in diesen Sätzen ausgesprochen werden, bedeuten im Grunde, daß die Beziehungen der beiden verglichenen Objekte sich weder als ein Mehr noch als ein Minder bezeichnen lassen. Der weite Umfang, in dem solche Vergleichungen ausgeführt werden können, beruht auf dem überaus weiten, aber auch entsprechend unbestimmten Sinne dieses Mehr oder Weniger, Stärker oder Schwächer usw. Wir können solche Vergleichungen also auch auffassen als Aussagen einer *Inzidenz* (einer durch den Sinn des allgemeinen Begriffes gegebenen Zugehörigkeit) zu jenen unbestimmten Begriffen. Auch war schon früher davon die Rede, daß bei mehr oder weniger unbestimmten allgemeinen Begriffen die Inzidenz-Beziehung eine atypische ist, d. h. es vielfach zweifelhaft erscheinen kann, ob ein Einzelnes dem allgemeinen Begriffe noch zuzurechnen sei oder nicht. Und es wurde betont, daß diese, eben auf der Unbestimmtheit des betreffenden Begriffes beruhende Unsicherheit nicht mit der Frage einer Richtigkeit oder Falschheit im objektiv-realen Sinne verwechselt werden darf. Ob eine Empfindung, die wir gerade haben, und die dem Grenzgebiet zwischen Gelb und Rot angehört, noch rot zu nennen ist, ob ein Geräusch, das wir im Augenblick hören, als ein lautes bezeichnet werden darf, das entzieht sich, wenn es überhaupt zweifelhaft erscheint, jeder sinnvollen Diskussion; es ist der Natur der Sache nach unentscheidbar. Ganz ähnlich sind auch jene Vergleichungen zwar, wie gesagt, in weitestem Umfange möglich, aber vielfach

äußerst unsicher und von schwankenden Ergebnissen. Und auch ihnen gegenüber ist von Wichtigkeit, festzuhalten, daß wo wir im Zweifel bleiben, nicht nach einem bestimmten Ergebnis als dem in irgend einem strengen Sinne richtigen gefragt oder gesucht werden kann. Freilich können wir den Unterschied zwischen Rot und Grün größer nennen als den eines Tones von 400 und eines von 405 Schwingungen in der Sekunde. Gleichwohl ist der Vergleich zwischen optischen und akustischen Empfindungs-Unterschieden ein überaus unsicherer. Und es wäre eine Täuschung, wenn man meinen wollte, etwa denjenigen Farbenunterschied ermitteln zu können oder zu müssen, der dem Intervall einer großen Terz genau gleich ist[1]). — Eben dies gilt nun auch für die uns hier beschäftigenden Verhältnisse. Oft genug zwar können wir die Wahrscheinlichkeit zweier Annahmen mit dem bestimmten Ergebnis vergleichen, daß die eine größer oder kleiner ist als die andere. In der Regel aber werden solche Vergleichungen nicht wohl ausführbar sein, ihre Resultate unsicher und willkürlich erscheinen. Schon oben wurde dies für einfachere Beispiele hervorgehoben. Die Wahrscheinlichkeit irgend einer induktiven Verallgemeinerung können wir z. B. mit irgend einer in einem Zufalls-Spiel gegebenen vergleichen. Wir werden vielleicht unbedenklich sagen, sie sei größer als die, mit der wir beim Würfeln das Fallen einer bestimmten Seite erwarten, kleiner als diejenige, mit der wir annehmen, daß beim Roulette unter den nächsten 100 Würfen mindestens einmal Rot fallen werde. Aber es wird nicht angängig erscheinen, diejenige numerische Wahrscheinlichkeit anzugeben, der sie streng gleich ist. Dasselbe gilt, wie dort gezeigt wurde, im allgemeinen auch für die auf Spielraums-Verhältnissen beruhenden und nach ihnen zu bemessenden Wahrscheinlichkeiten[2]).

In der Regel führt also die Bewertung von Wahrscheinlichkeiten nach dem Prinzip des mangelnden Grundes, gerade wie die anderen Vergleichungs-Urteile zu schwankenden Ergebnissen. Ja, bei der verwickelten Natur des zu Vergleichenden tritt hier jene Unsicherheit und Willkürlichkeit ganz besonders stark hervor. Sehr häufig wird man bemerken, daß die Betrachtung sich ändert, wenn wir, statt unmittelbar die uns interessierenden Vorgänge ins Auge zu fassen, nach der Wahrscheinlichkeit der bedingenden Umstände fragen, die den einen oder andern herbeizuführen geeignet sind. Besonders leicht kann es geschehen, daß wir auf Grund einer zutreffend erscheinenden Ueberlegung nach den Regeln der Wahrscheinlichkeits-Rechnung für irgend ein Verhalten eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit berechnen, dann aber inne werden, daß bei einer andern, nicht minder zulässigen Betrachtungsweise sich für das-

[1]) Vgl. über diesen ganzen Gegenstand, die Vergleichungs-Urteile, den psychologischen Gleichheits-Begriff, die atypischen Inzidenz-Beziehungen usw. die früheren Ausführungen S. 12, 31 und 475.

[2]) Vgl. o. S. 415 und 432.

selbe Verhalten eine viel geringere Wahrscheinlichkeit ergibt. Finden wir daher, daß bei den Zufalls-Spielen die Wahrscheinlichkeits-Ansätze der Willkür entzogen und streng fixiert erscheinen, auch z. B. für die Gesamtergebnisse sehr zahlreicher Fälle gewisse Erwartungen mit enormen Wahrscheinlichkeits-Werten gebildet werden, ohne daß dagegen auf Grund irgend einer anderen Betrachtung ein Einwurf erhoben werden kann, so wird anzunehmen sein, daß dafür irgend welche besonderen Umstände maßgebend sein müssen, und es erhebt sich die Frage, bei welcher besonderen Gestaltung der intellektuellen Verhältnisse eine feste, von der Willkür der Betrachtung unabhängige Bewertung von Wahrscheinlichkeiten sich ergibt. Auf diese Frage wird von der Spielraums-Theorie die Antwort gegeben, daß uns in jenen besonderen Fällen das Größen-Verhältnis derjenigen Bedingungsbereiche bekannt ist, welche die verschiedenen Erfolge herbeiführen, und daß gerade auch dieses Größen-Verhältnis allein für unsere Erwartungen maßgebend ist. Man kann daher auch sagen, daß den Wahrscheinlichkeits-Ansetzungen ein bestimmtes Wissen von objektiver Bedeutung zugrunde liegt.

Es ist gerade dieser Punkt, der von philosophischer Seite auf Widerspruch gestoßen ist. Namentlich ist S t u m p f[1]) im Gegensatz hierzu wieder für die alte L a p l a c esche Formulierung eingetreten und hat sich bemüht zu zeigen, daß diese im allgemeinen auch genüge, um zu einer bestimmten, nicht von Willkürlichkeiten der Betrachtung abhängigen Bewertung der Wahrscheinlichkeit zu gelangen. — Es ist nun zunächst beachtenswert, daß die Art, wie Stumpf die gleich wahrscheinlichen Fälle definiert und damit die Bedingungen zahlenmäßiger Bewertung festlegt, sich mit derjenigen, die ich als Prinzip des mangelnden Grundes bezeichnete und als unzulänglich zu erweisen suchte, nicht genau deckt. Es liegt darin die Gefahr eines gewissen Mißverständnisses, das mit der ungleichen Auffassung der sozusagen klassischen Definition von Laplace zusammenhängt. Man findet nämlich bei Stumpf mit besonderem Nachdruck die von mir gar nicht erwähnte Bedingung einer völligen Unkenntnis hervorgehoben. So sagt Stumpf (a. a. O. S. 41): „Die Meinung von Laplace ist . . . vollkommen ausgedrückt, wenn wir sagen: Gleich möglich sind Fälle, in Bezug auf welche wir uns in gleicher Unwissenheit befinden. Und da die Unwissenheit nur dann ihrem Maße nach gleich gesetzt werden kann, wenn wir absolut nichts darüber wissen, welcher von den unterscheidbaren Fällen eintreten wird, so können wir noch bestimmter diese Erklärung dafür einsetzen." Auch an manchen anderen Stellen (a. a. O. S. 67) wird diese Bedingung des völligen Nichts-Wissens betont, besonders in der Form, daß

[1]) S t u m p f, Ueber den Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit. Sitzungsber. der K. bayer. Akademie der Wissenschaften, philos.-hist. Kl. 1892, S. 37.

D e r s e l b e, Ueber die Anwendung des mathematischen Wahrscheinlichkeits-Begriffes auf Teile eines Kontinuums. Ebenda 1892, S. 681.

unser Wissen sich in dem Inhalte des disjunktiven Urteils erschöpfen und nichts darüber Hinausgehendes enthalten müsse[1]). Es ist nun aber doch ein großer Unterschied, ob wir über die zu vergleichenden Fälle alles Mögliche (sicher oder unsicher) wissen und die darauf basierten vergleichenden Erwägungen uns zu keiner entschiedenen Bevorzugung der einen oder anderen Annahme führen, oder ob wir uns tatsächlich gegenüber den Fällen in einer absoluten Unkenntnis befinden. Man könnte daher anerkennen, daß ganz im allgemeinen Wahrscheinlichkeiten eine zahlenmäßige Bestimmung nicht gestatten, man könnte auch den allgemeinen Gründen, auf die ich dies oben zurückgeführt habe, als berechtigt zustimmen, insbesondere also zugeben, daß die Wahrscheinlichkeit einer Analogie-Bildung, einer induktiven Verallgemeinerung kein numerisches Maß gestatten. Hieran könnte man dann die Folgerung knüpfen, daß von gleichen Wahrscheinlichkeiten dann zu sprechen sein werde, wenn für die Glieder einer Disjunktion nach Maßgabe der besondern intellektuellen Verhältnisse diese Erwägungen v ö l l i g i n W e g f a l l kommen. Und man könnte wohl meinen, daß dies eben dann der Fall sein werde, wenn zufolge einer absoluten Unkenntnis solche Erwägungen überhaupt gar nicht angestellt werden können. Diese Anschauung würde eine besondere Zuspitzung des Prinzips vom mangelnden Grunde bedeuten und mag für den Augenblick als Prinzip der a b s o l u t e n U n k e n n t n i s bezeichnet werden.

Die genauere Verfolgung dieses wohl vielfach vertretenen Gedankens führt nun aber zu sogleich zu dem Ergebnis, daß die in ihm formulierte Bedingung kaum zu realisieren und in den Fällen, wo es vielleicht zunächst so scheinen könnte, auch nicht realisiert ist. Denn schon die Bedeutung derjenigen Begriffe, in denen die Glieder der Disjunktion bezeichnet sind, wird im allgemeinen ein hier in Betracht kommendes Wissen darstellen. Namentlich müssen ja stets zwischen den Bezeichnungen der verschiedenen Disjunktionsglieder eine Reihe von Beziehungen stattfinden, die wiederum nach Maßgabe dieses oder jenes

[1]) Ob die Meinung von L a p l a c e hier ganz richtig aufgefaßt wird, oder ob sie zutreffender, wie ich es tat, mit dem Prinzip des mangelnden Grundes in meinem Sinne identifiziert werden darf, ist natürlich ohne Belang. Doch sei bemerkt, daß wenn Laplace definiert: „Cas également possibles, c'est à dire tels que nous soyons également indécis sur leur existence", der Ausdruck „également indécis" wohl genau genommen nicht mit gleich unwissend, sondern mit gleich ungewiß oder gleich unentschieden zu übersetzen ist, was zu der letzteren Auffassung besser stimmen dürfte. Stumpf gibt in ähnlicher Formulierung auch die Ansicht S i g w a r t s wieder, der als zweite Prämisse ein völliges Nichts-Wissen über die einzelnen disjungierten Glieder fordere. Ich bin jedoch im Zweifel, ob dies der Meinung Sigwarts ganz entspricht. Es heißt an der vorzugsweise in Betracht kommenden Stelle . . . „immer den Fall vorausgesetzt, daß unsere Kenntnis auf das beschränkt ist, was das disjunktive Urteil aussagt, und daß sonst kein Grund vorliegt, welcher uns das eine mehr als das andere erwarten läßt". Offenbar weist der Nachsatz auf eine Abwägung verschiedener Gründe hin, die ja stets ein gewisses Maß von Wissen voraussetzen wird. Freilich kann man sagen, daß er insofern mit dem Vordersatz in einem gewissen Widerspruch steht.

Wissens für die Wahrscheinlichkeits-Erwägung von Bedeutung sein werden. Mag es sich um kontradiktorische Gegensätze oder mag es sich um irgendwie koordinierte Begriffe handeln, unter allen Umständen wird der Inhalt dieser Begriffe zu einer Reihe von Fragen Anlaß geben, von denen mindestens ein Teil keineswegs absoluter Unkenntnis begegnet, sondern der Ueberlegung eine Reihe von Angriffspunkten bietet. Es ist leicht dies gerade auch für die Zufalls-Spiele zu erweisen, wenn man sich vor einer Verwechslung hütet. Es liegt freilich nahe und wir sind wohl gewohnt z. B. beim Würfeln zu sagen, es sei uns schlechterdings nichts bekannt, was uns veranlassen könnte, den einen Wurf mehr als den anderen zu erwarten. Allein wir dürfen uns durch diese Formulierung nicht darüber täuschen lassen, daß damit jene vom Prinzip geforderte absolute Unkenntnis keineswegs gegeben ist. Lassen wir hier alle diejenigen Umstände beiseite, die für die verschiedenen Fälle übereinstimmen, und die ja in der Tat hier ausscheiden würden, so zeigt sich doch, daß uns zwischen den zu vergleichenden Fällen stets eine Reihe von Unterschieden bekannt sind, an welche Erwägungen bezüglich ihrer Wahrscheinlichkeit angeknüpft werden können. Wir wissen, daß die verschiedenen Seiten mit einer, zwei, drei Marken versehen sind, die in Vertiefungen, Farbflecken o. dgl. bestehen; wir wissen, daß der Wurf 6 meist als der höchste eine gewisse ausgezeichnete psychologische Bedeutung besitzt usw. So können wir denn auch ohne weiteres eine Reihe von Fragen aufwerfen, wie etwa die, ob nicht durch die Anbringung der Marken eine Verschiebung des Schwerpunktes zu erwarten sei, ob nicht die durch die Seite 6 erregte Aufmerksamkeit die Würfelbewegung und damit den Erfolg beeinflussen könne, ob nicht beim Roulette die rote oder die schwarze Farbe der Felder eine Anziehung auf die laufende Kugel ausübe oder ihrer Bewegung einen stärkeren Reibungswiderstand entgegensetze usw. Wir wissen aber tatsächlich, daß dies nicht oder doch nur in einem ganz minimalen Betrage der Fall ist. Daß wir „nichts wissen, was uns zu einer ungleichen Bewertung der verschiedenen Wahrscheinlichkeiten veranlassen könnte", heißt also eigentlich, daß wir ganz genau und positiv wissen, daß in einer Reihe von Verhältnissen k e i n Anlaß dazu gegeben ist. Neben diesen Punkten von theoretischer Bedeutung ist dann aber auch an die mit den Zufalls-Spielen gemachten Erfahrungen zu erinnern. Daß z. B. beim Roulette in größeren Zahlen von Würfen immer sehr annähernd Schwarz und Rot gleich oft gefallen ist, das ist uns ja tatsächlich sehr wohl bekannt.

Geht aus dem Dargelegten hervor, daß bei den Zufallsspielen gewisse Verhältnisse tatsächlich bestehen, aus deren Kenntnis sich die geläufigen Wahrscheinlichkeits-Ansetzungen als begründet und zutreffend ergeben, so wäre damit zunächst noch nicht ausgeschlossen, daß wir zu denselben Ergebnissen auch ohne die Heranziehung jenes Wissens gelangen können. Und so kann denn gefragt werden, ob nicht als mindestens

zulässig auch eine andere Betrachtung anzuerkennen sei, die von jenem Wissen ganz absieht, und ob nicht auf diese Weise doch das Prinzip der absoluten Unkenntnis sich als genügende Grundlage der Wahrscheinlichkeits-Bewertungen herausstellt. Einer solchen modifizierten Betrachtung der Zufalls-Spiele hier nachzugehen ist um so mehr geboten, als verbreitete Anschauungen etwa auf sie hinauslaufen dürften. In der Tat dürfte wohl die Meinung Vieler, namentlich, wenn ich mich nicht täusche, auch die von Stumpf dahin gehen, daß man die von mir betonte Charakterisierung der Zufalls-Spiele, die Hervorbringung der einzelnen Erfolge durch gleiche Bereiche bedingender Umstände weder zuzugeben noch zu bestreiten brauche; es sei auch ganz unnütz, sich darüber den Kopf zu zerbrechen, da die uns geläufigen und richtigen Wahrscheinlichkeits-Ansetzungen sich auch ohne die Berücksichtigung jenes Wissens begründen und als zwingend gegeben, von irgend einer Willkür der Betrachtung nicht abhängig dartun ließen. — Eine einfache Erwägung lehrt zunächst, daß die übliche (und richtige) Behandlung der Zufalls-Spiele jedenfalls in einigen Hinsichten nicht auf die bloße Unkenntnis gegründet werden kann. Man sieht dies sogleich, wenn man sich in die intellektuelle Lage jemandes versetzt, der über das Spiel, wenn auch nicht gar nichts (was nicht wohl denkbar ist), doch sehr viel weniger weiß, als uns tatsächlich bekannt ist, etwa jemandes, der überhaupt noch niemals einen Würfel in der Hand gehabt oder ein mit einem solchen ausgeführtes Spiel gesehen hat. Er würde sich sagen müssen, daß er den Einfluß, den die Markierung der Seiten oder die praktisch unvermeidlichen Exzentrizitäten oder die einzelne dem Wurfe vorausgehende Lage auf den Erfolg ausüben mag, gar nicht zu veranschlagen in der Lage ist. So wird er denn durchaus mit der Möglichkeit zu rechnen haben, daß mit jedem realen Würfel immer nur eine und dieselbe Zahl geworfen werden kann. Er wird also, sobald es sich um mehr als einen Wurf handelt, die Wahrscheinlichkeit für die Wiederholung desselben Erfolges jedenfalls höher veranschlagen müssen, als die einer beliebigen Folge von mehreren verschiedenen, die für Sechs Sechs oder Drei Drei höher als die für Vier Fünf usw. In welchem Betrage aber dies zu geschehen hat, das abzuschätzen oder zu bestimmen, fehlt jede feste Grundlage. Die Behandlung der einzelnen Fälle als u n a b h ä n g i g e r im Sinne der Wahrscheinlichkeits-Theorie bedarf also der Unterlage eines bestimmten Wissens und ist nur durch ein solches zu legitimieren. Gerade die wichtigsten Wahrscheinlichkeits-Erwägungen, die sichere Erwartung annähernd bestimmter Gesamtergebnisse in sehr zahlreichen Fällen, würden also ohne die Unterlage positiven Wissens unerweisbar sein und in Wegfall kommen.

Anders liegen nun allerdings die Verhältnisse für den Einzelfall. Mit Recht kann man z. B. sagen, daß wenn uns auch über die Verschiebung des Schwerpunktes und über die dadurch gegebene Beeinflussung der Erfolge nichts bekannt ist, wir ja jedenfalls voraussetzungsgemäß

auch darüber nichts wissen, nach welcher Seite hin eine solche etwa besteht, und somit die Wahrscheinlichkeit für alle 6 Erfolge doch wieder die gleiche sein wird. Allein auch wenn wir die Erwartungen in Betreff eines einzelnen Würfel-Erfolges unter diesem Gesichtspunkte genauer verfolgen, bemerken wir doch, daß die Verhältnisse keineswegs so liegen, wie es dem Prinzip der absoluten Unkenntnis zur Stütze gereichen könnte. Vor allem ist ja zu berücksichtigen, daß es sich um einen geometrisch regelmäßigen Körper handelt, daß seine Anordnungen im Raume eine mathematisch definierbare Gesamtheit, und daß von diesen mathematisch möglichen Anordnungen die realiter möglichen (diejenigen nämlich, die ein stabiles Gleichgewicht darstellen) einen bestimmten Bruchteil, also wiederum eine mathematisch definierbare Gesamtheit darstellen. Ihr einfachstes und durchsichtigstes Analogon finden die hier anzustellenden Betrachtungen in der Frage nach der räumlichen Orientierung einer realen Linie. Die geometrisch möglichen Richtungen bilden eine ganz bestimmte Gesamtheit, die wir durch die Oberfläche einer Kugel vom Radius der Längeneinheit messen können. Und die Wahrscheinlichkeit, daß die Richtung innerhalb eines bestimmten körperlichen Winkels liege, werden wir der Größe desselben proportional, gleich seinem Werte geteilt durch 4π anzusetzen haben. Die Wahrscheinlichkeit mißt sich also auch hier nach einem Spielraum. Nur insofern werden wir auf ein besonderes und in unseren allgemeinen Darlegungen zunächst nicht berücksichtigtes Verhalten geführt, als für die Richtungen oder die Winkelgrößen in mehreren Hinsichten eigenartige Verhältnisse bestehen. Vor allem insofern ist dies der Fall, als ihre Gesamtheit eine geschlossene ist, nicht aber, wie Längen- und Zeitwerte oder physikalische Größen von kombinierter Bedeutung im positiven und negativen Sinne unendlich werden können. Damit hängt dann weiter zusammen, daß für sie auch nicht wie für die letztgenannten physikalischen Größen eine Mehrzahl von Messungsmöglichkeiten besteht, nicht minder aber auch, daß in Bezug auf sie ein so vollständiges Nichts-Wissen wenigstens denkbar erscheint, daß alle Teile der ganzen Gesamtheit in dieser Hinsicht völlig gleichwertig sind. — Ganz ähnlich beim Würfel. Auch für ihn bezeichnet das, was wir einen bestimmten Erfolg nennen, z. B. das Obenliegen der Sechserseite, eine Gesamtheit räumlicher Anordnungen, teils insofern wir uns den Würfel dabei an beliebige Stellen der Tischplatte gebracht denken können, teils auch insofern er noch um die senkrechte Achse gedreht gedacht werden kann. Die den einzelnen Erfolgen entsprechenden Lagen stellen wiederum streng definierbare mathematische Gesamtheiten dar, die für jeden einzelnen Erfolg von gleicher Größe sind. Gerade hierin offenbar liegt auch der entscheidende Grund dafür, daß wir andere Wahrscheinlichkeits-Ansätze als falsch ablehnen, so z. B. die Gegenüberstellung, daß die Sechserseite in vertikaler und daß sie in horizontaler Lage sei.

Bemessen sich hiernach die Wahrscheinlichkeiten auch bei der hier vorausgesetzten Betrachtung des Würfel-Spiels nach Spielraums-Größen, so betreffen ja diese zunächst nur die Endlage des Würfels. Auch über die selbstverständlich gebotene Frage, durch welche Gestaltung der bedingenden Vorgänge der eine oder andere Erfolg herbeigeführt wird, können wir nun eine modifizierte Betrachtung anstellen, die von einem in Wirklichkeit vorhandenen Wissen absieht. Fassen wir statt des Würfel-Spiels, um die Verhältnisse noch weiter zu vereinfachen, das der aufgeworfenen Münze (Kopf und Schrift) ins Auge, und nehmen wir, um auch dieses auf seine einfachste Form zu bringen, an, es werde eine kreisrunde Scheibe aufgeworfen, deren eine Fläche durch irgend eine Marke bezeichnet ist. Wäre uns die Bedeutungslosigkeit der Markierung für den Erfolg nicht (wie es tatsächlich der Fall ist) bekannt, so würde zu erwägen sein, ob die Marke den einen oder den entgegengesetzten der beiden möglichen Erfolge in irgend einem Betrage begünstige. Hier versteht sich nun in der Tat, daß man jeder Annahme, die Bezeichnung begünstige den einen Erfolg in einem bestimmten Maße, die sozusagen symmetrische entgegenstellen kann, daß sie den entgegengesetzten Erfolg in dem gleichen Verhältnis begünstige. So wird denn allerdings trotz der hier angenommenen Unkenntnis nomologischer Verhältnisse die Wahrscheinlichkeit jedes der beiden Erfolge mit $1/2$ anzusetzen sein. Allein auch in diesem Falle beruht die Möglichkeit einer festen Bewertung der Wahrscheinlichkeiten auf dem Auftreten von Gleichheits-Beziehungen zwischen den begrifflichen Bezeichnungen der einzelnen Disjunktionsglieder, und die Annahmen, die als gleich wahrscheinliche behandelt werden, umfassen wiederum gleiche Spielräume. Von den in erster Linie behandelten Fällen unterscheidet sich der hier vorliegende nur dadurch, daß die einwandfreie Gleichsetzung zweier Spielräume statt auf ihrer Zusammensetzung aus sehr kleinen regelmäßig abwechselnden Teilen auf der vollständigen Symmetrie zweier entgegengesetzter, durch positive und negative Werte darstellbarer Verhaltungsweisen beruht. Des weiteren kommt in Betracht, daß wir für Annahmen nomologischen Inhalts, ohne uns auf das Gebiet des rein Fiktiven zu begeben, eine so völlige Unkenntnis annehmen können, wie sie erforderlich ist, um allein die Spielräume für die Wahrscheinlichkeit maßgebend zu machen. Hiernach kann denn zugegeben werden, daß auch bei dieser fiktiven, von einem tatsächlich vorhandenen Wissen absehenden Betrachtung der Zufalls-Spiele sich für die Wahrscheinlichkeits-Ansetzungen bestimmte Grundlagen ergeben. Aber wir müssen bestreiten, daß sich hierin das Prinzip der absoluten Unkenntnis bestätige. Keineswegs beruht die Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeiten schlechtweg darauf, daß in Ermangelung jeglichen Wissens alle Erwägungen in Wegfall kämen. Auch hier vielmehr stützt sie sich auf objektiv gegebene und uns bekannte Größenverhältnisse. Auch hier

also werden wir in letzter Instanz auf das Prinzip der Spielräume zurückgeführt.

Allerdings kommen hier die Spielraums-Verhältnisse nicht genau in derjenigen Weise zur Geltung, die in unserer Theorie der Zufalls-Spiele abgeleitet worden ist. Indessen kann ich doch auch hierin nicht einen Widerspruch gegen diese Theorie, sondern höchstens eine einigermaßen selbstverständliche Ergänzung erblicken. Denn das sollte ja nicht behauptet werden, daß überall, wo nicht jene besonderen Bedingungen erfüllt sind, die Bewertung der Wahrscheinlichkeit völlig willkürlich sei, daß sie etwa ebenso gut gleich 0,1 wie gleich 0,9 gesetzt werden könne. Behauptet wurde nur, daß im allgemeinen die Ansetzung der Wahrscheinlichkeit in weiten Grenzen unsicher ist, daß auch nicht ein bestimmter Wert als der streng richtige gesucht werden kann. Und finden wir gewisse Fälle dadurch ausgezeichnet, daß sich für eine Wahrscheinlichkeit ein bestimmter Zahlen-Wert streng und einwandfrei ergiebt, so schließt das nicht aus, daß auch in mancherlei anderer Weise diese oder jene Anhaltspunkte gegeben sein können, die eine bestimmte Bewertung als die nächstliegende und angemessenste erscheinen lassen, auch wenn nicht gerade die Bedingungen gegeben sind, die zwingend und einwandfrei dazu nötigen. Immer aber wird man auch diese Anhaltspunkte nicht in einer völligen Unkenntnis, sondern in gewissen Dingen finden, die uns bekannt sind.

Die Betrachtung passender Beispiele führt zum Teil auf Fälle, in denen, dem ersten Anschein vielleicht entgegen, für eine Ansetzung der Wahrscheinlichkeit solche positive Anhaltspunkte vorhanden sind, weit häufiger aber auf andere, in denen nur das Uebersehen eines solchen Wissens eine bestimmte Ansetzung als zutreffend erscheinen läßt, während eine genauere Prüfung ihre Berechtigung durchaus zweifelhaft macht. Als ein Beispiel der ersteren Art möchte ich hier die oft herangezogene Erwägung anführen, ob ein Kind männlichen oder weiblichen Geschlechtes sein werde. Eine absolute Unkenntnis kann hier freilich bezüglich der regelmäßigen Zusammenhänge bestehen; es kann dem Fragenden schlechterdings unbekannt sein, wodurch sich bei Zeugung und Entwicklung das Geschlecht bestimmt. Auch können wir annehmen, daß dem Fragenden über die von der Statistik ermittelten Häufigkeits-Verhältnisse männlicher und weiblicher Geburten nichts bekannt sei. Aber daß beide Geschlechter in wenigstens annähernd gleicher Zahl entstehen und vorhanden sind, das ist eine Tatsache, die unbedingt bekannt und deren Kenntnis kaum wegzudenken ist. Und selbst wenn wir auch von ihr absehen wollten, würde doch übrig bleiben, was schon durch den Begriff des männlichen und weiblichen Geschlechts gegeben ist, daß bei der Fortpflanzung je eines der einen und eines der anderen Art beteiligt ist. So wird man denn zugeben können, daß bei der hier gestellten Frage die Bewertung jedes Falles mit 0,5 sich als die angemessenste und nächstliegende ergibt, keineswegs aber wegen einer absoluten Unkenntnis, sondern wegen eines Wissens, das schon mit der begrifflichen Bezeichnung der Disjunktionsglieder gegeben und daher nicht wegzudenken ist. — Die Bedeutung dieser Umstände leuchtet ein, wenn wir an ähnliche Beispiele denken, bei denen solche Anhaltspunkte nicht oder in anderer Art gegeben sind, und wir kommen hiermit auf die andere Art von Fällen, in denen eine auf den ersten Blick zutreffend erscheinende Wahrscheinlichkeits-Ansetzung sich bei genauerer Erwägung als sehr bestreitbar erweist. So möge z. B. erwogen werden, ob ein bestimmter Stern, den wir am Himmel sehen, ein Fixstern oder ein Planet ist. Denkbar ist ganz wohl (und wir wollen es voraussetzen), daß der Fragende gar nicht darüber unterrichtet sei, in welcher relativen Häufigkeit Fixsterne und Planeten sich am Himmel befinden. Und so könnte man denn wohl meinen, es werde wegen dieser absoluten Unkenntnis die Wahrscheinlichkeit des einen wie des anderen Falles mit $1/_2$ anzunehmen sein. Allein wer überhaupt weiß, daß der Planet ein unserm Sonnensystem zugehöriger, der Fixstern ein außerhalb desselben befindlicher Himmelskörper ist, wird mit Recht die Wahrscheinlichkeit des letzteren Falles viel höher anzusetzen geneigt sein.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, diese Verhältnisse noch durch einige weitere Beispiele zu erläutern, deren Betrachtung mir in mancher Hinsicht belehrend erscheint. Wird eine irgendwie markierte Scheibe aufgeworfen, so können wir es, wie vorhin erwähnt, im Hinblick auf die genaue Symmetrie als gleich wahrscheinlich erachten, daß die Markierung den einen oder andern Erfolg begünstige. Es ist beachtenswert, daß die Zahlenwerte, die in nomologische Sätze eingehen, keineswegs überall eine so vollständige Symmetrie positiver und negativer Werte zeigen, wie es hier der Fall ist, und daß dann, wiewohl die Verhältnisse den eben besprochenen sehr ähnlich sind, doch die Bedingungen für eine zahlenmäßige Bewertung der Wahrscheinlichkeit nicht gegeben zu sein brauchen. So möge etwa erwogen werden, wie die Mortalität einer Krankheit durch die Behandlung mit einem Arzneimittel beeinflußt wird. Man könnte auf den ersten Blick wohl meinen, daß auch hier eine Beeinflussung im günstigen und ungünstigen Sinne, eine Minderung und eine Steigerung der Mortalität einander symmetrisch gegenüberzustellen und somit in Ermanglung irgend welches Wissens für beide sich die Wahrscheinlichkeit 0,5 ergebe. Allein wenn z. B. die Mortalität ohne Anwendung jener Maßnahme 20 Prozent beträgt, so werden die Steigerung derselben auf 100 und die Verminderung auf 0 keineswegs symmetrische Verhaltungsweisen darstellen. Man kann ferner bemerken, daß eine Steigerung auf 100, d. h. eine sichere Tötung, sehr wohl denkbar erscheint (sie würde jedem eigentlichen Gifte zukommen), eine Verminderung auf Null, der sichere Ausschluß eines tödlichen Ausganges, dagegen kaum unter irgend welchen Umständen erwartet werden kann. So wird, wenn uns gar nichts darüber bekannt ist, wie die betreffende Behandlung wirkt, es durchaus zweifelhaft erscheinen, ob wir für günstige und ungünstige Wirkung gleiche Wahrscheinlichkeiten anzusetzen haben, und man könnte sehr wohl daran denken, die Wahrscheinlichkeit einer ungünstigen Beeinflussung zunächst höher zu bewerten. — Ebenso erscheint mir

die Ueberlegung nicht einwandfrei, durch die Stumpf zu zeigen versucht, daß, wenn wir eine Kugel aus einem Gefäß ziehen, von dem wir nur wissen, daß es schwarze und weiße Kugeln in irgend einem (uns nicht bekannten) Zahlenverhältnis enthält, wir die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer schwarzen und einer weißen Kugel übereinstimmend mit 0,5 anzusetzen haben. Denn wir müssen beachten, daß auch zwischen Schwarz und Weiß keineswegs jene absolute Symmetrie besteht, wie sie in gewissen Hinsichten für die Zufalls-Spiele gegeben ist. Wir können zunächst in Betracht ziehen, daß es vermutlich weit mehr Materialien gibt, die von Haus aus weiß, als solche, die von Haus aus schwarz sind (Holz, Elfenbein, Knochen, Zelluloid u. a.). Diese können zwar gefärbt werden, wo aus besonderen Gründen schwarze, oder wo eine gleiche Zahl von schwarzen und weißen Kugeln erfordert werden. Liegt aber kein solcher Anlaß vor, so werden sie voraussichtlich weiß hergestellt und in den Handel gebracht werden. Es ist also eine durchaus berechtigte Erwägung, ob es nicht viel mehr weiße als schwarze Kugeln gibt. Nehmen wir aber an, daß zufolge einer völligen Unkenntnis alle derartigen Erwägungen wegfallen, so würde immer noch zu fragen sein, ob die Begriffe Weiß und Schwarz gleiche Umfänge von Oberflächen-Beschaffenheiten oder von Empfindungen bezeichnen. Man könnte z. B. sehr wohl geltend machen, daß ganz ähnliche Modifikationen der Oberflächen-Beschaffenheit, wie sie den weißen Körper in einen farbigen verwandeln, auch für den schwarzen denkbar sind, daß sie aber an diesem nicht merkbar werden, er vielmehr immer schwarz bleibt. Demgemäß kann recht wohl erwogen werden, ob Schwarz nicht eine größere Mannigfaltigkeit von Oberflächen-Beschaffenheiten bedeute als weiß, und ob nicht daraufhin (bei dem vorausgesetzten gänzlichen Mangel anderen Wissens) die Wahrscheinlichkeit für das Vorhandensein eines schwarzen Körpers höher als für das eines weißen anzusetzen sei. Die Berechtigung derartiger Ueberlegungen leuchtet ein, sobald man an die Gegenüberstellung anderer Farben-Bezeichnungen denkt, von denen die eine in ausgesprochener Weise eine relativ enge Bedeutung hat, z. B. Weiß und Karminrot u. dgl.

Auf den wichtigsten hierhergehörigen Umstand führt uns die allgemeinere Betrachtung eines Punktes, der vorhin schon mit Bezug auf die Zufalls-Spiele erwähnt wurde. Es wurde dort betont, daß es stets nur im Hinblick auf ein bestimmtes Wissen zulässig ist, eine Reihe ähnlicher Fälle als unabhängig zu behandeln. Sind uns hinsichtlich der bedingenden Umstände nicht jene ganz bestimmten und positiven Tatsachen bekannt, die uns erlauben, die Fälle als unabhängig zu behandeln, so wird stets die Wahrscheinlichkeit einer Wiederholung des gleichen Erfolges höher zu veranschlagen sein, als die eines wechselnden Auftretens verschiedener. Gerade also, wenn wir Disjunktionsglieder einander gegenüberstellen, deren jedes eine Reihe ähnlicher Fälle umfaßt, von denen aber eines immer den gleichen Erfolg, ein anderes wechselnde Erfolge bedeutet (also z. B. *SSSS* und *SRRS* beim Roulette), so stellt schon die begriffliche Bezeichnung der einzelnen Disjunktionsglieder ein gar nicht wegzudenkendes Wissen dar, das für die Bewertung der verschiedenen Fälle in Betracht kommt. Und in Ermangelung jedes Wissens über die Art, wie die Erfolge zustande kommen, über die

Bedingungen, von denen sie abhängen, würde die Wahrscheinlichkeit des ersteren Falles unbedingt höher als die des letzteren zu veranschlagen sein. Nur ein ganz bestimmtes positives Wissen berechtigt uns, alle die unzähligen Ergebnis-Folgen, die für sehr zahlreiche Fälle möglich sind, für gleich wahrscheinlich zu erklären und demgemäß das annähernd gleich häufige Eintreten der verschiedenen Erfolge in langen Reihen mit Sicherheit zu erwarten. Gerade für den wichtigsten Fall, also die Beurteilung langer Reihen ähnlicher Fälle, kann das Prinzip der absoluten Unkenntnis schon wegen der Bedeutung, die der begrifflichen Bezeichnung der einzelnen Disjunktionsglieder zukommt, niemals Anwendung finden [1]).

In den soeben verfolgten Betrachtungen bestätigt sich, daß jene Gestaltung der intellektuellen Verhältnisse, in der das Prinzip der absoluten Unkenntnis die Grundlage der Wahrscheinlichkeits-Bewertung erblicken wollte, nicht leicht zu verwirklichen ist, jedenfalls in den Beispielen, an die man dabei wohl zu denken geneigt ist, nicht gegeben ist. Es ist nicht ohne Interesse zu fragen, ob sich nicht doch Verhältnisse ersinnen lassen, bei denen das in jenem Prinzip Gemeinte in vollem Maße gegeben ist. Dies ist nun in der Tat wohl der Fall; aber gerade die fiktive Natur der Verhältnisse, auf die wir dabei geführt werden, ist, wie mir scheint, besonders beachtenswert. Eine absolute Unwissenheit hinsichtlich der einzelnen Disjunktionsglieder wird offenbar am vollständigsten durch eine symbolische Bezeichnung von unbekannter Bedeutung erreicht werden. Zu einer solchen Gestaltung des Wissens

[1]) Erwägungen der hier besprochenen Art kommen auch bei einem Falle in Betracht, den ich früher erwähnt hatte und der dann auch von Stumpf besprochen worden ist. Es sei uns bekannt, daß ein Gefäß 1000 teils schwarze teils weiße Kugeln enthält, unbekannt dagegen, wie viele schwarz und wie viele weiß sind. Wir können dann nach der Wahrscheinlichkeit für jeden der möglichen Fälle fragen (1000 weiß, 999 weiß und eine schwarz, 998 weiß und zwei schwarz usw.). Hier könnte man meinen, daß ein bestimmter Wahrscheinlichkeits-Ansatz sich ergeben werde, wenn wir voraussetzen, daß uns über die Art, wie das Gefäß gefüllt worden ist, schlechterdings nichts bekannt ist. Auch diese Voraussetzung ist in dem Sinne, daß damit nun alle Erwägungen darüber fortfielen, gar nicht zu verwirklichen. Wissen wir doch sehr gut, daß für mancherlei Zwecke und aus mancherlei Gründen größere Zahlen von Kugeln einer Farbe oder auch wohl gleiche Zahlen schwarzer und weißer Kugeln zusammengetan werden, daß die Kugeln einer Farbe in größeren Mengen zusammen aufbewahrt werden usw. Demgemäß kann ich denn auch das Ergebnis, zu dem Stumpf gelangt (a. a. O. S. 66), es sei für jede einzelne Kugel unabhängig die Wahrscheinlichkeit, daß sie weiß und daß sie schwarz sei, gleich anzusetzen, nicht als zutreffend anerkennen. Dann, aber auch nur dann könnte man so rechnen, wenn jede Kugel in einer für Weiß und Schwarz gleiche Chance gebenden Weise zufällig, etwa aus einem andern Gefäß, das gleich viele weiße und schwarze Kugeln enthält, gezogen worden wäre und wir dies wüßten. Ist uns dagegen im Sinne des gewöhnlichen Sprachgebrauches über die Art, wie das Gefäß gefüllt worden ist, nichts bekannt, so werden die eben erwähnten Erwägungen Platz greifen; und es wird daher durchaus unangängig erscheinen, die Wahrscheinlichkeit für lauter weiße oder für lauter schwarze Kugeln so enorm niedrig zu bewerten, wie sie sich bei der Stumpfschen Berechnung ergeben würde.

können wir zwar nicht durch unmittelbare Erfahrung, wohl aber durch Mitteilung geführt werden. Es könnte mir jemand sagen, daß innerhalb irgend eines Zeitraums eines von zwei Ereignissen eingetreten sei oder eintreten werde, von denen er das eine x und das andere y nennt. Hier wird ja nun, wenn wir weiter nichts erfahren, in der Tat jeder Grund fehlen, x für wahrscheinlicher oder für weniger wahrscheinlich als y zu halten. Aber auch dieser Fall entspricht doch der festen Wahrscheinlichkeits-Ansetzung, wie wir sie bei den Zufalls-Spielen kennen, nur unvollkommen. Er unterscheidet sich von ihnen vor allem dadurch, daß bei diesen jede von der geläufigen abweichende Ansetzung auch als positiv falsch erscheint. In dem hier fingierten Falle vollster Unkenntnis kann man dagegen ohne Zweifel mit einigem Recht sagen, daß im Grunde jede andere Bewertung ebenso berechtigt ist, wie die Gleichsetzung[1]. Und es darf wohl gefragt werden, ob der Unbefangene nicht in erster Linie die Bewertung der Wahrscheinlichkeit in Ermanglung eines bestimmten Anhaltes als unausführbar ablehnen werde. Daß, wenn man einmal zu einer Zahlenfixierung genötigt ist, man wohl auf das Verhältnis Halb und Halb heraus kommen wird, mag zugegeben werden; ich will es wenigstens nicht bestreiten. Aber ich kann mich des Eindruckes nicht entschlagen, daß die ganze Betrachtung sich in etwas bedenklicher Weise in den Spuren Buridans bewegt. Sie tut es mindestens insofern, als wir uns mit reinen Fiktionen beschäftigen, die in unserem tatsächlichen Denken keine Rolle spielen.

Können wir also Fälle ersinnen, in denen für die Erwägung, welches von zwei oder mehreren Disjunktionsgliedern verwirklicht sei, jeder Anhaltspunkt fehlt, und mögen wir zugeben, daß wir unter diesen Umständen zu einer Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeiten gelangen, so leuchtet doch ein, daß es sich hier um Fälle handelt, die der Theorie zuliebe ersonnen sind und der praktischen Bedeutung ermangeln. Und wir können nicht daran denken, die zahlenmäßige Fixierung der Wahrscheinlichkeiten in den uns tatsächlich vorkommenden Fällen namentlich bei den Zufalls-Spielen in diesem Sinne auf das Prinzip absoluter Unkenntnis zu begründen. Trotzdem steckt nun sicherlich auch in dem Prinzip der absoluten Unkenntnis ein richtiger Kern. Dies geht schon daraus hervor, daß gerade die Zufalls-Spiele uns immer auf den allgemeinen Gedanken eines absoluten Nicht-Wissens hinführen. Behauptet schon das alltägliche Denken, es sei schlechterdings „Sache des Zufalls“, ob der eine oder der andere Erfolg eintrete, so wird dem als berechtigte Meinung die zugrunde liegen, daß die dafür maßgebenden Bedingungen in irgend einem Sinne unserer Erkenntnis völlig entzogen sind. Hieraus ergibt sich denn auch ohne weiteres, in welchem Sinne wir (ohne uns in bedeutungslose Fiktionen zu verlieren) von einer absoluten Un-

[1] Die intellektuellen Verhältnisse des einen und des anderen Falles unterscheiden sich, wie man figürlich etwa sagen kann, ähnlich wie in der Mechanik ein stabiles und ein indifferentes Gleichgewicht.

kenntnis sprechen können. Eine solche besteht in der Tat wenigstens in gewisser Hinsicht, wenn das Eintreten eines oder des anderen Erfolges durch unendlich kleine, unserer Wahrnehmung und Beobachtung schlechterdings entzogenen Aenderungen der bedingenden Umstände bestimmt wird. Auch ist dieser Umstand für die quantitative Bewertung von Wahrscheinlichkeiten von großer Bedeutung. Dies wird sogleich ersichtlich, wenn wir, auf die oben an die Spitze gestellte Formulierung zurückgreifend, als Bedingung für eine solche feste Bewertung fordern, daß alle Erwägungen, die ins Unbestimmte und der zahlenmäßigen Fixierung Entzogene führen, gänzlich in Wegfall kommen sollen. In der Tat versteht sich, daß wenn wir nach der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieser oder jener Ereignisse fragen, wenigstens die große Mehrzahl der uns sonst geläufigen vergleichenden und abwägenden Ueberlegungen fortfällt, wenn der Wechsel des Erfolges an unendlich kleine, unserer Beobachtung durchaus unzugängliche Unterschiede der bedingenden Umstände geknüpft ist. Aber freilich ist die Bedingung für eine numerische Bewertung, insbesondere auch für eine Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeiten keineswegs hierdurch allein schon gegeben. Alles wird vielmehr unter diesen Umständen darauf ankommen, durch wie große Spielräume der Bedingungen der eine oder andere Erfolg herbeigeführt wird. Auch diese mit mannigfaltigen nomologischen Verhältnissen zusammenhängenden Erwägungen werden im allgemeinen auf Gebiete des Unbestimmten, eine numerische Fixierung nicht Gestattenden führen. Auch sie aber werden dann fortfallen, wenn wir wissen, daß jene Spielräume gleich sind. So gelangen wir hier auf anderem Wege wieder zu dem Ergebnis der Spielraums-Theorie. Ja wir können sogar ganz direkt sagen, daß die Bedingung der absoluten Unkenntnis, sobald wir des Genaueren prüfen, in welchem Sinne sie erfüllt sein kann und erfüllt sein muß, eben das bedeutet, was von mir als die „Indifferenz“ der Spielräume bezeichnet wurde. (Pr. d. W. S. 25 f.)

Eine absolute Unkenntnis so vollständiger Art, daß sie die alleinige und zureichende Bedingung für die Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeit gäbe, kann es (von reinen Fiktionen abgesehen) nicht geben. Wohl dagegen ist eine absolute Unkenntnis in ganz bestimmten Hinsichten eine unerläßliche, wenn auch nicht für sich allein genügende Bedingung für jene Gleichsetzungen.

Daß und aus welchen Gründen ganz im allgemeinen eine numerische Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten nicht angängig ist, das ist oben (S. 432) eingehend gezeigt worden, und es ist nicht notwendig, auf diese Verhältnisse nochmals in allgemeiner Weise einzugehen. In den Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung hatte ich dies zunächst durch einige Beispiele darzutun versucht, und auf zwei derselben möchte ich im Hinblick auf die gegen sie erhobenen Bedenken noch mit einigen Worten zurückkommen[1]. Das eine betraf den Fall, daß irgend

[1] Einige andere von mir damals erwähnte Beispiele sind auch im Obigen schon wieder berührt worden (S. 606 und S. 607 Anm.).

ein Ereignis, wie etwa der Fall eines Meteors, jeden beliebigen Teil der Erdoberfläche treffen kann; und ich suchte darzutun, daß wir die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es einen bestimmten Teil treffen werde, nur dann zahlenmäßig angeben können, wenn uns die Größe dieses Teiles und ihr Verhältnis zur ganzen Erdoberfläche bekannt ist. Ich habe mich nicht davon überzeugen können, daß die von Stumpf gegen meine damaligen Ausführungen erhobenen Einwände triftig sind. Darin zwar muß ich Stumpf zustimmen, daß man bei verschiedenen Teilungen deren Natur und Bedeutung im Auge behalten muß, und daß man so z. B. „aktuale“ und „fiktive“ Teilungen unterscheiden kann. Allein diese Unterscheidung genügt doch keineswegs, um überall zu einer einwandfreien Ansetzung der Wahrscheinlichkeit zu führen. Nehmen wir zunächst an, es sei nur e i n e Einteilung der Erdoberfläche als eine gebräuchliche und anerkannte gegeben, etwa in die Teile *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, so kann es freilich selbstverständlich erscheinen, daß diese dem Wahrscheinlichkeits-Ansatz zugrunde zu legen ist, und man wird es wohl als unzulässig ablehnen, sie „fiktiv“ zu ändern, also z. B. die Teile *A*, *B* und *C* in einen zusammenzufassen oder etwa die nördliche und die südliche Hälfte von *A* zu unterscheiden und so aus *A* zwei Teile zu bilden u. dgl. Allein selbst derartige Modifikationen sind im Grunde doch nur dann unberechtigt, wenn wir irgend einen Anlaß haben anzunehmen, daß bei der ursprünglich gegebenen Teilung die Größen-Verhältnisse in gewissem Maße zur Geltung kommen. Ist dies nicht der Fall (ebenso auch wenn wir über die Natur und Bedeutung jener Einteilung gar nichts weiter wissen, als daß sie für irgend welche Zwecke gebräuchlich ist), wird man mit Recht sagen können, daß jede Modifikation derselben, zu der wir durch Zusammenfassung oder Weiterteilung gelangen können, ganz die nämliche Berechtigung hat, der Wahrscheinlichkeits-Betrachtung zugrunde gelegt zu werden, wie die ursprüngliche. Es ist indessen gar nicht nötig, so künstliche Voraussetzungen einzuführen. Es kann ja sehr wohl der Fall sein, daß zwei oder mehrere solche Einteilungen als gebräuchliche nebeneinander bestehen und in einer uns bekannten Weise ineinander greifen. Gerade für die Erdoberfläche trifft dies zu, die wir einerseits in die Erdteile, nach ganz anderen Gesichtspunkten aber auch in politisch getrennte Staatengebilde einteilen. Hier können wir, je nachdem von der einen oder anderen Einteilung ausgegangen wird, zu ganz verschiedenen Ansetzungen gelangen. Und wir haben weder einen Anhalt, die eine als die maßgebende zu bevorzugen, noch auch beide in irgend einer kombinierten Weise zu verwerten. Eine zahlenmäßige Ansetzung ist unmöglich und wird, wenn wir sie irgendwie machen, als willkürlich erscheinen. Wie mir scheint, sollte dies auch vom theoretischen Standqunkte Stumpfs aus folgerichtiger Weise zugegeben werden. Denn jene von ihm postulierte absolute Unkenntnis, die Beschränkung unseres Wissens auf das disjunktive Urteil, ist ja nicht vorhanden, sobald mehrere Einteilungen gegeben sind, über deren Zusammenhang untereinander eine Reihe von Dingen bekannt ist. Freilich gelangen wir so auch gleich zu der Einsicht, daß eine solche absolute Unkenntnis (von ganz besonderen Fällen abgesehen) nicht zu verwirklichen ist.

Unbedingt abzulehnen ist m. E. die Meinung Stumpfs, daß in der Problemstellung von vornherein wegen der unendlichen Teilbarkeit der Fläche und der unendlichen Zahl der möglichen Fälle eine Absurdität stecke. Ist doch diese unendliche Teilbarkeit auch in dem Fall gegeben, daß uns die Größen-Verhältnisse bekannt sind, wo wir unbedenklich die Wahrscheinlichkeit für jedes Flächenstück

seiner Größe proportional setzen. Und ebensowenig kann wohl dem zugestimmt werden, daß wir stets auf die letzten (kleinsten) bekannten Teile zurückzugreifen haben. Wir können ja unmöglich die kleinen und kleinsten Teile der uns wohl bekannten Oertlichkeiten mit den größeren uns fremden Bezirken gleichstellen, von denen uns keine Einzelheiten und daher auch keine weiteren Einteilungen bekannt sind. Es kann also an ein solches Prinzip wohl nicht gedacht werden ohne eine ganz bestimmte Charakterisierung der Art und Bedeutung der betreffenden Teilungen, für die der Begriff einer „aktualen“ Teilung jedenfalls nicht genügt.

Betrachtet man die Dinge in einer weniger fiktiven Weise, so wird doch darüber kein Zweifel bestehen, daß, wenn wir die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen des Meteors auf irgend einen bekannten Teil der Erdoberfläche (die Fidjiinseln oder den australischen Kontinent, die Stadt Paris oder die masurischen Seen) veranschlagen sollen, wir auf jede Weise versuchen werden, mit Hilfe alles dessen, was wir wissen, uns ein Bild von der Größe der betreffenden Flächen und ihrem Verhältnis zur ganzen Erdoberfläche, wenn auch nur in gröbster Annäherung, zu machen, und daß die Ergebnisse solcher Schätzungen bei mangelhaftem Wissen in den weitesten Grenzen schwanken werden.

Ein anderes von mir herangezogenes und von Stumpf kritisiertes Beispiel betraf die Wahrscheinlichkeit, daß auf einem fremden Himmelskörper irdische Elemente vorkommen. Ich war hier von der Betrachtung als der einfachsten ausgegangen, daß man geneigt sein könne, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Sirius Eisen enthält, und dafür, daß dies nicht der Fall sei (in Ermangelung alles positiven Wissens darüber), mit 0,5 anzusetzen. Ich kann Stumpf in den Einwendungen, die er hiergegen erhebt, ganz zustimmen. Aber ich habe ja jene Ansetzung keineswegs als die richtige vertreten, sondern nur zeigen wollen, daß wir für eine bestimmte Bewertung keinen genügenden Anhalt haben. Mit noch mehr Recht könnte man wohl gegen meine damalige Ausführung geltend machen, daß es nicht zulässig sei, die Frage des Vorkommens oder Nicht-Vorkommens für alle Elemente unabhängig zu behandeln, da wenn ein oder einige irdische Elemente dort vorhanden sind, die Wahrscheinlichkeit für das Vorhandensein anderer dadurch jedenfalls vermehrt wird. Allein auch diese, ebenso wie die Ueberlegungen Stumpfs, die an das Atom-Gewicht anknüpfen, lehren doch eben nur, daß Fragen dieser Art uns nicht auf bestimmte Wahrscheinlichkeits-Ansätze führen. Und wenn schließlich Stumpf zu dem Ergebnis gelangt, es sei hier unmöglich eine bestimmte Zahl für die gleichmöglichen Fälle anzugeben, kein noch so verklausulierter Wahrscheinlichkeits-Begriff werde darüber hinweghelfen (a. a. O. S. 74), so deckt sich das durchaus mit dem, was ich zu zeigen wünschte.

Wenn die Behandlung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung gerade die Logiker meist zu Ergebnissen geführt hat, die ich nicht für zulänglich halten kann, so liegt dies, wie ich glaube, vorzugsweise an der wesentlich formalen Betrachtung, die sie veranlaßte, derjenigen Urteilsart, die allerdings als für die hier vorkommenden Probleme besonders charakteristisch in die Augen fällt, dem d i s j u n k t i v e n U r t e i l, eine weit größere Bedeutung beizumessen, als sie in Wirklichkeit besitzt. Ein enger Zusammenhang der Wahrscheinlichkeits-Messung mit der disjunktiven Form ist freilich selbstverständlich. Auch hier bedürfen wir,

wie bei jeder Messung, einer E i n h e i t, auf die sich die Maßangaben beziehen sollen. Als solche wird nur die volle Sicherheit in Betracht kommen. Anderseits versteht sich, daß uns zunächst und unmittelbar die logischen Beziehungen immer dazu führen werden, zwei oder mehreren nicht sicheren Annahmen ein V e r h ä l t n i s ihrer Wahrscheinlichkeiten zuzuschreiben. Hiernach ergeben sich denn absolute Bewertungen nur dann, wenn für eine Anzahl von Wahrscheinlichkeiten einerseits ihr Verhältnis, anderseits ihre Summe fixiert und zwar die letztere gleich 1 zu setzen ist. Dies ist der Fall, wenn wir mehreren sich ausschließenden Erwartungen ein bestimmtes Wahrscheinlichkeits-Verhältnis zuschreiben dürfen und wissen, daß eine von ihnen verwirklicht ist. So versteht sich freilich, daß jeder zahlenmäßige Wahrscheinlichkeits-Ansatz sich als das Wahrscheinlichkeits-Verhältnis zweier oder mehrerer Glieder eines disjunktiven Urteils darstellen muß. Allein es versteht sich nicht minder, daß wir durch diese Feststellung sehr wenig gefördert sind, um so weniger als ja z. B. schon jedes Urteil mit seiner kontradiktorischen Verneinung in eine Disjunktion vereinigt werden kann. Wo also eine solche Bewertung möglich ist und wie sie zu erfolgen hat, darüber sagt uns die Form des disjunktiven Urteils zunächst gar nichts. Ohne Zweifel wird nun, wenn die Anknüpfung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung an das disjunktive Urteil betont wird, stillschweigend von besonderen Voraussetzungen über die Natur desselben ausgegangen. In erster Linie ist wohl, im Anschluß an die hergebrachte Auffassung des disjunktiven Urteils, davon ausgegangen worden, daß die Glieder der Disjunktion streng getrennte Verhaltungsweisen bedeuten, nicht aber durch irgend welche Grenzziehung innerhalb eines stetig veränderlichen Verhaltens gebildet sind. Dem werden wir jedoch die Bemerkung entgegenstellen müssen, daß sehr vielfach gerade da, wo für irgend ein Verhalten eine stetige Abstufung möglich erscheint und die einzelnen Fälle durch irgend eine willkürliche Grenzziehung erhalten werden, Wahrscheinlichkeits-Bewertungen sehr wohl möglich sind. Die Anknüpfung an das disjunktive Urteil führt hier also nur zu der Beiseiteschiebung einer vorzugsweise wichtigen, ja der allerwichtigsten Art von Fällen. — Denken wir aber an jenen Fall, der den Autoren im Anschluß an die Erfolge der Zufalls-Spiele wohl in erster Linie vorgeschwebt hat, daß die Disjunktionsglieder streng getrennte, durch keine Uebergänge verbundene Verhaltungsweisen bedeuten, so finden wir auch hier die Betonung der disjunktiven Form weniger förderlich, als es auf den ersten Blick scheinen mag. Das freilich ist wiederum selbstverständlich, daß, wenn wir eine größere Zahl gleich wahrscheinlicher Fälle zusammenstellen können, die Wahrscheinlichkeit des einzelnen sich aus ihrer Gesamtzahl ergibt, und daß die Wahrscheinlichkeit irgend eines allgemein bezeichneten, mehrere Fälle umfassende Verhaltens sich aus dem Verhältnis der ihm zuge-

hörigen zu den ihm nicht zugehörigen, der „günstigen“ zu den „ungünstigen“ Fällen bestimmt. Aber hiermit ist doch nur die rechnerische Methode bezeichnet, durch die wir von einer gegebenen Grundlage zu andern (im Grunde nur formell verschiedenen) Ergebnissen gelangen. Das dagegen, worauf es eigentlich ankommt, die Ansetzung der gleich wahrscheinlichen Fälle wird hier als gegeben vorausgesetzt. Worauf sie beruht, wie sie zu geschehen hat, unter welchen Bedingungen sie möglich ist, darüber gewährt uns der Hinweis auf die disjunktive Form des Urteils keinerlei Anhalt. Mit Recht sind denn auch vielfach weitere Anforderungen ins Auge gefaßt worden, denen die Natur des disjunktiven Urteils genügen müsse, um auf gleich wahrscheinliche Fälle zu führen. Hierhin gehört vor allem die Forderung, daß die unterschiedenen Verhaltungsweisen „koordinierte“ Fälle bedeuten müssen, oder die noch beachtenswertere Formulierung S i g w a r t s, daß es sich um „gleich weit gehende Spezialisierungen eines allgemeinen Verhaltens“ handeln müsse. Gewiß muß man zugeben, daß es sich dabei mehr um die Aufwerfung, als um die Lösung eines Problems handelt; denn was hierunter zu verstehen sei, würde mindestens noch einer eindringenderen Untersuchung bedürfen. Immerhin sind es diese Gedanken, deren Verfolgung auf den vorzugsweise wichtigen Punkt führt. Dagegen scheint mir, daß wenn man jene Forderungen ganz beiseite läßt und lediglich auf die Erschöpfung des Wissens im disjunktiven Urteil Gewicht legt, bei derjenigen Anschauung also, die wir als Prinzip der absoluten Unkenntnis bezeichneten, in der ausgesprochensten Weise die Bedeutung der disjunktiven Form überschätzt und das übersehen wird, worauf es in erster Linie ankommt.

Eine Untersuchung, die von der Form des disjunktiven Urteils ausgeht, wird immer, an jenen Gedanken der koordinierten Fälle oder der gleichweit gehenden Spezialisierung anknüpfend, als Hauptsache hervorzuheben haben, d a ß z w i s c h e n d e n b e g r i f f l i c h e n B e z e i c h n u n g e n d e r D i s j u n k t i o n s g l i e d e r b e s t i m m t e B e z i e h u n g e n u n d z w a r, wie man zunächst etwa ganz allgemein sagen kann, i r g e n d w e l c h e G l e i c h h e i t s - B e z i e h u n g e n s t a t t f i n d e n m ü s s e n. Die genauere Verfolgung dieses Gedankens nötigt uns dann freilich sogleich, das begriffliche Material unseres Wirklichkeits-Denkens überhaupt ins Auge zu fassen. Und sie lehrt, daß jener Forderung streng genommen nicht durch das disjunktive Urteil mit einer begrenzten Zahl von Gliedern, sondern durch diluierte Urteile genügt werden kann, die einen gewissen Spielraum umfassen und ein durch stetige Größen darstellbares Verhalten betreffen [1]). — Wir haben hiermit, wie gesagt, denjenigen Punkt

[1]) Es ist zu beachten, daß die hergebrachte vom disjunktiven Urteil ausgehende Betrachtung keineswegs allein dadurch auf die Spielraums-Theorie führt, daß wir uns die Zahl der Disjunktionsglieder unendlich groß denken. Der entscheidende Punkt bleibt vielmehr auch dann, daß zwischen den unendlich zahl-

bezeichnet, der für eine vom disjunktiven Urteil ausgehende Betrachtung naturgemäß in den Vordergrund tritt. An zweiter Stelle kann dann gefordert werden, daß in unserem Wissen nichts vorhanden sei, wodurch eine jenen Größen-Verhältnissen entsprechende Bewertung der Wahrscheinlichkeiten verschoben werden könnte. Diese Forderung läuft darauf hinaus, daß in ganz bestimmten Hinsichten eine absolute Unkenntnis bestehen, daß gewisse Arten oder Gruppen von Erwägungen gänzlich in Wegfall kommen müssen. Und dies ist unter gewissen intellektuellen Bedingungen in der Tat der Fall, während wir auf nicht zu verwirklichende Fiktionen geführt werden, wenn wir ohne jene durch die Größenbeziehungen gegebene Grundlage die Gleichstellung der Disjunktionsglieder auf den Mangel jeglichen Wissens zu basieren versuchen. — Im übrigen versteht sich, daß wir die entscheidende Frage (nach den gleich wahrscheinlichen Fällen), nicht abschließend beantworten können, ohne die letzten Grundlagen aller Wahrscheinlichkeit überhaupt in Betracht zu ziehen und ohne der psychologischen Natur der Vergleichungs-Urteile, dem Unterschiede zwischen der in ihnen gemeinten Gleichheit und dem mathematischen Gleichheits-Begriffe, Rechnung zu tragen. Tun wir dies, so kommen wir auf die Betrachtungen, die wir oben (im 19. Kapitel) angestellt haben. Sie lehren, daß die Wahrscheinlichkeiten unserer, irgend welche reale Verhältnisse betreffenden Annahmen oder Erwartungen im allgemeinen eine sichere zahlenmäßige Bewertung nicht gestatten; sie führen uns auch dazu, jene besonderen intellektuellen Verhältnisse, an die die strenge Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeiten gebunden ist, erschöpfend zu charakterisieren.

Es ist nicht notwendig, auf diese Darlegungen nochmals in extenso zurückzukommen. Doch ist hier wohl der Ort, einige Punkte noch besonders zu beleuchten, deren Uebersehung, Verkennung oder abweichende Beurteilung einer Anerkennung der Spielraums-Theorie vielleicht am meisten im Wege gestanden haben. Der erste ist der, daß die Begriffe, in denen wir das Verhalten der Wirklichkeit denken, überwiegend von der Art sind, daß sie eine s t e t i g e V e r ä n d e r u n g gestatten. Hiermit hängt zunächst zusammen, daß unser ungenaues Wissen sich im allgemeinen in der Form diluierter Urteile darstellt, von denen, wie wir sahen das disjunktive Urteil (mit einer endlichen Zahl von Disjunktionsgliedern) einen besonderen und an Ausnahms-Bedingungen geknüpften Fall darstellt. Es ist nicht ohne Interesse, sich klar zu machen, wie dies gerade bei den Zufalls-Spielen zutrifft. Beim Roulette z. B. ist uns die Stärke des Antriebes, den die Kugel erhalten wird, innerhalb weiter Grenzen unbekannt. Da aber rote und schwarze Felder regelmäßig mit einander abwechseln, so kann die Kugel nur entweder auf Rot oder

reichen Gliedern jene Gleichheits-Beziehung stattfindet, daß die von jedem einzelnen umfaßten Spielräume zwar unendlich klein werden, aber dabei gleich sein müssen.

auf Schwarz liegen bleiben. Beim Aufwerfen der Münze oder des Würfels sind uns die den Erfolg bestimmenden Umstände (Lage, fortschreitende und drehende Geschwindigkeit des geworfenen Körpers) nicht bekannt. Die Form der auf eine ebene Unterlage auftreffenden Körper bringt es jedoch mit sich, daß sie nur in zwei bzw. sechs Lagen im Gleichgewicht liegen bleiben können. Nun ist zwar zuzugeben, daß ähnliche Besonderheiten des Zusammenhanges vielfach vorkommen, vermöge deren den stetigen Aenderungen der bedingenden Umstände eine mäßige Zahl streng unterschiedener Fälle im Erfolg entsprechen. Gleichwohl ist es doch wichtig im Auge zu behalten, daß nicht das in einer endlichen Zahl von Gliedern sich erschöpfende disjunktive, sondern das durch einen umfassenden Begriff diluierte Urteil den in unserem Real-Wissen ganz überwiegend gegebenen Fall darstellt, und daß wir auch bei den Zufalls-Spielen sofort auf ein in solchem Sinne ungenaues Wissen geführt werden, sobald wir, statt uns einfach an die sichtbaren Erfolge zu halten, nach den bedingenden Umständen fragen, die sie herbeizuführen geeignet sind. An Stelle des disjunktiven Urteils wird daher als die weit allgemeinere Form die des unbestimmten, einen gewissen Spielraum des Verhaltens offen lassenden Satzes treten. Auch die Wahrscheinlichkeits-Theorie wird sich also mit diesem Falle, ja mit ihm in erster Linie beschäftigen müssen, nicht aber ihn als einen paradoxen Ausnahmefall behandeln dürfen.

Der andere hier zu erwähnende Punkt betrifft die Auffassung der Vergleichungs-Urteile. Wir hatten zu zeigen, daß der in ihnen gemeinte Gleichheits-Begriff vom mathematischen unterschieden werden muß, daß sie auf die Aussage einer Inzidenz, d. h. der Zugehörigkeit zu einem mehr oder weniger unbestimmten Begriffe hinauslaufen, und daß mit der atypischen Natur der Inzidenz-Beziehungen die schwankende Grundlage und die Undiskutierbarkeit solcher Urteile zusammenhängt. Alle diese Verhältnisse muß man im Auge behalten, um auch diejenigen Urteile richtig zu würdigen, die ein Balancieren der im einen und im entgegengesetzten Sinne sprechenden Gründe aussagen. Wer diesem ganzen Grundgedanken nicht zuzustimmen vermag, sondern der Meinung ist, daß die Gleichheit etwas bedeute, was zwischen den mannigfaltigsten Objekten in strengem Sinne besteht und demgemäß aufgesucht, ermittelt und in einer allein richtigen Weise ausgesagt werden kann, der wird konsequenter Weise auch die Aufsuchung besonderer Bedingungen für eine feste Bewertung der Wahrscheinlichkeit für überflüssig erklären. Er wird die Meinung vertreten müssen, daß, sofern gewisse Sätze als die sichere Grundlage unseres Erfahrungs-Wissens gegeben sind, es lediglich eine Sache der kombinierenden Ueberlegung und Rechnung sei, jeder Annahme ihren bestimmten mathematischen Wahrscheinlichkeits-Wert zuzuweisen. Wer dagegen jene Grundanschauung sich zu eigen macht, wird keine besondere Schwierigkeit und nichts Auffälliges darin finden, daß die

mathematische Bewertung von Wahrscheinlichkeiten an eine besondere Gestaltung unserer intellektuellen Verhältnisse geknüpft und auf diesen Fall beschränkt ist.

Erwähnen wir hier ferner ein Mißverständnis, mit dem diese Beschränkung der Wahrscheinlichkeits-Messung auf besondere Verhältnisse und ihre Anknüpfung an ein bestimmtes Wissen wohl bedroht sein mag. Selbstverständlich dürfen wir das Wissen objektiven Inhalts, bei dem sich feste Wahrscheinlichkeits-Ansätze ergeben, nicht mit diesen Wahrscheinlichkeits-Ansätzen selbst verwechseln. Das Urteil, daß alle Würfe durch gleich große Spielräume von Bedingungen herbeigeführt werden, ist mit dem, daß wir jeden Wurf mit gleicher Wahrscheinlichkeit zu erwarten haben, nicht identisch, sondern es liegt ihm zugrunde. Es wäre also ein Mißverständnis, wenn man meinen wollte, daß die Theorie der Spielräume in den Fehler verfiele, der manchen älteren Theorien anhaftet, die schlechtweg die Wahrscheinlichkeit als etwas in den realen Verhältnissen Gegebenes, somit ohne Rücksicht auf ein irgendwie gestaltetes Wissen oder Nicht-Wissen Angebbares betrachteten. Auf ein Mißverständnis dieser Art scheint mir eine Bemerkung S t u m p f s hinzudeuten, der sagt, der Anhänger der L a p l a c e schen Definition werde die Fälle als gleichmögliche nicht unmittelbar darum betrachten, weil es sich um physisch gleiche Größen handelt, sondern weil wir uns infolgedessen allen gegenüber in gleicher Unkenntnis befinden. (A. a. O. S. 684.) Nicht nur der Anhänger der Laplaceschen Theorie wird das so ansehen, sondern der der Spielraums-Theorie ganz gleichermaßen. Geht dieser davon aus, daß wir wissen, es werde jeder Wurf durch einen gleich großen Bereich bedingender Umstände hervorgebracht, so erblickt er hierin doch nur das, was uns veranlaßt, alle Erfolge mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zu erwarten. Und will man noch spezieller fragen, worin denn nun eigentlich der Grund der Wahrscheinlichkeits-Gleichheit liege, so wird man auch bei dieser Auffassung ihn in dem strengen Gleichmaß der für die eine oder die andere Annahme sprechenden Gründe, in dem absoluten Fehlen jedes Momentes, das die eine Annahme bevorzugen könnte, finden dürfen und müssen[1]). Die Spielraums-Theorie setzt sich also mit dem Grundgedanken der Laplaceschen nicht in Widerspruch, sie geht nur über diesen hinaus, insofern sie es nötig findet zu fragen, bei welcher Lage der intellektuellen Verhältnisse ein solches absolutes Gleichmaß gegeben sei. Betrachtet man die Verhältnisse in diesem Zusammenhange, so wird man keinen Anstoß daran nehmen können, daß ein bestimmtes positives Wissen den zahlenmäßigen Wahrscheinlichkeits-Bewertungen zugrunde liegt und sich in ihnen ausdrückt. Denn

[1]) Man kann in diesem Sinn auch der Formulierung L o u r i é s beistimmen, wenn dieser sagt, all das von der Theorie der Spielräume geforderte positive Wissen diene doch nur dazu, „den Weg zum vollkommenen Nicht-Wissen zu ebnen". Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Tübingen 1910. S. 146.

daß die Wahrscheinlichkeiten überall ein Ergebnis der intellektuellen Verhältnisse sein, sich also durch das, was wir wissen und das was wir nicht wissen, bestimmen müssen, versteht sich im Grunde von selbst.

Schließlich mag in diesem Zusammenhang noch ein gegen die Spielraums-Theorie erhobener Einwurf berührt werden, der gleichfalls auf einem Mißverständnis beruhen dürfte. Schon in meinem älteren Werke hatte ich besonderes Gewicht darauf gelegt, daß durch diese Theorie ein Gegensatz geklärt wird, der sich von langer Zeit her durch die Wahrscheinlichkeits-Theorien hinzieht, und der kurz als der einer Auffassung des Wahrscheinlichkeits-Begriffes im subjektiven und im objektiven Sinne bezeichnet werden kann. Unter der ersteren habe ich die unbedingt zutreffende, von den Logikern betonte Erwägung verstanden, daß Wahrscheinlichkeit nichts bedeutet, was wir von den objektiven Verhältnissen schlechtweg aussagen können, sondern ein logisches Verhältnis, das von irgend einem intellektuellen Zustande und zwar jedenfalls einem unvollkommenen (ungenauen oder unvollständigen) Wissen abhängt. In scheinbarem Gegensatze hierzu ging eine an den Zufalls-Spielen entwickelte Meinung dahin, daß die Wahrscheinlichkeiten in ganz bestimmter Weise durch die objektiven Verhältnisse festgelegt seien, eine Anschauung, die besonders darin zur Geltung kam, daß der Unterschied betont wurde, ob uns die „wahre oder richtige Wahrscheinlichkeit" eines Ereignisses bekannt sei oder nicht. Kann diese objektive Auffassung des Wahrscheinlichkeits-Begriffes zunächst gegenüber der ersterwähnten als unangängig und ungereimt erscheinen, so fällt doch dieser Gegensatz weg, sobald man davon ausgeht, daß es sich um diejenigen Wahrscheinlichkeiten handelt, die einem g a n z b e s t i m m t e n i n t e l l e k t u e l l e n Z u s t a n d e entsprechen, und daß die ganze Betrachtung daher auf Gebiete beschränkt ist, deren eigentümliche Natur es mit sich bringt, daß sich ein solcher ganz bestimmter intellektueller Zustand fixieren läßt. Eben dies ist unter Bedingungen, deren klassisches Beispiel das Zufalls-Spiel ist, in der Tat der Fall. Hängen die Erfolge von unendlich kleinen, unserer Beobachtung durchaus entzogenen Aenderungen der bedingenden Umstände ab, so ist hier einerseits unserer Erkenntnis eine durchaus unüberschreitbare Grenze gezogen. Anderseits ist die Möglichkeit gegeben, das Größenverhältnis derjenigen Bereiche, die den einen und anderen Erfolg bewirken, ein Verhältnis, das in der Regel für eine große Zahl ähnlicher Fälle das gleiche ist, mit Sicherheit kennen zu lernen. So ergibt sich als der bestimmte, in jener Betrachtung stillschweigend vorausgesetzte intellektuelle Zustand derjenige, der durch die erstere Grenze beschränkt ist, alles in der zweiten Hinsicht uns Zugängliche aber vollkommen erreicht hat. Im Hinblick hierauf kann man denn sagen, daß es hier eine Wahrscheinlichkeit par excellence gibt; diese ist es, die durch die objektiven Verhältnisse in bestimmter Weise fixiert wird. Wärend es also ein Unsinn wäre, zu fragen, wie groß realiter die Wahrscheinlichkeit dafür sei, daß es heute regnen

wird, kann mit man vollem Recht prüfen oder ermitteln, wie groß die „wahre Wahrscheinlichkeit“ dafür ist, mit einem Würfel mit bestimmter exzentrischer Lage des Schwerpunktes 6 zu werfen u. dgl. Keineswegs allgemein, wohl aber in bestimmten Gebieten kann man von den durch die Verhältnisse festgelegten und insofern objektiven Wahrscheinlichkeits-Werten sprechen, ohne außer Acht zu lassen oder damit in Widerspruch zu kommen, daß auch hier die Wahrscheinlichkeit ein durch intellektuelle Verhältnisse bestimmtes logisches Verhältnis bezeichnet und insofern in subjektivem Sinne zu nehmen ist.

Handelt es sich hier um völlig durchsichtige und einwandfreie Ueberlegungen, so wird es auf ein Mißverständnis hinweisen, wenn L o u r i é sagt[1], es zeige sich bei mir „am charakteristischsten der unausgeglichene Zusammenprall subjektiver und objektiver Standpunkte“. Ein solches Mißverständnis tritt noch deutlicher zutage, wenn es gleich danach heißt: „Wozu die mühsame Gewinnung objektiver Anhaltspunkte, wenn im Resultat mit einem Schlage deren ganzer Wert annulliert wird und man vor dem Abgrund subjektiver Willkür steht?“ L. scheint hier den Ausdruck subjektiv mit willkürlich zu identifizieren. Diese Auffassung lag und liegt mir vollkommen fern, und nicht in diesem Sinne habe gerade auch an der von L. angeführten Stelle die subjektive Natur der Wahrscheinlichkeit hervorgehoben. Nur in dem soeben erwähnten, von Seiten der Logiker mit Recht betonten Sinne (und im Gegensatze zu den diese eigentliche Bedeutung des Wahrscheinlichkeits-Begriffes ganz außer Acht lassenden älteren Theorien) sollte der Zusammenhang des Wahrscheinlichkeits-Begriffes mit dem unvollkommenen Wissen und intellektuellen Zuständen und seine in diesem Sinn subjektive Bedeutung hervorgehoben werden. Daß dagegen bei gewissen intellektuellen Verhältnissen die Wahrscheinlichkeitswerte sich völlig einwandfrei und zwingend ergeben, somit in keiner Weise willkürlich oder, wenn das Wort in diesem Sinne genommen werden soll, subjektiv sind, das ist ja der der ganzen Spielraums-Theorie zugrunde liegende Gedanke. Sie geht gerade davon aus, daß eine solche Fixierung zwar im allgemeinen nicht, wohl aber unter besonderen Bedingungen gegeben ist. Und gerade hieraus ergibt sich die Aufgabe, diese besonderen Bedingungen aufzusuchen und zu zeigen, wie es kommt, daß sie zu einer festen, zwingenden Bewertung der Wahrscheinlichkeit führen.

Zu der im Spielraums-Prinzip ausgesprochenen Formulierung der Bedingungen für eine zahlenmäßige Bewertung von Wahrscheinlichkeiten bin ich ursprünglich durch den Umstand, daß gerade bei den Z u f a l l s - S p i e l e n eine solche gegeben zu sein scheint, und durch die genauere Prüfung der hier bestehenden Verhältnisse geführt worden. Ganz abgesehen von der Frage, ob jene Bedingungen für eine numerische Bezeichnung der Wahrscheinlichkeits-Werte unerläßlich sind oder nicht, kann natürlich gefragt werden, ob denn bei den Zufalls-Spielen diese

[1]) A. a. o. S. 176.

Bedingungen tatsächlich erfüllt sind. Hier würde ja nun vor allem zú erwähnen sein, daß eine ausgedehnte Erfahrung uns die nahezu gleiche Häufigkeit kennen gelehrt hat, mit der im Roulette Rot und Schwarz, beim Würfeln jeder der sechs Würfe in längeren Reihen einzutreten pflegt. Eine strenge Betrachtung der logischen Verhältnisse ergibt die Berechtigung, eben hieraus die Folgerung abzuleiten, daß die verschiedenen Erfolge durch annähernd gleich große Spielräume der bedingenden Umstände hervorgebracht werden. Auch gibt es ja eine Anzahl von Gebieten, in denen wir nur auf diese Weise unsere Anschauungen über Spielraums-Verhältnisse begründen können. Allerdings aber wird bei diesen Erwägungen von logischen Prinzipien ausgegangen, die, wenn auch streng genommen eines Beweises nicht bedürftig, doch nicht allgemein anerkannt oder mindestens nicht allgemein geläufig sind. Im Hinblick hierauf ist es von Wert, daß wir gerade bei den eigentlichen Zufalls-Spielen jene Gleichheit der den einen und anderen Erfolg herbeiführenden Bedingungs-Bereiche auch direkt, auf rein physikalische Betrachtungen gestützt, dartun können, in einer Weise, die als eine d e d u k t i v e bezeichnet werden mag, im Gegensatz zu einer auf die Ergebnisse der Massen-Erscheinungen gestützten, die man eine empirische nennen kann. Ein solcher Nachweis ist der Inhalt von Ueberlegungen, die ich bereits in den Prinzipien der Wahrscheinlichkeit entwickelt habe und auf die hier kurz zurückzukommen nicht überflüssig sein wird. Ziehen wir zunächst einen idealen Fall in Betracht, wie das S t o ß - s p i e l[1]) (eine Kugel erhält einen Stoß, durch den sie auf einer geraden, horizontalen, in gleich breite abwechselnd rote und schwarze Streifen geteilten Bahn fortgetrieben wird). Hier ist ohne weiteres ersichtlich, daß, wenn wir uns die Stärke des Anstoßes stetig variiert denken, solche Bereiche der Stoßkraft, die das Ergebnis Rot, und solche, die das Ergebnis Schwarz liefern, beständig abwechseln müssen. Und nehmen wir an, daß die Streifen unendlich schmal sind, so werden, wie wir uns auch die Stoßkraft gemessen denken, die Rot und die Schwarz ergebenden Bereiche genau gleich sein. Daran ändert sich auch nichts, wenn wir zeitlich weiter zurückliegende Bedingungen in Betracht ziehen. Selbstverständlich zwar werden die verschiedensten Umstände darauf von Einfluß sein, ob der Kugel im Einzelfalle ein stärkerer oder ein schwächerer Antrieb erteilt wird. Da aber wenigstens in einer Anzahl von Hinsichten der Zusammenhang der bedingenden Umstände und der Folgen von der Art ist, daß stetigen Aenderungen jener auch eine stetige Aenderung dieser entspricht, so besteht kein Zweifel, daß auch jene entfernteren, den Erfolg Rot oder Schwarz herbeiführenden Bedingungs-Bereiche immer wieder gleich groß sind. Und so können wir nach Maßgabe dessen, was wir einerseits über die Streifenbreite, anderseits über die allgemeine Form der Gesetze des Geschehens wissen, in der Tat mit Sicherheit behaupten, daß die Bedingungsbereiche, die

[1]) Vgl. Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. S. 49.

den einen und anderen Erfolg herbeiführen, von gleicher Größe sind. Hier haben wir also ein Beispiel des idealen, den entwickelten logischen Forderungen in absoluter Weise genügenden Zufalls-Spiels. — Wie verhalten sich nun die Dinge, wenn wir nicht ein in idealer Weise vervollkommnetes, sondern ein in der Wirklichkeit gegebenes Zufalls-Spiel ins Auge fassen? Denken wir hier gleich an den komplizierteren Fall des Würfelns. Eine einfache mechanische Ueberlegung lehrt, daß das Verhalten des Würfels in dem Augenblicke, wo er von der ihn bewegenden Hand frei gelassen wird, durch 9, seine Lage und seine Bewegung betreffende Werte erschöpfend bestimmt wird[1]. Denken wir uns diese variiert, so erhalten wir eine 9fach bestimmte Mannigfaltigkeit, und eine genaue Kenntnis der physikalischen Gesetze würde anzugeben gestatten, welche Teile derselben jeden einzelnen der sechs möglichen Erfolge herbeiführt. Vergleichen wir die hier gegebenen Verhältnisse mit denen des idealen Zufalls-Spieles, so bemerken wir, daß auch hier die jeden Wurf bedingenden Elemente jener Mannigfaltigkeit in regelmäßiger Anordnung mit einander abwechseln. Und sicher ist auch mindestens für einen Teil derselben (namentlich die drehenden Geschwindigkeiten) das Verhältnis so, daß schon sehr kleine Aenderungen einen Wechsel des Erfolges bedingen. Innerhalb des ganzen Bereichs, der nach Maßgabe unseres ungenauen Wissens subjektiv möglich erscheint, kann jeder Wurf auf überaus verschiedene Weise herbeigeführt werden. Nehmen wir zunächst noch an, das Spiel werde mit einem idealen Würfel ausgeführt, so werden wir behaupten dürfen, daß die jeden der Würfe 1—6 herbeiführenden Bedingungs-Bereiche (die also als Teile jener 9fach bestimmten Mannigfaltigkeit zu denken sind) mit größter Annäherung gleich sind. Dabei stoßen wir nun freilich auf einen Unterschied gegenüber dem idealen Fall. Da es sich um die Vergleichung kleiner, aber doch nicht unendlich kleiner Bedingungs-Bereiche handelt, so ist denkbar, daß, wenn wir uns die die verschiedenen Erfolge liefernden Teile gemäß den Gesetzen des Geschehens ermittelt dächten, die Gesamtheit der die einzelnen Würfe herbeiführenden Bereiche nicht in mathematischer Strenge gleich ausfallen, sondern um minimale Beträge davon abweichen würden. Denkbar ist auch, daß die Verhältnisse sich etwas verschieden herausstellen, je nach der Wahl der Größen, die wir zur Bestimmung jener Bedingungen wählen, und der Art, wie wir sie gemessen denken. Es wird dies gelten für die den Erfolg unmittelbar bestimmenden vorhin erwähnten 9 Werte, ebenso aber auch für zeitlich entferntere Bedingungen, auf die wir etwa zurückgehen können. Weiter aber

[1] Lage und Geschwindigkeit eines festen Körpers sind bekanntlich durch je 6 Werte erschöpfend bestimmt. Diese 12 Werte reduzieren sich jedoch auf 9 für den Erfolg des Würfelns in Betracht kommende, da dieser sich nicht ändert, wenn die Ausgangslage horizontal verschoben oder wenn die gesamte Anordnung des Würfels (Lage und Geschwindigkeit) um eine senkrechte Achse gedreht wird.

müssen wir ja auch mit der Möglichkeit geringer Exzentrizitäten des Schwerpunkts u. dgl. stets rechnen. Ist uns zufolge dieser und ähnlicher Umstände die durch die allgemeinen Bedingungen gegebene Möglichkeit für die einzelnen Würfe nicht mit absoluter Genauigkeit bekannt, so werden wir das für zahlreiche Fälle mit der größten Wahrscheinlichkeit zu erwartende Gesamt-Ergebnis nicht ganz genau, sondern nur approximativ angeben können[1]. Durch die nur annähernde Realisierbarkeit gewisser idealer Bedingungen wird indessen der Wert jener Ueberlegungen nicht beeinträchtigt. Denn auch ein Verständnis der realen Zufalls-Spiele und die richtige Beurteilung ihrer logischen Verhältnisse ist nicht möglich, ohne die Beteiligung des Spielraums-Prinzips sich klar zu machen, auch wenn dieses nicht vollkommen rein und isoliert in ihnen zur Geltung kommt. Ja, man kann sagen, daß das, was in den realen Zufalls-Spielen gegeben und beachtenswert ist, gerade als eine weitgehende Annäherung an jenen idealen Fall am einfachsten und zutreffendsten beschrieben wird. Und namentlich darf auch bemerkt werden, daß die deduktive Betrachtung der Spielraums-Verhältnisse unser Verständnis in wertvoller Weise vervollständigt. Denn die Bedeutung des Spielraums-Prinzips gewinnt ohne Zweifel in hohem Maße dadurch an Greifbarkeit und Anschaulichkeit, daß wir die Spielräume, um die es sich handelt, in ganz direkter Weise angeben und bezeichnen können. Und diese Bedeutung wird dadurch nicht beeinträchtigt, daß die Verwirklichung des idealen Falles eine nur angenäherte ist. Die Verhältnisse liegen in diesem Punkte nicht anders als für die theoretisch-logische Bedeutung, die den Zufalls-Spielen überhaupt zukommt. Will man das eigenartige Verhältnis bezeichnen, das zwischen diesen besondern Gebieten realer Vorgänge und den allgemeinen logischen Prinzipien besteht, so muß man immer im Auge behalten, daß das Prinzip der Spielräume, wie dies wiederholt betont wurde, von ganz allgemeiner Bedeutung ist und unter den mannigfaltigsten Umständen zur Geltung kommt. Es wird überall, wo unser Wissen ein ungenaues ist, für Wahrscheinlichkeiten mitbestimmend. Allerdings aber führt es unter besonderen Bedingungen zu vorzugsweise auffälligen logischen Erscheinungen. Diese bestehen in erster Linie darin, daß Wahrscheinlichkeiten sich zahlenmäßig bewerten lassen, in zweiter darin, daß für gewisse Verhaltungsweisen, nämlich die Gesamtergebnisse zahlreicher Fälle, enorme, einer absoluten Sicherheit sich annähernde Wahrscheinlichkeiten sich ergeben, in dritter darin, daß diese Wahrscheinlichkeiten als allgemeingültige in Anspruch genommen werden können. Alle diese Verhältnisse sind bei den Zufalls-Spielen in so großer Annäherung gegeben, daß sie schon bei der alltäglichen Betrachtung, mehr noch bei der wissenschaftlichen Behandlung bemerkbar werden mußten. Die Zufalls-Spiele sind also ein Gebiet realer Vorgänge, indem gewisse vorzugsweise auf-

[1] Ueber den Unterschied der idealen und der verwirklichten Zufalls-Spiele vgl. Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung, S. 77 f.

fällige Besonderheiten des Spielraums-Prinzips mit sehr großer Annäherung gegeben sind, und das deswegen ganz besonders geeignet ist, die Untersuchung einerseits auf jenes Prinzip selbst zu lenken, andererseits auch auf die Bedingungen, von denen jene Besonderheiten seiner Anwendung abhängen. So kann man denn für die gesamten hier in Betracht kommenden logischen Verhältnisse den Zufalls-Spielen eine hervorragende *heuristische* Bedeutung zuschreiben. Der Umstand, daß die uns interessierenden Verhältnisse bei den realen Zufalls-Spielen nur annähernd verwirklicht sind, steht dem ebensowenig entgegen wie der, daß gelegentlich wohl auch unter anderen Bedingungen eine Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeiten, wenn sie auch nicht in ähnlicher Weise streng begründbar ist, doch als berechtigt anerkannt werden kann.

In gewissem Maße kommt eine ähnliche heuristische Bedeutung sehr zahlreichen Gebieten zu. Wir betonten früher, daß Massen-Erscheinungen der verschiedensten Art in vollem Maße nur verstanden werden können, wenn wir auf die an den Zufalls-Spielen entwickelten logischen Prinzipien zurückgehen. Sie alle stellen uns daher vor analoge Probleme. Allein die Lösung derselben ist doch für die Zufalls-Spiele dadurch sehr erleichtert, daß sie sich einem ganz scharf zu charakterisierenden Idealfalle in höchstem Maße annähern. Besonders wichtig ist in dieser Hinsicht gerade auch die soeben erwähnte deduktive Behandlung, die Möglichkeit, die in Frage kommenden Spielräume und ihre Größen-Verhältnisse durch eine physikalische Betrachtung direkt anschaulich zu machen. Im Hinblick hierauf ist es eine Frage von großem, allerdings vielleicht mehr mathematischen als logischem Interesse, ob eine ähnliche Behandlung auch in anderen Gebieten möglich ist. Es ist klar, daß eine derartige Betrachtung für die sozialen Massen-Erscheinungen ausgeschlossen ist. Wir können uns hier wohl ganz im allgemeinen klar machen, daß die Gestaltung jedes einzelnen Falles durch eine Reihe besonderer Verhältnisse räumlichen und zeitlichen Zusammentreffens bedingt wird, daß also Spielraums-Verhältnisse hier überhaupt in Betracht kommen. Von einer strengen mathematischen Behandlung aber kann natürlich nicht die Rede sein. Ohne Zweifel aber gibt es manche andere Gebiete, die für analoge Ueberlegungen wohl Angriffspunkte bieten; es sei an die Fehler-Theorie, an die Durcheinandermischung fester Körper u. dgl. erinnert. Von einer Verfolgung der sich hier etwa bietenden Untersuchungen muß hier abgesehen werden. Ausdrücklich sei jedoch auf die Möglichkeit hingewiesen, daß eine strenge Vergleichbarkeit von Spielräumen und damit eine bestimmte Grundlage für Wahrscheinlichkeits-Bewertungen auch noch nach anderen Prinzipien als dem einer regelmäßigen periodischen Abwechslung, wie es für die meisten Zufalls-Spiele gilt, herbeigeführt sein könnte. Es ist also wohl daran zu denken, ob nicht neben dem Stoß-Spiel noch weitere auf ein anderes

Prinzip zurückgehende „ideale Zufalls-Spiele" angegeben werden können. Besonders nahe gelegt wird diese Erwägung durch die Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung in der theoretischen Physik. Auf diesen Gegenstand, der in verschiedenen Richtungen auch für die logische Untersuchung großes Interesse bietet, soll hier noch des Genaueren eingegangen werden. Wir werden dabei der soeben berührten Frage wieder begegnen.

Wie bekannt stehen einige Teile der Physik, namentlich Wärme-Lehre und Gas-Theorie zur Wahrscheinlichkeits-Rechnung in enger Beziehung. Es ist auch unter logischen Gesichtspunkten von hohem Interesse, den diese Gebiete betreffenden Untersuchungen der Physiker nachzugehen, die Art, wie die Wahrscheinlichkeits-Rechnung angewandt wird, zu prüfen, und insbesondere gewisse Widersprüche aufzuklären, die zwischen diesen Untersuchungen und unserer Auffassung der Wahrscheinlichkeits-Theorie wenigstens scheinbar vorhanden sind. In der kinetischen Theorie der Gase (auf die wir uns hier beschränken dürfen) wird bekanntlich von der Annahme ausgegangen, daß für das Zusammenprallen der frei durcheinander fahrenden Moleküle bestimmte mechanische Gesetze, diejenigen des elastischen Stoßes, gelten, daß im Uebrigen aber die Bewegungen und Anordnungen der einzelnen Moleküle durch keine allgemein angebbare Regel zusammenhängen, daß sie im Sinne der Wahrscheinlichkeits-Rechnung von einander unabhängig sind. Geht man hiervon aus, so folgt, daß gewisse Erscheinungen, die wir regelmäßig beobachten, wie z. B. der Uebergang der Wärme vom wärmeren zum kälteren Körper, sich aus den den Ablauf der Vorgänge bestimmenden Gesetzen nicht als notwendig ableiten lassen. Der entgegengesetzte Vorgang, daß von zwei sich berührenden Gasmengen die wärmere noch wärmer, die kältere noch kälter würde, ist ohne Widerspruch zu jenen Gesetzen denkbar und kann in diesem Sinne als möglich bezeichnet werden. Aber es könnte das nur eintreten, wenn „zufällig" gerade die langsamer fliegenden Moleküle des warmen mit den schneller fliegenden des kalten Gases zusammenträfen, kurzum bei gewissen ganz besonderen Anordnungen der Orte und Geschwindigkeiten, also unter Bedingungen, die enorm unwahrscheinlich sind. Dieser ganz allgemeine Gedanke ist namentlich von *Boltzmann* durch eine Reihe von Betrachtungen teils strenger begründet, teils des Genaueren ausgestaltet worden.

Zunächst sei hier auf die beiden Besonderheiten des ganzen Gebietes hingewiesen, die in dieser Richtung vorzugsweise beachtenswert sind, und in denen offenbar die maßgebende Bedeutung von Wahrscheinlichkeits-Betrachtungen ihren letzten Grund findet. Die erste ist folgende. Es mögen zwei Moleküle an solchen Orten und in solcher Bewegung sich befinden, daß sie zusammenstoßen, wodurch dann eine sehr starke Veränderung ihrer Bewegungen bewirkt wird. Denken wir uns ihr vor dem Zusammenstoß bestehendes Verhalten

ungemein wenig modifiziert, so wird dies genügen, um zu veranlassen, daß sie nicht zusammenstoßen, sondern aneinander vorbeifliegen. Noch kleinere Variierungen würden genügen, um den Stoß mehr oder weniger exzentrisch zu machen und damit gleichfalls seinen Erfolg stark zu ändern. So entsprechen denn gröbere Unterschiede im Verhalten späterer Zeitpunkte minimalen Differenzen gegenwärtigen Verhaltens. Eine Vorausberechnung des Geschehens wird daher unmöglich, sobald (wie dies stets der Fall ist) unsere Kenntnis gegenwärtigen oder früheren Verhaltens nur mit dem geringsten Maß von Ungenauigkeit behaftet ist. Der Gang der Dinge hängt von den unserm Erkennen völlig entzogenen Details ab; er ist in ganz ähnlicher Weise, ja in noch viel strengerem Sinne, als bei den hiernach benannten Spielen, Sache des *Zufalls*. — Dazu kommt als ein zweiter Umstand die enorme Zahl, in der unter den Bedingungen unserer Beobachtung die gleichen Gebilde gegeben sind und die gleichen Vorgänge sich wiederholen. Insbesondere wirken auch auf unsere Sinnesorgane in einheitlicher und keine weitere Unterscheidung gestattender Weise überall Teile von solchen Abmessungen, daß in ihnen die Zahl der Moleküle noch eine überaus große ist. So gewinnen denn die unserer Beobachtung zugänglichen Verhaltungsweisen durchweg die Bedeutung von *Gesamt-Ergebnissen* sehr zahlreicher, unter den gleichen allgemeinen Bedingungen stehender Fälle; und es ist verständlich, daß für diese, d. h. also für das uns Beobachtbare, ähnlich den Gesamtergebnissen sehr zahlreicher Fälle im Zufalls-Spiel, gewisse Regeln über das mit annähernder Sicherheit zu Erwartende sich aufstellen lassen. Schon bei einer etwas summarischen Betrachtung kann man es wohl begreiflich finden, daß als bei weitem wahrscheinlichstes Ergebnis eine Verteilung der Moleküle sich herausstellen wird, bei der in Raumteilen von gleicher Größe annähernd gleiche Zahlen von Molekülen und annähernd gleiche Energiemengen vorhanden sind.

Die hier gegebene Aufgabe dürfte als in vollem Sinne gelöst gelten, wenn wir zu einem ähnlichen Ziel gelangen könnten, wie dies für die Zufalls-Spiele, insbesondere ein ideales Zufalls-Spiel erreichbar und erreicht ist. Es müßte also vor allem gezeigt, d. h. aus den gemachten allgemeinen Annahmen hergeleitet werden, daß das, was wir regelmäßig stattfinden sehen (wiewohl es sich aus den Gesetzen des Geschehens nicht ableiten läßt), einem überwiegenden Spielraum in den Gestaltungen der bedingenden Umstände entspricht[1]. Hier-

[1]) In gewissem Sinne könnte man sich freilich auch mit einer anderen Betrachtung begnügen. Man könnte sagen, es sei berechtigt, eben aus dem regelmäßigen Eintreten gewisser Erscheinungen zu schließen, daß sie einem überwiegenden Spielraum bedingender Umstände entsprechen. Es würde dann jene deduktive Begründung der Wahrscheinlichkeits-Ansätze fehlen, durch deren Heranziehung unser Verständnis der Zufalls-Spiele sich in wertvoller Weise vervollständigte. Wir würden in einer ähnlichen Lage sein, wie bei einem Zufalls-Spiel, dessen allgemeine Bedingungen uns zunächst nicht bekannt sind, vielmehr erst aus dem

durch würden denn ganz in der für die Zufalls-Spiele dargelegten Weise jene Regelmäßigkeiten in dem Sinne, wie dies überhaupt angängig ist, *erklärt*, zugleich auch unsere die gleichen Regelmäßigkeiten für alle zukünftigen Fälle erwartenden Annahmen *legitimiert* sein. Dabei müßten die Bewertungen von Verhaltungs-Spielräumen sich auf eine einwand- und willkürfreie, zwingende Größen-Vergleichung stützen. Namentlich aber müßte auch der Forderung Rechnung getragen werden, daß die Wahrscheinlichkeit eines Verhaltens nicht anders angesetzt werden kann als die Wahrscheinlichkeit anderer, die mit jenem, den Gesetzen des Geschehens gemäß, notwendig und eindeutig verknüpft sind. Daß die Wahrscheinlichkeits-Erwägungen, die darauf basierten Erklärungen usw. in diesem Sinne mit den Gesetzen des Geschehens im Einklange sind (ein Punkt, der sich gerade hier als besonders wichtig herausstellen wird), mag als ihre *nomologische Zulässigkeit* bezeichnet werden[1]).

Eine in diesem Sinne abschließende Lösung der in der kinetischen Gas-Theorie gestellten Wahrscheinlichkeits-Probleme ist aus den z. Z. vorliegenden Untersuchungen jedenfalls nicht ohne weiteres zu entnehmen. Noch weniger liegt es uns hier ob sie zu versuchen[2]). Wir dürfen uns darauf beschränken, einige der von den Physikern angestellten Untersuchungen und der in diesem Gebiete eingebürgerten Darstellungen unter den durch unsere Auffassung der Aufgabe sich ergebenden Gesichtspunkten zu prüfen und zu beleuchten.

Ein erster Gegenstand, den ich in diesem Sinne besprechen möchte, ist das sogen. *Maxwellsche Gesetz der Geschwindigkeits-Verteilung*, namentlich die Art wie es von *Boltzmann* abgeleitet und begründet worden ist. Wie ich glaube, muß diese Ableitung in einem Sinne aufgefaßt werden, bei dem sie sich unseren theoretischen Anforderungen in besonders interessanter Weise an-

Gesamtergebnis zahlreicher Fälle erschlossen werden. Indessen versteht sich doch, daß diese intellektuelle Lage gerade hier nicht vollkommen befriedigen kann. Denn die Voraussetzungen für eine deduktive Behandlung sind durch die physikalischen Annahmen vollständig gegeben. Wenn sie trotzdem nicht gelingt, so bedeutet dies, daß wir ein rein mathematisches Verhältnis, von dessen Bestehen wir überzeugt sind, nicht erweisen können.

[1]) Es handelt sich hier um die nämliche Forderung, die in den Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung dahin bezeichnet wurde, daß die Größen-Verhältnisse von Spielräumen, um für die Erwartung maßgebend zu sein, ursprüngliche sein müssen. Daß die Wahrscheinlichkeits-Ansetzungen der Zufalls-Spiele dieser Forderung genügen, wurde oben (S. 451) bereits erwähnt.

[2]) Es mag genügen darauf hinzuweisen, daß die hier erforderlichen Untersuchungen jedenfalls auf ein anderes mathematisches Prinzip zurückgehen müßten, als dies für die meisten Zufalls-Spiele in Betracht kommt. Die regelmäßig-periodische Wiederholung der beobachtbaren Erfolge bei stetiger Aenderung der bedingenden Umstände bietet dort eine sehr einfache Grundlage der Betrachtung, die hier offenbar fehlt. Es wird darauf ankommen (gerade an diese Frage knüpft sich wohl auch ein weitergehendes allgemein-mathematisches Interesse), ob auch auf anderer Grundlage das Bestehen fest bestimmter Größen-Beziehungen erwiesen werden kann.

schließt und einordnet. Ist ein Gas dauernd in eine adiabatische Hülle eingeschlossen, so bringen es die unregelmäßigen Zusammenstöße natürlich mit sich, daß ein Teil der Moleküle mit größerer, ein Teil mit geringerer Geschwindigkeit sich bewegt. Aehnlich aber wie wir örtliche Ungleichheiten der Temperatur und Dichte sich ausgleichen sehen, wird man anzunehmen berechtigt sein, daß auch in jener Hinsicht ein stationärer Zustand eintritt, daß also eine annähernd bestimmte Verteilung der Geschwindigkeiten allmählich eintritt und sich alsdann dauernd erhält. Sie würde durch die Angabe einer Funktion φ von der Bedeutung darzustellen sein, daß die Anzahl derjenigen Moleküle, deren Geschwindigkeit zwischen c und $c + dc$ liegt, dem Werte $\varphi(c)\,dc$ proportional zu setzen ist. Geht man von dieser Annahme aus, so erhebt sich die Frage, welches diese Funktion φ ist. Maxwell hat für sie vermutungsweise die Form $c^2e^{-hc^2}$ angenommen, worin e die Basis der natürlichen Logarithmen, h eine nach den allgemeinen und dauernden Bedingungen sich bestimmende Konstante bedeutet. Eine rationelle Begründung dieser Formel wurde später von Boltzmann gegeben. — Prüft man nun die Boltzmannsche Ableitung, so zeigt sich, daß sie sich gerade auf jenes Prinzip nomologischer Zulässigkeit stützt, und daß das, was sie dartut, eben die nomologische Zulässigkeit eines die Maxwellsche Verteilung ergebenden Wahrscheinlichkeits-Ansatzes oder einer entsprechenden Spielraums-Bewertung ist. Wenn wir, ohne den Ablauf der Vorgänge überhaupt in Betracht zu ziehen, lediglich das Verhalten in einem einzelnen Zeitpunkt ins Auge fassen, so kann dafür, daß die Geschwindigkeit eines Moleküls irgend einen Wert habe oder in bestimmten Grenzen liege, eine bestimmte Wahrscheinlichkeit nicht angegeben werden; vielmehr würde die Ansetzung hier vollkommen willkürlich sein. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Geschwindigkeit zwischen c und $c + dc$ liege, wird zwar stets dem Werte dc proportional sein; aber wenn sie $= \varphi(c)\,dc$ gesetzt wird, so kann φ eine zunächst ganz beliebige Funktion sein. — Daß nun diese Funktion sich aus den den Ablauf der Vorgänge bestimmenden Gesetzen ergibt, wird verständlich, wenn man den Vorgang eines Zusammenstoßes genauer ins Auge faßt. Wenn zwei Moleküle zusammenprallen, so ist durch die Stoßgesetze fixiert, daß die ganze kinetische Energie nach dem Stoß die gleiche ist wie vor ihm, also die Summe der Geschwindigkeits-Quadrate konstant bleibt. Dagegen kann die Verteilung der Energie sich ändern; aus einem Zustande, bei dem auf jedes Molekül annähernd die Hälfte entfällt, also beide Geschwindigkeiten annähernd gleich sind, kann ein solcher werden, bei dem die eine Geschwindigkeit sehr groß, die andere nahezu gleich Null ist, und umgekehrt. Ob das eine oder andere stattfindet, hängt von den Besonderheiten des Zusammenstoßes ab, die sich aus der räumlichen Anordnung der Moleküle, der Richtung ihrer Bewegung usw. ergeben. Die Wahrscheinlichkeit kleinerer oder größerer Geschwindigkeiten und demgemäß auch die wahrscheinlichste Geschwindigkeits-Verteilung wird sich daher, wie man etwas summarisch sagen kann, danach richten müssen, wie leicht oder schwer d. h. bei wie großen Spielräumen der voraufgehenden Bedingungen sich im Zusammenstoß große und kleine, annähernd übereinstimmende oder sehr verschiedene Geschwindigkeiten ergeben. Gegenüber den Zufalls-Spielen besteht nun hier insofern ein Unterschied, als eben diejenigen Verhältnisse, die uns als Erfolg interessieren, nämlich die Geschwindigkeiten, auch in die voraufgehenden Bedingungen eingehen. Und man könnte meinen, daß demgemäß eine Ableitung bestimmter Wahrscheinlichkeiten unmöglich sein werde. Indessen ergibt sich doch eine ganz bestimmte Folgerung gerade für den hier ins Auge gefaßten Fall und unter den für ihn gemachten Voraussetzungen. Fragen wir nach einer Geschwindigkeits-Verteilung, die ähnlich wie die Ausgleichung von Druck und Temperatur unter allen Umständen allmählich zu erwarten ist, so gehen wir von der Voraussetzung aus, daß die in einem bestimmten Anfangszustande etwa gegebenen und uns bekannten Verhaltungsweisen für die Gestaltung entfernterer Zustände ohne Bedeutung sind, daß der Einfluß eines Anfangszustands allmählich schwindet. Soll daher alles, was uns hinsichtlich eines Anfangszustandes etwa bekannt sein mag, für die Beurteilung entfernterer zukünftiger Verhaltungsweisen ohne Belang sein, so wird diese sich ausschließlich auf die sich dauernd konstant erhaltenden Bestimmungen, die Gesamtmenge des Gases und die gesamte kinetische Energie, stützen müssen. Es versteht sich, daß in einer solchen Betrachtung (ganz ähnlich wie in dem idealen Falle, daß uns außer den eben erwähnten Dauer-Bedingungen schlechterdings gar nichts bekannt wäre) die Wahrscheinlichkeit irgend eines Verhaltens für einen Zeitpunkt nicht anders als für jeden beliebigen andern angesetzt werden kann. Wir können eine solche Ansetzung der Wahrscheinlichkeit eine definitive nennen. Für diese gestaltet sich nun die Forderung nomologischer Zulässigkeit vorzugsweise einfach. Offenbar muß die (ohne Rücksicht auf den Zeitpunkt anzugebende) Wahrscheinlichkeit irgend eines Verhaltens übereinstimmen mit der Wahrscheinlichkeit desjenigen, das mit jenem als sein gesetzmäßiges Ergebnis verknüpft ist, d. h. die Gesamtheit der ihm zugehörigen Folgezustände umfaßt. Eine definitive Wahrscheinlichkeits-Ansetzung muß die Eigenschaft haben, daß die Wahrscheinlichkeit irgend eines Verhaltungs-Bereiches bei seiner durch die Gesetze des Geschehens bestimmten Umwandlung konstant bleibt.

Um hieraus zu einer Bestimmung der gesuchten Geschwindigkeits-Verteilung zu gelangen, müssen wir den Zusammenstoß zweier Moleküle ins Auge fassen. Und zwar denken wir uns den Zustand beider Moleküle in einem bestimmten Zeitpunkt vor dem Zusammentoß hin-

sichtlich des Ortes, der Bewegungs-Richtung und Geschwindigkeit unendlich wenig variiert. Dem so erhaltenen unendlich kleinen Spielraum des Verhaltens entspricht gemäß den Stoßgesetzen ein wiederum unendlich kleiner Verhaltungs-Spielraum für einen bestimmten Zeitpunkt nach dem Zusammenstoß. Die Wahrscheinlichkeit des einem solchen Spielraum angehörigen Verhaltens ist nun jedenfalls dem Produkt aus den sechs unendlich kleinen Elementen (des Raumes, der Bewegungsrichtung und der Geschwindigkeit für jedes der beiden Moleküle) proportional, kann aber außerdem noch Koeffizienten enthalten, die vom Orte, von der Richtung, oder von der Geschwindigkeit abhängen. Die rein mechanische Betrachtung nun, in der der Kern der Boltzmannschen Ableitung zu erblicken ist, lehrt, daß im allgemeinen jene Produkte der sechs Differenziale für den früheren und den späteren Verhaltungs-Spielraum nicht gleich sind, vielmehr sich umgekehrt wie die Produkte der Geschwindigkeitsquadrate verhalten. Damit sich die Wahrscheinlichkeit für beide Spielräume, den früheren und den späteren, gleich ergeben, müssen also jenen Produkten der Differenziale keine vom Ort oder der Richtung abhängige Faktoren hinzugefügt werden, wohl aber solche, die eine Funktion der Geschwindigkeit sind. Auch genügt jene Forderung, um diese Funktion festzulegen: sie ergibt sich eben als die erwähnte Maxwellsche. Ergänzend ist noch hinzuzufügen, daß bei dieser Bewertung sich die Wahrscheinlichkeiten eines früheren und des ihm entsprechenden späteren Verhaltungs-Spielraums auch für den Fall übereinstimmend ergeben, daß ein Molekül frei weiterfliegt oder von der adiabatischen Wand ohne Aenderung seiner Geschwindigkeit zurückgeworfen wird, wovon man sich durch leichte Ueberlegungen überzeugen kann.

Die hier kurz angedeutete Betrachtung lehrt, daß wenn wir für jedes Molekül jeden Ort und jede Bewegungsrichtung gleich wahrscheinlich annehmen, überdies die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Geschwindigkeiten nach der Maxwellschen Funktion bewerten, diese Ansetzung diejenige Eigenschaft besitzt, die für eine definitive Wahrscheinlichkeits-Betrachtung zu fordern ist. Sie besteht, um es nochmals zu wiederholen, darin, daß wenn wir sie auf einen Zeitpunkt anwenden, sich daraus, im Hinblick auf die Gesetze des Geschehens, für jeden folgenden Zeitpunkt wiederum die gleiche Ansetzung der Wahrscheinlichkeiten ergibt. — Auch können wir sogleich eine noch greifbarere Folgerung hinzufügen. Ist für jedes Molekül die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Verhaltens nach jener Regel zu bewerten, so wird bei der enormen Zahl der Moleküle mit annähernder Sicherheit zu erwarten sein, daß die Zahl derjenigen, die einem bestimmten Verhaltungsbereiche angehören, eben dieser Wahrscheinlichkeit proportional ist. Auch für diese Folgerung gewinnt die berührte Eigenschaft des Wahrscheinlichkeits-Ansatzes eine durchsichtige Bedeutung. Sie besteht darin, daß wenn wir ihr zufolge für einen Zeitpunkt etwas mit Sicherheit erwarten, uns dies nicht etwa im Hinblick auf die Gesetze des Geschehens nötigt, für einen folgenden Zeitpunkt etwas Abweichendes mit Sicherheit zu erwarten,

sondern wir auf die nämliche Erwartung auch für jeden folgenden Zeitpunkt geführt werden [1]).

Es ist also in der Tat die Forderung, daß unsere Wahrscheinlichkeits-Betrachtungen in dem von der Theorie dargelegten Sinne mit den Gesetzen des Geschehens im Einklange sein müssen, die Forderung nomologischer Zulässigkeit, die auf die Ableitung der Maxwellschen Funktion führt. Auch lehrt die Untersuchung zugleich, daß die Erwartung einer überall gleichen Temperatur und Dichte in demselben Sinne zulässig ist. — Auf der anderen Seite versteht sich, daß mit diesem Nachweis noch nicht die ganze hier zu stellende Aufgabe in dem vorhin erwähnten Sinne abschließend gelöst ist. Denn erstlich hatten wir von vornherein die Annahme zugrunde gelegt, daß die uns erkennbaren Anfangs-Bedingungen für eine die späteren Zeiten betreffende Wahrscheinlichkeits-Bewertung ohne Bedeutung sind, daß diese eine definitive zu sein hat. Sodann aber ist auch zunächst nur nachgewiesen, daß die uns interessierende Ansetzung der Wahrscheinlichkeit als eine definitive unter einem ganz bestimmten Gesichtspunkt zulässig ist, nicht aber daß sie die einzigmögliche und somit zwingend gegeben ist. Wenn wir daher, was auch immer über einen Anfangs-Zustand bekannt sein mag, für spätere Zeitpunkte eine Ausgleichung von Temperatur und Druck und eine der Maxwellschen Formel entsprechende Verteilung der Geschwindigkeiten erwarten, so könnte die Berechtigung dazu in diesem letzteren Punkte noch bezweifelt werden [2]). In Bezug auf den ersteren können wir uns freilich auf die ausnahmslosen Ergebnisse der Beobachtung stützen; aber die mathematische Betrachtung, die erforderlich wäre, um uns diese Regelmäßigkeiten in dem vorhin dargelegten Sinne verständlich zu machen, würde auch

[1]) Dagegen würde es unzutreffend sein, die Maxwellsche Geschwindigkeits-Verteilung in dem Sinne als eine stabile zu bezeichnen, daß sie, wenn sie in einem bestimmten Zeitpunkt verwirklicht ist, sich notwendig dauernd erhalten müßte. Dies geht schon daraus hervor, daß die Stoß-Gesetze in bekannter Weise die Umkehrung aller Vorgänge zulassen. So gut daher jeder beliebige Zustand, auch eine erkennbar ungleiche Temperatur-Verteilung oder eine von der Maxwellschen Regel abweichende Verteilung der Geschwindigkeiten, in einen dieser Regel entsprechenden Gleichgewichts-Zustand übergehen kann, so gut ist es auch möglich d. h. mit den Gesetzen des Geschehens vereinbar, daß ein Zustand dieser letzteren Art in abweichende übergeht. Nicht die notwendige, d. h. aus den Gesetzen des Geschehens sich ergebende Stabilität eines Zustandes, sondern die nomologische Korrektheit einer Wahrscheinlichkeits-Bewertung ist die Forderung, die der Ableitung zugrunde liegt und aus der sich auch die Bedeutung ihres Ergebnisses bestimmt. — Daß die Boltzmannsche Ableitung, obgleich sie das nicht ganz deutlich hervortreten läßt, in dem hier dargelegten Sinne genommen werden muß, habe ich schon in den Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung (S. 192 u. ff.) gezeigt. Das dort Ausgeführte stimmt mit dem hier Gesagten in der Hauptsache überein. In einigen Punkten erscheint mir allerdings jetzt die damalige Darstellung verbesserungsbedürftig.

[2]) Aehnlich kann für den idealen Fall, daß uns außer den konstanten Dauerbedingungen gar nichts bekannt ist, gefragt werden, ob es nicht vielleicht mehrere Verhaltungsweisen gibt, deren Wahrscheinlichkeiten untereinander überhaupt nicht ohne Willkür verglichen werden können.

noch eine Lücke zeigen. Auf die hiernach noch zu wünschenden Nachweise des Genaueren einzugehen, läge außerhalb der hier verfolgten Zwecke [1].

Dagegen dürfen wir nicht unterlassen, hier noch einige Formulierungen zu erwähnen und zu prüfen, in denen herkömmlicherweise in der physikalischen Literatur die uns beschäftigenden Regelmäßigkeiten ausgedrückt werden, Formulierungen, die von unserm Standpunkt aus mindestens auf den ersten Blick auffällig erscheinen können. Wir begegnen hier in erster Linie dem Satze, daß stets *die weniger wahrscheinlichen in wahrscheinlichere Zustände übergehen*. Beachtet man, daß jede Wahrscheinlichkeits-Bewertung für einen bestimmten intellektuellen Zustand gelten und auf diesen sich beziehen muß, so kann man fragen, welches denn der intellektuelle Zustand ist, der bei den hier gemeinten Wahrscheinlichkeiten vorausgesetzt wird. Wir können, um diese Frage zu beantworten, einen besonderen Fall hierhergehöriger Vorgänge in Betracht ziehen, etwa den eben erwähnten der Temperatur-Ausgleichung. Für ein in eine adiabatische Hülle eingeschlossenes Gas nennen wir den Zustand des Temperatur-Gleichgewichtes wahrscheinlicher als den einer örtlich ungleichen Temperierung. Dies ist er nun in der Tat, wenn uns nichts bekannt ist, als die für die Dauer sich unverändert erhaltenden Bedingungen. Und eben dieser ganz bestimmte Zustand unseres Wissens ist bei jener Bezeichnung stillschweigend vorausgesetzt. Sagen wir also, daß der weniger wahrscheinliche in einen wahrscheinlicheren Zustand übergeht, so ist damit die Wahrscheinlichkeit unter bestimmten, gedachten Bedingungen gemeint, wie das im Grunde auch schon daraus hervorgeht, daß wir den Zustand einer ungleichen Temperatur-Verteilung einen unwahrscheinlichen nennen, obwohl uns doch sein anfängliches Bestehen mit Sicherheit bekannt ist.

Vor allem aber versteht sich auch, daß bei dem hier gemeinten intellektuellen Zustande nicht an ein ganz beliebiges mangelhaftes oder unvollständiges Wissen gedacht wird, sondern daß die erkennbaren und gesetzmäßig fixierten Verhältnisse als bekannt vorausgesetzt werden. Es soll sich also um Wahrscheinlichkeiten handeln, die

[1]) Es mag genügen, anzuführen, daß der an zweiter Stelle erwähnte Nachweis durch einfache Ueberlegungen in einer, wie ich glaube, genügenden Weise zu erbringen ist, Ueberlegungen, die, kurz gesagt, lehren, daß es nicht mehr als eine Wahrscheinlichkeits-Ansetzung geben kann, die im obigen Sinne nomologisch zulässig ist. (Vgl. Prinzipien der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. S. 209 f.) Was den an erster Stelle angeführten Nachweis anlangt, so würde es sich darum handeln, zu zeigen, daß für die Wahrscheinlichkeits-Bewertung späterer Zustände irgend eine Kenntnis der Anfangsbedingungen (sofern sie nur überhaupt irgend welche Ungenauigkeiten bietet) ohne Bedeutung ist. Gerade hier kommt der vorhin erwähnte grundsätzliche Unterschied gegenüber den meisten Zufalls-Spielen in Betracht; die große Vereinfachung, die dort durch den regelmäßigen periodischen Wechsel der Erfolge gegeben ist, fehlt hier. Der hier gemeinte Beweis ist, soweit ich sehe, bis jetzt nicht geführt worden und dürfte wohl auch auf eigenartige mathematische Schwierigkeiten stoßen.

in ähnlichem Sinne, wie uns dies bei den Zufalls-Spielen geläufig ist, als richtig bemessene zu bezeichnen sind, d. h. um solche, die sich ergeben, wenn uns die „allgemeinen Bedingungen“ bekannt sind, und denen also eben mit Rücksicht hierauf auch eine weitergehende allgemeine Bedeutung zukommt. In noch strengerem Sinne als bei den Zufalls-Spielen können wir hier von Wahrscheinlichkeiten reden, die die objektiv gegebenen Verhältnisse fest charakterisieren, weil einerseits die Summe dessen, was uns erkennbar ist und als bekannt vorausgesetzt wird, anderseits auch die Summe dessen, was unserm Erkennen entzogen ist, vollkommen scharf bestimmt ist.

Noch in einer anderen Hinsicht bedarf die Aufstellung, daß die Zustände, die wir allmählich eintreten sehen, die wahrscheinlichsten seien, einer erläuternden Hinzufügung. Sie ist in einem ähnlich bedingten Sinne richtig, wie wenn wir bei einem Zufalls-Spiele sagen wollten, das, was in zahlreichen Fällen eintrete, sei stets mit dem, was wir als wahrscheinlichstes erwarten, in annähernder Uebereinstimmung. Eine solche Formulierung ist offenbar nur in bedingtem Sinne zutreffend. Sie gilt so lange und insofern, als wir die Betrachtung dessen, was sich ereignet hat, auf die *Gesamt-Resultate* beschränken, also beim Roulette z. B. darauf, wie oft Rot und Schwarz gefallen ist. Sie ist dagegen unzutreffend, sobald wir die tatsächlichen Ereignisse in ihrer vollen individuellen Bestimmtheit ins Auge fassen. Daß, wie es etwa der Fall gewesen sein mag, bei den zwei ersten Würfen Rot, dann einmal Schwarz, dann wieder Rot, dann dreimal Schwarz fiel usw., das hatten wir keinerlei Anlaß zu erwarten. Und in diesem Sinne stellt der Gang der Ereignisse, der tatsächlich eingetreten ist, stets etwas für die Vorausbetrachtung überaus Unwahrscheinliches dar. Ganz das Entsprechende gilt auch für die uns hier beschäftigenden Verhältnisse. Daß in beobachtbaren Raumstücken gleiche Zahlen von Molekülen und gleiche Energiebeträge enthalten sind, das dürfen wir als ein Wahrscheinlichstes bezeichnen. Und insofern dies bei irgend einem Endzustand verwirklicht ist, können wir sagen, daß das Gas in einen wahrscheinlichsten Zustand übergegangen sei. Fassen wir jedoch den tatsächlich verwirklichten Zustand in seiner vollen detaillierten Bestimmtheit ins Auge, den Zustand also, der darin besteht, daß jedes Molekül an einem ganz bestimmten Ort und in einer ganz bestimmten Bewegung sich befindet, so können wir diesen offenbar für den späteren wie für den früheren Zeitpunkt nur einen absolut unwahrscheinlichen nennen. Eine strenge Formulierung wird also nicht schlechtweg dem späteren Zustande eine höhere Wahrscheinlichkeit zuschreiben. Nur derjenige Begriff, durch den wir das an ihm Beobachtbare bezeichnen, umfaßt eine größere Mannigfaltigkeit von Zuständen; die *erkennbaren Verhaltungsweisen* der aufeinander folgenden Zustände sind es, denen wir eine fortschreitend größere Wahrscheinlichkeit zuschreiben dürfen.

Die richtige Auffassung dieser Verhältnisse wird durch eine besondere Täuschung bedroht, die mit einer anderen Bezeichnungsweise der obigen Regel zusammenhängt. Man pflegt wohl auch zu sagen, daß stets die geordneten in weniger geordnete Zustände übergehen. Und hieran, in Verbindung mit der anderen Formulierung einer zunehmenden Wahrscheinlichkeit knüpft sich dann wieder leicht die Vorstellung, daß die geordnete Verhaltungsweise schlechtweg die weniger wahrscheinliche, die ungeordnete die wahrscheinlichere sei. Es ist dies eine Täuschung, die in ganz analoger Weise im Gebiete der Zufalls-Spiele nahe liegt, wo schon Laplace ihr mit besonderem Nachdruck entgegengetreten ist. Man ist wohl geneigt zu denken, es sei beim Würfeln eine geordnete Folge der Würfe wie etwa 1234 oder 3333 weniger wahrscheinlich als z. B. die keine erkennbare Ordnung darbietende 3162. Tatsächlich kommt jeder bestimmten Folge die gleiche Wahrscheinlichkeit zu. Nur ist die Zahl der ungeordneten Reihenfolgen weit größer als die der in irgend einem Sinne geordneten. Das Entsprechende ist auch hier zu beachten. Ein ungeordnetes Verhalten, wie der Zustand eines Temperatur-Gleichgewichtes, ist in der vollen individuellen Bestimmtheit, mit der es tatsächlich verwirklicht ist, nicht wahrscheinlich zu nennen, auch nicht wahrscheinlicher als irgend ein Verhalten, das eine sichtbare Ordnung erkennen läßt. Nur die weit größere Mannigfaltigkeit derjenigen Zustände, die einer sichtbaren Ordnung ermangeln, berechtigt uns das Bestehen irgend eines ungeordneten Verhaltens für wahrscheinlich zu halten.

Die obigen Darlegungen genügen, um zu zeigen, daß die wichtigen und schon durch ihre empirische Fruchtbarkeit bewährten Untersuchungen der Physiker sich von unserem Standpunkte aus in befriedigender Weise verständlich machen und dem Rahmen unserer Wahrscheinlichkeits-Theorie einfügen lassen. Sie zeigen namentlich, daß es keiner logischen Beanstandung unterliegt, wenn wir gewisse tatsächlich beobachtete Regelmäßigkeiten, statt auf Gesetze im eigentlichen Sinne, auf Wahrscheinlichkeiten oder, besser gesagt, auf Spielraums-Verhältnisse zurückführen, uns mit einer Erklärung in diesem Sinne bescheiden, und unsere Erwartungen in dieser Weise begründen. Lassen sich doch in der Tat die hier bestehenden Verhältnisse den bekannten und vollkommen durchsichtigen des idealen Zufalls-Spieles in jeder Weise parallelisieren. Allerdings aber darf man doch sagen, daß die physikalische Literatur hier in der ganzen Behandlung des Wahrscheinlichkeits-Begriffes eine gewisse Unsicherheit oder mindestens Unvollständigkeit erkennen läßt, der gegenüber das Zurückgehen auf logisch völlig geklärte Grundlagen einigermaßen wünschenswert erscheint und nicht ohne Vorteil sein würde. Unzweifelhaft hat es zunächst etwas Befremdendes, wenn uns zur Erklärung gewisser ausnahmslos beobachteter Regelmäßigkeiten gesagt wird, das, was sich stets ereigne sei eben das für uns Wahrscheinlichste. Dieser Eindruck schwindet, sobald wir uns klar machen, daß es sich hier um Wahrscheinlichkeiten handelt, die durch ganz bestimmte, sehr wohl auch direkt bezeichenbare objektive Verhältnisse bestimmt sind. Und wir können jener Formulierung als die sicher verständlichere und einleuchtendere die gegenüberstellen, daß das sich regelmäßig Ereignende eben das ist, was durch einen überwiegenden Spielraum in den Gestaltungen der bedingenden Umstände herbeigeführt wird.

Auf der andern Seite wird freilich stets zu betonen sein, daß die Erwartungen, die wir uns hier bilden, auf ein besonderes, für einen großen Teil unseres Wirklichkeits-Erkennens nicht in Betracht kommendes Prinzip sich stützen. Und wir werden gerade hier Boltzmann in vollem Maße zustimmen müssen, wenn er den grundsätzlichen Unterschied des Wahrscheinlichkeits-Satzes vom Naturgesetz im engeren und eigentlichen Sinne hervorhebt. Die Berechtigung dieser Gegenüberstellung möchte ich um so nachdrücklicher betonen, als im Gegensatze dazu auch Aeußerungen von hervorragender Seite vorliegen, die auf eine abweichende und m. E. nicht zutreffende Auffassung hinzuweisen scheinen. So sagt z. B. Planck, wenn Boltzmann gewisse niemals beobachtete Vorgänge, wie z. B. den Uebergang der Wärme vom kälteren zum wärmeren Körper für zwar enorm unwahrscheinlich aber nicht für unmöglich erkläre, so „brauchten wir ihm hierin wohl nicht zu folgen". „Eine Natur, in welcher solche Dinge passieren, wie das Zurückströmen der Wärme in den warmen Körper oder die spontane Entmischung zweier Gase wäre eben nicht mehr unsere Natur"[1]. So einleuchtend eine solche Ueberlegung auf den ersten Blick erscheinen kann, so ist sie doch insofern eine täuschende, als sie den entscheidenden Punkt unberührt läßt. Zwar darüber besteht kein Zweifel, daß wir auf Vorgänge dieser Art nicht zu rechnen haben, daß sie nur als gedachte, nicht als verwirklichte für uns in Frage kommen. Aber das eben fragt sich, inwieweit und in welcher Weise sich ein solches Geschehen von dem verwirklichten unterscheiden würde; ob es abweicht in Hinsichten, die wir durch eine allgemeine Formulierung festlegen können, oder ob es sich von diesem nur in eben jenen Hinsichten unterscheidet, bezüglich deren wir auch das Verwirklichte in der mannigfaltigsten und keinem greifbaren Gesetze unterworfenen Weise gestaltet finden. Und wenn Planck ebenda sagt, es sei „gerade mit der Annahme, daß hier bestimmte Gesetzmäßigkeiten nicht bestünden, mit dem Prinzip der elementaren Unordnung, die Notwendigkeit alles Naturgeschehens wieder hergestellt; denn ihre Erfüllung zieht nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeits-Rechnung die Vermehrung der Entropie als direkte Konsequenz nach sich", so ist dabei das, was

[1] Planck, Die Einheit des physikalischen Weltbildes. Leipzig 1909. S. 24.

Gegenstand der Wahrscheinlichkeits-Rechnung ist, und was man Gesetze der Wahrscheinlichkeits-Rechnung nennen kann, wenn nicht verkannt, so doch jedenfalls unerwähnt geblieben [1]), und eben damit ein Unterschied von fundamentaler Bedeutung verwischt. Solange wir an Gesetzen im strengen Sinne nur die den Zusammenprall der Moleküle bestimmenden Stoßgesetze annehmen, im Uebrigen aber davon ausgehen, daß die Anordnungen keiner angebbaren Gesetzmäßigkeit unterworfen und somit nur nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeits-Rechnung zu beurteilen sind, so lange können wir freilich unsere diese Vorgänge betreffenden Erwartungen auch legitimieren; aber wir müssen, wenn wir über die logischen Grundlagen derselben im Klaren sein wollen, den fundamentalen Unterschied im Auge behalten zwischen dem, was wir als ein Wahrscheinlichstes, und dem, was wir als ein gesetzmäßig Fixiertes erwarten dürfen, zwischen dem, was überaus unwahrscheinlich, und dem, was im Widerspruche mit den Gesetzen und in diesem Sinne unmöglich ist, zwischen den beiden letzten die Sicherheit unseres Wirklichkeits-Denkens bestimmenden Prinzipien, dem der Gleichartigkeit und dem der Spielräume.

Das freilich ist, wie hier schließlich betont sei, eine unentscheidbare Frage und Sache eines nicht diskutierbaren subjektiven Ermessens, ob wir uns mit dieser ganzen, auf Wahrscheinlichkeits-Betrachtungen zurückgehenden Auffassung begnügen dürfen und sollen, oder ob uns der Versuch geboten scheint, auch jene hier in Frage kommenden Regelmäßigkeiten auf Gesetze im strengen Sinne d. h. auf theoretisch definierbare Gleichartigkeiten zurückzuführen. Schon an früherer Stelle wurde darauf hingewiesen, daß selbst bei den Zufalls-Spielen Verhältnisse bestehen, die mindestens der vulgären Betrachtung Schwierigkeiten bereiten und immer wieder zu Bedenken geführt haben. Finden wir, daß bei großen Zahlen von Roulette-Würfen tatsächlich immer sehr annähernd gleich oft Rot und Schwarz gefallen ist, so scheint uns dies durch den Umstand, daß wir ein solches Ergebnis im Voraus mit größter Sicherheit erwarten dürfen, doch nicht genügend erklärt. Und ebenso ist man wohl geneigt zu fragen, was uns denn berechtigt zu behaupten, es sei möglich, daß 1000 Mal nacheinander Rot falle, wenn doch etwas Derartiges niemals vorgekommen ist. Wir brauchen hier auf die früher entwickelten Ueberlegungen, durch die diese Fragen sich erledigten, nicht nochmals zurückzukommen. Für die Zufalls-Spiele, wo wir mit Sicherheit annehmen dürfen, die in Frage

[1]) In einem neueren Vortrag (Dynamische und statistische Gesetzmäßigkeit, Leipzig 1914) hat allerdings auch Planck ganz ähnlich wie Boltzmann den Unterschied des Natur-Gesetzes im strengen Sinne und des Wahrscheinlichkeits-Satzes mit besonderem Nachdruck als einen unüberbrückbaren betont. Und es scheint danach fast, als ob er seine Auffassung dieser Verhältnisse in gewissem Maße modifiziert hätte. Doch lasse ich gern die Möglichkeit offen, daß ich in seine oben zitierten früheren Ausführungen vielleicht mehr hineingelegt habe, als seiner eigentlichen Meinung entspricht.

kommenden Gesetze erschöpfend zu kennen, werden wir uns ohne Zweifel dabei bescheiden dürfen. Anders liegen die Dinge hier, wo es sich um theoretische Auffassungen handelt, die in vielerlei Richtungen noch unsicher und unfertig sind. Fühlt jemand sein intellektuelles Bedürfnis damit nicht befriedigt, daß wir ein sicher eintretendes Geschehen als ein bei unserer ungenauen Kenntnis enorm wahrscheinliches erachten dürfen, empfindet er es als einen Mangel, daß wir Vorgänge für möglich (wenn auch enorm unwahrscheinlich) halten, die tatsächlich niemals beobachtet worden sind, so ist darüber nicht zu streiten. Und man wird den Versuch nicht unberechtigt, ja wohl nicht einmal überflüssig nennen dürfen, nach anderen Auffassungen, anderen Formen des Wirklichkeits-Denkens zu suchen, die von jenem Uebelstande frei sind, die uns das regelmäßig Geschehende nicht bloß als das Wahrscheinlichste und insofern einer Erklärung nicht zugänglich und nicht bedürftig, sondern als das durch ein allgemeines Gesetz Fixierte verständlich machen. Wieviel Aussicht solche Versuche haben oder welche Wege sie etwa einschlagen können, darf hier unerörtert bleiben. Doch sei hier an den Gedanken erinnert, daß der Begriff der Temperatur gar nicht auf Bewegungs-Verhältnisse zurückgeführt, gar nicht kinetisch definiert, sondern als ein selbständiger und endgültiger behandelt werden könnte. Aber auch daran kann natürlich gedacht werden, daß unsere Annahmen über die Bewegungsgesetze etwa irgend welche Ergänzungen oder Modifikationen erfahren müßten, daß diese Gesetze durch die hier zugrunde gelegten des elastischen Stoßes wohl annähernd aber nicht in voller Strenge dargestellt wären. Und eine vollständige Erwägung wird als letzten Fall noch den zu erwähnen haben, daß neben den den Zusammenstoß der Moleküle beherrschenden Stoßgesetzen noch andersartige aber gleichfalls im strengen Sinne als solche zu bezeichnende Gesetze bestünden. Die Durchführung gerade dieses vielleicht nächstliegenden und logisch durchaus einwandfreien Gedankens begegnet freilich besonderen Schwierigkeiten. Nehmen wir an, daß in einem Gase der Ablauf des Geschehens für einen bestimmten gegebenen Zustand durch die Stoßgesetze eindeutig bestimmt ist, so müßte irgend ein weiteres zu diesen hinzutretendes Gesetz, wenn es nicht mit jenen in einer methodisch unzulässigen Weise in einander greifen soll, als ein solches dargestellt werden, das das gleichzeitige Verhalten in einem Zeitpunkt irgendwie einschränkt, als ein S i m u l t a n g e s e t z. Dabei ergibt sich eine besondere Schwierigkeit aus folgendem Umstand. Sind unsere Annahmen über die Gesetze des Geschehens richtig, so würde ganz durchgängig der Ablauf der Vorgänge sich umkehren, sobald wir uns die ganze in einem Zeitpunkt bestehende Anordnung in ihr zeitliches Spiegelbild verwandelt denken, d. h. derart abgeändert, daß alle Moleküle ihre Orte behalten, auch die Größe ihrer Geschwindigkeiten ungeändert bleibt, die Richtung der Bewegung aber umgekehrt wird. Ein Gesetz der gleichzeitigen Anordnungen, wie es hier verlangt

wird, müßte also von der Form sein, daß es eine Anordnung gestatten, ihr zeitliches Spiegelbild aber ausschließen kann. Es ist zum mindesten sehr schwierig, sich von der formalen Natur eines solchen Gesetzes eine Vorstellung zu machen.

Siebenundzwanzigstes Kapitel.

Abschließendes.

Ziel und Ergebnis einer erschöpfenden Durcharbeitung der Wissens-Gesamtheit. Begrenzung des Gesamtgebietes der Urteile. Weltanschauung und Wert-Urteile.

Die Ergebnisse, zu denen uns die Erörterung einer Anzahl einzelner Gegenstände im 24. und 25. Kapitel geführt hat, durften wir als eine Bestätigung der allgemeinen Anschauungen in Anspruch nehmen, auf die wir unsere ganze Urteilslehre gegründet hatten. Denn es hat sich herausgestellt, daß sehr vielfach, auch wo dies nicht auf den ersten Blick erkennbar ist, die Zurückführung der behandelten Fragen und aufgestellten Sätze auf die von uns als endgültig betrachteten Urteils-Arten, die Real- und Reflexions-Urteile, gelingt. Anderseits ergab sich, daß wo dies nicht der Fall war, wir nicht Anlaß hatten, eine Lückenhaftigkeit der logischen Theorie anzunehmen, vielmehr hier in der Tat die, durch die psychologischen Verhältnisse unseres Denkens bedingte Gefahr vorlag, durch illusorische Fragen und Schein-Urteile irregeführt zu werden. Täusche ich mich nicht, so wird das Resultat einer ähnlichen kritischen Prüfung auf den hier nicht berührten Gebieten ein entsprechendes sein. Auch diese werden eine Zurückführung der ihnen geläufigen Probleme und Aussagen auf eben jene logisch völlig befriedigenden Grundformen zwar vielfach, aber nicht überall gestatten, vielmehr auch gelegentlich Fälle erkennen lassen, in denen eine solche Zurückführung nicht gelingt. Wie ich glaube, werden aber gerade derartige Fälle die Richtigkeit unserer allgemeinen Ergebnisse wiederum dadurch bestätigen, daß sich gegenüber einer eindringenderen Erwägung all das als Phantom verflüchtigt, was sich einer Zurückführung auf die endgültigen Urteils-Arten entzieht, oder nach Ausscheidung des eine solche Zurückführung Zulassenden noch übrig bleibt. Als ein Gebiet, auf dem eine solche Durcharbeitung wohl am schwierigsten, darum aber auch um so dringlicher zu wünschen sein dürfte, seien hier die wissenschaftlichen Aufgaben der Ethik und Aesthetik kurz berührt. Denken wir an Begriffe, die dem Gedankenkreise dieser Wissenschaften angehören, wie den der Sittlichkeit und des Schönen, oder speziellere, wie den der Ehre, des Humors, des Komischen, so empfinden wir ihnen gegenüber, wie früher schon erwähnt wurde, zunächst ein unbestimmtes Bedürfnis der Orientierung und Aufklärung. Man wird zugeben müssen, daß es hier schon Sache einer gewissen Ueberlegung ist, darüber ins Klare zu kommen, was uns eigentlich eine mit diesen Dingen befaßte wissenschaftliche Untersuchung lehren soll, was wir eigentlich zu wissen wünschen. Diese Vorbedingung jeder spezielleren Untersuchung können wir wohl kaum besser als im Anschluß an eine allgemeine Urteils-Lehre erfüllen. Gehen wir von dieser aus, so zeigt sich, daß hier vor Allem eine gewisse Ordnung psychologischen Materials erforderlich und somit eine (vermutlich nicht ganz einfache) Aufgabe synchytischer Begriffs-Bildung vorliegt. In der Tat liegt ja wohl eine der Hauptschwierigkeiten des ganzen Gebietes darin, daß die Grund-Begriffe ethischer und ästhetischer Beurteilung nicht die ganz einfachen und festen der ethischen oder ästhetischen Billigung und Mißbilligung (sittlich und unsittlich, schön und häßlich), sondern äußerst mannigfaltige sind. Ueber das in dieser Hinsicht überhaupt Vorkommende einen gewissen Ueberblick zu gewinnen, ist offenbar eine erste Aufgabe. Aus ihrer logischen Natur ergibt sich, daß ihr lediglich durch die Aufweisung einer Anzahl von Einzelnem entsprochen werden kann, und daß auch jeder einzelne der hier in Frage kommenden Begriffe nicht einen in der Form einer Definition angebbaren Sinn besitzt, sondern ein gewisses psychologisches Verhalten bezeichnet, das wir, es erlebend, kennen lernen. — Dieser Aufgabe elementarer und ordnender Begriffsbildung können wir sodann als nicht minder logisch klar eine Reihe realwissenschaftlicher und zwar vornehmlich psychologischer Ermittlungen gegenüberstellen. In erster Linie laufen diese auf die Frage hinaus, welche Arten psychologischer Eindrücke und Vorgänge jene verschiedenen ethischen oder ästhetischen Beurteilungen hervorrufen. So würden wir fragen können, was tatsächlich als schön empfunden oder beurteilt wird, welches die psychologischen Bedingungen für den Eindruck des Komischen sind u. dgl. Eine Untersuchung dieser Art kompliziert sich dadurch, daß diese Verhältnisse schon für verschiedene Individuen, mehr noch für verschiedene Zeiten, Völker, soziale Klassen usw. mehr oder weniger ungleich sind. Und es ist demgemäß denn auch zu berücksichtigen, daß die hier in Frage gestellten Zusammenhänge keine festen, sondern in gewissem Maße veränderlich sind, sich entwickeln, modifizieren usw. Wir werden daher an zweiter Stelle fragen müssen, wie sie entstehen und durch welche Umstände sie beeinflußt werden. Die Gesamtheit dessen, was sich hier als Gegenstand der Untersuchung ergibt, gehört unzweideutig dem Gebiet des Real-Wissens zu. Und betrachten wir die Dinge unter diesem Gesichtspunkt, so ist einleuchtend, daß wir hier in der Tat gewisse Gebiete psychologischen Geschehens heraussondern können, deren selbständige Behandlung sich wegen einer gewissen Gleichartigkeit der in Frage kommenden Erscheinungen empfiehlt. — Fragt man

nun weiter, was etwa noch als andersartiger Inhalt einer Ethik oder Aesthetik in Frage kommen kann, so wird hier ja vor allem wiederum in anderm Sinne an die Wert-Urteile zu denken sein. Denkbar erscheint von vornherein jedenfalls auch eine Wissenschaft, die nicht die Wert-Urteile als eine besondere Art psychologischen Geschehens behandelt, sondern selbst Wert-Urteile enthält und ausspricht. Ob dies nicht allein in der, den Namen einer Wissenschaft nicht verdienenden Form einer Summe einzelner und zusammenhangsloser Wert-Urteile, sondern in der Form eines geordneten und zusammenhängenden Ganzen geschehen kann, ist eine Frage, die hier außer Spiel bleiben kann [1]. Für uns ist nur das von Bedeutung, daß die wissenschaftliche Untersuchung, wenn sie sich nicht ins Unbestimmte und Illusorische verlieren will, vor allem die hier bezeichneten Aufgaben deutlich erfassen und auseinanderhalten und in der dadurch vorgezeichneten Weise vorgehen muß. Dagegen darf auch hier bestritten werden, daß neben den solcherart bezeichneten Aufgaben etwa noch ganz andersartige von selbständiger Bedeutung zu lösen seien. Und wir dürfen daran erinnern, daß, wie früher schon berührt, namentlich die auf eine Definition gerichtete Begriffsbestimmung eine Form ist, die das eigentlich Gesuchte oder zu Suchende nicht deutlich erkennen läßt und daher zur Gewinnung sicherer Ergebnisse vorzugsweise ungeeignet ist.

Selbstverständlich können wir an dieser Stelle nicht daran denken, eine kritische Durchmusterung aller wissenschaftlichen Bestrebungen und Ergebnisse in ähnlichem Sinne zu unternehmen. Für die hier verfolgten Zwecke ist das auch um so weniger erforderlich, als die behandelten Beispiele wohl ersichtlich machen, daß eine entsprechende Durchführung meist nicht auf sehr große und wohl nirgend auf unüberwindliche Schwierigkeiten stoßen wird. Ueber die Art des Verfahrens und über das zu erreichende Ziel dürfen hier aber vielleicht noch einige allgemeine Bemerkungen angeschlossen werden. Wie mir scheint, wird zweckmäßig überall die Heraussonderung des realwissenschaftlichen Inhalts den Ausgangspunkt aller kritischen Erwägung bilden. Vor allem gilt dies für die Klärung ganz allgemeiner Fragen und Probleme. Das werden wir bei jeder dunkel empfundenen Unsicherheit uns klar zu machen suchen müssen und uns auch klar machen können, ob und was wir in Bezug auf reale Verhaltungsweisen (seien es individuelle, seien es Gesetze des Geschehens) zu wissen wünschen oder zu ermitteln haben. In den meisten Fällen wird die klare Erfassung der Realfragen genügen, um auch deutlich zu machen, um welche andersartigen Aufgaben es sich in einem Gebiet noch handelt. So wird vielfach ohne weiteres ersichtlich sein, daß wir einen ordnenden Ueberblick über irgend eine Gesamtheit anstreben und daher die Aufgabe in erster Linie in einer passenden synchytischen Begriffsbildung besteht.

[1]) Es wird unten auf diese Frage noch kurz eingegangen werden.

Und die klare Einsicht, daß es sich um solche elementare Begriffsbildung handelt (nicht um Real-Urteile), wird die unerläßliche Vorbedingung für die zutreffende Lösung der Aufgabe sein. In andern Fällen wird einleuchten, daß unsere Aufgabe auf dem Gebiet der Wertbeurteilungen liegt oder doch solche an ihr beteiligt sind, und es wird dann vor allem die strenge Auseinanderhaltung des Wert-Urteiles und der Realfrage geboten sein. — Bringen ferner die spezielleren begrifflichen Verhältnisse es mit sich, daß ein in der Form des Real-Urteils auftretender Satz nicht immer ohne weiteres erkennen läßt, ob er ein solches wirklich darstellt und in diesem Sinne geprüft und erörtert werden kann, so gelingt es auch hier unschwer, wenigstens im allgemeinen zu bezeichnen, wie wir zweckmäßig verfahren werden, um uns vor den hierdurch bedingten Täuschungen zu schützen. In erster Linie sind es die Illusionen eines naiven Realismus, deren Vermeidung eine gewisse Aufmerksamkeit erheischt. Es wird zu diesem Zwecke zu erwägen sein, ob der in Frage stehende Satz als Bestandteil eines geordneten Wissens mit unsern Erfahrungen zusammenhängt, ob er, wie wir auch anschaulich sagen dürfen, etwas Erfahrbares bedeutet, seine Bejahung oder Verneinung in dem uns Erfahrbaren zur Geltung kommt. Für spezielle Wirklichkeitsangaben, die sich eben jener Begriffe bedienen, in denen wir die Wirklichkeit durchweg zu denken gewohnt sind, wird hier irgend ein Zweifel meist nicht bestehen. Es sind hauptsächlich die ganz allgemeinen Fragen (wie die nach der Realität des Raumes, nach der Natur der Kräfte usw.), bezüglich deren solche Erwägungen notwendig werden. — Von ausgedehnterer Bedeutung sind dagegen die logischen Schwierigkeiten, die sich aus dem Umstande ergeben, daß der größte Teil unseres Real-Wissens sich in mehr oder weniger unbestimmten Begriffen bewegt. Hier ist, wie oben besprochen wurde, zu beachten, daß die unbestimmten Begriffe uns auf Inzidenzbeziehungen mehr oder weniger zweifelhafter Natur führen, und daß sich so Fragen ergeben können, die ihrer Natur nach eine bestimmte Beantwortung nicht gestatten. Täuschungen dieser Art können wir nicht dadurch vermeiden, daß wir uns bei unsern Real-Urteilen nur scharf bestimmter Begriffe bedienen, da dies, wie wiederholt betont wurde, völlig ausgeschlossen ist. Auch kann man nicht einmal sagen, daß es überall geboten sein würde, auf die genauesten Begriffe zurückzugehen, die uns in den betreffenden Gebieten zur Verfügung stehen. Vielmehr wird es immer darauf ankommen, zu beurteilen und im Auge zu behalten, welches Maß von Unbestimmtheit den jeweils benutzten Begriffen zukommt, und ob für eine zu erwägende Frage diese Unbestimmtheit in Betracht kommt. Wo dies nicht der Fall ist, werden wir das, jenes Begriffes sich bedienende Urteil unverfänglich als Real-Urteil diskutieren können. Im entgegengesetzten Falle dagegen werden wir behufs der Real-Untersuchung veranlaßt sein, auf andere, speziellere und strengere Begriffe zurückzugehen, die einem solchen Bedenken nicht mehr ausgesetzt sind. Und wir werden dann die

Frage der Subsumtion unter jenen Begriff unabhängig zu erwägen, event. als unentscheidbar abzulehnen haben. Wir können in dieser Hinsicht noch hervorheben, daß die genauesten für die Darstellung irgend welcher realen Verhältnisse uns zur Verfügung stehenden Begriffe jedenfalls immer diejenigen sind, die die rein realwissenschaftliche Betrachtung für sich ausgebildet und festgelegt hat, nicht aber diejenigen, deren Gebrauch im Hinblick auf irgend welche besonderen Zwecke sich eingebürgert hat. Es ist also, wie man kurz sagen kann, für die Erreichung des hier in Frage stehenden Zwecks nicht erforderlich, daß wir unserem Denken das gänzlich unerreichbare Ziel stecken, sich durchweg in vollkommen scharfen und präzisen Begriffen zu bewegen; wohl aber ist zu verlangen, daß wir in die den benutzten Begriffen anhaftende Unbestimmtheit einen genügenden Einblick haben, und daß wir ihren Gebrauch in der hierdurch gebotenen Weise einschränken und begrenzen. Hierher gehört z. B., daß, wie es oben erörtert wurde, ein Denken realer Verhältnisse in den der Rechtswissenschaft eigentümlichen Begriffen in gewissem Umfange zulässig, sogar sehr zweckmäßig ist, aber doch seine Grenzen findet, und daß wir dann auf diejenigen Begriffe rekurrieren müssen, die wir überall gewohnt sind zur Beschreibung realer, insbesondere psychologischer Verhaltungsweisen anzuwenden. Aehnlich, wenn wir die Subsumierbarkeit eines konkreten Verhaltens unter einen synchytischen Begriff erwägen, dieser aber in dem Sinne genommen werden soll, der durch allgemeinen Gebrauch oder auch durch die Denkweise bestimmter Personen festgelegt ist[1]). Erheben sich hier Zweifel, so werden wir die beiden hier in Frage kommenden Realitätenkreise für sich in den genauesten dafür zugänglichen Begriffen darzustellen haben, und es wird sich dann fragen, ob das zwischen beiden stattfindende Verhältnis als das eines Entsprechens, eines Mit-Gemeintseins bezeichnet werden kann, eine Frage, die wiederum event. wegen der unbestimmten Natur dieses Begriffes als unentscheidbar abgelehnt werden muß.

Zu beachten ist dann weiter, daß die Real-Urteile nicht nur durch die Inzidenzbeziehungen sondern auch durch die Einmischung von Wert-Urteilen kompliziert werden können. Es beruht dies auf der früher besprochenen[2]) Benutzung der Wertbegriffe in objektiv realem Sinne, wobei von der mit einer gewissen Annäherung zutreffenden Annahme einer allgemein übereinstimmenden Wertbeurteilung ausgegangen wird. So kann der Satz, daß jemand unehrenhaft gehandelt habe, unter Umständen im Sinne eines reinen Real-Urteils ausgesagt werden und die völlig brauchbare Bezeichnung eines objektiven Tatbestandes sein. Offenbar aber kann der gleiche Satz auch als ein Wert-Urteil desjenigen, der ihn ausspricht, gemeint sein. Beide Bedeutungen auseinanderzuhalten wird kein Anlaß bestehen, wenn

[1]) Vgl. o. S. 576.
[2]) Vgl. o. S. 261.

der Satz im einen wie im anderen Sinn unzweifelhaft ist. Sobald aber die Aussage bezweifelt oder diskutiert wird, ist es unerläßlich, die Realfrage und die Wertbeurteilung zu trennen. Und es kommt dann sogleich noch in Betracht, daß die letztere, wenn überhaupt, doch nur in ganz anderem Sinne diskussionsfähig und entscheidbar ist als die erstere. Für die Realfrage ist dann weiter zu berücksichtigen, daß die in objektivem Sinne genommenen Wertbegriffe recht unbestimmt sind, weil die Voraussetzung, von der sie abhängen, eine allgemeine Uebereinstimmung der Wertbeurteilungen, doch keineswegs streng zutrifft. Erheben sich also in dieser Beziehung Zweifel, so werden, ganz wie es soeben allgemein erwähnt wurde, auch hier die beiden Realitätenkreise, das Verhalten des vorliegenden konkreten Falles und die allgemeinen psychologischen Verhältnisse gewisser Wertbeurteilungen, für sich zu erwägen sein. Hieraus kann sich dann unter Umständen ergeben, daß die Beurteilung des Falles eine schwankende und ungleiche sein würde, daß somit der im objektiven Sinne genommene Wertbegriff mit Bezug auf ihn weder streng zu bejahen noch sicher zu verneinen ist.

Es ist von einigem Interesse zu erwägen, welche Eigenschaften ein Wissen oder eine Wissensgesamtheit, die den auf Grund allgemein logischer Erwägungen zu erhebenden Forderungen in vollem Maße entspräche, eigentlich darbieten würde, was wir also als Ergebnis einer vollkommenen klärenden Durcharbeitung erwarten und vielleicht auch von uns fordern dürfen. Ein solches in logischem Sinne ideales Denken müßte vor allem bei jedem als Behauptung ausgesprochenen oder als Frage erwogenen Satze die allgemeine Art des Urteils unmittelbar kenntlich machen, so daß niemals ein Zweifel besteht, ob ein Real-Urteil, ein Reflexions-Urteil oder irgend eine Art von Wert-Urteilen vorliegt. Es müßte ferner gestatten, die Bedeutung der in die Sätze eingehenden Begriffe wenigstens genugsam zu übersehen, um sicher zu sein, daß dem Urteil oder der Frage wirklich ein greifbarer Sinn der betreffenden Art zukommt. Hierzu gehört insbesondere, da wir bei den Real-Urteilen die mehr oder minder unbestimmten Begriffe nicht entbehren können, daß wir auch diese Unbestimmtheit insoweit veranschlagen können, als es für die Auseinanderhaltung der Real- und der Inzidenzfragen erforderlich ist.

Wir müssen dann ferner erwägen, daß unser Real-Wissen seiner Natur nach unvollständig und überall mehr oder weniger unsicher ist, und daß daher die Beantwortung von Realfragen sich vielfach bei dem derzeitigen Stande des Wissens als unmöglich herausstellen kann. Dagegen würde, soweit es sich um Reflexions-Urteile handelt, eine genügende und passende Durcharbeitung und Durchdenkung, also eine rein intellektuelle Tätigkeit, entweder zur Beantwortung der Frage oder aber zu der Einsicht führen, daß sie eine bestimmte Entscheidung nicht gestattet, wie dies bei den zweifelhaften Inzidenzbeziehungen der Fall ist. Hieraus ergibt sich also, daß wir als Ideal eine

Wissensgesamtheit erstreben können, die offene Fragen nur realwissenschaftlichen Inhalts aufweist, ihre übrigen Aufgaben aber teils durch die Beantwortung aller etwa aufzuwerfenden Fragen, teils durch die deutliche Einsicht, daß sie eine bestimmte Beantwortung nicht zulassen, restlos erledigt hätte.

Haben wir hiermit Anforderungen bezeichnet, denen bei einem gewissen Grad von Aufmerksamkeit und Schulung tatsächlich wohl entsprochen werden kann, so können wir dem noch einige weitere anschließen, die allerdings in ähnlichem Sinn aufgestellt werden können, deren Erfüllung jedoch, wiewohl durch keinen Umstand von prinzipiell logischer Bedeutung ausgeschlossen, bei der tatsächlich gegebenen psychologischen Natur unseres Wissens und Denkens nicht zu erreichen sein wird. Hier ist zunächst zu berücksichtigen, daß die Gesamtheit unseres Wissens nicht gleichzeitig gegeben und in Einem übersehbar, größtenteils vielmehr gedächtnismäßig aufbewahrt und in diesem Sinne potentiell vorhanden ist. Ist hiermit, wie früher erwähnt, die Möglichkeit gegeben, daß einzelne Teile unseres Wissens untereinander im Widerspruch stehen, so können wir als Ergebnis denkender Durcharbeitung vor allem fordern, daß dies nicht der Fall sei, daß unser Wissen in seiner Totalität widerspruchslos zusammenstimme. Wir können jedoch diese Forderung in sehr bedeutungsvoller Weise erweitern. Bestimmt sich die Wahrscheinlichkeit jeder Annahme durch ihre Beziehungen zu einer großen Anzahl anderer, so kann offenbar verlangt werden, daß alle in dieser Hinsicht möglichen Kombinationen auch in Betracht gezogen, daß die Wahrscheinlichkeit jedes Satzes unter Berücksichtigung aller andern, die für seine Geltung in Frage kommen, auch tatsächlich erwogen worden sei. Es versteht sich, daß eine in solchem idealen Sinne erschöpfende Durcharbeitung unseres gesamten Wissens eine Denkkraft erfordern würde, die wir tatsächlich nicht besitzen, und daß daher ein in diesem Sinne geklärtes Wissen eine nicht zu verwirklichende Fiktion bedeutet. Zu beachten ist aber, daß wir es hier nicht mit einer logisch-prinzipiellen, sondern nur mit einer denkpsychologischen Unmöglichkeit zu tun haben [1].

Eine weitere hier noch zu erwähnende Aufgabe hängt mit jener großen Klasse verwickelter Begriffe zusammen, deren Sinn wir nicht in einer festgelegten Definition anzugeben vermögen, die vielmehr in der früher [2] eingehend besprochenen Weise eine tatsächliche, durch psychologisch fixierte Anknüpfungen und Denkgewohnheiten gegebene Bedeutung besitzen. Offenbar können wir uns allen diesen Begriffen gegenüber diejenige Aufgabe stellen, die wir dort als eine

[1]) Dagegen mag hier daran erinnert werden, daß eine genaue Bewertung aller Wahrscheinlichkeiten, an die man hier auch denken könnte, im Hinblicke auf die früher erörterten Verhältnisse (vgl. o. S. 432) prinzipiell ausgeschlossen ist.

[2]) Vgl. o. S. 431 f.

identifizierende Begriffsbestimmung bezeichnet hatten. Wir gelangen auf solche Weise zu synthetisch gebildeten Begriffen, die den zunächst gegebenen annähernd äquivalent sind. Unser Denken gewinnt jedoch, wie dort gezeigt wurde, durch diese Umänderung an Sicherheit und Klarheit, in der Regel auch an Vollständigkeit. Handelt es sich bei dieser identifizierenden Bestimmung freilich zwar auch um Realfragen, so sind doch die Verhältnisse, auf die es dabei ankommt, in besonderer Weise unserer Beobachtung und Feststellung zugänglich. Und so kann denn eine Beantwortung gerade dieser Fragen als eine Aufgabe einer kombinierenden und prüfenden Durcharbeitung unseres Denkens gefordert werden. Daß gleichwohl auch diese Aufgabe bei der unendlichen Fülle derartiger Begriffe niemals in erschöpfender Vollständigkeit zu lösen sein wird, versteht sich von selbst. Aber man darf wiederum betonen, daß die Gründe hierfür nicht prinzipielllogischer Art, sondern lediglich durch denkpsychologische Verhältnisse gegeben sind.

Das Gleiche gilt endlich auch dann, wenn wir die soeben erwogene Aufgabe in dem modifizierten Sinne ins Auge fassen, der sich aus der Unbestimmtheit jener Begriffe ergibt. Wir können, wie früher besprochen, in großem Umfange Begriffe suchen, die irgend welchen von Haus aus gegebenen zwar annähernd äquivalent sind, sie jedoch durch Deutlichkeit und Schärfe der Begrenzung übertreffen. Wir hatten in diesem Sinne von einer präzisierenden Begriffsbestimmung gesprochen. Als eine ganz allgemeine Forderung könnten wir demgemäß hier noch die anschließen, durch Zurückgehen auf ein geeignetes elementares Material unsere verwickelten Begriffe nicht sowohl identifizierend zu bestimmen, als vielmehr präzisierend zu verbessern. Müssen wir im Auge behalten, daß wir dabei, der Natur der Sache nach, in letzter Instanz doch auf Begriffe von fließender Bedeutung und unscharfer Begrenzung zurückgehen müssen, so ist die hiermit erhobene Forderung gleichwohl insofern nicht ohne Wichtigkeit, als wir auf ein Material zurückgreifen können, das mit diesem Uebelstande in der relativ am wenigsten schädlichen und störenden Weise behaftet ist. Auch in dieser Hinsicht aber leuchtet ein, daß, wenn wir aus einem solchen relativ beschränkten Material die Fülle von Begriffen synthetisch bilden wollten, die erforderlich wären, um die uns geläufigen zu ersetzen, damit wohl eine unsere Leistungsfähigkeit übersteigende Denkarbeit und Gedächtnis-Belastung gefordert werden würde.

Mit der Skizzierung einer Wissensgesamtheit, die wir eine logisch vollkommen geklärte und durchgearbeitete nennen könnten, bezeichnet und begrenzt sich zugleich auch der Nutzen, der, wie ich glaube, von allgemeinen logischen Einsichten für den Betrieb der einzelnen Wissenschaften erwartet werden kann. Die Logik kann die Lückenhaftigkeit unseres Wissens nicht beseitigen, ja sie wird sie auch nur selten vermindern, da die Fälle wohl nicht häufig sind, in denen allgemeine

methodische Erwägungen der Erweiterung des Wissens wirklich förderlich sind. Die Logik kann uns auch nicht vor Irrtum schützen, da wir nach der ganzen Natur des Real-Wissens überall auf Wahrscheinlichkeiten angewiesen sind, also unsere Vorstellungen von der Wirklichkeit auf einem unsichern Boden aufbauen müssen. Sie kann auch, was noch wichtiger ist, ein weites Auseinandergehen der Meinungen hinsichtlich des Real-Wissens nicht verhindern, da wir seinen einzelnen Teilen keine fest bestimmten Wahrscheinlichkeitsgrade zuweisen können. Wohl dagegen kann die deutliche Einsicht in allgemeine logische Verhältnisse uns vor der Beschäftigung mit Scheinurteilen bewahren und uns vor der Gefahr sichern, Antwort auf Fragen zu verlangen und zu suchen, die ihrer Natur nach keine Beantwortung zulassen. Gibt man zu, daß die wissenschaftlichen Bestrebungen nicht ganz selten und zuweilen wohl auch für längere Zeit durch derartige Täuschungen gehemmt worden sind, so wird man anerkennen müssen, daß die Logik, wenn auch sicherlich in erster Linie, doch nicht ganz allein in der intellektuellen Befriedigung ihren Wert findet, die ein geordneter Ueberblick über Inhalt und Zusammenhang unseres Denkens gewährt, sondern daß sie unter Umständen wohl auch im Betriebe der einzelnen Wissenschaften fördernd und klärend zu wirken vermag.

Haben wir uns in der soeben skizzierten Weise das Bild einer völlig geordneten, nach Art und Zusammenhang ihrer Teile übersehbaren Wissensgesamtheit entworfen, so kann nun doch die Frage aufgeworfen werden, — und es wird zum Abschluß unserer Untersuchungen unerläßlich sein, sie wenigstens ins Auge zu fassen, — ob wir mit der Behandlung der Reflexions- und Real-Urteile ein sich naturgemäß abgrenzendes Gebiet erledigt, oder ob wir etwa der Untersuchung mehr oder weniger willkürliche Grenzen gezogen haben, so daß ihre Erstreckung auf andere Fälle als notwendig oder wenigstens als ratsam erachtet werden muß. So darf vor allem gefragt werden, ob etwa neben den von uns berücksichtigten und erörterten Formen der Geistestätigkeit noch andere aufgewiesen werden können, deren Zurechnung zu den Urteilen, wenn auch vielleicht nicht streng geboten, doch mit einer weiteren Fassung des Urteils-Begriffes zulässig erscheint. Die Ueberlegungen, von denen unsere Urteilslehre ihren Ausgang nahm, sind nicht geeignet, diese Zweifel zu erledigen. Denn sie bestanden in der Hauptsache doch nur darin, auf gewisse Urteilsarten, über deren Existenz allerdings kein Zweifel bestehen kann, hinzuweisen, und insbesondere ihre grundsätzliche Verschiedenheit zu beleuchten. Schon dort wurden die Wert-Urteile als etwas Andersartiges, von unserer Betrachtung Auszuschließendes, erwähnt. Die Gewähr einer erschöpfenden Vollständigkeit war aber nirgend gegeben. Fragt man nun ganz allgemein, in welchen Punkten an eine Unvollständigkeit unserer Urteilslehre gedacht, ein Hinausgehen über sie erwogen oder erstrebt werden kann, so wird am ehesten der Gedanke aufkommen können, daß unser Wissen von Welt und Wirklich-

keit in dem, was wir als Real-Urteile behandelten, sich nicht erschöpft. Selbst wenn es uns gelänge, unsere tatsächlichen Erfahrungen einem lückenlosen und gesetzmäßig geordneten Weltbilde einzufügen, und selbst wenn wir es dazu brächten, dieses Weltbild mit einer in alle Details gehenden absoluten Genauigkeit und Vollständigkeit auszuführen, so kann doch fraglich bleiben, ob damit das Ziel, das wir unserm Wirklichkeits-Erkennen zu stecken haben, vollkommen erreicht ist. Sind nicht unsere eigenen Erlebnisse ein viel zu geringfügiges und dürftiges Material, als daß es zulässig erscheinen könnte, sie (wie wir taten) als die einzige endgültige Grundlage unseres Wirklichkeits-Wissens zu betrachten, und als daß es uns genügen könnte, auf sie den greifbaren Inhalt aller Real-Urteile zurückzuführen? Wir brauchen hier nur an das in neuerer Zeit so häufig genannte Wort „W e l t a n s c h a u u n g" zu erinnern, um zu bemerken, wie verbreitet die Meinung ist, daß jenes eben erwähnte Ideal einer Wirklichkeits-Vorstellung noch keine restlose Lösung unserer intellektuellen Aufgaben darstelle, daß neben ihm oder über es hinaus noch anderes verlangt werden müsse. Es wird der Absicht unserer ganzen Untersuchung entsprechen, daß wir uns die Frage vorlegen, was denn hier eigentlich noch erstrebt werden kann, von welcher Art, im logischen Sinne, der Inhalt der hier gemeinten Anschauungen und Ueberzeugungen etwa sein könnte oder sollte. Diese Fragestellung führt uns auf mehrere, jedoch leicht zu übersehende Möglichkeiten. Von diesen ist die erste und einfachste die, daß es sich um eine Ergänzung unseres Real-Wissens handeln solle, die, nach Inhalt und Bedeutung dem von uns in Betracht Gezogenen ganz gleichartig, nur durch eine verschiedene Quelle oder Grundlage sich von diesem unterscheiden würde. Wir können — darauf etwa würde dies hinauslaufen — uns vom Verhalten der Wirklichkeit Vorstellungen bilden, die wir nicht als induktive Erfahrungsergebnisse ableiten oder wahrscheinlich machen können, die wir vielmehr auf Bedürfnisse des Gemütes, Forderungen ethischer Art usw. stützen. Daß dieser Weg geeignet ist, uns zu einer Vorstellung vom Verhalten der Wirklichkeit zu führen, die wir eine Weltanschauung und zwar eine uns befriedigende nennen dürfen, das ist ohne weiteres einleuchtend. Die Existenz eines persönlichen Weltenlenkers von höchsten Eigenschaften, die weise und planvolle Führung alles Geschehens zu irgend welchen Zielen, die Erziehung des einzelnen Menschen oder der ganzen Menschheit zu fortschreitend höherer Vollkommenheit: das sind Ueberzeugungen von höchster Bedeutung, in denen sich Forderungen des Gemütes erfüllen. Unbewußt haben diese Forderungen jederzeit, wenn zwar gewiß nicht die einzige, doch die bedeutungsvollste Quelle und Grundlage religiöser Ueberzeugungen gebildet. Nicht wenige Denker haben diesen Zusammenhang bewußt erkannt und es in aller Schärfe ausgesprochen, daß sie z. B. von der Existenz Gottes einfach deswegen überzeugt sind, weil ihnen dieser Glaube ein unabweisbares Bedürfnis sei.

Als eine Ergänzung unseres Real-Wissens würden nun solche Ueberzeugungen dann zu bezeichnen sein, wenn die in sie eingehenden Begriffe ihre Bedeutung den gleichen logischen Prinzipien gemäß finden, wie die in unseren sonstigen Real-Urteilen auftretenden. Auch ist ersichtlich, daß sie gerade dann jenen gemütlichen Wert für uns besitzen werden, auf den sie sich stützen sollen. Auch den Schöpfer oder Lenker der Welt müssen wir uns durch bestimmte, sein Wollen und sein Können betreffende Eigenschaften charakterisiert denken, denen gemäß seine Existenz und sein Walten sich im allgemeinen Geschehen bemerkbar macht. Dagegen würde die Annahme irgend welcher Realität, die gänzlich außer unseren Erfahrungen läge, in der Gestaltung dieser ganz unbemerkbar bliebe, für uns ohne Wert sein. Wir würden also die Ergebnisse jener Gemütspostulate der Gesamtheit unseres Wirklichkeits-Denkens als einen unsern andern Real-Urteilen gleichartigen integrierenden Bestandteil einzuordnen haben. Hieraus ergeben sich nun freilich auch sogleich die Schwierigkeiten und Bedenken, denen dieses Verfahren ausgesetzt ist. Fügen sich jene höchsten Ueberzeugungen unsern Wirklichkeits-Urteilen ein, so werden auch sie zu der andern endgültig sicheren Grundlage der Real-Urteile, unseren tatsächlichen Erlebnissen, in logischer Beziehung stehen; und es ist ersichtlich, wie sich hieraus die Möglichkeit einer Bestätigung, aber auch die von Kollisionen ergibt. Gelänge es uns, unter Einbeziehung jener Ueberzeugungen zu einer, mit unsern tatsächlichen Erlebnissen sich deckenden, gesetzmäßig geordneten Wirklichkeits-Vorstellung zu gelangen, so dürften wir von einer empirischen Bestätigung jener reden. Aber auch der entgegengesetzte Fall erscheint möglich; denkbar ist zunächst, daß jene dem gemütlichen Bedürfnis entsprungenen Ueberzeugungen uns direkt und zwingend zu Erwartungen führen, die sich tatsächlich nicht bestätigen, die Erfahrung sich also zu ihnen in direkten Widerspruch setzt. Einem solchen sind wir in der Lage und gewohnt, durch eine Modifikation jener postulierten Annahmen auszuweichen. Wenn es aber (was von vornherein auch denkbar erscheint) überhaupt nicht gelingt, jene Ueberzeugungen mit unsern tatsächlich gegebenen Erfahrungen in Einklang zu bringen, d. h. zu einer geordneten Wirklichkeits-Vorstellung zu verbinden, so wird jene Modifikation keine andere sein, als die, daß wir jene Realitäten als in irgend einer Hinsicht unserm Verständnis dauernd entzogen betrachten. Die Annahme jener Postulate würde uns alsdann zwar nicht mit der Erfahrung in Widerspruch bringen, wohl aber uns nötigen, auf ein vollständiges Verständnis der Wirklichkeit in dem Sinne, wie wir es sonst erstreben, Verzicht zu leisten. — Liegt nun in den Ueberzeugungen dieser Art sicherlich eine Erweiterung dessen, was wir oben als Wirklichkeits-Vorstellung behandelt und in seinen logischen Verhältnissen verfolgt hatten, so ist diese doch nicht von einer Art, die unsere Untersuchungen als unvollständig erscheinen läßt, oder zu einer Ergänzung derselben Anlaß gibt. Denn

die Art, wie jene auf besondere Postulate gegründeten Real-Urteile ihre Bedeutung finden, wie sie mit anderen in logische Beziehungen treten usw., ist keine andere als die für Real-Urteile allgemein dargelegte. Das aber, was diese Gruppe unterscheidet, ihre Begründung durch Bedürfnisse des Gemütes oder sittliche Forderungen, ist etwas, was sich einer ersprießlichen Diskussion wohl überhaupt entzieht, oder dessen Prüfung und Verfolgung jedenfalls ganz außerhalb der von uns hier behandelten Aufgaben fallen würde.

In ganz anderem Sinne kann eine Ergänzung unseres empirisch begründeten Real-Wissens erstrebt werden, wenn wir uns nicht die Aufgabe stellen, andere inhaltlich gleichartige, aber auf eine andere Quelle zurückgehende Real-Urteile ihm hinzuzufügen, sondern es (ohne eine solche Vermehrung seines Inhalts) durch eine besondere Art der Auffassung oder Betrachtung bedeutungsvoller zu machen. Für eine solche Ergänzung darf in erster Linie an die *Wert-Urteile* gedacht werden. Wir könnten uns eine geordnete, systematisch durchgearbeitete, zu einer vollständigen Harmonie abgeklärte und auch in sonstiger Weise vielleicht irgend einem höchsten Ideal entsprechende Wertbeurteilung zu einer rein empirischen Wirklichkeits-Erfassung hinzugefügt denken. Und es läßt sich wohl nicht bestreiten, daß auch in ihr etwas erblickt werden kann, was sich dieser als bedeutungsvolle Ergänzung anschließen und vielleicht mit dem Namen einer Weltanschauung bezeichnet werden könnte. Ob und in welchem genaueren Sinne eine solche Ausbildung der Wert-Urteile möglich ist, das ist eine Frage, die wir zunächst auf sich beruhen lassen können. Sicher ist jedoch (und nur dies haben wir, streng genommen, hier hervorzuheben), daß ein derartiges System von Wert-Urteilen unsern Urteilen im engeren Sinn des Wortes, insbesondere den Real-Urteilen, ohne die Möglichkeit einer Grenzverwischung oder eines Konfliktes, sich anschließen würde. Denn ganz ähnlich wie die logische Unabhängigkeit der Reflexions- und Real-Urteile ist auch die der Wert-Urteile von jenen beiden ohne weiteres einleuchtend. Niemals kann die Einsicht, was verwirklicht ist, für sich unsere Wertbeurteilung bestimmen; niemals kann eine Wertbeurteilung eine logisch zwingende Folgerung darüber ergeben, was verwirklicht ist. So würde denn eine in Wertbeurteilungen bestehende und auf solche sich beschränkende Ergänzung unseres Real-Wissens allerdings vor jeder Kollision mit diesem sicher sein.

Außer diesen beiden Fällen bleibt ein dritter zu erwähnen, der zwischen ihnen steht oder besser gesagt sie in gewisser Weise vereinigt. Denn wie sehr wir auch Anlaß haben, Real- und Wert-Urteile als verschiedenartig und unvergleichbar auseinander zu halten, so versteht sich doch, daß sie in mancherlei Weise miteinander in Berührung kommen und ineinandergreifen. Ein vorzugsweise einfacher Fall solcher Verbindung ist der, daß wir in Real-Urteilen Begriffe benutzen, deren Bedeutung auf Wert-Beurteilungen zurückgeht. Hierher würde es ge-

hören, wenn wir ganz allgemein behaupten, daß die Wirklichkeit etwas Wertvolles sei, daß der Gang des Weltgeschehens überall oder in irgend einem Teile etwas Sinnvolles und Vernünftiges darstellt usw. Dürfen wir annehmen, daß bei erschöpfender Kenntnis des realen Verhaltens die Wertbeurteilung in einer fest bestimmten Weise allgemein stattfindet, so haben wir in einem Satze dieser Art ein Real-Urteil zu erblicken, das eine ganz bestimmte Beschaffenheit der Wirklichkeit behauptet. Nur ist der Inhalt desselben in einer eigenartigen, psychologisch mit den Werturteilen verknüpften Weise bezeichnet[1]). Aber auch an vielerlei anderes ist hier zu denken. So müssen wir beachten, daß unser Wirklichkeits-Erkennen ja schon inhaltlich kein vollständiges ist, sondern fortwährende Erweiterung und Ergänzung fordert und erfährt, außerdem aber auch seine Zusammensetzung aus zahlreichen und verschiedenartigen Teilen eine überaus mannigfaltige kombinierende Betrachtung und Darstellung zuläßt. Gehen wir von der Voraussetzung aus, daß die Wirklichkeit Verhältnisse darbiete, die den Gegenstand einer Wertbeurteilung bilden können, insbesondere sich als etwas uns Wertvolles darstellen, so kann eine Ausgestaltung unseres Real-Wissens gefordert werden, die eben die in dieser Richtung bedeutsamen Teile und Seiten der Wirklichkeit betrifft, sie heraushebt oder auch vielleicht schon Bekanntes in den hierfür erforderlichen Zusammenhang bringt. Wir können das hier Gemeinte kurz als die Aufsuchung und Erfassung der der Wirklichkeit innewohnenden Werte bezeichnen. Sie würde eine durch besondere Rücksichten bestimmte Behandlung unseres Real-Wissens bedeuten. Für die Stellung und Inangriffnahme dieser Aufgabe könnte natürlich die im Voraus feststehende Ueberzeugung, daß die Wirklichkeit solche Werte jedenfalls darbiete, von maßgebender Bedeutung sein. Dazu kommt sodann wohl noch etwas anderes. Es ist zum mindesten fraglich, ob unsere Wertbeurteilungen in einem feststehenden Prinzip eine von vornherein und ohne weiteres gegebene Grundlage findet. Es erscheint vielmehr denkbar, daß auch gerade sie mit der Erweiterung unseres Wirklichkeits-Erkennens sich modifizieren, weiterblickend, tiefergehend, verständnisvoller werden. So könnte man denn wohl sagen (und wir treffen gerade hiermit vielleicht die Meinung derjenigen, welche die Möglichkeit und Notwendigkeit einer als Weltanschauung zu bezeichnenden geistigen Ausbildung am nachdrücklichsten betonen), daß es sich dabei um eine aufs mannigfaltigste verknüpfte und nicht auseinanderzulösende Erweiterung unseres Wirklichkeits-Erkennens und Ausbildung unserer Wertbeurteilungen handeln werde. Demgemäß würde denn auch, was wir etwa eine Weltanschauung nennen, nicht gerade in einer aufzählbaren Reihe von Ueberzeugungen realen Inhalts oder in einer bestimmten Summe von Wertbeurteilungen zu bestehen brauchen; sie

[1]) Vgl. hierüber das, was schon an früherer Stelle (S. 261) über die Verwendung von Wert-Bezeichnungen im objektiv-realen Sinne bemerkt wurde.

könnte wohl auch in einer durch Gewöhnung und Schulung erworbenen, in mannigfacher Weise zum Ausdruck kommenden Eigenart des Betrachtens, Auffassens und Beurteilens gefunden werden. Sei indessen dem wie ihm wolle, es würde sich doch auch in diesem Falle nur um irgend einen Zusammenhang oder ein Ineinandergreifen der geläufigen und anerkannten Funktionen, der Real-Urteile und der Wert-Urteile handeln, nicht aber um etwas von beiden spezifisch Verschiedenes, was ihnen als koordiniert angereiht werden müßte.

Einen Hinweis auf die Notwendigkeit, eine weitere besondere Art von Urteilen anzunehmen, könnte man vielleicht aus dem neuerdings von Rickert[1]) entwickelten Gedanken entnehmen, daß zu der erfahrungsmäßigen Erfassung und der Wert-Beurteilung der Wirklichkeit als eine dritte Aufgabe ihre Deutung hinzutrete. Mir scheint jedoch, daß, wenn man sich das hier Verlangte oder eine etwaige Lösung der gestellten Aufgabe klar zu machen sucht, man in letzter Instanz immer wieder auf Real- und Wert-Urteile hinauskommt. Setzen wir z. B. den Fall, wir überzeugten uns, daß die Wirklichkeit eine wenigstens durchschnittlich in bestimmter Richtung fortschreitende Veränderung zeigte, sich irgend einer bestimmten Gestaltung immer mehr annäherte, so daß wir sie etwa als eine Entwicklung, als die Annäherung an ein bestimmtes Ziel bezeichnen dürften. In der Konstatierung dieser Tatsache hätten wir zunächst ein Real-Urteil im gewöhnlichen allgemeinen Sinne des Wortes zu erblicken. Die Behauptung ferner, daß in der Hinbewegung auf dieses Ziel tatsächlich der Sinn, die tiefere Bedeutung der Wirklichkeit gefunden sei, wird einen greifbaren Sinn dann haben, wenn wir sie dahin interpretieren, daß die Wirklichkeit das Werk eines Urhebers sei, in dessen Bewußtsein und Willen eben die Vorstellung einer solchen Gestaltung maßgebend eingegangen sei, wobei unsere Behauptung nun aber wiederum ein Real-Urteil darstellen würde. Des weiteren würde gerade eine derartige Gestaltung zu bedeutungsvollen Wert-Urteilen Anlaß und Unterlage geben. Es würde dies nicht nur dann der Fall sein, wenn etwa jenes Entwicklungsziel selbst als ein uns befriedigendes, also wertvolles sich darstellte, sondern z. B. auch schon im Hinblick auf den ästhetischen Reiz, den eine irgend einem erkennbaren Prinzip unterzuordnende Gesamt-Gestaltung der Wirklichkeit wohl besitzen würde. Mit Rücksicht hierauf könnten wir eine Wirklichkeit, die eine derartige Einheitlichkeit erkennen läßt, wohl eine sinnvolle nennen, und wir könnten sagen, daß wir mit dem Erkennen jener Einheitlichkeit einen in ihr liegenden Sinn erfaßt haben. Auch hier aber würde die Aufgabe der Deutung in der vorhin allgemein charakterisierten Weise darauf hinauslaufen, daß eine Vervollständigung oder eine Betrachtungsweise, eine Auswahl oder eine Darstellung unseres Wirklichkeits-Wissens gefordert wird, die für Wert-Urteile Anlaß und Gelegenheit gibt. Dagegen scheint mir nicht, daß die Behauptung, hierin bestehe der Sinn der Wirklichkeit, noch etwas weiteres, über die Real- und Wert-Urteile Hinausgehendes oder von ihnen zu Unterscheidendes besagen könne. Man sieht dies am einfachsten aus der völligen Undiskutierbarkeit der Frage, ob mit der Bezeichnung jener fortschreitenden Entwicklung der Sinn der Wirklichkeit tatsächlich zutreffend

[1]) Rickert, Vom Begriff der Philosophie. Logos I. 1910.

erfaßt sei. Wäre z. B. die Gestaltung der Wirklichkeit eine solche, daß sie außer jener noch irgend eine andere Betrachtung von ähnlichem Interesse und ähnlichem ästhetischen Wert zuließe, so würde es eine jeder Erörterung und jeder Entscheidung sich entziehende Frage sein, ob der eigentliche Sinn der Wirklichkeit in dem Einen oder Andern gefunden werden müsse. Ich kann hiernach, wenigstens für mich, nicht zugeben, daß sich hier neue, von Real- und Wert-Urteilen spezifisch verschiedene Urteilsarten herausstellten. — Allerdings haben wir uns hier bei der Erwägung, was etwa als eine Deutung der Wirklichkeit, als eine Erfassung eines ihr innewohnenden Sinnes ins Auge zu fassen wäre, durch das leiten lassen, was der allgemeine Sprachgebrauch so bezeichnen würde. Natürlich kann gefragt werden, ob etwa tiefergehende Betrachtungen, wie gerade diejenigen Rickerts, hier zu andern Ergebnissen führen. In dieser Hinsicht kann ich nur sagen, daß auch der Versuch, den Gedankengängen Rickerts zu folgen, mich nicht zu dem Ergebnis führt, daß hier tatsächlich neue Urteilsarten von endgültiger Bedeutung anzunehmen wären. Auch dürfte wohl die Art, wie Rickert jene Aufgabe formuliert, die hier abgelehnte Auffassung nicht unbedingt voraussetzen oder auf sie führen. Vielmehr bleibt zunächst die Frage offen, ob nicht auch das von ihm Gemeinte und Geforderte sich als eine durch besondere Rücksichten bestimmte Verbindung und Verflechtung von Real- und Wert-Urteilen würde auffassen lassen. Von einer weiteren Verfolgung des Gegenstandes darf hier um so mehr abgesehen werden, als, wenn er verschieden beurteilt wird, die in dieser Hinsicht etwa bestehenden Gegensätze wohl von jener prinzipiellen und endgültigen Art sein würden, die eine ersprießliche Diskussion nicht mehr gestattet.

Dem Gesagten zufolge bin ich der Meinung, daß jene höchsten mit unserm Wirklichkeits-Wissen zusammenhängenden Aufgaben, die wir als die Gewinnung einer Weltanschauung, als eine Erfassung des der Wirklichkeit innewohnenden Sinnes und in ähnlicher Weise zu bezeichnen gewohnt sind, uns keinen Anlaß geben, neben den Real- und Wert-Urteilen (die von uns verfolgten Reflexions-Urteile kommen hier ohnehin nicht in Betracht) weitere Urteilsarten von spezifisch anderer Natur und Bedeutung anzunehmen. Soweit ich sehe, muß die Existenz solcher überhaupt verneint werden. Aber allerdings ist es nicht möglich, dies auf Grund irgend einer allgemeinen Erwägung zu erweisen. Wir werden uns nur darauf stützen können, daß wir als endgültig deutliche Urteile keine andern als die behandelten aufzufinden vermögen, und daß wir den von anderer Seite in dieser Hinsicht vielleicht vertretenen Anschauungen nicht zustimmen können. Denn wir sind nicht einmal in der Lage, uns hier auf eine vollständig und allgemein anerkannte Anschauung zu berufen. Schon unsere Erörterung des Zweckbegriffes hat uns zu Anschauungen geführt, die sich zwar mit vielfach anerkannten decken, aber doch immer wieder auch auf Widerspruch gestoßen sind. Mußten wir behaupten, daß nach Ausschaltung der Real-Urteile und der Wert-Urteile in den die Zweckverhältnisse betreffenden Aussagen oder Fragen ein greifbarer Rest nicht bleibt, so wurde und wird wohl noch von zahlreichen Denkern die Meinung vertreten, daß ihnen

doch ein besonderer und andersartiger Sinn noch zuzuschreiben sei. Ebenso steht die im 24. Kapitel durchgeführte Auflösung der Begriffsbestimmungen in Reflexions- und Real-Urteile doch auch mit Anschauungen in Widerspruch, die früher verbreitet waren und jetzt wohl noch manche Vertreter zählen. Es muß dabei bemerkt werden, daß es sich hier um Fragen darüber handelt, was als ein endgültig deutlicher Urteilsinhalt anzuerkennen ist, und daß daher, wenn darüber einmal Meinungsverschiedenheiten bestehen, eine fruchtbare Erörterung unmöglich ist. So ist im Obigen der Standpunkt eingenommen worden, daß es auf einer Illusion beruht, wenn wir glauben, in der Bestimmung eines Begriffes, der Erfassung des eigentlichen Wesens, eine genügend bezeichnete Aufgabe, in Angaben solcher Art einen endgültig deutlichen Urteilsinhalt erblicken zu dürfen. Wir konnten auf eine Reihe von Umständen hinweisen, die in dieser Beziehung zu Täuschungen führen können. Und wir dürfen daran auch wohl die Erwartung knüpfen, daß bei sorgsamer Erwägung auch andere zu den gleichen Ergebnissen gelangen werden. Bestätigt sich aber diese Erwartung nicht, und behauptet z. B. jemand, daß für ihn eine Begriffsangabe der erwähnten Art einen Urteilsinhalt von völlig deutlichem und endgültigem Sinne darstelle, so werden wir eine Möglichkeit, dies zu bestreiten oder zu widerlegen, ebensowenig haben, wie wir jemanden, der erklärt, daß für ihn der Begriff der mathematischen Gleichheit keinen Sinn habe, durch einen zwingenden Beweis zur Anerkennung desselben bringen können.

Wir hatten, wie schon ganz zu Anfang, so auch eben wieder der Gesamtheit der hier behandelten Urteile die Wert-Urteile als etwas Andersartiges gegenübergestellt und auf die Auseinanderhaltung dieser beiden Gebiete besonderes Gewicht gelegt. Eine Behandlung der Wert-Urteile liegt ja nun, wie eingangs erwähnt, nicht im Plan dieser Untersuchungen, und auch die hier zuletzt berührten Erwägungen werden die hiermit gegebene Grenzziehung nur um so gerechtfertigter erscheinen lassen. Immerhin unterliegt es aber keinem Zweifel, daß das ganze Gebiet demjenigen der Urteile in unserm engeren Sinne sehr ähnlich ist. Und so ist ja auch das Verlangen, für die Wert-Urteile eben das zu finden oder zu schaffen, was die Logik für jene darstellt, ein naheliegendes, und die Forderung nach einem allgemein gültigen „System der Werte“ vielfach mit besonderem Nachdruck und wohl gerade in diesem Sinne erhoben worden. Liegt daher auch die Frage, wie weit dieses Gebiet dem der Urteile gleichartig oder von ihm verschieden ist, ob es eine der Logik als Gegenstück entsprechende wissenschaftliche Behandlung fordert oder gestattet, außerhalb der unserer Untersuchung gesteckten Grenzen, so mag ein Ausblick über diese hinaus um so mehr gestattet sein, als er, wie ich glaube, besonders geeignet ist, die Voraussetzungen ins Licht zu stellen, von denen die Möglichkeit der Logik selbst abhängt, oder die mindestens für ihre tat-

sächliche Bedeutung maßgebend in Betracht kommen. Wir können hier zum Ausgang den extremen Fall einer nicht nur der wissenschaftlichen Durcharbeitung, sondern jeder reflektierenden Klärung ganz ermangelnden Summe von Wert-Urteilen nehmen. Er würde darin bestehen, daß wir alle möglichen Realitäten in gänzlich unabhängiger und singulärer Weise zum Gegenstande einer Wert-Beurteilung machen, dieses löblich und jenes verwerflich, dieses schön und jenes häßlich finden usw. Niemand wird bezweifeln, daß wir uns die Aufgabe stellen können, über diese primitive ungeordnete Gestaltung hinauszugelangen. Und wir dürfen fragen, unter welchen Voraussetzungen sich hierfür eine Möglichkeit bietet. Offenbar wird dies zunächst dann der Fall sein, wenn zwischen verschiedenen Wert-Urteilen Beziehungen des Zusammenhanges existieren, denen zufolge wir eine Anzahl solcher als in sich zusammenstimmend oder als einander widersprechend bezeichnen können. Bestehen überhaupt derartige Zusammenhänge, so ist damit die Möglichkeit gegeben, daß eine Gesamtheit von Werturteilen (die ja ebenso wie die Real-Urteile nicht gleichzeitig im Bewußtsein gegeben ist) in ihren verschiedenen Teilen nicht zusammenstimmt. Die vergleichende Erwägung dieser und jener Teile wird uns alsdann auf Widersprüche oder Inkonsequenzen führen, zu Berichtigungen und Abänderungen veranlassen. Und wir können anderseits ein von solchen Widersprüchen freies, in sich durchaus zusammenstimmendes, harmonisch geklärtes System von Wert-Urteilen als ein zu erstrebendes Ziel ins Auge fassen. — Daß es derartige Zusammenhänge überhaupt gibt, kann nicht bezweifelt werden. Denn auf ihnen beruht es ja, wenn wir, was sehr häufig geschieht, durch irgend welche Erörterungen oder Erwägungen dazu geführt werden, ein Wert-Urteil zu modifizieren. Sicherlich ist dies nicht nur in dem Sinne der Fall (der hier allerdings nicht in Betracht kommen würde), daß wir über die tatsächlichen Verhältnisse eines konkreten Falles Neues in Erfahrung bringen, sondern auch in dem, daß wir die ethische Beurteilung bestimmter, sei es in concreto verwirklichter, sei es gedachter Handlungen modifizieren. Dahin gehört es z. B. schon, wenn wir für konkrete Fälle gleicher Art die nämliche ethische Beurteilung verlangen. Sicher aber spielt hier auch die Berücksichtigung nomologischer realer Zusammenhänge, teils in psychologischen, teils wohl auch in andern Gebieten, eine beträchtliche und verwickelte Rolle. Die Beurteilung einer in concreto verwirklichten Handlung richtet sich in gewissem Maße nach den Verhältnissen ihrer Verursachung und kann durch die Erwägung dieser Verhältnisse geändert werden. Ebenso kommt für die Beurteilung eines generell gedachten Verhaltens in Betracht, welche Folgen dasselbe nach Maßgabe der Gesetze des Geschehens und der tatsächlichen Verhältnisse menschlichen Zusammenlebens herbeizuführen geeignet ist usw. Daß sich dies auch für die ästhetischen Werturteile ebenso verhält, hat schon Fechner in seiner Weise ebenso treffend wie geistreich

zum Ausdruck gebracht. Er bemerkt einmal, es werde zwar gesagt, daß sich über den Geschmack nicht streiten lasse, Tatsache sei indessen, daß über nichts so viel gestritten wird, wie über den Geschmack. „Also muß sich doch darüber streiten lassen.“ Unterliegt nun, wie gesagt, das keinem Zweifel, daß innere Zusammenhänge der Wert-Urteile, wie sie die Voraussetzung für eine solche Diskussion bilden würden, überhaupt in irgend einer Weise bestehen, so kommt es natürlich doch sehr darauf an, von welcher Beschaffenheit sie sind. Und auch die Art wie jene Aufgabe in Angriff genommen und event. gelöst werden kann, wird sich danach richten. Lassen sie sich auf die Form eines allgemeinen, präzis auszudrückenden und unmittelbar einleuchtenden oder zwingenden Prinzips bringen, so wird auch die Harmonisierung unserer Werturteile die Form einer wissenschaftlichen Durcharbeitung annehmen oder mindestens in dieser Form versucht werden können. Anders, wenn es sich um Zusammenhänge handelte, die wir zwar in jedem Einzelfalle als eine gewisse psychologische Notwendigkeit empfinden, ohne doch sie auf ein greifbares Prinzip von allgemeiner Bedeutung zurückführen zu können. In diesem Falle würde zwar eine harmonisierende Durcharbeitung unserer Wert-Urteile auch möglich erscheinen. Sie würde jedoch mehr die Form einer erzieherischen Schulung als die einer wissenschaftlichen Entwicklung annehmen. — Auf eine ganz entsprechende Unterscheidung führt die zweite sich hier anschließende Frage. Nehmen wir an, die eben besprochenen inneren Zusammenhänge seien von der Art, daß sie die Entwicklung eines streng in sich zusammenstimmenden Systems von Wert-Urteilen ermöglichen, so wird die Frage aufzuwerfen sein, worauf nun in letzter Instanz die Gültigkeit desselben in toto beruht. Denkbar erscheint hier zunächst, daß ihm eine besondere, unmittelbar zwingende Art der Evidenz zukäme. Dies kann zwar sicher nicht für jedes einzelne jenem System angehörige Wert-Urteil der Fall sein, wohl dagegen für ein allgemeines und höchstes Prinzip, aus dem dann die Gesamtheit der Wert-Urteile sich als Konsequenz, eben jenen Prinzipien des Zusammenhanges zufolge, herleiten ließe. Denkbar indessen erscheint auch, daß für die Gesamtheit der Wert-Urteile ein solches unmittelbar zwingendes Prinzip nicht aufgewiesen werden kann. Vergegenwärtigen wir uns in einem zusammenfassenden Ueberblick die Gesamtheit unserer sittlichen Ueberzeugungen, so könnte wohl auch darin, daß wir uns mit Bewußtsein und Absicht zu ihnen bekennen, ein psychologisches Verhalten liegen, das von der Anerkennung eines zwingenden Grundsatzes ganz verschieden ist, und sich den Betätigungen des Willens, einer Entschließung oder Entscheidung nähert. In diesem Falle würde denn auch in diesem Punkt der Weg, auf dem wir zu einer Gesamtheit von Wert-Urteilen gelangen, nicht die Natur einer wissenschaftlichen Entwicklung, sondern einer auf Wollen und Entschließung beruhenden Disziplinierung besitzen.

Ein Punkt, der noch einer etwas genaueren Erörterung bedarf,

ist die Allgemeingültigkeit der Wert-Urteile. Wir können von einer solchen zunächst insofern reden, als wir sie für die uns einleuchtenden oder von uns akzeptierten Wert-Urteile in Anspruch nehmen, also eine von der unsrigen abweichende Beurteilung als unsittlich, als inkonsequent, als geschmacklos usw. verwerfen. Ob überhaupt und wie weit wir in diesem Sinne für unsere Wert-Urteile eine Allgemeingültigkeit fordern oder zu fordern veranlaßt sind, ist eine nicht ganz ohne weiteres zu beantwortende Frage. Im Gebiete der ästhetischen Urteile namentlich sind wir eher gewohnt, einen solchen Anspruch als Zeichen einer uns allerdings von Haus aus eigenen, aber durch Erziehung allmählich zu beseitigenden Beschränktheit, das Geltenlassen abweichender Geschmacksrichtungen als Zeichen einer abgeklärteren Denkweise anzusehen. Im Gebiete des Ethischen freilich werden wir meist die Bestreitung unserer sittlichen Postulate selbst als unsittlich verwerfen. Allein selbst hier fehlt es nicht an Gebieten, in denen eine relative Berechtigung mehr oder weniger verschiedener Auffassungen doch wohl in Erwägung zu ziehen ist. Man denke z. B. an den Kreis schwieriger sittlicher Probleme, die mit dem Ehrbegriff zusammenhängen. Steht es fest, daß einer Beleidigung gegenüber nur ein ganz bestimmtes Verhalten das sittlich richtige, jedes andere verwerflich ist? Aehnliche Ueberlegungen knüpfen sich an die Tatsache, daß wir uns bei unsern Entschließungen überall nach mehr oder minder unsicheren Erwartungen, größeren oder kleineren Wahrscheinlichkeiten richten müssen. In kleinen wie in großen Dingen handelt es sich einerseits um die Chance eines erstrebten Erfolges, anderseits um die Gefahr, diesen Erfolg nicht zu erreichen und statt dessen Unerwünschtes, vielleicht Verhängnisvolles eintreten zu sehen. Wir sind gewohnt (sicherlich nicht ohne Beeinflussung durch den tatsächlichen Gang der Dinge), Verhaltungsweisen, die in der einen wie in der entgegengesetzten Richtung besonders weit gehen, zu loben, den die Gefahr nicht achtenden tatkräftigen Mut sowohl wie die ihr bedächtig Rechnung tragende Vorsicht. Ist aber die Grenze, die den löblichen Mut von leichtsinniger Verwegenheit, die kluge Vorsicht von zaudernder Aengstlichkeit trennt, fest gezogen oder nach höchsten ethischen Prinzipien fest zu ziehen?

Die Frage der Allgemeingültigkeit kann jedoch auch noch in anderem Sinne gestellt werden, und sie ist, so genommen, für die Möglichkeit eines wissenschaftlichen Systems der Wert-Urteile vielleicht von noch größerer Bedeutung. Wir können auch fragen, ob für die Gesamtheit der Menschen tatsächlich eine derartige Uebereinstimmung stattfindet, daß wenn wir für uns selbst, sei es Prinzipien des inneren Zusammenhanges, sei es ein oberstes Prinzip der Wert-Urteile ermittelt haben, für diese Ergebnisse auf eine allgemeine Zustimmung wenigstens derer, die sich mit diesen Fragen ernsthaft nachdenkend beschäftigen, gerechnet werden darf. Auch in dem Falle, daß dies verneint werden

müßte, eine solche allgemeine Uebereinstimmung nicht bestünde, würde zwar die Entwicklung eines Systems von Wert-Urteilen denkbar sein. Allein, wenn dem Resultat, zu dem der Einzelne gelangt, immer nur eine subjektive und individuelle Geltung zukäme, so ist mindestens sehr fraglich, ob sich irgend etwas ausbilden wird, was sich der Gesamtheit reflektierender und untersuchender Betätigungen als eine Wissenschaft einreihen läßt.

Wir haben hiermit die Voraussetzungen bezeichnet, von denen die wissenschaftliche Behandlung der Wert-Urteile in dem hier gemeinten Sinne[1]) abhängt. Sind die erwähnten Bedingungen in vollem Umfange erfüllt, so würden wir etwas erreichen oder wenigstens erstreben können, was etwa eine allgemeingültige Systematisierung der Wert-Urteile zu nennen wäre. Der Inhalt einer solchen Wissenschaft würde selbst in Wert-Urteilen bestehen, jedoch in solchen, die sich wiederum auf Wert-Urteile beziehen und gewisse Arten derselben fordern, andere verwerfen. Sie könnte denn auch als eine Kunstlehre der Wert-Urteile bezeichnet werden und würde in der Tat für diese eine ähnliche Bedeutung besitzen wie die Logik für unsere Urteile im eigentlichen Sinne. Wären die erwähnten Bedingungen nicht oder nur unvollständig erfüllt, so würde freilich jeder sich gleichwohl die Aufgabe stellen können, seine Wert-Urteile geistig zu durcharbeiten, sie zu einer befriedigenden, namentlich in sich zusammenstimmenden Gesamtheit auszubilden. Je weniger aber präzis angebbare und zwingend einleuchtende Prinzipien für diese Aufgabe gegeben sind, um so mehr würde eine solche Durcharbeitung den Charakter einer Willens-Betätigung, einer Entschließung oder Entscheidung annehmen. Dies wäre eine Arbeit, die zwar sicherlich auch durch Mitteilung und Beispiel in mancherlei Weise erleichtert werden könnte, die aber in letzter Instanz doch Jeder für sich selbst leisten müßte.

Die Prüfung, ob und wieweit die mehr erwähnten Voraussetzungen verwirklicht sind, ist eine Sache psychologischer Untersuchung. Ueber ihr Ergebnis haben wir an dieser Stelle eine Ansicht nicht zu äußern. Hier ist es, wie erwähnt, nur von Interesse, jene Voraussetzungen überhaupt zu bezeichnen und klarzulegen, weil dadurch zugleich diejenigen

[1]) Ganz unabhängig von den hier verfolgten Voraussetzungen ist natürlich eine Wissenschaft, die sich lediglich zur Aufgabe stellt, die Wert-Urteile als psychologische Tatsachen zu untersuchen. Ein ordnender Ueberblick der verschiedenen als Wert-Urteile zu bezeichnenden Bewußtseinsinhalte, die Feststellung der Bedingungen, unter denen so oder so geurteilt wird, die Verfolgung der Umstände, durch welche diese Zusammenhänge entstehen oder sich ändern: all dies bildet unter allen Umständen Gegenstand und Aufgabe wissenschaftlicher Erkenntnis. Der Inhalt einer solchen Wissenschaft würde zunächst in passenden Begriffsbildungen bestehen, die teils durch Aufzeigung, teils durch Synchyse zu bewirken wären, vornehmlich aber in den psychologischen Real-Urteilen, die diese Gegenstände betreffen. In diesem Sinne genommen würden Ethik und Aesthetik, auch wenn ihre absondernde Heraushebung aus dem Gesamtgebiet der Seelenlehre aus vielen Gründen empfehlenswert bliebe, doch einwandfrei als Teile der Psychologie zu bezeichnen sein.

Tatsachen besonders deutlich erkennbar werden, auf denen Möglichkeit und Bedeutung der Logik beruht. In der Tat übersieht man leicht, mit welcher Präzision und welcher Sicherheit wir für diese das Zutreffen eben jener Voraussetzungen behaupten dürfen, auf die wir hier geführt wurden. Ein oberstes Prinzip zwar, aus dem die Gesamtheit unseres Wissens herzuleiten wäre, enthält sie nicht, wohl aber Prinzipien des Zusammenhanges. Diese, deren Darlegung und Verfolgung im wesentlichen den Inhalt der Logik ausmacht, sind von endgültiger und zwingender Evidenz; auf ihnen beruht es, daß wir eine widerspruchslose Gesamtheit von Urteilen als Ergebnis einer logisch klärenden Durcharbeitung erstreben und in gewisser Annäherung wohl auch erreichen können. Zugleich lehrt auch eine ausgedehnte Erfahrung, daß es sich hier um Verhältnisse menschlichen Denkens handelt, bezüglich deren irgend eine Aenderung im Laufe des individuellen Lebens, irgend welche Abweichungen verschiedener Individuen (sofern wir von psychischen Zuständen absehen, die sich auch in anderer Hinsicht als abnorm kennzeichnen) niemals etwas bemerkt worden ist. Wie die Prüfung dieser Verhältnisse mit Bezug auf die Wert-Urteile eine Angelegenheit empirischer Untersuchung ist, so müssen wir auch das Zutreffen eben dieser bestimmten Verhältnisse im logischen Gebiete als ein Erfahrungsergebnis in Anspruch nehmen. Und wir dürfen uns hierüber nicht durch den Umstand täuschen lassen, daß die Sätze der Logik selbst Reflexions-Urteile sind. Daß unser Denken von einer Beschaffenheit ist, die die Aufweisung logischer Beziehungen gestattet, und daß in dieser Hinsicht eine volle Uebereinstimmung der intellektuellen Organisation aller Menschen besteht, das ist eine Erfahrungstatsache, aber freilich eine von weitester Allgemeinheit und größter Sicherheit. Auf ihr beruht nicht die Geltung, die wir einem einzelnen Satze der Logik zuschreiben, oder die Ueberzeugung, mit der wir ihn aussprechen, wohl aber die Bedeutung, die der Logik in der Gesamtheit menschlichen Denkens zukommt.

Erster Anhang.

Die Gesamtheits-Begriffe des mechanisch-materiellen Begriffskreises.

Bei der Entwicklung der theoretisch-mechanischen Formen des Real-Urteils (Kap. 11 und 12) hatten wir uns besonders eingehend mit der Bildung der Gesamtheits-Begriffe zu beschäftigen. Von diesen bedürfen die mathematischen Gesamtheiten, die auf die Bestimmung irgend welcher Strecken durch ihre Grenzpunkte zurückgehen, keiner Hinzufügung oder weiteren Erläuterung. Was dagegen die realen Gesamtheiten anlangt, so waren wir von der Voraussetzung ausgegangen, die auf den ersten Blick selbstverständlich scheinen kann, daß für die Bildung von solchen kein anderer Ausgangspunkt existiert als die beschränkte Anzahl allgemeiner Oberbegriffe, die jenem Kreise eigentümlich und leicht aufzählbar sind, daß es sich also überall nur um Gesamtheiten von Körpern[1]), zeitlichen und räumlichen Punkten sowie endlich von Zahlen handeln könne. Schon im Text wurde erwähnt, daß manche uns geläufige Sätze das Vorkommen noch anderer Gesamtheits-Begriffe herauszustellen scheinen. So könnte etwas ausgesprochen werden von allen Geschwindigkeiten. (Alle Geschwindigkeiten, die der Körper K während der Zeitstrecke T gehabt hat, lagen zwischen 4 und 6 Meter pro Sek.) Aber wir können z. B. auch sagen, daß alle Anordnungen einer Gruppe von Körpern, die innerhalb einer Zeitstrecke T vorgekommen sind, sich in der Zeitstrecke T' wiederholt haben. Oder es könnte behauptet werden, daß alle Anziehungsgesetze, die in der Wechselwirkung einer Körpergruppe vorkommen, sich auch in einer andern verwirklicht finden u. dgl. Es ist von einigem Interesse zu sehen, ob und in welcher Weise unsere obigen, die Gesamtheiten betreffenden Erwägungen einer Vervollständigung bedürfen.

Die Betrachtung der angeführten und ähnlicher Beispiele läßt erkennen, daß die Bildung von Gesamtheits-Begriffen in erster Linie eine Modifikation erfährt durch das Hinzutreten der weiteren logischen Funktionen, die wir bei unserer obigen, das Urteil soweit als möglich analysierenden Prüfung absichtlich ausgeschlossen hatten, nämlich durch synthetische Begriffsbildung. Derjenige Fall derselben, der sich den zugrunde gelegten Formen in der unmittelbarsten Weise anschließt, besteht in der Spezialisierung eines

[1]) Ueber den Sinn, in dem hier der Begriff des Körpers gemeint ist, vgl. o. S. 215.

jener zunächst in Frage kommenden Oberbegriffe. Das, worauf es ankommt, läßt sich am einfachsten in symbolischer Form darstellen. Es bedeute X einen solchen Oberbegriff, und es sei eine reale Gesamtheit durch *zwei* unabhängige Merkmale α und β definiert. Wir können dann statt von allen X zu sprechen, von denen α und β zutrifft, diejenigen X von denen α gilt, durch den synthetisch gebildeten Begriff X' bezeichnen, und so unter Benutzung dieses, nun von allen durch das Merkmal β charakterisierten X' reden. Dieser Fall liegt z. B. vor, wenn wir in der oben erwähnten Weise mehrere Körperarten zu unterscheiden haben. Der Begriff des Wasserstoffatoms z. B. bezeichnet sämtliche Körper, von denen gewisse, in den bekannten Formen anzugebende Bestimmungen gelten. Sprechen wir von allen Wasserstoffatomen, die sich innerhalb eines gewissen Raumes befinden, so haben wir in der Tat eine auf einem engeren Oberbegriff basierte reale Gesamtheit. — Um eine Vervollständigung unserer obigen Formen handelt es sich hier nur scheinbar. Denn die hier auftretende Modifikation beruht ja auf einer synthetischen Begriffsbildung, vermöge deren wir die mit einem gewissen Merkmal behafteten Körper in die einheitliche Bezeichnung der Wasserstoffatome zusammenfassen. Sobald wir uns, wie wir oben getan hatten, die Aufgabe stellen, solche synthetischen Bildungen auszuschalten und auf die letzten, solche Analyse nicht mehr zulassenden Denkelemente zurückzugreifen, werden wir auch wieder auf die vorher dargelegten Formen zurückgeführt. — Es ist daher auch zu beachten, daß wir hier allerdings zu andern formalen Darstellungen, nicht aber in dem Sinne auf neue Urteilsarten geführt werden, daß die betreffenden Sätze inhaltlich etwas Neues, früher noch nicht in Betracht Gezogenes bedeuteten. Vielmehr läßt sich das, was die hier erhaltenen Sätze inhaltlich besagen, auch in den früher besprochenen Formen äquivalent ausdrücken.

Eine Erweiterung von ähnlicher Art und Bedeutung erfahren sodann die Gesamtheits-Begriffe durch den oben wiederholt als wichtig betonten Umstand, daß die ursprünglichen Formen logischer Verknüpfung in Betracht gezogen und zum Gegenstande selbständiger Bezeichnung gemacht werden können. Es ergeben sich auf diese Weise Gesamtheits-Begriffe, in deren Bildung zwar auch die Funktion synthetischer Begriffsbildung eingeht, jedoch in eigenartiger, von der hier zunächst erwähnten verschiedener Weise. Als einen hierhergehörigen Fall erkennt man leicht den hier zu Anfang erwähnten, daß von einer Gesamtheit von *Geschwindigkeiten* gesprochen wird. Die Analyse des Gemeinten führt uns auf den allgemeinen Oberbegriff der Zahlen. Denn die in einem bestimmten Maße gemessene Geschwindigkeit, die ein Körper in irgend einem Zeitpunkt besitzt, bedeutet im Grunde einen in einer formal bestimmten Weise definierten Zahlenwert. Im Begriff der Geschwindigkeit ist also der der Zahl in einer Weise spezialisiert, die der vorhin symbolisch bezeichneten ganz ähn-

lich ist. Er ist es jedoch nicht dadurch, daß ein bestimmtes Merkmal im gewöhnlichen Sinne hinzugefügt wäre, sondern dadurch, daß für ihn eine bestimmte Form realer Definition festgelegt wird.

Wir können hier das vorhin angeführte Beispiel anschließen, daß von einer Gesamtheit von *Anziehungsgesetzen* gesprochen wird. Die Bedeutung einer solchen Aufstellung kann eine doppelte sein. Es könnten zunächst die verschiedenen Anziehungsgesetze, an die dabei gedacht wird, sich nur durch einen bestimmten in sie eingehenden Zahlenwert unterscheiden (etwa den Exponenten derjenigen Potenz des Abstandes, der die Anziehungskraft proportional ist). In diesem Falle stimmt die Aussage formal mit derjenigen überein, die eine Gesamtheit von Geschwindigkeiten betrifft; es handelt sich um eine Gesamtheit formal in bestimmter Weise definierter Zahlen. An zweiter Stelle aber kann der Satz auch so gemeint sein, daß er sich auf Anziehungsgesetze ganz verschiedener Formen beziehen soll; und bei dieser Auffassung haben wir es offenbar mit einer Gesamtheit anderer Art zu tun. Um diesen Fall richtig zu beurteilen, müssen wir uns erinnern, daß wir uns hier wieder auf dem Boden jener, die Form und den Bau des Urteils selbst betreffenden Begriffe bewegen, die wir früher als strukturelle [1]) bezeichnet hatten. Es versteht sich, daß durch die Heranziehung dieses ganzen Begriffskreises auch andere Formen von Gesamtheiten sich ergeben. Auch damit sind wir, in nochmals anderer Weise, über die begrenzte Aufgabe hinausgegangen, die wir der analysierenden Prüfung rein mechanischer Real-Urteile gestellt hatten.

Bleiben wir hiernach bei der Behandlung des Gegenstandes im Rahmen unserer obigen Fragestellung, sehen wir also sowohl von synthetischen Begriffsbildungen, wie auch von der Heranziehung der den Urteilsbau selbst betreffenden Begriffe ab, so ergeben sich, wie ich glaube, nur zwei Modalitäten der Gesamtheits-Begriffe, durch deren Berücksichtigung wir in der Tat in strengerem Sinne die im Text gegebene Darstellung zu vervollständigen haben. Von ihnen besteht die erste, wie man etwa kurz sagen kann, in der Bildung *kombinierter Gesamtheits-Begriffe*. Ein einfachster Fall dieser Art ist gegeben, wenn wir z. B. von Punktpaaren reden. Die ganz unbeschränkte Gesamtheit aller Punktpaare würde die Kombination eines jeden mit jedem anderen umfassen; es ist leicht ersichtlich, daß von einem solchen Punktpaar irgend welche Bestimmungen gelten können, die zur Definition einer realen Gesamtheit dienen oder auch von einer solchen ausgesagt werden können. Ein Beispiel für die Benutzung einer solchen kombinierten Gesamtheit haben wir in dem Satz, daß, wenn in zwei Zeiten t_1 und t_2 der Körper K_1 den nämlichen Ort hat, auch K_2 beide Male an der gleichen Stelle sich befindet. (Für alle Zeitpunktpaare, für welche die eine Bestimmung gilt, trifft auch die andere Bestim-

[1]) Vgl. o. S. 327.

mung zu.) Die kombinierten Gesamtheiten können, wie sich von selbst versteht, sehr mannigfaltiger Natur sein; zunächst schon insofern, als sich Kombinationen gleicher oder verschiedener Begriffselemente bilden lassen. So können wir z. B. die Kombinationen eines zeitlichen und eines räumlichen Punktes ins Auge fassen. Wir erhalten so u. a. für einen schon mehrfach herangezogenen Fall, die Beschreibung einer gleichförmigen Bewegung, eine nochmals veränderte Darstellung, indem wir sagen: für alle Kombinationen eines Orts- und eines Zeitwertes, für die die reale Beziehung gilt, daß O der Ort des Körpers K in der Zeit t war, gilt die Größenbeziehung, daß $O = c \cdot t$ ist.

Werden wir hier auf neue Formen geführt, so ist anderseits beachtenswert, daß die so erhaltenen Sätze inhaltlich etwas Neues oder Andersartiges nicht bedeuten, sich vielmehr mit gewissen auch in unserer früheren Uebersicht schon berücksichtigten Fällen decken. Sie lassen sich, wie eine einfache Erwägung lehrt, stets in die Form allgemeiner Sätze bringen, die sich auf eine einfache Gesamtheit beziehen, wobei jedoch zwischen dem diese Gesamtheit definierenden Merkmal und der von ihr gemachten Aussage eine besondere Verknüpfung stattfindet. So könnte in dem eben erwähnten Beispiel gesagt werden, daß von allen Zeitpunkten t_1, für die ein bestimmtes in Verbindung mit t_2 definiertes Verhalten zutrifft, etwas gilt, in dessen Bezeichnung nun wiederum das Element t_2 eingeht. Wir haben oben Sätze dieser Form berührt und sie im Hinblick auf die Art, wie die den Gegenstand der Aussage bildende Gesamtheit definiert und wie anderseits das von der Gesamtheit Geltende bezeichnet ist, komplex allgemein genannt[1]).

Wir haben hier zunächst den Fall in Betracht gezogen, daß für eine kombinierte Gesamtheit allgemeine Aussagen gemacht werden. Indessen versteht sich, daß die kombinierten Gesamtheiten auch in der Form der diluierten und der Totalitäts-Aussage auftreten können. Auch hierbei werden wir auf Formen geführt, die sich inhaltlich mit anderen bereits behandelten decken. Und es wird unsere Ueberlegung vereinfachen, wenn wir von diesen ausgehen. Wir kommen, wie erinnerlich, zu der Form einer Totalitäts-Aussage u. a., wenn wir einen komprehensiv allgemeinen Satz umkehren. Gehen wir von dem Satze aus, daß alle Körper einer gewissen Art zur Zeit t an irgend einem Punkte der Strecke S sind, so erhalten wir durch Umkehrung den Satz, daß die Strecke S alle von jener Körpergesamtheit zur Zeit t eingenommenen Orte einschließe, eine Totalitäts-Aussage bezüglich jener räumlichen Strecke. Bilden wir einen Satz, der doppelt komprehensiv ist, so erhalten wir durch Umkehrung eine Totalitäts-Aussage, die sich auf eine kombinierte Gesamtheit bezieht. So führt der Satz: „Alle Körper K sind zu irgend einer Zeit der Strecke Z an irgend einer Stelle der räumlichen Strecke R" durch Umkehrung auf eine Totalitäts-Aussage, die die kombinierte Gesamtheit der den Strecken Z und R angehörigen

[1]) Vgl. o. S. 232 f.

Paare je eines zeitlichen und eines räumlichen Punktes umfaßt. Ein doppelt diluierter Satz läßt sich, wie unmittelbar einleuchtet, als hinsichtlich einer kombinierten Gesamtheit diluiert auffassen.

Die angeführten Beispiele lassen schon erkennen, daß die Heranziehung der kombinierten Gesamtheiten eine Betrachtungsweise darstellt, die die logische Theorie zwar zu erwähnen hat, die jedoch in vielen Fällen gezwungen und fernliegend erscheint, weil die andere daneben mögliche Auffassung einfacher und durchsichtiger und eben darum dem alltäglichen Denken geläufiger ist. Indessen braucht das doch nicht überall der Fall zu sein. Und es mag hier zunächst daran erinnert werden, daß wir auf rein mathematischem Gebiete sehr häufig Sätzen begegnen, für die die bequemste und gewohnteste Darstellungsform gerade die ist, daß mit gewissen Beziehungen einer Anzahl von Größen irgend eine andere Beziehung der nämlichen Größen verknüpft ist, die sich also, insofern jede der betr. Größen jeden beliebigen Wert haben kann, auf eine nicht nur zweifach sondern event. vielfach kombinierte Gesamtheit beziehen[1]).

Lassen wir die aus den komplizierteren mathematischen Formen sich ergebenden Verhältnisse beiseite, so wird die Form der kombinierten Gesamtheiten unserem tatsächlichen Denken wohl überwiegend dadurch nahegerückt und geläufig, daß sie noch eine weitere Modifikation durch das Hinzutreten einer synthetischen Begriffsbildung erfährt, so nämlich, daß die beiden kombinierten Elemente in einer bestimmten logischen Verknüpfung gedacht werden. Die Tatsache z. B., daß alle Körper zur Zeit t sich an derselben Stelle befinden wie zur Zeit t', können wir so ausdrücken, daß von allen aus einer Körper- und einer Orts-Bezeichnung gebildeten Begriffspaaren, von denen eine Bestimmung gilt, auch eine andere zutrifft. Diese uns fremdartig und ungeeignet erscheinende Darstellung verwandelt sich in eine anschauliche und nicht ungewohnte, sobald wir uns das hier erwähnte Begriffspaar im Sinne eines Real-Urteils logisch verknüpft denken, wobei wir auf den Begriff einer L o k a l i s a t i o n oder Anordnung geführt werden. „Alle Lokalisationen, die im Zeitpunkt t verwirklicht sind, bestehen auch im Zeitpunkte t'." — Es wird also zu beachten sein, daß gerade die kombinierten Gesamtheiten der synthetischen Begriffsbildung veränderte Angriffspunkte gewähren. Ein noch einfacherer, gleichfalls hierhergehöriger Fall ist der, daß wir mehrere räumliche Bestimmungen (etwa die zwei oder drei Ortswerte in einem rechtwinkligen Koordinatensystem) miteinander kombinieren. Einer Gesamtheit von Wertpaaren oder Triaden, bei der jedem X-Wert ein Y- oder ein Y- und Z-Wert zugehört, wird, indem wir sie als zusammengehörige Ortswerte auffassen, die anschauliche Bedeutung eines bestimmten räumlichen Gebildes, in diesem Falle einer Linie, zukommen.

[1]) Vgl. o. S. 346.

Abgesehen von der eben besprochenen kombinierenden Zusammenfassung gibt es, soweit ich sehe, nur noch eine andere Art und Weise, in der über die zunächst in Betracht gezogenen und behandelten Gesamtheits-Begriffe hinausgegangen werden kann. Sie besteht darin, daß in Fortsetzung des gleichen Verfahrens eine Anzahl irgendwie gleichartiger Gesamtheiten zusammengefaßt, also Begriffe gebildet werden, die eine Gesamtheit von Gesamtheiten, bedeuten. Es genügt hier darauf hinzuweisen, daß wir auch so zu Fällen gelangen, die wir, wenn auch in abweichender Form, bereits in den Kreis unserer Betrachtungen gezogen haben. Eine Gesamtheit von Gesamtheiten wird ja entstehen, wenn in einem definierenden Merkmal statt eines einzelnen Elementes eine Gesamtheit von solchen erwähnt wird. Es sei zunächst die Rede von allen Körpern, die zu einer bestimmten Zeit t im Raume R waren; wir können einen entsprechenden Begriff für einen zweiten Zeitpunkt t', für einen dritten t'' bilden. Und wir erhalten eine Summe solcher Gesamtheiten, wenn wir von allen Körpern sprechen, die zu irgend einem Zeitpunkt der Zeitstrecke Z in R waren. Es ist dies keine andere Form als diejenige, die wir oben (S. 234) besprochen und als eine parallele Verknüpfung der Gesamtheits-Begriffe bezeichnet hatten. Hiernach dürften denn die Formen, in denen innerhalb des hier ins Auge gefaßten Begriffskreises Gesamtheits-Begriffe gebildet werden können, vollständig übersehbar und mit dem Beigebrachten auch erschöpfend aufgeführt sein.

Zweiter Anhang.

Die Schlußformen der älteren Logik.

Bei unserer Behandlung des Schlusses haben wir die von der mittelalterlichen Logik ausgebildete Lehre von den Schlußarten beiseite gelassen. Auch wurde dort erwähnt, daß wenn wir jene Einteilungen und Unterscheidungen prüfend verfolgen, wir auf Verhältnisse geführt werden, die zwar nicht von sehr großer Bedeutung, immerhin aber in manchem Sinne nicht ohne Interesse sind. Sie sollen, wie dort schon bemerkt wurde, hier anhangsweise besprochen werden. Schon darüber ins Klare zu kommen, worin die dort behandelte Aufgabe eigentlich besteht, und was das Ergebnis, die Aufstellung der bekannten 19 Schlußarten eigentlich bedeutet, ist der Erwägung und Untersuchung wert. Da das hier Darzulegende demgemäß gerade im Hinblick auf jene älteren Theoreme an Interesse gewinnt, so wollen wir, um die Vergleichung zu erleichtern, die in der älteren Logik eingeführten Bezeichnungen benutzen, auch sogleich die Verhältnisse in Erinnerung bringen, die dort zum Ausgangspunkt genommen wurden.

Bei der Ableitung der 19 Arten des Schlusses ist bekanntlich die mittelalterliche Logik zunächst davon ausgegangen, daß zwischen einem Subjekts- und einem Prädikatsbegriff die 4 verschiedenen, als allgemein und partikulär bejahende und verneinende Aussage bezeichneten Beziehungen (symbolisch a e i o) stattfinden können. Die Prämissen müssen ferner einerseits den Subjektsbegriff, anderseits den Prädikatsbegriff des Schlusses, S und P, in Verbindung mit einem vermittelnden Begriffe M enthalten. Je nachdem nun die Begriffe S und P in den Prämissen als Subjekts- oder Prädikatsbegriff auftreten, ergeben sich zunächst die 4 „Figuren“ $\frac{M\,P}{S\,M}$, $\frac{P\,M}{S\,M}$, $\frac{M\,P}{M\,S}$, $\frac{P\,M}{M\,S}$. Denkt man sich ferner in einer der Prämissen die 4 durch a e i und o bezeichneten Fälle mit den entsprechenden 4 Fällen der anderen Prämisse kombiniert, so ergeben sich für jede jener 4 Figuren 16, im Ganzen 64 Fälle. Die Durchprüfung derselben lehrt, daß unter ihnen 19 von der Beschaffenheit sind, daß sie einen Schluß ergeben. — Bei diesem Verfahren nun sind, wie man zunächst bemerken muß, die einen Schluß gestattenden Fälle nicht nach irgend einem ersichtlichen Prinzip abgeleitet oder in irgend einer durchsichtigen Weise geordnet; das Resultat ist vielmehr eben nur durch die isolierte Betrachtung und Prüfung aller jener 64 Fälle gewonnen. Dies ist, wiewohl das Ergebnis natürlich unbedingt richtig ist, doch das Gegenteil eines eleganten und anschaulichen Verfahrens, einigermaßen vergleichbar dem Falle, daß wir zur Lösung einer Gleichung nicht durch eine methodische Berechnung, sondern durch versuchsweise Einsetzung verschiedener Werte (durch Probieren) gelangen.

Sodann ist zu beachten, daß die hier auseinandergehaltenen Fälle sich zum Teil, aber nicht alle, durch sachliche Unterschiede des in den Prämissen Ausgesagten unterscheiden. Die Verknüpfung $A\,i\,B$ (einige A sind B) ist gleichbedeutend mit $B\,i\,A$ (einige B sind A); ebenso $A\,e\,B$ (kein A ist B) sachlich gleichbedeutend mit $B\,e\,A$ (kein B ist A). Werden nun die Fälle, daß eine Prämisse $S\,i\,M$ und daß sie $M\,i\,S$, lautet, als zwei verschiedene gezählt, so muß man beachten, daß diese beiden Fälle sich nur durch die sprachliche Form, nicht aber durch eine sachliche Differenz unterscheiden. Es versteht sich aber, daß eine befriedigende Behandlung des Gegenstandes diese beiden Dinge auseinanderhalten muß; sie wird einerseits zu prüfen haben, wie viele durch den sachlichen Inhalt der Aussagen sich unterscheidende Fälle es gibt, anderseits aber darzulegen, wie viele sprachliche Umformungen jede derselben zuläßt. Man kann daher wohl sagen, daß in der mittelalterlichen Schlußlehre eine Aufgabe, die eines gewissen, wenn nicht praktischen, doch formalen Interesses nicht ermangelt, eine vorzugs-

weise unbefriedigende Lösung gefunden hat: unbefriedigend bezüglich des angewandten Verfahrens, unbefriedigend aber auch insofern, als die Bedeutung des gewonnenen Ergebnisses nicht hinreichend hervortritt.

Zu einer rationellen Lösung der hier vorliegenden Aufgabe gelangt man am einfachsten in der folgenden Weise. Gehen wir, die Verneinungen zunächst beiseite lassend, von dem oben erwähnten Prinzip einer Konnektivität der Einschluß- oder Zugehörigkeits-Beziehungen aus (das was einer Gesamtheit A angehört, gehört auch einer A einschließenden Gesamtheit B an), so erhalten wir, indem wir dies auf eine Gesamtheit oder auf einen unbestimmten Teil einer solchen anwenden, die beiden Fälle:

$$\begin{array}{l} M\,a\,P \\ S\,a\,M \\ \hline S\,a\,P \end{array}$$ (Barbara) und

$$\begin{array}{l} M\,a\,P \\ S\,i\,M \\ \hline S\,i\,P \end{array}$$ (Darii).

Die auf einer Verkettung der Einschlußbeziehungen beruhenden und auf positive Sätze beschränkten Formen sind hiermit, wie ersichtlich, erschöpft. Es bleibt jedoch ein dritter Fall hinzuzufügen, der gar nicht als Allgemeinheits-Schluß zu bezeichnen ist, vielmehr auf einer Identität und einer darauf zurückgehenden Substitution beruht. Er liegt vor, wenn wir aus den Sätzen „Alle A sind B" und „Alle A sind C" folgern, daß einige $B\,C$ sind (oder umgekehrt). Dieser Fall, in symbolischer Bezeichnung

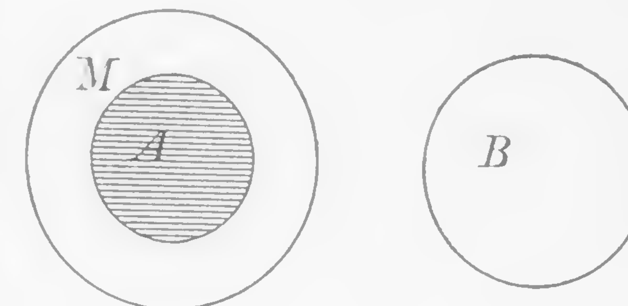
$$\begin{array}{l} M\,a\,P \\ M\,a\,S \\ \hline S\,i\,P \end{array}$$

ist die den Namen Darapti führende Form[1]).

Um nun zu einer Uebersicht auch derjenigen Fälle zu gelangen, in welche verneinende Sätze eingehen, könnten wir ähnliche Prinzipien, wie sie für die Einschlußbeziehungen gelten, auch für diejenigen des Ausschlusses aufstellen und diese in entsprechender Weise teils auf Gesamtheiten, teils auf Teile von solchen anwenden. So können wir etwa sagen: Was innerhalb X liegt, liegt außerhalb eines von X ausgeschlossenen (ganz außerhalb X liegenden) Y. Was außerhalb X liegt, liegt außerhalb eines von X eingeschlossenen Y usw. Indessen ist dieses Verfahren für die hier verfolgten Zwecke wenig geeignet. Denn der mannigfaltige Zusammenhang der Ein- und Ausschlußbeziehungen bringt es mit sich, daß wir hier, von verschiedenen Prinzipien ausgehend, wieder auf die nämlichen Fälle geführt werden, m. a. W. daß ein und derselbe

[1]) Es muß bemerkt werden, daß dieser Schluß, abweichend von den anderen, auch nur dann gerechtfertigt ist, wenn das allgemeine Urteil nicht in dem Sinne als unbestimmt betrachtet wird, daß es auch die Nullzahl (den Fall, daß überhaupt keine A existieren), mit einschließt, sondern eine jedenfalls von Null verschiedene Zahl der A als existierend vorausgesetzt wird.

Fall verschiedene Betrachtungsweisen und demzufolge die Unterordnung unter verschiedenen Prinzipien zuläßt. So können wir z. B., wenn die Gesamtheit M eine zweite, A, einschließt, dagegen eine dritte, B, ausschließt (vgl. die nebenstehende Figur), das daraus sich ergebende Ausschlußverhältnis beliebig nach dem ersten oder dem zweiten jener Prinzipien ableiten (A liegt innerhalb M, folglich außerhalb des von M ausgeschlossenen B; oder: B liegt außerhalb M, folglich auch außerhalb des von M eingeschlossenen A).



Es würde also bei einer derartigen Darstellung immer notwendig werden zu prüfen, wie weit etwa dieselben Verhältnisse doppelt erwähnt werden. Einfacher und eleganter gelangen wir zum Ziele, wenn wir davon ausgehen, daß, wenn sich der Schluß als logisches Ergebnis der beiden Prämissen darstellt, jedesmal die Unrichtigkeit des Schlusses in Verbindung mit der Gültigkeit der einen Prämise die Ungültigkeit der anderen Prämisse ergeben muß. So erhalten wir aus den zunächst ins Auge gefaßten Formen weitere, indem wir die eine Prämisse und die Verneinung des Schlusses als Prämissen behandeln, wobei die Verneinung der anderen Prämisse sich als Schluß ergibt. Es ist ohne Schwierigkeit zu zeigen, daß wir auf diese Weise zu einer Uebersicht gelangen, die erschöpfend und dabei frei von Wiederholungen ist, also weder einen Fall ausläßt noch einen doppelt aufführt.

Wir wollen zu diesem Zwecke Bejahung und Verneinung eines Satzes mit p und n, die Satzinhalte mit a, b und c bezeichnen und erhalten somit für die rein positiven Formen die symbolische Bezeichnung $\begin{array}{l} pa \\ pb \\ \hline pc \end{array}$

Durch das angegebene Verfahren ergeben sich hieraus die beiden Formen $\begin{array}{l} nc \\ pb \\ \hline na \end{array}$ und $\begin{array}{l} nc \\ pa. \\ \hline nb \end{array}$

Man beachte nun zunächst, daß sich keine neuen Formen mehr ergeben, wenn wir auf die so erhaltenen das gleiche Verfahren nochmals anwenden. Vielmehr erhalten wir dadurch aus jeder der abgeleiteten Formen einerseits die andere abgeleitete, anderseits wieder die ursprüngliche (positive) Ausgangsform. Die letztgenannte Umwandlung läßt zugleich erkennen, daß aus jedem Schluß von der Form *npn* auf eine und nur auf eine Weise einer von der ursprünglichen, nur positive Sätze enthaltenden Form abgeleitet werden kann. Jedem Schluß der Form *npn* ist also einer und nur einer der Form *ppp* in dem Sinne zugeordnet, daß sie in der erwähnten Weise in einander umgewandelt werden können. Hieraus ergibt sich, daß wir nicht aus zwei Schlüssen von der Form *ppp* auf denselben von der Form *npn* geführt werden, also keinen von diesen doppelt erhalten können. Anderseits versteht sich aus dem gleichen Umstande, daß, wenn es außer den hier erhaltenen noch andere Schlüsse von der Form *npn* gäbe, aus ihnen auch eine

weitere in ganz bejahenden Sätzen sich bewegende Form zu gewinnen sein würde. Da wir, wie schon betont, die ganz bejahenden Formen erschöpfend dargestellt hatten, so ist auch unsere Uebersicht der Formen *npn* erschöpfend.

Sind wir dem Gesagten zufolge hier zunächst zu einer vollständigen Darstellung derjenigen Schlüsse gelangt, die von der Form *ppp* oder *npn* sind, so zeigen einfache Ueberlegungen, daß damit auch alle Arten überhaupt erschöpft sind, da andere Formen nicht vorkommen. So gibt es keinen Schluß mit zwei verneinenden Prämissen; es existiert weder die Form *nnn* noch *nnp*. Aber auch die allein noch übrig bleibende Form *npp* kann nicht vorkommen, da sie, in der obigen Weise umgewandelt, auf die Form *nnn* führen würde.

Dieses Verfahren gestattet aus Barbara und Darii zwei Fälle abzuleiten, da hier die beiden Prämissen in ungleicher Weise in den Schluß eingehen, aus Darapti dagegen, wo die beiden Prämissen in übereinstimmender Weise im Schlusse vertreten sind, nur eine. Wir erhalten so[1])

aus Barbara die beiden Fälle $\begin{array}{c} P\,a\,M \\ \underline{S\,o\,M} \\ S\,o\,P \end{array}$ (Baroko) und $\begin{array}{c} M\,o\,P \\ \underline{M\,a\,S} \\ S\,o\,P \end{array}$ (Bokardo)

aus Darii die beiden $\begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{S\,a\,M} \\ S\,e\,P \end{array}$ (Celarent) und $\begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{S\,i\,M} \\ S\,o\,P \end{array}$ (Ferio) endlich aus

Darapti $\begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{M\,a\,S} \\ S\,o\,P \end{array}$ (Felapton).

Mit den erwähnten 8 Formen haben wir nun in der Tat eine erschöpfende Uebersicht derjenigen Kombinationen von Urteilsinhalten, die in der Form des Schlusses ein neues Urteil ergeben. Es sind, um sie nochmals in ihrer schulmäßigen Bezeichnung zusammenzustellen:

1. Barbara mit 2. Baroko und 3. Bokardo,
4. Darii mit 5. Celarent und 6. Ferio,
7. Darapti mit 8. Felapton,

von denen die ersten 6 Allgemeinheits-Schlüsse, die letzten beiden dagegen Identitäts-Schlüsse sind.

Es bleibt nun noch die Frage zu erledigen, welche Vermehrung der Formen sich durch die vorhin erwähnte Mehrfachheit sprachlicher Bezeichnung ergibt. Wie oben bereits erwähnt, sind von den

[1]) Bei den hier in Rede stehenden Umwandlungen muß man zunächst, um vom bejahenden zum verneinenden Satze überzugehen, die Bezeichnung *a* durch *o* und *i* durch *e* ersetzen. Will man die resultierenden neuen Formen in der üblichen Darstellung erhalten, so muß man außerdem die Bezeichnungen der Begriffe in der Weise wechseln, daß die beiden, welche der nunmehr als Schluß auftretende Satz enthält, wieder mit S und P, der im Schluß fehlende Begriff mit M bezeichnet wird. Außerdem ist, wie immer, diejenige Prämisse voranzustellen, die den Prädikats-Begriff des Schlusses enthält.

hier in Frage kommenden Verbindungen zwei umkehrbar: der Satz „Einige A sind B" ($A\,i\,B$) ist äquivalent mit „Einige B sind A" ($B\,i\,A$); ebenso die Verneinung „Kein A ist B" ($A\,e\,B$) mit „Kein B ist A" ($B\,e\,A$). Von den oben unterschiedenen Formen enthalten nun drei, nämlich Darii, Celarent und Ferio je zwei solche umkehrbare Sätze. Jede läßt also drei Umgestaltungen zu, je nachdem wir von diesen Sätzen den einen, den andern oder beide umdrehen.

Etwas verwickelter liegen die Dinge in den Fällen Darapti und Felapton, wo e i n umkehrbarer Satz vorhanden ist. Im ersteren dieser beiden Fälle können wir zwar den Schlußsatz, da er partikulär bejahend ist, umkehren; es ergibt sich hieraus aber kein neuer Fall, da die Prämissen für S und P übereinstimmend sind. Wohl dagegen ist dies bei Felapton der Fall, wo wir durch Umkehrung der allgemein verneinenden Prämisse an Stelle der der 3. Figur zugehörenden eine der 4. (Fesapo) erhalten.

Endlich ist hier daran zu erinnern, daß (wenigstens unter den hier gemachten Voraussetzungen) die Gültigkeit des allgemeinen Satzes stets die des partikulären einschließt. Nun ist es nicht üblich (auch wir sind in dieser Beziehung dem Hergebrachten gefolgt), in den Formen mit allgemeinem Schlußurteil dieses durch ein partikuläres zu ersetzen und die so erhaltenen Formen als besondere zu unterscheiden. Dagegen ergibt sich in der Tat eine neue Form dann, wenn, wie es bei dem bejahenden allgemeinen Satze der Fall ist, nicht dieser selbst, wohl aber das in ihm involvierte partikuläre Urteil eine Umformung der hier in Rede stehenden Art zuläßt. Wir erhalten so noch eine Schlußform aus Barbara, indem wir den Schluß $A\,a\,B$ durch den Satz $B\,i\,A$ ersetzen (Bamalip). Im ganzen ergeben sich also aus den i n h a l t l i c h verschiedenen 8 Formen die 19 der Schullogik in der Weise, daß zufolge sprachlicher Variierung zwei sich verdoppeln, drei dagegen sich vervierfachen.

Lassen wir die vorhin mit Bezug auf die Form Darapti erwähnte Voraussetzung beiseite, nehmen wir also die allgemeinen Urteile in dem Sinne, daß sie auch die Nullzahl als möglich einschließen, so fallen Darapti mit Felapton und Fesapo sowie Bamalip fort. Es bleiben alsdann 6 sachlich verschiedene Fälle, von denen drei in je einer, drei in vier Formen dargestellt werden können, im ganzen also 15 Schlußformen.

Die relativ untergeordnete Bedeutung dieser, wie aller wesentlich dem sprachlichen Ausdruck Rechnung tragenden logischen Erörterungen tritt besonders deutlich hervor, wenn man beachtet, daß die hier zugrunde gelegten sprachlichen Formen in hohem Grade willkürlich gewählte sind und sehr wohl durch andere ersetzt werden können. So würde es weder schwierig noch in irgend einem Sinne unzulässig sein, auch für die Sätze „Alle A sind B", „Einige A sind nicht B", die bei der herkömmlichen Betrachtung nur eine Form gestatten, ebenfalls eine

zweite Form zu bilden, in der Subjekts- und Prädikatsbegriff ihre Stellen getauscht haben. Es müßte dazu nur noch eine weitere Form kopulativer Verknüpfung zwischen Subjekts- und Prädikatsbegriff gebildet werden, indem wir etwa sagen, daß die Gesamtheit der B diejenige der A einschließt resp. nicht einschließt. So würde die Zahl der zwischen einem Subjekts- und einem Prädikatsbegriffe möglichen Beziehungen sich auf 6 erhöhen, und wir könnten jede der zwischen zwei Gesamtheits-Begriffen vorkommenden Beziehungen in doppelter Form ausdrücken. Die Gesamtzahl aller möglichen Kombinationen für die Prämissen würde sich dann in jeder Schlußfigur auf 36 belaufen (statt auf 16) und die Zahl der unterscheidbaren Schlüsse würde ebenfalls eine weit größere werden.

Bedeutungsvoller ist offenbar die entgegengesetzte Betrachtung, bei der wir lediglich dem für den logischen Zusammenhang maßgebenden Verhältnis die Aufmerksamkeit zuwenden. Tun wir dies, so erscheint es ohne Belang, ob wir mittels des Satzes „Alle B sind C“ von der allgemeinen Prämisse „Alle A sind B“ oder von der partikulären „Einige A sind B“ zu der entsprechenden Folgerung übergehen. Und ebenso bleiben die dann in den Vordergrund gerückten Verhältnisse durch das Eingehen der Verneinung ungeändert. So gelangen wir dazu, in den sämtlichen hier zusammengestellten Schlüssen nur zwei in tiefergehender Weise verschiedene Arten zu erblicken, den Allgemeinheits- und den Identitäts-Schluß, wie dies schon an früherer Stelle gezeigt wurde.

Dritter Anhang.

Die Formen mathematischer Real-Urteile.

Als Form einer theoretischen und zwar mathematischen Wirklichkeits-Vorstellung hatten wir oben (Kap. 11 und 12) diejenige in Betracht gezogen und genauer verfolgt, die an begrifflichem Material außer den Begriffen der Zahl, der Zeit und des Raumes noch den des im Raume beweglichen Körpers, des materiellen Punktes im Sinne der Mechanik aufweist. Daneben wurde jedoch schon bemerkt, daß auch namentlich die Vorstellung eines den Raum stetig erfüllenden Mittels sich in ähnlicher Weise zur Entwicklung einer Wirklichkeits-Vorstellung eignet und tatsächlich in gewissen Teilen der Mechanik (wie der Hydrodynamik) zum Ausgangspunkte genommen worden ist. Im Hinblick auf diese Verhältnisse ist es von einigem Interesse zu fragen, welche Formen mathematischen Wirklichkeits-Denkens überhaupt möglich sind. Es würde

wünschenswert sein, sie in allgemeiner Weise zu charakterisieren, event. durch eine Einteilung einen geordneten Ueberblick über sie zu gewinnen. Die Lösung dieser Aufgabe wird durch den Umstand erschwert, daß der Kreis mathematischer Begriffe selbst kein ganz fest bestimmter ist, sondern in mancherlei Weise Erweiterungen und Verallgemeinerungen gestattet. Natürlich aber wird sich die Mannigfaltigkeit der Formen mathematischer Real-Urteile ganz danach richten, welche Begriffe dafür als endgültiges Material in Betracht gezogen werden. Demgemäß wird denn die hier ins Auge gefaßte Aufgabe nur dann eine bestimmte sein, wenn in dieser Hinsicht irgend eine Festsetzung getroffen wird, eine Festsetzung, die vielleicht immer mehr oder minder willkürlich genannt werden kann. Indessen gibt doch schon die Betrachtung der eben erwähnten einfachsten Fälle Anlaß zu einer ganz bestimmten Wahl, die sich jedenfalls als die wichtigste und interessanteste empfehlen wird, und die wir daher zur Grundlage des Folgenden machen wollen. Selbstverständlich sind in erster Linie die soeben schon erwähnten Begriffe in Betracht zu ziehen, die wir auch in der Mathematik als endgültige vorangestellt hatten, diejenigen der Zahl, der Zeit, des Raumes, sowie die gesamten damit in unmittelbarem Zusammenhange stehenden. Wenn wir ferner den Begriff des materiellen Punktes auf dasjenige beschränken, was ihn in rein formaler Weise charakterisiert, so können wir etwa von Symbolen reden, deren jedes eine individuelle, dabei vollkommen fixierte und unveränderliche Bedeutung besitzt [1]. Auf diejenige Verallgemeinerung endlich, die für unsere Aufgabe von maßgebender Bedeutung ist, führen uns am besten die hydrodynamischen Gleichungen. Wir finden hier als ein veränderliches Verhalten die Dichte und denken uns dieses durch eine stetige Größe bezeichenbar. Als einen weiteren Begriff werden wir daher jenen auch in der reinen Mathematik fundamentalen der stetigen Größe und der durch solche darstellbaren Wirklichkeits-Bestimmungen einzuführen haben. Da diese auch die räumlichen und zeitlichen Bestimmungen mit umfassen, so erhalten wir als begriffliches Material überhaupt einerseits *stetige Größen*, anderseits aber jene Art von Begriffen, die in dem ersteren Falle zur Bezeichnung der Körper verwendet werden, *Symbole von singulärer Bedeutung*. Es soll daher im Folgenden untersucht werden, welche Formen des Wirklichkeits-Denkens sich ergeben, wenn wir diese beiden Begriffsarten als Material zugrunde legen. Und es wird keinem Zweifel unterliegen, daß wir damit jedenfalls auf die wichtigsten und interessantesten Formen mathematischen Wirklichkeits-Denkens geführt werden. — Zunächst lehrt nun schon der soeben berührte Umstand, die Möglichkeit eine stetige Raumerfüllung anzunehmen, daß die eine

[1]) Auf das Verhältnis solcher Symbole zum Begriffe der Substanz oder des Stoffes in seiner herkömmlichen Bedeutung soll unten noch etwas genauer eingegangen werden.

Art von Begriffen, die singulären Symbole, entbehrlich ist. Demgemäß können wir denn die gesamten Formen sogleich in zwei Hauptklassen teilen, diejenigen, in die solche individuelle Symbole eingehen, und diejenigen, die derselben ermangeln. Als den einfacheren Fall wollen wir zunächst den letzteren ins Auge fassen, daß die Real-Urteile lediglich aus einer Reihe durch stetige Größen auszudrückender Bestimmungen zusammengesetzt sein sollen. Um über die innerhalb dieses Rahmens möglichen Formen einen Ueberblick zu gewinnen, müssen wir sogleich einen prinzipiellen Unterschied berühren, der die Art betrifft, in der stetige Größen in unser Wirklichkeits-Denken eingehen können. Was ich im Auge habe, ist wiederum an den geläufigen Formeln der Hydrodynamik am leichtesten zu zeigen. Denken wir uns eine den Raum stetig erfüllende Masse und nehmen wir an, daß der Zustand derselben an jedem Punkte in einer durch stetige Größen auszudrückenden Weise veränderlich sei, so würde offenbar irgend ein Real-Urteil die Verknüpfung eines Zeit-, eines Ortswertes und der jene variabeln Zustände bezeichnenden Größen, sie mögen als B-Werte bezeichnet werden, enthalten, in einer Verknüpfung, die wir im Anschluß an Früheres wiederum eine *thetische* nennen wollen. Zwischen den verschiedenen hier verknüpften Größen findet nun, wie gesagt, ein grundsätzlicher Unterschied statt. Den allgemeinen Voraussetzungen gemäß wird nämlich zu verlangen sein, daß an jedem Punkte des Raumes zu jeder Zeit irgend ein durch jene B-Werte zu bezeichnendes Verhalten stattfindet. Für jede Kombination von t, x, y und z (wenn wir hiermit die Zeit und die räumlichen Koordinaten bezeichnen) können wir also nach denjenigen B-Werten fragen, die für sie gelten, mit denen wir sie zu einem zutreffenden Real-Urteil verknüpfen können. Und eine vollständige, die Gesamtheit des Wirklichen lückenlos umfassende Darstellung würde für alle Kombinationen von t, x, y und z die entsprechenden B-Werte aufweisen müssen. Dagegen gilt das Entsprechende offenbar für die B-Werte nicht. Wir können nicht ohne Weiteres fragen, wo und zu welcher Zeit ein durch bestimmte B-Werte bezeichneter Zustand stattfindet. Denn es versteht sich keineswegs von selbst, daß er überhaupt zu irgend einem Zeitpunkt irgendwo verwirklicht sein muß. Vielmehr kann es sehr wohl der Fall sein, daß in einer völlig erschöpfenden Wirklichkeits-Darstellung Real-Urteile, die gewisse Kombinationen von B-Werten untereinander oder auch von B-Werten mit Zeit- oder Raum-Werten enthalten, gar nicht vorkommen. Um für den hier bemerkten Unterschied eine kurze Benennung zu haben, können wir einerseits von *systematischen*, anderseits von *akzidentellen* Bestimmungen reden. Eine vollständige Wirklichkeits-Darstellung würde also die im mathematischen Sinne erschöpfende Kombination aller der ersteren Gruppe angehörigen Werte umfassen und für jedes Element dieser kombinierten Gesamtheit die zugehörigen Werte der akzidentellen Bestimmungen angeben müssen.

Wir sind hiernach auch ohne Weiteres in der Lage, die auf stetige Größen beschränkten Formen mathematischer Real-Urteile in ganz allgemeiner Weise zu charakterisieren: sie würden sich als die *thetische Verknüpfung einer Anzahl systematischer und einer Anzahl akzidenteller Bestimmungen darstellen.* — Ueber die innerhalb dieses Rahmens möglichen Formen gewinnen wir einen Ueberblick am besten, indem wir von dem zunächst ins Auge gefaßten ganz einfachen Falle ausgehen und prüfen, in welcher Weise und in welchen Hinsichten er Modifikationen und Verallgemeinerungen gestattet. Hier ist nun hervorzuheben, daß wir als systematische Bestimmungen Zeit und Raum haben; und ich möchte zunächst diejenigen Formen in Betracht ziehen, die hieran festhalten, und die ich (im Gegensatz zu später zu betrachtenden, auch in dieser Hinsicht modifizierten) als *nicht fiktive* bezeichnen möchte. Es leuchtet dann ohne weiteres ein, daß wir uns das an irgend einer Stelle des Raumes zu irgend einer Zeit gegebene Verhalten durch eine *beliebige Zahl* von Bestimmungen gegeben denken können. In allgemeinster Weise wären also die nicht fiktiven Formen als die thetische Kombination der räumlichen Koordinaten mit der Zeit und einer beliebigen Anzahl durch stetige Größen auszudrückender akzidenteller Bestimmungen zu charakterisieren.

Wir haben mit diesem einfachen Ergebnis den ersten Teil unserer Aufgabe bereits in der Hauptsache erledigt, und es ist nur ein, allerdings nicht unwichtiger Punkt, der hier noch eine kurze Hinzufügung erfordert. Wir können uns als einfachsten Fall den denken, daß die verschiedenen akzidentellen Bestimmungen keinerlei Beziehungen zu einander besitzen, sondern völlig unabhängig, namentlich auch der Größe nach unvergleichbar sind. Daneben ist jedoch auch die Möglichkeit im Auge zu behalten, daß zwischen ihnen irgend welche Beziehungen angenommen werden. Wir können sie uns insbesondere, ähnlich wie die räumlichen Koordinaten, unter einander der Größe nach vergleichbar und auch in der Weise verknüpft denken, daß für ihre Kombinationen gewisse Größenbeziehungen festgelegt sind. Eine Anzahl der akzidentellen Bestimmungen kann demgemäß eine zwei-, drei- oder beliebig vielfach bestimmte, mathematischer Betrachtung zugängliche Mannigfaltigkeit bilden. Wir werden auf einen besonders beachtenswerten Fall dieser Art unten zurückzukommen haben.

Auf eine noch größere Mannigfaltigkeit von Formen werden wir geführt, wenn wir nunmehr die Annahme fallen lassen, daß die systematischen Bestimmungen durch Zeit und Raum und durch diese allein gegeben sein sollen, und somit *fiktive* Vorstellungen ins Auge fassen. Die Prüfung, wie weit dies angängig ist, führt uns auf Erwägungen, die z. T. schon an früherer Stelle verfolgt worden sind. Wie dort dargelegt, können wir die räumliche Form des Wirklichkeits-Denkens

als eine unerläßliche aus den allgemeinen Kriterien der Real-Urteile nicht herleiten. Auch war dort schon davon die Rede, daß dem Raum in mancher Hinsicht nahestehende und vergleichbare Denkgebilde einer Wirklichkeits-Vorstellung zugrunde gelegt werden können. Die ganz allgemeine Betrachtung, mit der wir es hier zu tun haben, läßt ohne weiteres erkennen, daß (unter rein formalen Gesichtspunkten betrachtet) in mehreren Hinsichten verschiedenartige Möglichkeiten gegeben sind. Zunächst kann die Zahl unabhängiger Bestimmungen, die in der hier ins Auge gefaßten Weise systematisch in unser Wirklichkeits-Denken eingehen, eine ganz beliebige sein. Sodann können auch hier wiederum zwischen ihnen, ganz ebenso wie es soeben für die akzidentellen Bestimmungen besprochen wurde, eine Reihe sie verknüpfender Beziehungen angenommen werden. Endlich aber wäre noch zu beachten, daß wir uns einerseits ein Wirklichkeits-Denken ganz allein auf solche fingierte Bestimmungen (unter gänzlicher Absehung vom Raume) aufgebaut denken, daß wir aber anderseits auch unter Beibehaltung der Raumvorstellung weitere fingierte Bestimmungen zu dieser hinzutreten lassen könnten. Im letzteren Falle wäre dann wieder zu unterscheiden, ob die fingierten Bestimmungen von den räumlichen ganz unabhängig und ihnen unvergleichbar sind, oder ob wir sie uns mit diesen durch bestimmte Größenbeziehungen in Verbindung gesetzt denken. Der letzte Fall würde, wie man sieht, z. B. die Ergänzung unserer Raumvorstellung durch eine hinzugedachte vierte Dimension umfassen.

Eine genauere Verfolgung dieser Verhältnisse ist überflüssig, da es uns hier nur darauf ankommt, die formalen Möglichkeiten vollständig zu übersehen. Dagegen müssen wir kurz noch auf die Frage eingehen, ob in ähnlicher Weise auch die den Real-Urteilen eigentümliche Zeitbestimmung modifiziert, verallgemeinert oder fallen gelassen werden kann. Auch hiermit kommen wir auf früher schon angestellte Erwägungen und müssen daran erinnern, daß unsere Erfahrungen uns unmittelbar in zeitlicher Form gegeben sind, und daß die zeitliche Ordnung die unerläßliche Form jedes Wirklichkeits-Denkens ist, das unser tatsächliches Erleben als Bestandteil einer geordneten Gesamtheit verständlich machen will. Wenn man daher, wie dies ja neuerdings angeregt worden ist, auch von der besonderen, in unserem Wirklichkeits-Denken gegebenen Bedeutung der Zeit absehen und diese als eine den übrigen gleichartige systematische Bestimmung behandeln will, so kann dies zwar geschehen, und wir gelangen so zu einer Darstellung, die durch ein Höchstmaß mathematischer Allgemeinheit ausgezeichnet und insofern besonders beachtenswert ist; indessen wird man nicht übersehen dürfen, daß die Aufstellungen hierdurch den Charakter der Real-Urteile einbüßen [1]).

Indem wir uns denjenigen Formen zuwenden, in die neben den stetigen Größen auch singuläre Symbole eingehen, können wir

[1]) Vgl. hierüber die Bemerkungen unten S. 705.

zunächst das auf dieser Grundlage sich ergebende Real-Urteil in allgemeinster Weise dahin charakterisieren, daß es die thetische Verknüpfung eines singulären Symbols mit einer Anzahl durch stetige Größen bezeichneter Bestimmungen enthalten würde. Es wird zweckmäßig sein, hier sogleich jene einfachste und geläufigste Form in Betracht zu ziehen, die oben bereits zum Gegenstande der Untersuchung gemacht worden war, jene also, die sich als die Beschreibung der Anordnung und Bewegung materieller Punkte darstellt. Sie besitzt in verschiedenen Richtungen eine ausgezeichnete Bedeutung, und gerade im Hinblick hierauf haben wir oben für sie die Bezeichnung einer mechanischen oder materiellen Form des Wirklichkeits-Denkens festgelegt. Ausgezeichnet ist sie zunächst durch den engen und unmittelbaren Anschluß an unsere sinnlichen Wahrnehmungen und deren sich naturgemäß, ohne besondere wissenschaftliche Ueberlegung, entwickelnde Verarbeitung. In der Tat führt uns ja ein naives Denken zunächst zu der Annahme von im Raume beweglichen Gebilden, die wir uns mit einer Reihe sinnlicher Eigenschaften ausgestattet denken. Indem wir uns überzeugen, daß jene Eigenschaften jedenfalls nicht in der Weise einer naiven Objektivierung zu einer strengen Wirklichkeits-Darstellung geeignet sind, gelangen wir zunächst dazu, sie fallen zu lassen. Und solange wir nicht (wozu wir natürlich nur auf Grund wissenschaftlicher Reflexionen geführt werden) fingierte Bestimmungen hinzufügen, bleibt uns lediglich die Vorstellung des im Raume Beweglichen. — Besondere Beachtung verdient ferner die Bedeutung, die gerade hier dem Begriffe des Gegenstandes zukommt. Während eine naive Betrachtung in ihm dasjenige erblickt, was sich im Wechsel des Geschehens unveränderlich erhält, werden wir, seine Bedeutung als eine formale fassend, von denjenigen begrifflichen Elementen reden, welche den die verschiedenen Zeitpunkte betreffenden Real-Urteilen in individueller Identität gemeinsam sind. Ohne Zweifel empfiehlt es sich, für diese Form des Eingehens in unsere Real-Urteile eine bestimmte Bezeichnung festzulegen. Wir werden im besten Anschluß an Hergebrachtes hierfür den Begriff der Substanz verwenden können. Und wir gelangen so zu einer rein formalen Festlegung des Substanzbegriffes, bei der jene individuelle Permanenz das maßgebende Kriterium bilden würde.

Auch für die innerhalb dieses Rahmens möglichen Formen ist die obige Unterscheidung systematischer und akzidenteller Bestimmungen von Bedeutung. Und zwar ist zu beachten, daß hier die Raumwerte als akzidentelle Bestimmungen auftreten. In der Tat wird ja nicht angenommen, daß an jedem Orte zu jeder Zeit auch irgend ein Körper vorhanden sein muß. Im Gegenteil bringt es schon die notwendig begrenzte Zahl der singulären Symbole mit sich, daß in die Gesamtheit von Sätzen, die das Wirklichkeits-Verhalten für einen Zeitpunkt erschöpfend darstellen, nur eine begrenzte Zahl von Ortswerten eingeht. Und so wer-

den wir auch, um zu einer erschöpfenden Wirklichkeits-Darstellung zu gelangen, nicht nach dem Verhalten an jedem Orte zu fragen haben. Dagegen ist nicht ganz ohne weiteres zu übersehen, was hier den vorhin erwähnten systematischen Bestimmungen entsprechen würde. Und wir kommen hiermit auf eine Frage von besonderer Bedeutung. Zunächst wird davon als selbstverständlich auszugehen sein, daß, um das Wirklichkeits-Verhalten eines einzelnen Zeitpunktes erschöpfend anzugeben, für die sämtlichen dabei auftretenden Symbole die ihnen zukommenden akzidentellen Bestimmungen, mit anderen Worten für alle in dem betr. Zeitpunkt existierenden Körper ihre Orte anzugeben wären. Es kann nun aber weiter gefragt werden, ob die Beschreibung des Wirklichkeits-Verhaltens für irgend einen Zeitpunkt stets die sämtlichen überhaupt vorkommenden Symbole umfassen muß. Ist dies der Fall, so würde dies bedeuten, daß die Wirklichkeit stets dieselbe Summe von Körpern als existierend aufweisen muß, nichts Anderes also, als was uns, unter anderem Gesichtspunkt betrachtet, als die Unzerstörbarkeit der Substanz geläufig ist. Es erhebt sich also die Frage, ob hierin für die uns beschäftigende Form des Wirklichkeits-Denkens eine unerläßliche Forderung zu erblicken ist. Wäre dies der Fall, so würden wir der Unzerstörbarkeit der Substanz in gewissem Sinne eine A-priori-Gültigkeit zuschreiben können, freilich nur unter der Voraussetzung oder für den Fall, daß unser Wirklichkeits-Denken überhaupt von dieser, an den Substanzbegriff geknüpften Form ist. Da diese Frage hier unter rein formalen Gesichtspunkten erwogen werden muß, so haben wir hier wiederum einen Fall der schon mehrfach bemerkten Erscheinung, daß ein ursprünglich in metaphysischem Sinne aufgefaßtes und umstrittenes Problem uns auf ein mehr oder weniger ähnliches, aber doch streng zu unterscheidendes von rein formaler Bedeutung führt. In der Tat zeigt sich nun leicht, daß diese individuelle Permanenz auf Grund rein formaler Verhältnisse in gewissem Sinne gefordert werden kann, insofern nämlich, als nur so die Wirklichkeits-Vorstellung gewissen leicht angebbaren formalen Forderungen genügt. Denkbar wäre freilich eine Form, bei der ein bestimmtes Symbol nur in den Real-Urteilen figurierte, die gewisse Zeitpunkte betreffen, in die auf andere Zeiten bezüglichen Aussagen dagegen nicht einginge. Wäre jedoch dies der Fall, so würde unser ganzes Wirklichkeits-Denken, wie man kurz sagen kann, Unstetigkeiten aufweisen. Solche Unstetigkeiten sind nun aber mindestens mit einer ganz befriedigenden Darstellung der Gesetze des Geschehens nicht vereinbar. Soll, wie wir diese Aufgabe formuliert hatten, die in jedem Zeitpunkt stattfindende Aenderung als Funktion des im gleichen Zeitpunkt bestehenden Verhaltens in allgemeiner Weise angegeben werden, so wird dem stetigen Ablaufe der Zeit eine stetige Veränderung aller in das Verhalten eingehenden Bestimmungen entsprechen müssen. Das sprungweise Ein- oder Austreten einzelner

Symbole wird ausgeschlossen sein. Die Unzerstörbarkeit der Substanz kann also in der Tat als ein unerläßliches Merkmal eines Wirklichkeits-Denkens in Anspruch genommen werden, allerdings selbstverständlich nur eines solchen, das überhaupt auf diesen (atomistischen) Substanzbegriff aufgebaut ist, überdies, wie auch betont werden muß, unter der weiteren Voraussetzung einer idealen mathematischen Formulierung, und endlich, wovon schon an früherer Stelle [1]) die Rede war, nur in diesem formalen, nicht aber in dem weiteren empirischen Sinne, in dem wir wohl von der Unzerstörbarkeit der Substanz zu sprechen gewohnt sind.

Hiernach erhalten wir als Form eines neben stetigen Größen auch Symbole von individueller Bedeutung führenden Wirklichkeits-Denkens zunächst die, daß die Symbole und die Zeit als systematische, die räumlichen Koordinaten als akzidentelle Bestimmungen auftreten. Jedes Real-Urteil würde einem symbolisch bezeichneten Gegenstand zu irgend einer Zeit einen Ort zuschreiben; eine erschöpfende Wirklichkeits-Beschreibung aber müßte den Ort jedes Körpers in jedem Zeitpunkt aufführen. Diese Form ist es, die wir ein im engeren Sinn mechanisches Wirklichkeits-Denken nennen können. Auch werden wir sie wegen des Anschlusses an die uns von Haus aus gegebenen und schon durch unsere Wahrnehmungen vorbereiteten Auffassungen wiederum als eine nicht fiktive in Anspruch nehmen dürfen.

Die Frage, welche weiteren Formen etwa auf dieser Grundlage möglich, und wie sie in allgemeiner Weise zu charakterisieren sind, führt uns nicht mehr auf nennenswerte Schwierigkeiten. Die singulären Symbole könnten anstatt der räumlichen Bestimmungen oder neben diesen mit einer beliebigen Anzahl anderer thetisch verknüpft sein, die nach Maßgabe ihres formalen Eingehens in die Real-Urteile wiederum als akzidentelle zu bezeichnen wären. Diese Bestimmungen könnten (ganz ebenso wie es vorhin ausgeführt wurde) entweder von einander ganz unabhängig, oder aber durch eine Reihe von Beziehungen unter einander verknüpft sein. Gewohnten Vorstellungen noch ferner liegend, aber doch denkbar und logisch einwandfrei wären endlich auch Formen, in denen außer den individuellen Symbolen und der Zeit noch andere Bestimmungen als systematische auftreten.

Nachdem wir im Obigen eine allgemeine Uebersicht über die Formen mathematischen Wirklichkeits-Denkens gewonnen haben, bleibt es uns übrig, noch einige Fälle etwas spezieller ins Auge zu fassen, die in dieser oder jener Richtung eine ausgezeichnete Bedeutung besitzen. Vor allem ist dies die vorhin schon zum Ausgang genommene Vorstellung

---

[1]) Vgl. o. S. 136. So läßt sich namentlich aus der hier postulierten formalen Beschaffenheit des Wirklichkeits-Denkens die Unzerstörbarkeit der Substanz im Sinne einer Unveränderlichkeit der Gewichte keineswegs herleiten. Vielmehr kann diese, wie dort gezeigt, durchaus nur als erfahrungsmäßig gegebene Tatsache begründet werden.

eines den Raum stetig erfüllenden Mittels. Wir sind gewohnt, auf dieses die Bezeichnung des Stoffes, der Substanz anzuwenden; wir sprechen von Strömungen derselben und nehmen an, daß für diese überall eine bestimmte Richtung und Geschwindigkeit angegeben werden kann; wir sprechen von einer veränderlichen Dichte des Mittels und gehen davon aus, daß die Gesamtquantität sich als ein über den Raum erstrecktes Integral der Produkte aus Dichte und räumlichen Elementen darstellen werde, in dessen Konstanz wiederum die Unzerstörbarkeit der Substanz sich ausdrücken muß. All diese gewohnten Betrachtungen führen nun ohne Zweifel zunächst, wenn nicht auf Widersprüche, doch mindestens auf Dunkelheiten. Den Begriff des Stoffes haben wir zunächst mit den individuellen Symbolen identifiziert. Dürfen wir hier, wo diese fehlen, überhaupt noch von Substanz oder Masse sprechen? Dürfen wir die hier Platz greifenden Veränderungen noch Bewegungen, Strömungen nennen? Und fehlt es uns nicht an der theoretischen Grundlage für das, was wir die Dichte jenes den Raum erfüllenden Mittels nennen? Mir scheint zweifellos, daß man diese Bedenken als in gewissem Sinne berechtigt anerkennen muß. Mit dem Fallenlassen der individuellen Symbole ist der Begriff der Substanz in seiner strengen und völlig einwandfrei fixierten Bedeutung als desjenigen, was in individueller Identität den für verschiedene Zeitpunkte geltenden Wirklichkeits-Bezeichnungen gemeinsam ist, aufgegeben, und damit auch der Begriff der Bewegung [1]). Halten wir hieran fest, so wäre es doch voreilig, wenn man daraufhin die ganze Vorstellungsweise einer stetigen Raumerfüllung für unzulässig erklären wollte. Zunächst ist vielmehr zu beachten, daß sie lediglich einer gewissen Umdeutung und veränderten Auffassung bedarf, um logisch einwandfrei zu werden. In der Tat steht natürlich nichts im Wege, die als Strömungsgeschwindigkeiten und als Dichte aufgefaßten Beträge lediglich als Werte fingierter akzidenteller Bestimmungen zu behandeln. Dabei würde dann nur zu beachten sein, daß die drei ersteren, ähnlich den räumlichen Koordinaten untereinander vergleichbar sind (ein Fall, der oben schon ausdrücklich als möglich in Betracht gezogen wurde). Und es würde ferner die bekannte Beziehung, die die Aenderungen der Dichte als Funktion der Strömungen angibt:

$$-\frac{ds}{dt} = s\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right)$$

als ein jene akzidentellen Bestimmungen betreffendes, nicht weiter deutbares Gesetz des Geschehens in Anspruch zu nehmen sein. Die ganze Wirklichkeits-Vorstellung würde sich daher als eine der vorhin besprochenen darstellen, in denen Raum und Zeit die systematischen Bestimmungen bilden und mit einer Anzahl durch besondere Beziehun-

[1]) Vgl. hierüber die feinen Betrachtungen von A. Fick, Ueber die stetige Raumerfüllung durch Masse. Ges. Schriften I. S. 188.

gen unter einander zusammenhängender akzidenteller Bestimmungen thetisch verknüpft sind.

Gleichwohl entbehrt es aber doch nicht der Berechtigung, wenn diese Auffassung uns nicht als ganz befriedigend erscheinen will. Wir müssen beachten, daß dem hier ins Auge gefaßten Fall eine ausgezeichnete Bedeutung zukommt, vermöge deren die in ihm benutzten Begriffe denjenigen einer der Menge nach unveränderlichen Substanz, einer Strömung usw. mindestens sehr nahe gerückt sind. Offenbar läßt sich die ganze Form als ein Grenzfall auffassen, dem wir uns immer mehr annähern, wenn wir uns die Zahl gleichartiger individueller Körper (im strengen Sinne) beliebig vermehrt denken. Je weiter wir in dieser Richtung gehen, um so mehr werden wir die Zahl der in der Raumeinheit vorhandenen oder der durch den Querschnitt gehenden Körper als für jedes kleinste Raumelement angebbare Größen betrachten dürfen. Mag man daher auch zugeben, daß die Vorstellung einer stetigen Raumerfüllung mit wechselnder Dichte derjenigen idealen Form, auf die uns unsere sinnlichen Wahrnehmungen und ihre direkte Verwertung führen, und die wir im strengsten Sinne eine mechanische nennen können, nicht mehr vollkommen entspricht, so läßt sich doch anderseits nicht bestreiten, daß sie ihr in mancher Hinsicht noch besonders nahe steht. Und es dürfte sich aus diesem Grunde wohl empfehlen, auch sie noch als ein mechanisches Wirklichkeits-Denken gelten zu lassen, und namentlich auch für sie noch die Ausdrücke des Stoffes oder der Substanz, der Dichte, der Strömung usw. in Anwendung zu bringen.

Besonders eigenartig gestalten sich die Verhältnisse für mathematische Formen, die sich denen eines stofflich-mechanischen Geschehens zwar auch noch teilweise, aber noch weniger vollständig anschließen als die Bewegungsgleichungen eines den Raum stetig erfüllenden elastischen Mittels. Ein Fall dieser Art ist durch die Strahlungsvorgänge gegeben. Wir können uns diese nach Maxwell als Zustandsänderungen in einem stoffähnlichen Substrate, dem Lichtäther denken, wobei jedoch nur Erscheinungen der Spannung und unendlich kleine Verschiebungen, aber keine Dichte-Veränderungen anzunehmen sind. Hier wird sich die Frage erheben, ob die Zusammenhänge mit denen eines stofflichen Geschehens noch Aehnlichkeit genug besitzen, um sie in dieser Form aufzufassen und zu bezeichnen, oder ob es ratsamer ist, hiervon ganz abzusehen und gewisse mathematische Bestimmungen des Raumes in der vorhin allgemein charakterisierten Weise der Betrachtung zugrunde zu legen. Hierbei würde denn z. B. die Ausbreitung des Lichtes als ein Vorgang im absolut leeren Raum sich darstellen. Eine bestimmte Entscheidung läßt diese Frage wohl nicht zu, und es ist wichtig, darüber im Klaren zu sein, daß es sich in der Tat nur um eine nach Gesichtspunkten der Zweckmäßigkeit, Anschaulichkeit usw. zu treffende Wahl zwischen verschiedenen Darstellungen handelt, nicht aber um die

Frage, ob das eine oder andere Verhalten das objektiv verwirklichte, die eine oder andere Darstellung die schlechthin richtige ist [1]).

Aehnliche Fragen können sich, wie hier endlich noch vorgreifend erwähnt sei (wir kommen im folgenden Kapitel darauf zurück), auch für den Begriff der Energie erheben. Wir können eine Art des Wirklichkeits-Denkens in Betracht ziehen, in der dieser in seiner eigentlichen und ursprünglichen, an den Stoffbegriff geknüpften Bedeutung keinen Platz fände, vielmehr das reale Verhalten als eine Reihe akzidenteller Bestimmungen des Raumes sich darstellte. Dabei könnten jedoch zwischen diesen Bestimmungen gewisse Beziehungen bestehen, denen zufolge die Gesetze des Geschehens in manchen Hinsichten mit den uns geläufigen Energiegesetzen übereinstimmten. Ob man ein solches Wirklichkeits-Denken ein energetisches nennen und den Begriff der Energie in diesem Sinne erweitern soll, würde ebenfalls Sache eines nicht wohl diskutierbaren Ermessens sein.

Wenn der obige Ueberblick erkennen läßt, wie groß die Mannigfaltigkeit von Formen des Wirklichkeits-Denkens ist, die sich aus mathematischen Begriffen bilden lassen, und die unter logischem Gesichtspunkt als zulässig und einwandfrei zu bezeichnen sind, so ist dies hauptsächlich deswegen von Interesse, weil sich gegenwärtig noch in keiner Weise übersehen läßt, welche jener Formen geeignet sein wird, uns ein ganz befriedigendes Verständnis der Wirklichkeit zu ermöglichen. Auch die weitschauenden Ueberlegungen hervorragender Vertreter der theoretischen Physik haben dazu geführt, dies als unentschieden und z. Z. unentscheidbar in suspenso zu lassen. Mit Recht ist dabei betont worden, daß gewisse Formen sich sehr wohl zu einer partiellen oder provisorischen Darstellung eignen können, was nicht ausschließt, daß sie später durch andere zu ersetzen sind, und daß es daher methodisch verkehrt wäre, in erster Linie nach der ganz allgemeinen und endgültigen Form des Wirklichkeits-Denkens zu fragen oder sie zu suchen. Vielmehr ist es ratsam, eine Form, die sich irgendwo als geeignet erweist, zunächst festzuhalten und zu sehen, wie weit man mit ihr gelangt.

Vierter Anhang.

Das Energie-Prinzip.

Der Satz von der Erhaltung der Energie ist teils wegen seiner weittragenden Bedeutung, teils durch die eigenartige Natur seines Inhalts und, was damit zusammenhängt, durch die mannigfachen Wand-

[1]) Uebrigens kommt es dabei z. T. auch auf gewisse Besonderheiten in der Gestaltung der Erscheinungen selbst an, die wir in anderem Zusammenhange noch zu berühren haben. Es wird daher dort auf die Frage der Existenz des Lichtäthers noch kurz zurückzukommen sein.

lungen und Schwankungen seiner Auffassung mit einer Reihe von Fragen verknüpft, die auch unter rein logischen Gesichtspunkten von hohem Interesse sind. Einige dieser Punkte haben wir in unserer obigen Darstellung kurz zu berühren Anlaß gehabt. Eine etwas genauere und vollständigere Besprechung des Gegenstandes soll, worauf dort hingewiesen wurde, hier im Zusammenhange gegeben werden. Gleich zu Anfang stoßen wir dabei auf die Schwierigkeit, daß wir keine Formulierung des Satzes besitzen, die in allgemeiner Einstimmigkeit als die zutreffende und maßgebende anerkannt wäre. Indem wir uns vorbehalten, auf das logische Verhältnis und die Vorzüge anderer, prinzipiell abweichender Darstellungen später einzugehen, wollen wir hier diejenige zum Ausgangspunkt nehmen, die z. Z. wohl von den meisten Vertretern der theoretischen Physik akzeptiert oder bevorzugt wird, und die, wie wir sehen werden, in der Tat in gewissen Hinsichten zweifellos die bedeutsamste ist. Es ist diejenige, die an den Begriff der mechanischen Arbeit anknüpft. Sie ist von Planck zu einer vorzugsweise präzisen und befriedigenden Formulierung entwickelt worden, der wir uns hier anschließen wollen. Sie lautet [1]): „Der in mechanischen Arbeitseinheiten gemessene Betrag aller Wirkungen, welche ein materielles System in seiner äußeren Umgebung hervorbringt, wenn es aus einem bestimmten Zustande auf beliebige Weise in einen nach Willkür fixierten Nullzustand übergeht, hat einen eindeutigen Wert, ist also unabhängig von der Art des Ueberganges.“ Diese Forderung schließt offenbar ein, daß, wenn das System aus einem beliebigen Zustande in genau den gleichen Zustand wieder zurückkehrt, der Gesamtbetrag der hervorgebrachten Wirkungen gleich Null ist, was die Unmöglichkeit des perpetuum mobile bedeutet.

An einem Naturgesetz dieses Inhalts bemerken wir eine Anzahl von Besonderheiten, die unter logischen Gesichtspunkten auffällig erscheinen und besondere Beachtung verdienen. Die eine ist die außerordentlich weitgehende Verallgemeinerung: der Satz wird ausgesprochen als gültig für alle Arten von Vorgängen, welcher Art sie auch immer sein mögen. Von noch größerem Interesse ist jedoch ein anderer Punkt. Offenbar bezeichnet ja das Prinzip kein Gesetz des Geschehens in dem Sinne, wie wir diese früher als endgültige Bestandteile einer geordneten Wirklichkeits-Vorstellung kennen gelernt haben. Es ist nicht von der Form, daß es ein jeweiliges Geschehen als Funktion des im gleichen Augenblicke gegebenen Verhaltens angäbe. Vielmehr werden wir das, was das Prinzip besagt, als ein Ergebnis solcher Gesetze aufzufassen haben. So können wir denn fragen, welcher Art die Gesetze des Geschehens sein müssen, damit sich aus ihnen das Energie-Prinzip ergibt [2]), oder welche Schlüsse wir aus seiner Geltung auf die Gesetze

[1]) Planck, Das Prinzip der Erhaltung der Energie. 3. Aufl. S. 111. 1913.

[2]) In der Tat kann man sich leicht klar machen, daß das Energie-Prinzip gewisse Gestaltungen solcher Gesetze ausschließt. Ein solcher, dem Prinzip der Erhaltung

des Geschehens ziehen können. Diese Frage aber entzieht sich gegenwärtig einer sichern Beurteilung[1]).

Mit der eigenartigen Natur des Inhalts steht in genauem Zusammenhange auch die Art, wie die tatsächliche Richtigkeit des Prinzips erwiesen oder wahrscheinlich gemacht werden kann. Wenn auch darüber kein Zweifel besteht, daß wir es mit einem aus der Erfahrung sich ergebenden und auf Beobachtungen gestützten Satze zu tun haben, so läßt sich doch, namentlich wenn wir an die vorhin schon betonte universelle Allgemeinheit denken, nicht verkennen, daß seine empirische Begründung eine eigenartige ist. Es ist nicht sowohl die häufige Wiederholung ähnlicher oder genau übereinstimmender Zusammenhänge, die uns berechtigt, in der gewöhnlichen Form induktiver Verallgemeinerung sie für gesetzmäßig fixiert zu halten. Vielmehr ist es das durchgängige Scheitern der Versuche, ein ganz bestimmtes, uns aus besonderen Gründen interessierendes Geschehen herbeizuführen, was uns veranlaßt, es für prinzipiell unmöglich, d. h. durch die Gesetze des Geschehens ausgeschlossen zu halten. — Sicherlich kommt hierbei noch ein besonderer Umstand in Betracht. Wie an früherer Stelle besprochen, können wir die Wahrscheinlichkeiten allgemeiner Sätze, namentlich auch der Naturgesetze in höchstem und endgültigem Sinne nicht nach einem festen Prinzip bewerten. Es läßt sich jedoch nicht bestreiten, daß, wie das schon der alte Satz „Simplex sigillum veri" zum Ausdruck bringt, jede Aufstellung, der ein besonders hohes Maß von Einfachheit und Allgemeinheit zukommt, eben hierdurch auch vorzugsweise einleuchtend und überzeugend wird. Man wird nicht verkennen können, daß dies für das Energie-Prinzip in ausgesprochenster Weise zutrifft. Daß „die Erzeugung von Arbeit aus Nichts" durch die allgemeine Natur der Wirklichkeits-Gesetze ausgeschlossen sei, diese Anschauung hat unzweifelhaft etwas unmittelbar Einleuchtendes; und wir können das anerkennen, auch wenn wir ganz im Klaren darüber sind, daß sie sich nicht aus den Bedingungen unseres Wirklichkeits-Erkennens herleiten läßt, ihr also nicht etwa eine A-priori-Geltung zugeschrieben werden kann.

der Energie widersprechender Fall wäre z. B. der, daß die von der Erde auf einen fallenden Körper ausgeübte Anziehungs-Kraft nicht allein von dem Orte, sondern auch von der jeweiligen Geschwindigkeit des Körpers abhängig wäre. Wenn sie z. B. bei aufwärts gerichteter Bewegung kleiner als bei abwärts gerichteter wäre, so könnten wir einen Körper eine gewisse Strecke frei fallen lassen, alsdann etwa durch Aufprallen auf eine elastische Platte die absteigende in aufsteigende Geschwindigkeit umwandeln, und der Körper würde dann, weil die Anziehungskräfte beim Aufsteigen geringer sind, die Ausgangshöhe noch mit Abgabe eines gewissen Energie-Quantums an ein anderes System wieder erreichen können.

[1]) Ein Versuch in dieser Richtung ist nur einmal, nämlich von Helmholtz gemacht worden. Er zeigte in seiner Abhandlung „Ueber die Erhaltung der Kraft" 1847, daß das Prinzip aus einer bestimmten Annahme in Bezug auf alle in der Natur vorkommenden Kräfte hergeleitet werden könne, und wär jedenfalls geneigt, eben hierin die Erklärung des Prinzips zu suchen. Ob indessen jene Annahme sich als zutreffend und durchführbar erweisen wird, muß jedenfalls z. Z. als zweifelhaft bezeichnet werden.

Die angeführten Verhältnisse würden genügen, um das Energie-Gesetz als einen durch mancherlei Eigentümlichkeiten ausgezeichneten und darum vorzugsweise interessanten Satz zu kennzeichnen. Erwägen wir jedoch die Bedeutung, die ihm in der Entwicklung physikalischen Wissens zugekommen ist und noch zukommt, so stoßen wir auf einen weiteren Punkt ganz anderer Art. Die große Fruchtbarkeit des Prinzips läßt sich aus seinem in der obigen Weise formulierten positiven Inhalt nicht verständlich machen, sondern beruht auf gewissen weiter hinzukommenden Umständen. Gehen wir davon aus, daß jeder Zustand eines Systems eine eindeutig bestimmte Energie-Menge repräsentiert, so kann sogleich gefragt werden, wie diese Energie-Menge als Funktion der gesamten gegebenen Verhaltungsweisen bestimmt ist. Die Erfahrung scheint nun zu lehren, daß diese Energie-Werte in verhältnismäßig einfachen Formen angegeben werden können. Sie macht vor allem wahrscheinlich, daß für verschiedene Formen das gegeben ist, was wir als eine Superponierbarkeit bezeichnen, d. h. daß wir eine Reihe verschiedener Energie-Formen zu unterscheiden haben, deren jede unabhängig als Funktion des realen Verhaltens ausgedrückt werden kann, und durch deren additive Zusammenfügung der gesamte Energie-Inhalt dargestellt werden würde[1]). So können wir denn sehr viele, vielleicht alle in der Natur ablaufenden Vorgänge als Wandlungen einer Energie-Form in eine andere beschreiben. Und so kommt es, daß sehr vielfach, ganz unabhängig von erschöpfenden oder endgültig formulierten Gesetzen des Geschehens, gerade die Frage, welche Energie-Werte dieses oder jenes Verhalten repräsentiert, oder welche Energie-Formen erzeugt werden, wenn bei einem Vorgange eine Form verschwindet, auf Untersuchungen von größter Bedeutung und Fruchtbarkeit führt.

Betrachtet man diese ganze Seite der Bedeutung unseres Prinzips im Vergleich mit der zuerst formulierten, so bemerkt man, wie gesagt, daß sie von anderer Art ist. Wir sind nicht in der Lage, jener eine ähnlich bestimmte Aussage über das Wirklichkeits-Verhalten hinzuzufügen. Wir können vielmehr dieser weiteren Bedeutung gemäß das Prinzip ein heuristisches nennen, das uns für die Auffindung der etwas Positives besagenden Naturgesetze den Weg weist. Wollen wir diese in ihm gelegene Anleitung noch genauer bezeichnen,

[1]) Auf der stillschweigenden Annahme einer solchen Superponierbarkeit beruht auch die übliche Definition der Energie als „alles dessen, woraus oder durch dessen Umwandlung mechanische Arbeit gewonnen werden kann". Bringen wir die hier zum Ausgang genommene Plancksche Formulierung des Prinzips in die Form einer Definition der Energie, so wird sie lauten, daß die Energie eine Funktion des realen Verhaltens ist, deren Unterschiede für zwei Zustände eines Systems die Arbeit eindeutig bestimmen, die beim Uebergange aus dem einen in den andern nach außen abgegeben wird. Indem wir von einer Mehrzahl von Energien reden, deren jede durch ihre Umwandelbarkeit in mechanische Arbeit charakterisiert sein soll, nehmen wir bereits an, daß die Gesamt-Energie sich aus einer Anzahl unabhängig angebbarer Posten zusammensetzt.

so wäre zu sagen, daß es für eine Reihe von Wirklichkeits-Gesetzen eine bestimmte Form vorzeichnet, die nämlich, daß eine Anzahl als Funktionen des realen Verhaltens zu definierender Beträge zusammen eine dauernd konstant bleibende Summe bilden. Hier versteht sich, daß das Prinzip seinen positiven Inhalt erst dadurch erhält, daß wir die einzelnen Energie-Formen kennen lernen, namentlich die quantitativen Bewertungen, bei denen sich die vom Prinzip geforderte mathematische Konstanz der Summe herausstellt.

Diese Bedeutung des Energie-Prinzips ist um so größer, als sie sich nicht auf ein mechanisches Wirklichkeits-Denken beschränkt, sondern auch auf beliebige andere Formen mit erstreckt, die etwa an dessen Stelle treten oder zu ihm hinzukommen. Es ist hier zunächst an diejenigen Teile der Naturbeschreibung zu erinnern, deren endgültige Formen wir gegenwärtig noch nicht zu übersehen in der Lage sind. Es sind dies diejenigen, die wir etwa mit Planck als Elektrodynamik (im weitesten Sinne des Wortes) oder als Physik des Aethers der Mechanik oder Physik der Materie gegenüberstellen können [1]). Die gleichen Verhältnisse sind aber namentlich auch von Interesse im Hinblick auf die früher eingehend erörterte und als logisch einwandfrei dargetane Form des Wirklichkeits-Denkens, die dem in mechanischer oder überhaupt mathematischer Form Gedachten das Psychische als etwas Andersartiges und Selbständiges gegenüberstellt und in den Gesetzen des Geschehens diese beiden Teile ineinander greifen läßt. Offenbar steht nichts der Annahme im Wege, daß auch diese Gesetze von einer Art sind, derzufolge sie das Prinzip der Erhaltung der Energie ergeben, daß dieses sich also als tatsächlich allgemein gültig erweist. Nicht allein könnte es überall da für die materiellen Vorgänge gelten, wo die psychischen Erscheinungen nicht ins Spiel kommen; sondern es erscheint an sich auch denkbar, daß psychische Zustände nach Maßgabe der Art, wie sie auf das materielle Geschehen einwirken oder von ihnen hervorgerufen werden, bestimmte Energie-Quanta repräsentieren.

Es ist nicht ohne Interesse, abweichend von dem zunächst eingeschlagenen Wege eine Auffassung des Prinzips in Betracht zu ziehen, die diese ganz allgemeine Formulierung an die Spitze stellt. Bei allen Vorgängen in der Natur, könnte man sagen, bleibt die Summe der Energie konstant, überall findet nur eine quantitative Umwandlung einer Form in eine andere statt. Und man könnte wohl meinen, hiermit eine viel klarere, einfachere und elegantere Formulierung gefunden zu haben, als die an spezielle Voraussetzungen geknüpfte und verklausulierte, von der wir (mit Planck) ausgingen. Allein man muß beachten, daß eine solche ganz allgemeine Formulierung uns zunächst etwas Greifbares überhaupt noch nicht lehrt. Alles kommt darauf an,

[1]) Vgl. Planck, Die Einheit des physikalischen Weltbildes. Leipzig. 1909. S. 8.

welche Funktion der verschiedenen realen Verhaltungsweisen die einzelnen Energie-Formen darstellen. So ist es z. B. von ganz entscheidender Bedeutung, welche Funktionen des realen Verhaltens als potentielle Energie bezeichnet und in Rechnung gebracht werden. Machen wir in dieser Hinsicht gar keine Voraussetzung, so genügt der Satz nicht einmal, um Fälle auszuschließen, die sich als ein typisches perpetuum mobile charakterisieren würden. Die an den Begriff der mechanischen Arbeit anknüpfende Formulierung stellt also, wie man unter diesem Gesichtspunkt sagen kann, einen ersten und allerdings bereits sehr bedeutungsvollen Schritt in der Ausfüllung jenes allgemeinen Rahmens dar.

Wir sind, wie ich glaube, hier an dem Punkte angelangt, von dem aus sich Vorteile und Wert der verschiedenen Formulierungen des Prinzips am besten übersehen und vergleichen lassen. Legt man Wert darauf, den Satz in einer Form auszusprechen, in der er etwas direkt Erfahrbares oder Wahrzunehmendes aussagt, so wird man bei dem gegenwärtigen Stande unseres Wissens auf die erstere Formulierung gelangen [1]). Wer dagegen die ganze Bedeutung des Prinzips, die fördernde und befruchtende Wirkung, die es im Gange unseres fortschreitenden Wirklichkeits-Erkennens ausgeübt hat und noch ausübt, in vollem Maße zum Ausdruck bringen will, der wird mit Recht die zuletzt behandelte Formulierung vorziehen, bei der die Konstanz einer Summe behauptet wird, deren einzelne Posten erst zu suchen und zu bestimmen sind.

Es ist nun gerade die letztere Auffassung, die eine Reihe prinzipieller Fragen über Natur und Bedeutung des Energie-Begriffes nahe legt, Fragen, denen nachzugehen hier in erster Linie zu unserer Aufgabe gehört. Bei diesen Erörterungen wollen wir zunächst von der auch der historischen Entwicklung des Energie-Begriffes entsprechenden Voraussetzung ausgehen, daß unser Wirklichkeits-Denken in letzter Instanz auf andere Begriffe zurückzugehen haben wird, die das reale Verhalten in endgültiger und eindeutiger Weise zu bezeichnen geeignet sind. Halten wir an dieser Anschauung fest, so ist überall die Energie als Funktion des in anderen Begriffen gedachten Wirklichkeits-Verhaltens zu bezeichnen. Sie ist daher ein Hilfsbegriff, der, wie sehr er auch die Darstellung vereinfachen und die Untersuchung erleichtern mag, doch prinzipiell entbehrlich ist. Denkbar erscheint eine erschöpfende

[1]) Der Wert dieser Darstellung wird dabei, wenigstens scheinbar, durch einen besonderen Umstand noch erhöht. Der Begriff der mechanischen Arbeit geht zwar streng genommen auf den der Kraft, also auch auf theoretische Elemente zurück. Aber, wie dies an früherer Stelle besprochen wurde (S. 123 und 462), gehört auch die zur Hervorbringung gewisser Veränderungen aufzuwendende Kraft und somit auch die dabei geleistete Arbeit zu denjenigen Punkten objektiven Verhaltens, die in gewissem Sinne als direkt wahrnehmbar betrachtet werden können. Und so gewinnt denn auch die auf die Arbeit zurückgehende Formulierung des Energie-Prinzips einen ganz unmittelbaren Anschluß an das Wahrnehmbare.

Darstellung der Wirklichkeit und insbesondere auch der Gesetze des Geschehens, die auf den Energie-Begriff ganz verzichtete, ihn überhaupt gar nicht erwähnte. Der Begriff der Energie wäre ein abgeleiteter, wie das im Grunde auch schon darin zum Ausdruck kommt, daß wir ihn, auf jene endgültigen Elemente zurückgehend, zu definieren haben.

Dieser Umstand würde ja nun nicht ausschließen, daß dem Begriffe der Energie doch in mancher Hinsicht eine besondere und eigenartige Bedeutung zukäme. Und eine solche schien sich ja von Anfang an gerade daraus zu ergeben, daß die Energie etwas darstellen sollte, was sich bei den Wandlungen einer in andere Formen in konstanter Gesamtmenge erhält. Das Gesetz der Erhaltung der Energie trat dadurch in eine unmittelbar auffällige Analogie zu dem von der „Konstanz der Massen", und es war nahe gelegt, von einer Unzerstörbarkeit einerseits des Stoffes, anderseits der Energie zu sprechen. Man braucht nur noch einen Schritt weiter zu gehen, um, wie dies von Ostwald geschieht, auch für die Energie die Bezeichnung als Substanz in Anspruch zu nehmen [1]. — Beginnen wir eine Prüfung dieser Anschauungen mit dem zuletzt erwähnten Punkte, so können wir an das anknüpfen, was im vorigen Kapitel über den Substanzbegriff in einem rein formalen Sinne entwickelt wurde. Er bezeichnet, wie wir sahen, das, was den die verschiedenen Zeitpunkte betreffenden Wirklichkeits-Darstellungen in individueller Identität gemeinsam ist. Auch wurde dort schon darauf hingewiesen, daß eben dies auch die ursprüngliche, immer festgehaltene und in erster Linie betonte Bedeutung des Substanzbegriffes darstellt. Fügen wir noch hinzu, daß der Begriff der Substanz in diesem Sinne auch einen eminent wichtigen und durchaus unentbehrlichen Begriff der formalen Logik darstellt, so leuchtet ein, daß es völlig unzutreffend sein würde, die Energie als eine Substanz zu betrachten, oder daß es mindestens durchaus unratsam erscheint, den Begriff der Substanz in dem Sinne zu modifizieren, daß wir ihm auch die Energie einreihen könnten. Nicht die quantitative Konstanz sondern die individuelle Permanenz ist das entscheidende Merkmal des Substanzbegriffes in demjenigen Sinne, der sich von Haus aus entwickelt hat, und den festzuhalten wir auch sehr gegründeten Anlaß besitzen.

Mit dieser Erwägung entfällt ja nun natürlich nicht ohne weiteres die Bedeutung der vorhin erwähnten Parallelisierung; sie stellt sich nur erheblich anders dar. Die Energie und die Materie lassen sich nicht dem nämlichen formal charakterisierten Begriffe unterordnen; wohl aber läßt sich für beide ein formal ähnliches Gesetz des Geschehens aussprechen. Wir begegnen, anders ausgedrückt, der Tatsache, daß zwei solche Gesetze sich in ähnlicher Weise formulieren lassen, so nämlich, daß in beiden Fällen eine dauernde Konstanz behauptet wird.

[1]) S. z. B. Ostwald, Grundriß der Naturphilosophie. Leipzig, Reclam. 1908. S. 142.

Die dieser Aehnlichkeit etwa beizumessende Bedeutung vermindert sich jedoch schon dadurch, daß anderseits zwischen den beiden Fällen ein großer Unterschied besteht. Er springt in die Augen, wenn wir erwägen, was einerseits die Konstanz der Gewichte, anderseits die der Energie bedeutet. Man bemerkt, daß im ersten Falle etwas, was wir theoretisch einheitlich definieren können, oder auch etwas unmittelbar Beobachtbares als zeitlich konstant ausgesagt wird. Wir behaupten, daß die von der Erde auf irgend ein Massenteilchen ausgeübte Anziehungskraft unveränderlich sei, ferner auch daß die gesamte auf eine Vielzahl von Massenteilchen ausgeübte Anziehung immer die gleiche bleibe, insbesondere durch deren wechselnde chemische Gruppierung sich nicht ändert. — Ganz anders beim Energie-Gesetz. Nehmen wir an, eine fortschreitende Erkenntnis hätte uns dazu geführt, die sämtlichen Formen der Energie kennen zu lernen, d. h. ihre Werte in andern, teils jedenfalls mechanischen, teils vielleicht auch nicht mechanischen Begriffen zu definieren. Der Satz von der Erhaltung der Energie würde alsdann die Konstanz einer aus einer Reihe verschiedenartiger Posten zusammengesetzten Summe bedeuten, so z. B. unter einfachsten mechanischen Bedingungen die kinetische und die als Funktion der Anordnung definierte potentielle Energie enthalten. Hier ist es also nichts einheitlich Angebbares, was dauernd unverändert bleibt. Vielmehr müssen wir beachten, daß wenn wir jene verschiedenartigen, sich zu einer konstanten Summe ergänzenden Posten mit einem einheitlichen Namen bezeichnen und jene Konstanz eine Unzerstörbarkeit nennen, sich darin eine ganz bestimmte mathematische Betrachtungsweise verkörpert, die sich als eine besonders einfache, anschauliche, für die Rechnung handliche empfehlen kann, die aber doch immer mehr oder weniger willkürlich und nicht mit irgend einer Notwendigkeit festgelegt ist. Ueber die Berechtigung, hier von einer Unzerstörbarkeit zu sprechen, über den Wert, den man auf die formale Aehnlichkeit mit dem Satz von der Konstanz der Gewichte legen will, wird sich füglich nicht streiten lassen. Aber es erscheint doch wohl am zutreffendsten, wenn wir, wie es schon früher ausgedrückt wurde, von einem ästhetisch-formalen Interesse reden, das sich zu einer schärferen logischen Bedeutung nicht verdichten läßt. Vor allem muß betont werden, daß durch eine solche Bezeichnung und Betrachtungsweise unser Wissen in keiner Weise vermehrt wird. Jene in der Form einer Summen-Konstanz ausgedrückten Sätze haben ihre ganz bestimmte Bedeutung, sie besagen etwas in Bezug auf das uns Erfahrbare gemäß den allgemeinen Prinzipien des objektiven Wirklichkeits-Denkens. Nennen wir jene Posten verschiedene Formen eines realiter existierenden und unzerstörbaren Wesens, so wird sich damit die Summe dessen, was jene Sätze an Erfahrbarem bedeuten, in keiner Weise ändern. Und sind wir der Meinung, durch den Einblick in die reale Natur der Energie unser Wissen vermehrt, ein Wirk-

lichkeits-Verhalten von unmittelbarer Bedeutung erfaßt zu haben, so täuschen wir uns über die fundamentalen logischen Verhältnisse alles Wirklichkeits-Denkens und bewegen uns in der ausgesprochensten Weise auf dem Boden eines naiven Realismus.

Es bleibt uns übrig zu prüfen, ob unter irgend welchen besonderen Voraussetzungen sich für den Energie-Begriff eine andersartige oder weitergehende als die im Bisherigen dargelegte Bedeutung ergeben könnte. Waren wir bisher von der Annahme ausgegangen, daß die Energie überall als Funktion gewisser anderer Begriffe zu definieren sein werde, die ihrerseits das endgültige Material unseres Wirklichkeits-Denkens darstellen, so kann vor allem die Frage aufgeworfen werden, ob nicht eine Wirklichkeits-Darstellung von der Form denkbar ist, daß die Energiewerte direkt und endgültig zur Bezeichnung des realen Verhaltens herangezogen werden. Wir können eine solche Form mit einem viel (wenn auch wohl nicht immer im gleichen Sinne) gebrauchten Ausdruck eine *energetische* nennen.

Fassen wir hier zunächst diejenigen Teile des Wirklichkeits-Denkens ins Auge, die bei der gegenwärtigen Auffassung durch den Stoffbegriff beherrscht werden, so hätten wir in erster Linie zu fragen, ob etwa eine Darstellung derselben möglich ist, die, unter Absehung von diesem, sich lediglich der Energiebegriffe bediente, eine energetische neben der materialen. Wir würden, falls sich dies so verhielte, es mit einem jener Fälle doppelter Darstellungs- oder Bezeichnungsweise zu tun haben, von denen früher die Rede war [1]). Prüft man diesen Gedanken des Genaueren, so sieht man, daß es vor allem darauf ankommen würde, ob wir ein Wirklichkeits-Verhalten unter ausschließlicher Benutzung von Energiebegriffen erschöpfend (eindeutig) beschreiben können. Da dies jedenfalls nur dann erreichbar sein wird, wenn wir den Energiebeträgen bestimmte Ortswerte zuschreiben können, so erhellt, daß eine solche Umwandlung nur in dem Falle angängig sein wird, daß die stoffliche Betrachtungsweise nicht zur Annahme von Fernkräften, sondern lediglich von Berührungskräften führt. Die Ersetzbarkeit eines stofflichen durch ein energetisches Wirklichkeits-Denken wird also von der besonderen Form des ersteren und insofern von der besonderen Gestaltung der Erfahrung abhängen. Die Frage, ob auf eine solche Möglichkeit zu rechnen ist, entzieht sich daher z. Z. einer sicheren Beantwortung, jedenfalls hier einer genaueren Erörterung. Doch ist es leicht und nicht ohne Interesse, sich die Formen, die eine solche energetische Darstellung voraussichtlich erhalten würde, in einigen Hinsichten klar zu machen. Es würde, wie gesagt, darauf ankommen, ob das Wirklichkeits-Verhalten als die räumliche Verteilung einer Anzahl von Energieformen, das Geschehen als eine Veränderung dieser Verteilung erschöpfend dargestellt werden kann. Soll nun eine solche Darstellung die Mannigfaltigkeiten des Verhaltens decken,

[1]) Vgl. o. S. 161.

die unser mechanisches Wirklichkeits-Denken auf Grund der Erfahrung tatsächlich aufweist, so müßten erstlich so viele Arten kinetischer Energie unterschieden werden, als wir jetzt Körperarten (chemische Elemente) unterscheiden. Entsprechend den verschiedenen *Richtungen* der Bewegung müßten ferner die kinetischen Energien nicht nur örtlich bestimmt (lokalisiert), sondern auch durch das Hinzutreten einer Bestimmung von der Art der Vektoren bezeichnet sein. Nach Maßgabe der Wechselwirkung verschiedener Körper müßten ferner sehr zahlreiche Formen potentieller Energie angenommen werden. Die Gesetze des Geschehens würden sich dann so darstellen, daß sich aus der jeweiligen örtlichen Verteilung sämtlicher Energie-Formen die gleichzeitig stattfindende Aenderung dieser Verteilung eindeutig ergäbe. Und diese Gesetze würden an die allgemeine Bestimmung gebunden sein, daß die Summe der vorhandenen Energie konstant bliebe. Es kann also wohl keinem Zweifel unterliegen, daß auch die energetischen Vorstellungen, wenn sie zu einer erschöpfenden Wirklichkeits-Darstellung herangezogen werden sollen, zu einer sehr beträchtlichen Komplikation entwickelt werden müssen. Und es kann von vornherein mindestens zweifelhaft erscheinen, ob ein formaler Vorzug die energetische Darstellungsform gegenüber der mechanischen empfehlen würde. Ja selbst wenn das der Fall sein sollte, werden wir wohl immer veranlaßt und auch berechtigt sein, die an den Stoffbegriff geknüpfte Form, wegen des unmittelbaren Anschlusses an das in unsern Wahrnehmungen Gegebene und Vorbereitete zu bevorzugen. Am wenigsten wäre es zulässig, die energetische Betrachtung als die tiefer gehende oder gar an sich richtige, als diejenige, die das wahrhaft Seiende erfaßt, voranzustellen.

Wir können noch einen Schritt weiter gehen und den Fall ins Auge fassen, daß wir etwa unter Benutzung des Stoffbegriffes und in der durch ihn vorgezeichneten Form zu einem befriedigenden Verständnis der Wirklichkeit gar nicht gelangten, dagegen das energetische Wirklichkeits-Denken uns die Erreichung dieses Zieles ermöglichte. Nach dem, was an früheren Stellen über die Zulässigkeit mannigfaltiger logischer Formen dargelegt worden ist, versteht sich von selbst, daß unter formal logischem Gesichtspunkte auch dieses Verhalten als ein denkbares in Betracht gezogen werden kann. Und wir werden nur mit einigen Worten eine Frage zu erledigen haben, die sich in einem solchen Falle allerdings erheben würde. Wenn wir den Begriff des im Raum Beweglichen und den mit ihm zusammenhängenden der Kraft ganz fallen lassen, somit auch der der mechanischen Arbeit entfällt, so werden wir, wie es scheint, doch fragen müssen, welche Berechtigung und welcher Anlaß dann überhaupt noch besteht, jenes sich unverändert erhaltende Quantum mit dem Namen der Energie zu bezeichnen. Ist nach hergebrachter Bedeutung der Begriff der Energie mit dem der Arbeitsleistung und somit

überhaupt mit den alten Grundbegriffen der Mechanik untrennbar verknüpft, so drängt sich die Frage auf, ob es dann nicht richtiger wäre, in dem hier ins Auge gefaßten Falle gar nicht mehr von Energie zu sprechen, sondern ein Wirklichkeits-Denken in frei ersonnenen Formen anzunehmen, die von der in unsern sinnlichen Wahrnehmungen gegebenen Vorbereitung ganz abgelöst wären. Wir würden dabei das, was zunächst als die räumliche Verteilung einer Anzahl von Energie-Formen aufgefaßt wurde, in der oben (S. 671) besprochenen Weise als eine Anzahl durch stetige Größen zu bezeichnender akzidenteller Bestimmungen des Raumes aufzufassen haben, zwischen denen gewisse allgemeine auch für die Gesetze des Geschehens maßgebende Beziehungen bestünden. Und wir hätten damit jedenfalls die allgemeinste, an keine besondere Auffassung gebundene Charakterisierung eines solchen Wirklichkeits-Denkens gegeben. — Die Frage nun, ob hier überhaupt noch von Energie zu sprechen, ein solches Wirklichkeits-Denken noch ein energetisches zu nennen ist, führt uns auf Erwägungen, die den im vorigen Kapitel (S. 677) bezüglich des Stoffbegriffes erwähnten ganz ähnlich sind. Man kann hier geltend machen, daß die mathematische Konstanz der aus einer Anzahl wechselnder Bestimmungen sich ergebenden Summe im Gegensatz zu der den Stoffbegriff charakterisierenden individuellen Permanenz ein ganz bestimmtes formales Kriterium darstellt. Ein Wirklichkeits-Denken, das durch das erstere Prinzip beherrscht wird, während das letztere in ihm keine Stelle fände, kann ein energetisches mindestens im Hinblick darauf genannt werden, daß eben jene mathematische Form uns zunächst am Energie-Begriff und mit Bezug auf ihn geläufig geworden ist. Ob man darin einen genügenden Anlaß für die Festhaltung dieser, ursprünglich doch ganz anders gemeinten und viel mehr bedeutenden Bezeichnung erblicken will, darüber wird sich fruchtbar nicht streiten lassen.

Noch etwas andere Gesichtspunkte ergeben sich für die Bedeutung eines energetischen Wirklichkeits-Denkens, wenn wir die psychischen Erscheinungen und die früher als Interpretation bezeichneten Beziehungen des als objektiv Gedachten zu dem subjektiv unmittelbar Gegebenen mit in Betracht ziehen. Es wird jedoch genügen, einen Fall zu besprechen, der in dieser Richtung von besonderem Interesse ist, da er geeignet erscheinen kann, nicht nur eine hohe Bedeutung des Energie-Begriffes herauszustellen, sondern zu lehren, daß gerade, indem wir ihn zur Grundlage unseres Wirklichkeits-Denkens machen, eine besonders wichtige Vertiefung desselben gewonnen werden kann. — Nehmen wir an, daß eine materiell-mechanische Auffassung der Natur uns auf eine dualistische Vorstellung führte, eine solche also, bei der die Gesamtheit des Wirklichen in das Materielle und das Psychische auseinanderfällt, und in den Gesetzen des Geschehens auch eine zwischen diesen beiden Teilen bestehende Wechselwirkung auftritt. Schon oben wurde die Möglichkeit erwähnt, daß dabei das Prinzip der Erhaltung der Energie in dem Sinne zuträfe, daß auch den psychischen Verhaltungsweisen irgend welche Energiewerte zugeschrieben würden. Denkbar wäre ja nun wohl weiter, daß auch die psychischen Zustände sich in energetischer Form, d. h. als das Auftreten bestimmter Quantitäten einer Reihe von Energie-Formen erschöpfend beschreiben ließen. Wäre dies der Fall, so würde sich die Möglichkeit bieten, das gesamte, Materielles und Psychisches umfassende Wirklichkeits-Verhalten in einheitlicher Bezeichnung als Energie-Formen und Energie-Umwandlungen darzustellen. Und es scheint besonders beachtenswert, daß hier gerade durch die Heranziehung des Energie-Begriffes eine solche einheitliche Darstellung erreicht wird, während bei der auf den Begriff des Stoffes aufgebauten Betrachtung die Auffassung des Wirklichen in dualistischer Weise auseinanderfiele.

Es ist wohl gerade dieser Gedanke, der neuerdings in gewissem Umfange zu einer seltsamen Ueberschätzung des Energie-Begriffes geführt hat, zu der Vorstellung, daß wir durch ihn zu einem grundsätzlich neuen und tieferen Verständnis aller Wirklichkeit gelangen. Es versteht sich aber, daß Betrachtungen dieser Art im höchsten Maße geeignet sind, uns durch transzendente Täuschungen irre zu führen, und es wird eines vorsichtigen Zurückgehens auf die allgemeine logische Natur unseres Erfahrungswissens bedürfen, um ihre Tragweite und damit die Bedeutung des Energie-Begriffes auf ihr richtiges Maß zurückzuführen. Vergegenwärtigt man sich die allgemeinen logischen Verhältnisse jedes Wirklichkeits-Denkens, so leuchtet zunächst ein, daß in dem hier angenommenen Falle eine Mehrzahl von Darstellungen sich ergibt, die zwar in ihrer Bezeichnungsweise sich unterscheiden, aber hinsichtlich dessen, was sie an Erfahrbarem bedeuten, völlig übereinstimmen und insofern durchaus äquivalent sind. Mögen wir das Psychische direkt als solches oder als Energie-Formen, und mögen wir das Nicht-Psychische stofflich oder energetisch denken, und mag danach die gesamte Wirklichkeits-Vorstellung eine einheitliche oder eine dualistische sein: was sie an Erfahrbarem besagen, ist für alle diese Darstellungen genau das Nämliche. Da überdies auch jede von ihnen der Anforderung eines gesetzmäßig geordneten Zusammenhanges genügt, so werden wir auch sie alle als in jedem Sinne gleichwertig in Anspruch nehmen müssen; und es ist im voraus selbstverständlich, daß keine sich inhaltlich von den andern unterscheidet, namentlich keine mehr enthält oder besagt als die andern.

Allgemein versteht sich ferner, daß die grundsätzlich unlösbaren, weil falsch gestellten Fragen auch hier eine Beantwortung nicht erfahren. Dies gilt namentlich von denjenigen, die sich auf das eigentliche Wesen des Nicht-Psychischen, auf das Verhältnis des Psychischen zu diesem objektiv Wirklichen oder zur Wirklichkeits-Gesamtheit beziehen. Und so erweist sich denn auch gerade jene besonders be-

achtete und betonte Meinung, die in der Energie das allem Wirklichen einheitlich zugrunde Liegende, das im höchsten Sinne Reale gefunden zu haben meint, als eine Täuschung. Wir müssen ihr gegenüber darauf hinweisen, daß wir nur unsere eigenen psychisch gegebenen Erlebnisse in einer endgültig sichern und zugleich auch unmittelbar verständlichen Weise beschreiben und urteilend aussagen können, daß dagegen unser ganzes, ein objektiv Wirkliches betreffendes Denken seine Bedeutung in dem findet, was es an Erlebbarem oder Erfahrbarem für uns bedeutet, nicht aber jenes objektiv Wirkliche seinem Wesen nach in einer von unserm Erkennen und Vorstellen unabhängigen Weise zu bezeichnen vermag. So kann man denn wohl zugeben, daß in dem hier angenommenen Falle die Gesamtheit unseres Denkens durch den Energie-Begriff eine formale Einheitlichkeit erhält. Aber wir unterliegen der Illusion eines naiven Realismus, wenn wir in der Energie den einheitlichen Kern alles Wirklichen aufgefunden zu haben glauben. Zwischen der unmittelbar und endgültig verständlichen Weise, in der wir unser eigenes Erleben bezeichnen können, und der vermittelten Bedeutung aller auf ein objektiv Wirkliches sich erstreckenden Aussagen bleibt auch hier ein unüberbrückbarer Unterschied. Das Wesen des letzteren in ähnlichem Sinne zu erfassen, wie uns das Psychische gegeben ist, bleibt auch hier unmöglich. Und so fehlt es uns auch an einem Begriffe, durch den wir das Verhältnis eignen Erlebens zur Gesamt-Wirklichkeit so bezeichnen könnten, daß damit etwas Positives und Greifbares ausgesagt würde. Wir müssen, wie alle Bezeichnungen objektiven Wirklichkeits-Verhaltens, so auch den Energie-Begriff in dem vermittelt-empirischen Sinne nehmen, auf den uns die kritische Betrachtung unseres ganzen Wissens-Aufbaues führt, nicht aber in dem transzendenten Sinne einer direkten Bezeichnung, wie ein naiver Realismus die Wirklichkeit erkennen und darstellen zu können meint.

Im Ganzen wird hiernach zuzugeben sein, daß die Rolle, die der Energie-Begriff in unserm Wirklichkeits-Denken zu spielen berufen ist, sich gegenwärtig noch nicht mit Sicherheit übersehen läßt. Daß sie über diejenige hinausgeht, die eine den Stoffbegriff zugrunde legende Auffassung ihm zunächst einzuräumen geneigt ist, erscheint denkbar, obwohl, wie hier noch besonders betont sei, die zuletzt erwogenen und verfolgten Gestaltungen ausschließlich formale Möglichkeiten bedeuten, in der tatsächlichen Erfahrung aber keinerlei Unterlage finden und somit rein fiktiv genannt werden dürfen. Aber selbst wenn der hier ins Auge gefaßte Fall eintreten sollte, so erfahren damit die fundamentalen logischen Verhältnisse unseres Wirklichkeits-Denkens keine Aenderung, und es kann keine Rede davon sein, daß durch die Heranziehung des Energie-Begriffes unser ganzes Wirklichkeits-Denken in grundsätzlicher Weise vermehrt, verbessert oder überhaupt umgestaltet würde.

Selbstverständlich darf die Auffassung, zu der wir hier über Sinn und Bedeutung des Energie-Prinzips gelangen, nicht ohne weiteres für die Bewertung der Verdienste maßgebend sein, die sich die verschiedenen Autoren bei seiner Aufstellung und den Versuchen, es aufzuklären, erworben haben. Es ist von Interesse, unter diesem Gesichtspunkt namentlich die berühmte Abhandlung J. R. Mayers zu betrachten. Hier begegnen wir in der ausgesprochensten Weise der Anschauung, daß die Konstanz der Energie in einem ohne weiteres verständlichen und bedeutungsvollen Sinne behauptet werden könne. Und diese Meinung beruht ebenso unzweideutig auf der weiteren, daß die Energie nicht ein Begriff sei, mittels dessen wir die auch in anderen Begriffen darstellbaren Gesetze des Geschehens zweckmäßig ausdrücken, sondern in transzendentem Sinne etwas real Existierendes und eben deswegen Unzerstörbares sei. Mit dieser in verschiedenen Beziehungen durch die ganze naturphilosophische Denkweise R. Mayers bestimmten Auffassung hängt es denn auch zusammen, daß das Gesetz als ein a priori evidentes erscheinen konnte. Ohne Zweifel ist es also gerade die von uns abgelehnte transzendente Auffassung, die hier im Mittelpunkte des Interesses stand und als die ohne weiteres maßgebende erschien. Allein indem sich hiernach als eine Hauptaufgabe der Naturforschung ergab, die verschiedenen Arten der Energie kennen zu lernen, ging doch auch R. Mayer von der Voraussetzung aus, daß diese sich in relativ einfacher und greifbarer Form als Funktionen des in anderen Begriffen gedachten realen Verhaltens darstellen lassen, und daß demgemäß die Gesetze der Energie-Umwandlung in dieser Form aufzustellen sein würden, wie denn ihm selbst dies für die Verhältnisse der mechanischen Arbeit und der Wärme gelang. So wird eine historische Betrachtung stets anerkennen müssen, daß Mayer die ersten Schritte auf einem überaus fruchtbaren Wege getan und dessen allgemeine Bedeutung in weitblickender Weise erfaßt hat. Auch ist zu bedenken, daß die großen Entdeckungen sich fast nie als die völlig klare Erkenntnis eines bestimmten Sachverhaltes oder als die Aufstellung eines völlig einwandfrei formulierten Satzes darstellen. Wer dies im Auge behält, wird mit Recht die Untersuchungen und Betrachtungen des schwäbischen Arztes den bedeutendsten Betätigungen naturforscherischen Scharfsinns zurechnen. Und man kann dies tun ohne zu verkennen, daß der gleiche allgemeine Gedanke namentlich bei Helmholtz eine zutreffendere und befriedigendere Gestalt gewonnen hat, daß in dem Versuche, das Energie-Prinzip auf allgemeine Verhältnisse von Bewegungsgesetzen zurückzuführen (mag er nun geglückt sein oder nicht), eine fortgeschrittenere wissenschaftliche Denkweise zum Ausdruck kommt.

Zu sehr ähnlichen Erwägungen gibt auch der sogen. zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, der Entropie-Satz, Anlaß, auf den hier mit einigen ganz kurzen Bemerkungen einzugehen genügen wird. Auch hier ist das, was sich als ein allgemeines Erfahrungs-Ergebnis herauszustellen scheint, zunächst negativ charakterisiert; es ist die Unmöglichkeit einer beliebigen und unbegrenzten Verwandlung von Wärme in andere sichtbare oder geordnete Energieformen. Die genauere Verfolgung der Verhältnisse führt dann zur Aufstellung eines streng mathematisch formulierten Satzes, jedoch unter Einführung des Temperatur-Begriffes, dessen Natur und Bedeutung (einigermaßen ähnlich

dem Begriffe der Energie) uns auf eigenartige Probleme und Schwierigkeiten führt. Als selbstverständlich kann nur das gelten, daß wir in unmittelbarer Anknüpfung an unsere Empfindungen zwar zu einem provisorisch und annähernd brauchbaren Temperatur-Begriff gelangen können, daß aber ein mathematisches Wirklichkeits-Denken auch diesen durch einen theoretisch-mathematisch definierten zu ersetzen haben wird. Halten wir an der Annahme fest, daß als endgültige Form unseres Wirklichkeits-Denkens allein die mechanische in Betracht zu ziehen ist, so wird auch für den Temperatur-Begriff eine mechanische, auf Bewegungs-Verhältnisse zurückgehende Definition zu suchen sein. Vom logischen Standpunkt aus ist zu betonen, daß die Behandlung des Temperatur-Begriffes als eines selbständigen und endgültigen nicht als unberechtigt oder unzulässig abgelehnt werden kann. Er könnte sich formal als eine jener den örtlichen Bestimmungen noch hinzugefügten akzidentellen Bestimmungen darstellen, deren allgemeine Zulässigkeit vorhin (S. 675) dargelegt worden ist. Welches bei fortgeschrittenerem Wissen einmal das Schicksal des Temperatur-Begriffes sein wird, das entzieht sich gegenwärtig wohl der sicheren Voraussage. Als ein besonders eigenartiger Umstand kommt dabei noch in Betracht, daß es den Anschein hat, als ob eine kinetische Definition der Temperatur nur in der Form möglich sein wird, daß der Entropie-Satz sich nicht als ein Gesetz des Geschehens im gewöhnlichen Sinne, sondern als ein Wahrscheinlichkeits-Satz herausstellt. Ob und wie weit man dies als intellektuell unbefriedigend betrachten will, das ist, wie an anderer Stelle besprochen, Sache eines subjektiven Dafürhaltens und nicht streng entscheidbar. Je mehr man geneigt ist, diese Betrachtung des Entropie-Satzes nicht als befriedigend zu empfinden, um so mehr wird sich die Ueberlegung aufdrängen, ob wir etwa doch genötigt sein werden, über den mechanischen Begriffskreis hinauszugehen und den Begriff der Temperatur als einen endgültigen einzuführen. Ohne Zweifel ist diese Frage gegenwärtig noch nicht spruchreif; gehen doch auch die Meinungen der Fachgelehrten gerade in Bezug auf diesen Punkt auseinander.

Fünfter Anhang.

Das Relativitäts-Prinzip.

Zu den allgemeinen Problemen der theoretischen Physik, die unter logischen Gesichtspunkten ein besonders hohes Interesse besitzen, und auf die deshalb an dieser Stelle noch eingegangen werden soll,

gehören auch diejenigen, die sich an den Begriff der absoluten Bewegung[1]), und die nahe verwandten, die sich an das sog. Relativitäts-Prinzip knüpfen. Wir können dabei sogleich auf gewisse, unsern früheren Darlegungen zu entnehmende logische Verhältnisse zurückgreifen, durch deren Beachtung wir jenen Problemen gegenüber den richtigen Standpunkt gewinnen. Wie ich glaube, schwindet dadurch auch zugleich das Auffällige, wodurch namentlich das Relativitäts-Prinzip einen Umsturz fundamentaler Auffassungen und Ueberzeugungen zu bedeuten schien. Wenn wir zu diesem Zwecke die logische Struktur eines Wirklichkeits-Denkens in Erinnerung bringen, wie es uns als letztes Ziel etwa vorschweben könnte, und wie ihm die wissenschaftliche Betrachtung in naturgemäßer Entwicklung zustrebt, so wäre etwa zu sagen, daß wir die Wirklichkeit in einem bestimmten Kreise von Begriffen, in erster Linie jedenfalls den mathematischen zu denken hätten, und zwar als ein, namentlich hinsichtlich des Ablaufes seiner Vorgänge, gesetzmäßig geordnetes Ganze. Die Anknüpfung einer solchen Wirklichkeits-Vorstellung an unsere tatsächlich gegebenen Erfahrungen würde dadurch gegeben sein, daß wir einem Teil jener mechanisch oder materiell gedachten Verhaltungsweisen zugleich eine bestimmte Bedeutung psychischer Art zuschreiben. Und zwar müßte es in dieser Form eben diejenigen Bewußtseins-Vorgänge einschließen, die uns als tatsächlich verwirklicht, als unsere Erlebnisse gegeben sind. So würde unser Wirklichkeits-Denken unsere tatsächlich gegebenen Erfahrungen dem Rahmen einer gesetzmäßigen Wirklichkeits-Vorstellung einfügen und eben hierin seine Bestätigung finden [2]). Mit einer allerdings nicht ganz einwandfreien Formulierung, die jedoch das hauptsächlich interessierende logische Verhältnis durch den Anschluß an gewohnte Betrachtungsweisen besonders anschaulich erkennbar macht, könnte man auch sagen, unser Wirklichkeits-Denken sei eine Hypothese, die unsere tatsächlich gegebenen Erfahrungen durch die Einreihung in eine gesetzmäßig geordnete Gesamtheit verständlich macht. Die Bedeutung dieser Anschauung hatten wir früher namentlich in der Richtung verfolgt, daß das begriffliche Material eines solchen Wirklichkeits-Denkens eine Reihe innerer Beziehungen und Zusammenhänge aufweist, die somit unabhängig von der besonderen Gestaltung der Erfahrung behauptet werden können. Ein anderes Ergebnis dieser Grundanschauung, das gerade hier besondere Bedeutung gewinnt, ist dies, daß unsere Wirklichkeits-Vorstellung sich zwar mit den tatsächlich gegebenen Erfahrungen decken, also in ihnen bestätigen muß, keineswegs aber deren eindeutig bestimmtes Ergebnis zu sein braucht. Schon mehrfach [3]) haben wir die Möglichkeit erwähnt,

---

[1]) Daß der Ausdruck der „absoluten Bewegung und absoluten Ruhe" den in Frage kommenden Punkt am besten bezeichnet, besser namentlich als der des absoluten Raumes, wird sich bei der Besprechung des Gegenstandes zeigen.

[2]) Vgl. o. S. 40 und 77.

[3]) Vgl. o. S. 75, 161 u. a.

daß mehrere Wirklichkeits-Vorstellungen aufgewiesen werden können, die begrifflich zwar verschieden sind, hinsichtlich ihrer interpretativen Ergebnisse aber, d. h. hinsichtlich dessen, was sie an Erfahrbarem bedeuten, genau übereinstimmen. Eine in diesem Sinne genommene Mehrdeutigkeit der Erfahrung ist also, sobald wir diese Verhältnisse zutreffend auffassen, weder etwas Unzulässiges noch auch etwas besonders Auffälliges. Dieser Punkt ist hier um so mehr von Wichtigkeit, weil die in der theoretischen Physik meist zugrunde gelegte Formulierung der logischen Prinzipien zu einem entgegengesetzten Ergebnis zu führen scheint. In der Tat geht ja die hier wohl ganz überwiegend herrschende Auffassung dahin, daß wir die physikalischen Begriffe systematisch zu definieren haben, und daß wir dabei auf letzte Elemente zurückgehen müssen, die etwas unmittelbar Erfahrbares, etwas Wahrnehmbares bedeuten[1]). Soll aber jeder Begriff, der in unser Wirklichkeits-Denken eingeht, per definitionem auf etwas Erkennbares zurückgeführt werden, so ist es undenkbar von zwei oder mehrerlei verschiedenen Verhaltungsweisen der Wirklichkeit zu reden, die hinsichtlich unserer Beobachtungen das Nämliche bedeuten würden. Der Unterschied zwischen ihnen würde sich notwendig in Begriffen bewegen, die sich nicht in der verlangten Weise an Erkennbares anknüpfen lassen, die Benutzung solcher Begriffe aber wäre als unangängig zu beanstanden. — Ohne auf frühere Darlegungen in extenso zurückkommen zu wollen, sei hier zunächst daran erinnert, daß uns im strengen Sinne direkt erkennbar nur unsere psychischen Zustände oder Vorgänge als solche sind. Dagegen verbietet schon eine vollständige Betrachtung der bekannten Tatsachen, eine direkte Erkennbarkeit äußerer Verhältnisse als etwas Selbstverständliches und Endgültiges zugrunde zu legen. Vielmehr müssen wir berücksichtigen, daß die äußeren Vorgänge auf unsere Sinneswerkzeuge, diese auf das Gehirn in einer mehr oder weniger verwickelten Weise einwirken. Erst den Vorgängen in diesem Organ können wir einen durch endgültige Gesetze fest bestimmten Zusammenhang mit den psychischen Erscheinungen, insbesondere auch mit dem, was uns als Wahrnehmung ins Bewußtsein tritt, zuschreiben. Tragen wir diesen Tatsachen Rechnung, so werden wir dazu geführt, einerseits das Verhalten der Wirklichkeit in gewissen Begriffen zu denken, anderseits aber einer Reihe in den nämlichen Begriffen bezeichneter Verhaltungsweisen die Bedeutung eines bestimmten Zusammenhanges mit den psychischen Erscheinungen zuzuschreiben.

Für ein diesem allgemeinen Prinzip entsprechendes Wirklichkeits-Erkennen (wir hatten es ein theoretisches genannt) ist es vor allem charakteristisch, daß das als verwirklicht Gedachte sich streng von dem unmittelbar Wahrgenommenen sondert. Wird auch das letztere naturgemäß Grundlage und Ausgangspunkt des ersteren bilden, und kann

[1]) S. z. B. Planck, Das Prinzip der Erhaltung der Energie. 3. Aufl. S. 101.

natürlich auch in manchen Punkten eine genaue Uebereinstimmung beider bestehen, so daß man dann von einer direkten Erkennbarkeit bestimmter äußerer Verhaltungsweisen oder einer vollkommenen Zuverlässigkeit der Wahrnehmung sprechen kann, so besagt doch jede Behauptung über ein äußeres Verhalten der Wirklichkeit mehr und ganz Andersartiges als das, was uns unmittelbar und mit endgültiger Sicherheit gegeben ist. Damit aber ist denn auch das logische Verhältnis fixiert: was wir über äußere Verhaltungsweisen behaupten, ist im logischen Sinne stets ein Schluß, den wir aus den uns unmittelbar gegebenen, unser eigenes Erleben betreffenden Tatsachen ziehen, und es ist nur dadurch begründet, daß es diese Tatsachen einem gesetzmäßig geordneten Ganzen einreiht und in diesem Sinne verständlich macht.

In welchen Begriffen sich ein Wirklichkeits-Denken dieser Art zu bewegen hätte, das ist durch seine logische Form zunächst nicht bestimmt. Eine naturgemäße Entwicklung hat jedoch dazu geführt, aus dem in der Wahrnehmung unmittelbar Gegebenen die sinnlichen Qualitäten im engeren Sinne wegzulassen und somit die Vorstellung auf die mathematischen Begriffe als solche [1]) zu beschränken. Ob in ähnlicher Weise auch noch Anderes herangezogen werden kann, darf hier unerörtert bleiben; jedenfalls haben wir in den mathematischen Begriffen das Material des Wirklichkeits-Denkens, das in der Physik von Haus aus als das beachtenswerteste und aussichtsreichste zugrunde gelegt worden ist und noch wird. Die mathematischen Begriffe bedeuten also nicht eine Summe einzelner Elemente, deren jedes wir in irgend einer Weise schlechtweg als Korrelat eines bestimmten subjektiven Eindruckes in Anspruch nehmen können; sie sind vielmehr ein Material, das für ein Wirklichkeits-Denken jener Art herangezogen werden kann und jedenfalls in erster Linie herangezogen werden muß. Dies etwa sind die Erwägungen, die uns zu der obigen Formulierung führen, als deren Hauptpunkt hier nochmals betont sei, daß ein in mathematischen Begriffen formuliertes Wirklichkeits-Denken sich zwar in unseren Erfahrungen bestätigen, diese als Bestandteile eines gesetzmäßig geordneten Ganzen verständlich machen muß, keineswegs aber deren deckendes Aequivalent oder zwingendes Ergebnis zu sein braucht, sondern immer mehr oder weniger über sie hinausgehen muß. Damit ist auch die Zulässigkeit einer Mehrzahl von Wirklichkeits-Vorstellungen gegeben, die an Erfahrbarem das Nämliche bedeuten.

Das Gesagte genügt, um den letzten Grund und die logische Berechtigung für eine Mehrdeutigkeit unseres Wirklichkeits-Denkens klarzulegen. Wir können uns sogleich der weiteren Frage zuwenden, in welchen besonderen Formen diese Verhältnisse tatsächlich gegeben

[1]) Den mathematischen Begriffen ist im gegenwärtigen Zusammenhange auch der rein formale Begriff der Substanz als des im Raume Beweglichen zugerechnet.

sind. Wir hatten oben auf eine Mehrdeutigkeit namentlich in dem Sinne hingewiesen, daß vielleicht mehrerlei fundamental verschiedene Formen des Wirklichkeits-Denkens (stetige oder unstetige Raumerfüllung, Fern- oder Berührungs-Kräfte) zugrunde gelegt werden könnten. Bewegen wir uns hiermit überwiegend im Gebiete der Fiktionen, so wird das aufgestellte Prinzip viel bedeutsamer durch den Umstand, daß unser Wirklichkeits-Denken sich in anderen Hinsichten als mehrdeutig herauszustellen scheint, wobei die Vorstellungen, zwischen denen wir eine Entscheidung nicht treffen können, nicht in so tiefgreifender Weise von einander abweichen. Das erste aus diesem Gesichtspunkt zu behandelnde Problem ist dasjenige des absoluten Raumes oder, wie wir besser sagen, der *absoluten Ruhe und Bewegung*. Wir wollen hier von der Annahme ausgehen, daß wir in der einfachen Weise einer unmittelbaren Wahrnehmung über die gleichzeitige, d. h. für einen und denselben Zeitpunkt geltende gegenseitige Anordnung der Körper im Raum unterrichtet werden[1]). Wir wollen ferner annehmen, daß für alle in dieser Weise wahrgenommene Körper das Beharrungsgesetz gelte, oder die Betrachtung auf diejenigen beschränken, für die dies der Fall ist, die „ponderabeln“ Körper. In bekannter Weise ergibt sich dann diejenige Vieldeutigkeit unseres Wirklichkeits-Denkens, die man wohl als das *Relativitäts-Prinzip der Mechanik* bezeichnet. Wären wir im Besitze einer Vorstellung von der Anordnung und Bewegung ponderabler Körper, die gewissen Gesetzen (etwa Anziehungs-Gesetzen) entspräche und sich im Einklange mit unsern Beobachtungen befände, so könnten wir sie dadurch abändern, daß wir dem ganzen System eine fortschreitende Bewegung von beliebiger, jedoch konstanter Richtung und Geschwindigkeit zuschreiben, der sich die zunächst angenommenen Geschwindigkeiten superponieren würden. Alle diese Vorstellungen werden das Gleiche an Erfahrbarem bedeuten; sie werden auch alle derselben Gesetzmäßigkeit untergeordnet sein; es ist keinerlei Anhalt gegeben, zwischen ihnen zu entscheiden. Bei der Betrachtungsweise, von der wir ausgingen, haftet diesem Ergebnis etwas Auffälliges oder Paradoxes nicht an. Schon ihm gegenüber können aber jene andersartigen Erwägungen einsetzen, durch die, wie vorhin erwähnt, hier Schwierigkeiten geschaffen worden sind. Ist uns nur die relative Lage der Körper in einem bestimmten Zeitpunkte erkennbar, so können wir in der Beschreibung der Wirklichkeit von der relativen in diesem Zeitpunkte gegebenen Anordnung der Dinge als

[1]) Es ist dies eine Annahme, der unsere optischen Wahrnehmungen mit Annäherung entsprechen. Von dem in anderen Richtungen nur bedingten Zutreffen dieser Annahme darf hier abgesehen werden; erwähnt sei nur, daß, indem wir die Wahrnehmung einer *gleichzeitig* bestehenden Anordnung voraussetzen, wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes außer Betracht lassen, genauer gesagt als unendlich groß voraussetzen. Die Berücksichtigung ihres endlichen Wertes führt uns auf die vollständigeren Betrachtungen, die den Ausgangspunkt für das Relativitäts-Prinzip bilden.

etwas Erkennbarem, also im obigen Sinne Definierbarem reden. Ist uns dagegen die Anordnung der gesamten Körperwelt im gegenwärtigen Zeitpunkt gegenüber einem früheren nicht erkennbar, so bedeutet die Identität eines räumlichen Punktes, der für den Zeitpunkt t_1 definiert ist, mit einem für den andern Zeitpunkt t_2 definierten etwas Unerkennbares. So gelangen wir denn dazu, derartige Bezeichnungen deswegen als unangängig zu bestreiten, weil sie „etwas Unerkennbares“ besagen. Derjenige Begriff, dessen Eliminierung hiernach zu verlangen wäre, ist der der *Identität zwischen räumlichen Punkten (Orten), deren reale Definitionen sich auf verschiedene Zeitpunkte beziehen* oder, wie wir auch kurz sagen können, der *absoluten Ruhe und der absoluten Bewegung*. Auf der andern Seite zeigt sich nun aber sogleich, daß es ganz unangängig ist, aus unserm Wirklichkeits-Denken die Beziehungen der für verschiedene Zeitpunkte definierten Orte auszuschalten, daß wir es mindestens nicht können, ohne seine wichtigste Eigentümlichkeit, eine gesetzmäßige Ordnung aufzugeben. Die Gestaltungen in verschiedenen aufeinander folgenden Zeitpunkten stellen sich nur dann als ein gesetzmäßig geordnetes Geschehen dar, wenn wir auch den für verschiedene Zeitpunkte gültigen Ortsbezeichnungen ganz bestimmte Beziehungen zuschreiben. Es zeigt sich dies u. a. schon darin, daß wir die soeben für fortschreitende Bewegungen dargelegte Unerkennbarkeit auf drehende Bewegungen nicht übertragen dürfen. Nehmen wir wiederum an, wir seien über die Bewegung einer Gruppe von Körpern zu einer Vorstellung gelangt, die mit unsern Wahrnehmungen übereinstimmt und gewissen Gesetzen (etwa dem Beharrungs- und einem Anziehungsgesetz) entspricht. Denken wir uns nun die Bewegungen aller dieser Körper in der Weise modifiziert, wie es einer um irgend eine Achse stattfindenden Drehung (sei es mit konstanter, sei es mit veränderlicher Geschwindigkeit) entspricht, so werden nunmehr die relativen Anordnungen der Körper für jeden Zeitpunkt keine Veränderung erlitten haben, sondern genau die nämlichen sein. Die modifizierte Bewegung wird aber dem Beharrungs- und den Anziehungsgesetzen nicht mehr entsprechen und sich überhaupt nicht als eine gesetzmäßig geordnete darstellen lassen. Es würde also nicht möglich sein, die Gesetze des Geschehens so zu formulieren, daß in ihnen nur die gleichzeitigen relativen Anordnungen der verschiedenen Körper erwähnt werden; die absoluten Bewegungen sind uns zwar in gewissen Hinsichten, aber keineswegs gänzlich unerkennbar; erkennbar freilich sind sie nicht in dem Sinne einer unmittelbaren Wahrnehmung, aber doch in dem, daß gewisse Annahmen in Bezug auf sie uns die Wirklichkeit als eine gesetzmäßig geordnete erscheinen lassen, also in demjenigen, in welchem ein objektives Wirklichkeits-Verhalten überhaupt erkennbar ist.

Das Prinzip, die Begriffe des Wirklichkeits-Denkens auf das einzuschränken, was ein unmittelbar sinnlich Wahrnehmbares bedeutet,

erweist sich also schon hier als undurchführbar. Die räumliche Identität des Ungleichzeitigen ist ein völlig fixierter, berechtigter und unentbehrlicher Begriff, auch wenn er nicht in jedem Sinne etwas direkt Wahrnehmbares bedeutet oder darauf zurückgeführt werden kann.

Zu ganz ähnlichen Ergebnissen führt uns auch die Prüfung derjenigen Erwägungen, die sich an das Relativitäts-Prinzip knüpfen. Erwägungen, die ja bekanntlich in den letzten Jahren in der theoretischen Physik großes Aufsehen erregt haben und geradezu als ein Umsturz altbefestigter Anschauungen in Betreff der physikalischen Grundbegriffe (Raum, Zeit und Masse) betrachtet und bezeichnet worden sind. Um darzulegen, worauf es dabei ankommt, können wir davon ausgehen, daß wir aus Gründen, die hier unbesprochen bleiben dürfen, uns die Strahlungs-Vorgänge (Licht, Ausbreitung elektrischer Wellen usw.) nicht an ein Substrat gebunden denken können, das die Bewegungen der ponderabeln Körper, in denen sie etwa stattfinden, in vollem Maße mitmacht[1]). Ist nun dies nicht der Fall, so könnte man zunächst meinen, daß die Geschwindigkeit, die etwa irgend eine Gruppe ponderabler Körper gegenüber dem Substrate der Strahlungen, dem Aether, hat, sich in den Erscheinungen verraten müsse. Nehmen wir z. B. an, es gehe ein Lichtstrahl von einem Punkte A nach B, werde dort reflektiert, und kehre nach A zurück. Befindet sich die A und B enthaltende Körpergruppe gegenüber den Strahlungen in einer Bewegung und zwar in der Richtung A B, so wird hierdurch die Zeit, die der Strahl braucht, um von A nach B zu gelangen, verlängert, weil er das vor ihm herlaufende B einholen muß; diejenige aber, die er braucht, um von B nach A zurückzugelangen, wird verkürzt, weil A ihm entgegenkommt. Er wird also längere Zeit brauchen, um von A nach B, als um zurück von B nach A zu gehen. Und man könnte meinen, daß sich die Frage, ob sich dies so verhalte, m. a. W. ob, in welchem Sinne und mit welcher Geschwindigkeit die ponderabeln Körper gegenüber dem Substrat der Strahlungen sich bewegen, an jenen Zeitverhältnissen sich erkennen lasse. Allein es ist zu bedenken, daß wir die Zeitverhältnisse von Vorgängen, die sich an verschiedenen Orten abspielen, nicht ohne weiteres feststellen können, sobald wir die nicht unendlich große Geschwindigkeit der Lichtausbreitung berücksichtigen. So ergibt sich denn die Möglichkeit, die Zeitrechnung der in B stattfindenden Vorgänge gegenüber derjenigen der in A stattfindenden so festzulegen (eine in A und eine in B befindliche Uhr so gegen einander zu stellen), daß die Ankunft des Strahls in B zwischen seinem Abgang von A und seiner Rückkehr dahin genau in der Mitte liegt. Bei einer derartigen Normierung der Zeitrechnungen würde in

[1]) Wir gehen hier zunächst von der hergebrachten Auffassung aus, der zufolge die Strahlungen als Vorgänge in einem stofflichen oder doch stoffähnlichen Aether behandelt werden. Es wird unten noch darauf zurückzukommen sein, welche Gründe etwa dafür sprechen, diese Auffassung fallen zu lassen und welche Folgen sich daraus für die uns hier beschäftigenden Fragen ergeben.

dem bewegten System die Lichtgeschwindigkeit in der einen und anderen Richtung sich wiederum gleich ergeben.

Es scheint nun in der Tat, daß die relative Bewegung irgend eines Körpers oder einer Körpergruppe gegenüber den Strahlungen in ähnlichem Sinne wie ihre absolute Bewegung unerkennbar ist. Es kann also in dieser Hinsicht jede beliebige Annahme gemacht werden, so zwar, daß damit die gesamten Vorstellungen von den räumlichen und zeitlichen Verhältnissen aller Vorgänge gewisse (sogleich noch etwas genauer zu beleuchtende) Modifikationen erfahren müssen, während, was besonders wichtig ist, der gesetzmäßige Zusammenhang des Geschehens durchgängig der nämliche bleiben würde. Die Annahme, daß sich dies so verhalte, ist es, die als Relativitäts-Prinzip bezeichnet wird. Ist sie tatsächlich zutreffend, so erscheinen unendlich viele „Weltvorstellungen" möglich, d. h. in gleicher Weise mit den Beobachtungen im Einklange.

Einen besonders einfachen und prägnanten Ausdruck findet diese Annahme in der gleichbedeutenden Form, daß die Erfahrungen in Betreff optischer und elektrischer Vorgänge, die innerhalb irgend einer Körpergruppe gemacht werden, von deren Bewegung unabhängig sind. Da es selbstverständlich in erster Linie von Bedeutung ist, daß die Erscheinungen für zwei solche Körpergruppen auch dann übereinstimmen, wenn sie eine sehr große relative Bewegung besitzen, und da die größten in unserm Erfahrungs-Wissen überhaupt vorkommenden relativen Bewegungen die siderischen sind, so pflegt man das Gemeinte wohl auch so auszudrücken, daß die Ergebnisse optischer und elektrischer Beobachtungen auf allen Himmelskörpern die gleichen sein sollen. Die Erfahrungen des Erdbewohners würden sich nicht unterscheiden von denjenigen, die ein auf der Sonne oder auf dem Sirius befindlicher Beobachter etwa machen würde, so daß keinem dieser Systeme eine ausgezeichnete Stellung zukommt.

Die Bedeutung dieser Verhältnisse wird anschaulicher, wenn wir (wie es gewöhnlich geschieht) die Festsetzung treffen, daß der irgend einer Körpergruppe angehörende Beobachter eben diese als gegenüber den Strahlungen ruhend betrachtet, m. a. W. innerhalb seines Systems die Fortpflanzung des Lichtes als in allen Richtungen gleich annimmt, wodurch dann auch in einer Reihe andrer Hinsichten seine Weltvorstellung bestimmt wird. Wird des Weiteren auch festgesetzt, daß als räumliche Bestimmungen die Anordnungen gegenüber eben diesem Körper in Betracht gezogen werden sollen, so ist die Auffassung der Anordnungen und Vorgänge durch die Wahl desjenigen Körpers, dem sie in diesem Sinne entsprechen soll, fixiert. Man kann einen Körper (oder eine Gruppe von Körpern, deren relative Ortsveränderungen gegen einander gering genug sind, um außer Betracht zu bleiben) ein Bezugs-System nennen und somit von der einem bestimmten Bezugs-System zugehörigen Weltvorstellung reden. Gemäß dem vorhin

Gesagten pflegt man, um die Bedeutung verschiedener Bezugs-Systeme zu erörtern, wiederum in erster Linie verschiedene Himmelskörper heranzuziehen. So können wir schlechtweg von einer Weltvorstellung des Sirius-Bewohners oder von einer solchen des Erd- oder Sonnen-Bewohners sprechen. Doch ist zu beachten, daß an sich nichts den einzelnen Beobachter hindert, sich jeder beliebigen andern Auffassung zu bedienen; auch der Erdbewohner kann die Welt in derjenigen Form denken, die eine in jeder Richtung gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts auf dem Sirius, nicht aber auf der Erde ergeben würde. Allgemein gesprochen geht also in unser Wirklichkeits-Denken eine willkürliche Festsetzung ein, durch deren Wahl wir (bei gegebenen Wahrnehmungen und bei den nämlichen Annahmen über die Gesetze des Geschehens) eine unendliche Vielheit gleichberechtigter Vorstellungen vom Verhalten der Wirklichkeit erhalten. Unser Wirklichkeits-Denken würde also auch in der besonderen auf diesen Verhältnissen beruhenden Weise nicht eindeutig durch unsere Erlebnisse bestimmt sein.

Ergeben sich hier aus der Mehrdeutigkeit der Erfahrung z. T. ähnliche Verhältnisse wie hinsichtlich der absoluten Bewegung, so bestehen doch auch eine Anzahl bemerkenswerter Unterschiede. Zunächst ist das Verhältnis der äquivalenten Wirklichkeits-Vorstellungen verwickelter. Hiermit hängen auch die mancherlei Konsequenzen zusammen, die bei der Verfolgung des Relativitäts-Prinzips als besonders auffallend und paradox empfunden worden sind. Schon das vorhin erwähnte Beispiel lehrt, daß der Zeitpunkt eines Ereignisses an einem Punkte (das Eintreffen des Lichtstrahls in *B*) zu zwei Ereignissen an einem andern Orte (dem Abgange von *A* und der Rückkehr dahin) für die eine und die andere Auffassung ungleich liegt, im einen Falle genau in der Mitte, im andern aus dieser verschoben. Einfache Ueberlegungen führen auf eine Anzahl weiterer Folgerungen, die sich am greifbarsten ausdrücken lassen, wenn wir zwei Bezugs-Systeme wie etwa Erde und Sonne zugrunde legen. Das Verhältnis zweier realer Erstreckungen, von denen die eine der Erde, die andere der Sonne angehört, und die in der Richtung der relativen Bewegung gelegen sind, wird sich für die terrestrische und die solare Auffassung, für den „Erd- und für den Sonnen-Menschen" verschieden ergeben. Für jeden ist verhältnismäßig die seinem System angehörige länger, die dem anderen angehörige kürzer. Aber auch das Verhältnis zweier irdischer Erstreckungen wird, wenn sie ungleiche Richtung haben, z. B. die eine der relativen Bewegung parallel, die andere zu ihr senkrecht ist, in der irdischen und der solaren Auffassung verschieden bewertet werden. Ein auf der Erde befindlicher Körper, der in der Auffassung des Erdmenschen als Kugel erscheint, wird in der Auffassung des Sonnenmenschen abgeplattet sein. Ebenso wird auch das Verhältnis der Zeitdauer zweier Vorgänge, von denen der eine an einem bestimmten Punkte der Erde, der andere an einem bestimmten Punkte der Sonne sich abspielt, von der Wahl des Bezugs-Systems abhängig. Sind sie für den Erdbewohner gleich, so sind sie für den Sonnenmenschen ungleich usw.[1])

Von noch größerer Bedeutung ist die Tatsache, daß, wenn das Relativitäts-Prinzip zutreffend ist, sich daraus mit Notwendigkeit gewisse Modifikationen in Bezug auf unsere die Gesetze des Geschehens, namentlich die mechanischen Gesetze betreffenden Annahmen ergeben. Man sieht dies z. B. aus der folgenden einfachen Ueberlegung. Nach den hergebrachten mechanischen Vorstellungen würde es denkbar erscheinen, eine absolut genau gehende Uhr ohne Aenderung ihres Ganges von einem Punkte zu einem anderen zu bringen. Ließe aber dies sich ausführen, so wäre damit eine absolute Fixierung des Zeitverhältnisses an verschiedenen Orten gegeben. Und hätte also, um an das obige Beispiel wieder anzuknüpfen, sowohl der Siriusbewohner wie der Erdbewohner die Uhren je zweier Punkte so gestellt, daß der Hin- und Rückgang des Strahls gleiche Zeiten in Anspruch zu nehmen scheint, so würde entweder der eine oder der andere (ev. natürlich beide) durch den Transport der einen Uhr feststellen, daß sie gegen die andere abweicht. Die Gültigkeit des Relativitäts-Prinzips anderseits wird fordern, daß, wenn wir die nach Maßgabe jener Forderung gestellten Uhren zusammenbringen, sie auf der Erde sowohl wie auf dem Sirius beide gleiche Zeit zeigen. Dies involviert aber, daß der Gang der Uhren in einer unsern gewohnten mechanischen Vorstellungen widersprechenden Weise durch die Bewegung beeinflußt werden muß. Diese und ähnliche Umstände ergeben die Nötigung, im Gegensatze zu früheren Anschauungen die M a s s e eines wägbaren Körpers als veränderlich und zwar von der Geschwindigkeit abhängig zu betrachten; und es muß besonders beachtet werden, daß hierin nicht etwa nur Unterschiede der den verschiedenen Bezugs-Systemen zugehörigen Auffassungen zur Geltung kommen, sondern daß innerhalb der dem einzelnen Bezugs-System entsprechenden Darstellung die Vorgänge eine andere und verwickeltere Gesetzmäßigkeit zeigen.

Das Zutreffen des Relativitäts-Prinzips kann z. Z. als wahrscheinlich, aber nicht als vollkommen gesichert gelten. Die Schwierigkeiten seiner experimentellen Prüfung beruhen darauf, daß dafür Bewegungen ponderabler Körper von der Art und dem Betrage erforderlich sind, daß ihre relativen Geschwindigkeiten nicht gar zu klein gegenüber der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes sind. Nun sind die Geschwindigkeiten ponderabler Körper, die wir in unseren terrestrischen Experimenten herstellen können, so minimale Bruchteile der Lichtgeschwindigkeit, daß die Genauigkeit der Beobachtungen meist nicht ausreicht, um die in Frage kommenden Erscheinungen wahrzunehmen. Die siderischen Geschwindigkeiten anderseits, die von der Lichtgeschwin-

[1]) Eine elementare und durch große Anschaulichkeit ausgezeichnete Darstellung dieser Verhältnisse findet man z. B. in dem Vortrage von Emil C o h n, Physikalisches über Raum und Zeit. Leipzig, Teubner, 1910.

digkeit zwar immer noch kleine Bruchteile darstellen, aber doch über jene terrestrischen erheblich hinausgehen, können natürlich nur in beschränkter Weise zu einer solchen Prüfung herangezogen werden. Eine der einfachsten mit dem Relativitäts-Prinzip zusammenhängenden Fragen ist die, ob unsere terrestrischen Beobachtungen irgend eine Abhängigkeit davon zeigen, wie sie gegen die Erde und somit gegen deren Bewegung im Weltraum orientiert sind. Die bekannten Versuche von Michelson und Morley haben für gewisse Fälle ergeben, daß eine solche Aenderung nicht stattfindet, was mit dem Relativitäts-Prinzip im Einklange, freilich noch kein allgemeiner Beweis für seine Gültigkeit ist. So bedeutet denn das Relativitäts-Prinzip gegenwärtig eine noch offene, mindestens noch nicht ganz sicher zu beantwortende Frage: es wird erst Sache weiterer Untersuchungen sein darüber zu entscheiden, ob die Gesetze des Geschehens von der Art sind, daß die relative Geschwindigkeit der ponderabeln Körper und des Substrates der Strahlungen unerkennbar sind, und daß die Erfahrung in diesem Punkte und diesem Sinne vieldeutig wird.

Von einigem Interesse ist ferner, daß die Gültigkeit des Relativitäts-Prinzips keine ganz unbeschränkte zu sein scheint. Sobald die Geschwindigkeit eines Systems ponderabler Körper gegenüber den Strahlungen die Lichtgeschwindigkeit erreichte oder überträfe, müßten sich für dieses Erscheinungen ergeben, die sich durch keine Art der Zeitrechnung mit dem in Uebereinstimmung bringen lassen, was in anderen Systemen beobachtet wird. (Die in die Umrechnung eingehenden Koeffizienten erhalten imaginäre Werte.) Eine allgemeine Gültigkeit kann also nur angenommen werden, wenn es Bewegungen ponderabler Körper gegeneinander mit einer die Ausbreitung des Lichtes übertreffenden relativen Geschwindigkeit nicht gibt. Auch die Bewegungen ponderabler Körper gegenüber dem Lichtäther sind zwar innerhalb weiter Grenzen, aber nicht in vollem Umfange unerkennbar, da Werte derselben, die die Lichtgeschwindigkeit übertreffen, sich in den Erscheinungen verraten müßten.

Als Ergebnis der obigen Darlegungen dürfen wir festhalten, daß das Relativitäts-Prinzip nichts enthält und auch an Problemen nichts mit ihm verknüpft ist, was sich nicht auf Grund der hier zugrunde gelegten Anschauungen über die logische Natur unseres Wirklichkeits-Erkennens ohne große Schwierigkeit verständlich machen ließe, namentlich auch nichts, was uns veranlassen könnte, diese Anschauungen in irgend einem Punkte von fundamentaler Bedeutung zu ändern. Und obwohl selbstverständlich über die tiefgreifende Bedeutung der mit dem Relativitäts-Prinzip zusammenhängenden Beobachtungen und theoretischen Erwägungen kein Zweifel bestehen kann, so werden wir doch bestreiten müssen, daß diese geeignet seien, unsere Anschauungen über Raum und Zeit umzustürzen. Nicht Anschauungen von *Zeit und Raum*, sondern von der Erkennbarkeit objektiv-realer zeitlicher und räumlicher Verhältnisse sind wir zu ändern genötigt. Und auch diese Aenderungen sind von *grundsätzlicher* Bedeutung nur gegenüber Annahmen, die allerdings bislang verbreitet waren, die jedoch schon vorher und ganz unabhängig vom Relativitäts-Prinzip einer strengen Prüfung nicht Stand halten konnten. Nur wenn man von der Vorstellung einer direkten Erkenn-

barkeit objektiv-realer Verhältnisse ausgeht, gelangt man dazu, die eindeutige Bestimmtheit unseres Wirklichkeits-Denkens als selbstverständlich zu fordern. Und alsdann erscheint freilich die Einsicht, daß es in so eigenartiger und weittragender Weise vieldeutig ist, als eine Umwälzung gewohnter und fundamentaler Anschauungen. Für eine den logischen Verhältnissen in strenger Weise und vollständig Rechnung tragende Betrachtung existiert eine solche direkte Erkennbarkeit ohnehin nicht; und für sie ist also jene Vieldeutigkeit ein von vornherein als denkbar in Betracht zu ziehender Fall. — Die hier vorliegenden Probleme sind in vieler Hinsicht den mit dem Begriff der räumlichen und zeitlichen *Gleichheit* verknüpften analog und gewinnen vielleicht erst durch die Hervorhebung dieser Uebereinstimmung die vollste Durchsichtigkeit. Der Begriff der Gleichheit ist uns in einem festen und endgültigen Sinne unentbehrlich, insofern er in die Bezeichnung einer Reihe innerer Zusammenhänge eingeht, die wir an der Zeit- und Raum-Vorstellung aufweisen können. Dieser Sinn wird dadurch, daß wir die Gleichheit realer, d. h. durch die Orte bestimmter Körper definierter Strecken niemals mit voller Sicherheit und absoluter Genauigkeit behaupten können, nicht in Frage gestellt, eben weil alle solche Behauptungen doch an jene inneren Zusammenhänge gebunden sind. Ob also zwei Strecken einander gleich sind, ist eine berechtigte Frage, auch wenn wir sie nur unvollkommen beantworten können, ja sie würde berechtigt bleiben, selbst wenn die Natur der realen Gegenstände, ihre Bewegungsgesetze usw. solche Ermittlungen noch weit mangelhafter machten, als es tatsächlich der Fall ist. Der *hier* in Frage kommende Begriff ist der einer absoluten Identität räumlicher oder zeitlicher Punkte, d. h. einer Identität von Orten, die für verschiedene Zeiten, oder von Zeitpunkten, die für verschiedene Orte definiert sind. Auch diese Identität ist etwas durch die Natur derjenigen Begriffe, in denen wir die Wirklichkeit denken, vollkommen Fixiertes, ein Begriff, der eine Erläuterung weder fordert noch gestattet, und den wir auch nicht entbehren können. So ist es auch eine berechtigte und nicht abzuweisende Forderung, das Verhalten der gesamten Wirklichkeit in einem bestimmten Zeitpunkt, die zeitliche Abfolge des Verhaltens an einem bestimmten Punkte darzustellen. Ihre Berechtigung wird dadurch nicht aufgehoben, daß wir ihr nicht in einer bestimmten Weise entsprechen können, sondern unsere Erfahrungen eine Mehrzahl solcher Darstellungen als gleichermaßen zulässig erscheinen lassen.

Noch weniger können wir in jener Aenderung, die der Massenbegriff erfährt, eine Wandlung fundamentaler Art erblicken; denn wir müssen beachten, daß der uns in der Mechanik geläufige Massenbegriff eine Mehrheit von Bedeutungen vereinigt, eine rein formale, derzufolge wir die Masse der Zahl völlig gleichartiger Einheiten proportional setzen, und eine empirische, insofern er in die Gesetze der Bewegung eingeht. Im letzteren Sinne ist die Masse eine Zahl, mit der wir die in gesetzmäßiger

Weise als Funktion der Anordnung auszudrückenden Kräfte dividieren müssen, um die Beschleunigungen zu erhalten. An früherer Stelle wurde betont, daß der Massenbegriff der Mechanik eben durch die Zusammenfassung dieser doppelten Bedeutung ein bestimmtes Wissen empirischer (und zwar nomologischer) Natur verkörpert [1]. Von diesen Bedeutungen ist nur die erste durch die endgültigen Begriffe unseres Wirklichkeits-Denkens ohne Weiteres festgelegt, und sie erfährt auch hier keine Aenderung. Sprechen wir hier von einer Variabilität der Masse, so besagt dies nur eine verwickeltere Gestaltung der Gesetze des Geschehens, und zwar sowohl des Beharrungsgesetzes, wie derjenigen, die die Größe der Beschleunigungen als Funktion irgend welcher Anordnungen ausdrücken. — Auch daran mag hier schließlich noch erinnert werden, daß eine Mehrdeutigkeit der hier in Rede stehenden Art nicht etwa eine unserm Erkennen gesteckte Grenze, die Unlösbarkeit einer uns eigentlich obliegenden Aufgabe bedeutet. Vielmehr müssen wir beachten, daß wir es mit einer Mehrheit von Darstellungen zu tun haben, die als Bezeichnungen eines in anderem Sinne überhaupt nicht Erkennbaren völlig gleiche Berechtigung haben, ähnlich wie etwa verschiedene sprachliche Benennungen eines und desselben Sachverhaltes. Und so ist die Frage, ob das wahre Verhalten der Wirklichkeit durch die eine oder die andere Auffassung wiedergegeben werde, nicht eigentlich unbeantwortbar, sondern als gegenstandslos und illusorisch abzulehnen.

Fügen sich die besprochenen Tatsachen unsern allgemeinen Anschauungen von der logischen Natur des Wirklichkeits-Denkens ohne besondere Schwierigkeiten ein, so hat auf der andern Seite die von der Forderung einer direkten Erkennbarkeit ausgehende Betrachtung zu mancherlei Folgerungen geführt, die, wiewohl zweifellos wichtige und interessante Verhältnisse in ihnen zum Ausdruck kommen, doch durch die Form ihrer Darstellung auffällig und paradox erscheinen, in der Tat auch in manchen Hinsichten berechtigten Widerspruch herausfordern. Es gehört dazu vor allem der Gedanke M i n k o w s k i s [2]), den drei Abmessungen des Raumes die Zeit als eine gleichartige hinzuzufügen, somit eine vierfach bestimmte Mannigfaltigkeit zu bilden, und diese zur Darstellung alles Geschehens, das sich als eine Verknüpfung räumlicher und zeitlicher Bestimmungen auffassen läßt, d. h. aller Bewegungen, zu verwenden. Es läßt sich nicht verkennen, daß diese Betrachtungsweise gewisse Vorzüge besitzt. Dies ist vor allem insofern der Fall, als sie gestattet, für irgend ein reales Verhalten das, was es unabhängig von der Wahl des Bezugs-Systems bedeutet, einheitlich anzugeben,

[1]) Vgl. o. S. 136.

[2]) M i n k o w s k i, Raum und Zeit. Vortrag, gehalten auf der 80. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Köln 1908. Wieder abgedruckt in Lorentz-Einstein-Minkowski, das Relativitäts-Prinzip. Eine Sammlung von Abhandlungen, herausgeg. von Sommerfeld und Blumenthal. Leipzig und Berlin 1913.

anderseits seine Darstellung in allen möglichen Bezugssystemen zu übersehen [1]).

Gleichwohl muß man sich doch hüten, die Bedeutung einer solchen, die Wahl des Bezugs-Systems offen lassenden Darstellung (in einer 4 fach bestimmten Mannigfaltigkeit) zu überschätzen. Vor allem muß betont werden, daß die Fixierung eines Punktes in jenem „Zeit-Raum-System" zwar eine mathematische Betrachtung ist, mittels deren wir zu einem Wirklichkeits-Denken gelangen können, nicht aber selbst ein Wirklichkeits-Denken oder ein Real-Urteil genannt werden kann. Sie steht zu diesem in keinem andern Verhältnis, als die gewöhnlichen graphischen Darstellungen, die irgend ein zeitliches Geschehen in der Form einer Kurve veranschaulichen. Sie ist ein mathematisches Denkgebilde, das eine Gesamtheit mit unsern Erfahrungen in Einklang stehender Wirklichkeits-Vorstellungen darstellt. Für ein eigentliches Wirklichkeits-Denken ist vor allem die Z e i t als die Form unserer eigenen Erlebnisse in endgültiger Weise als etwas Bekanntes und Unabänderliches gegeben. Und nach Maßgabe der ganzen Prinzipien, die die Bedeutung eines objektiven Wirklichkeits-Denkens überhaupt bestimmen, ist die zeitliche Form auch für ein solches unerläßlich. Es kann daher gar kein Wirklichkeits-Denken von objektiver Bedeutung geben, das sich nicht als eine zeitlich ablaufende Aenderung eines in irgend welchen Begriffen zu bezeichnenden Wirklichkeits-Verhaltens darstellte. Erst durch die Wahl eines bestimmten Bezugs-Systems also gelangen wir von der Minkowskischen Zeit-Raum-Fiktion zu etwas, was man ein Wirklichkeits-Denken nennen kann.

Man kann hiernach, wie mir scheint, dem viel beachteten und oft zitierten Satze Minkowskis: „Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren", doch nur mit erheblichen Einschränkungen und Modifikationen beipflichten. Was eine ihm früher zugeschriebene Bedeutung einbüßt, das ist nicht die Raum-

[1]) Gehen wir von irgend einem bestimmten Bezugs-System aus, so können wir die für dieses geltende Zeit, sowie seine rechtwinkligen Koordinaten zu den 4 rechtwinkligen Koordinaten einer solchen gedachten Zeit-Raum-Mannigfaltigkeit wählen. Ein bestimmter Punkt derselben würde die Tatsache darstellen, daß irgend ein Körper zu einer bestimmten Zeit sich an einem bestimmten Orte befindet, und zwar so, wie sich dies eben für jenes Bezugs-System darstellt. Diese Bedeutung können wir dann verallgemeinern, indem wir gewissen, in bestimmter Weise zu wählenden Funktionen der rechtwinkligen Achsen dieses Systems die Bedeutung geben, räumliche und zeitliche Verhältnisse eines anderen Bezugs-Systems darzustellen. So aufgefaßt gewinnt der Punkt des Zeit-Raum-Systems die Bedeutung, die Anordnung des betr. Körpers in jedem beliebigen Bezugs-System zu veranschaulichen.

Zu einer vereinfachten Darstellung dieser Verhältnisse, die aber das, worauf es ankommt, erkennen läßt und sehr anschaulich macht, gelangt man, wenn man statt der drei Abmessungen des Raumes nur eine in Betracht zieht. An Stelle des vierdimensionigen Zeit-Raum-Systems tritt dann ein zweidimensioniges Zeit-Längen-System, das in einer Ebene darstellbar ist. Vgl. darüber Lothar H e f f t e r, Ueber eine vierdimensionale Welt. Antrittsrede. Freiburg und Leipzig 1912.

und Zeit-Vorstellung, die vielmehr in demjenigen Sinne und in derjenigen Beschaffenheit, wie sie von jeher den Gegenstand der Mathematik gebildet haben, unverändert und als etwas fest Gegebenes weiter bestehen[1]; es sind vielmehr unsere Aussagen über die räumliche und zeitliche Anordnung realer Gegenstände, insbesondere diejenigen, die uns als direkte Ergebnisse sinnlicher Wahrnehmung entgegentreten. Schienen die Wahrnehmungen uns unmittelbar ein zeitliches Geschehen an demselben Orte, ein gleichzeitiges Verhalten an verschiedenen Stellen zu zeigen, und daher eine hier vom Ort, dort von der Zeit absehende Betrachtung zu gestatten, so verlieren sie in der Tat diese Bedeutung, insofern jede solche, Ort oder Zeit allein berücksichtigende Wirklichkeits-Darstellung sich nur als eine unter unzähligen gleichberechtigten herausstellt.

Betrachtet man den Gedanken Minkowskis im weiteren Zusammenhange, so kann man ihn wohl einen scharfsinnigen und geistvollen, aber doch nicht eigentlich geglückten Versuch nennen, denjenigen Schwierigkeiten zu entgehen, die sich aus den geläufigen Annahmen über die direkte Erkennbarkeit äußerer Verhältnisse ergaben, Annahmen, die sich dem alltäglichen Denken anschließen, dagegen von den in der kritischen Philosophie seit lange geläufigen Betrachtungen keine Notiz nehmen. Die richtige Lösung jener Schwierigkeiten liegt aber gerade in diesen Betrachtungen, in der Einsicht, daß uns unmittelbar erkennbar nur unsere psychischen Zustände als solche sind, daß uns zwingend gegeben wohl die Wahrnehmung als psychische Tatsache, nicht aber die wahrgenommenen Verhältnisse im objektiven Sinne sind. Nicht zu einem fiktiven Zeit-Raum-System werden wir geführt, wenn wir die Forderung stellen, unsere Aussagen auf das unmittelbar Erkennbare zu beschränken, sondern auf solche Aussagen, die unsere eigenen psychischen Vorgänge als solche betreffen. Aber es ist durchaus problematisch, ob, wenn wir unser Denken auf die Begriffe dieser Art beschränken, wir zu etwas gelangen können, was als ein Verstehen der Wirklichkeit, als die Erfassung einer gesetzmäßigen Ordnung bezeichnet werden darf. Wenn wir dagegen, wie es für den letzteren Zweck unerläßlich ist, ein Denken der Wirklichkeit als einer zeitlich und räumlich bestimmten ins Auge fassen, so müssen wir auch ein Hinausgehen über das unmittelbar Erkennbare als zulässig in Aussicht nehmen.

Als ein besonderes Ergebnis des Relativitäts-Prinzips ist von einigen Physikern betont worden, daß ihm zufolge die Strahlungen nicht mehr als Bewegungen oder Zustandsänderungen eines stoffähnlichen Substrates, des Lichtäthers, zu denken sind, sondern als Ausbreitungen durch den absolut leeren Raum. Auch auf diesen Punkt ist, wie oben angedeutet, hier noch mit einigen Worten zurückzu-

[1]) Vgl. hierüber die Bemerkungen von Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften, S. 396, wo gerade dieser Punkt in einer Weise beurteilt wird, der ich mich nur vollkommen anschließen kann.

kommen. Wir müssen hier auf das zurückgreifen, was an früherer Stelle schon allgemeiner in Bezug auf die Formen mathematischen Wirklichkeits-Denkens ausgeführt wurde [1]). Wir betonten dort, daß es in gewissem Umfange Sache willkürlichen Ermessens ist, ob wir uns gewisse Verhaltungsweisen schlechtweg als Bestimmungen des Raumes oder als Bestimmungen eines den Raum erfüllenden stofflichen Substrates denken wollen. Auch wurde schon erwähnt, daß gerade die eigentümlichen Verhältnisse des Aethers die Entscheidung mehr oder weniger zweifelhaft machen können, endlich auch, daß gewisse mit dem Relativitäts-Prinzip zusammenhängende Umstände dafür mit in Betracht kommen. — Erwägen wir auf dieser Grundlage die Dinge ganz vollständig, so bemerken wir Folgendes. Gehen wir, wie hier geschah, von der Vorstellung eines materiellen Substrates der Strahlungen aus, so haben wir nach rein formalen Gesichtspunkten eine absolute Bewegung einerseits der ponderabeln Körper, anderseits des Aethers ins Auge zu fassen. Die Erfahrungen, insbesondere die dem Relativitäts-Prinzip zugrunde liegenden, lehren, daß sowohl die einen wie die anderen willkürlich angenommen werden können, und daß auch die Bewegung der ponderabeln Körper gegen den Aether unerkennbar ist, somit jene beiden Annahmen unabhängig von einander sind. Betrachten wir dagegen die Strahlung als Bestimmungen des leeren Raumes, so ist es die nächstliegende und jedenfalls eine zulässige Annahme, daß die Erscheinungen sich als eine nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit stattfindende Ausbreitung darstellen. Damit entfällt dann der Anlaß, noch Modifikationen des Vorganges in Betracht zu ziehen, die einer absoluten Bewegung des Aethers analog sind. Unser Wirklichkeits-Denken wird also statt in zwei nur in einer Hinsicht eine willkürlich anzunehmende Bestimmung aufweisen. Ohne Zweifel kann man sagen, daß die letztere Vorstellungsweise sich als die einfachere empfiehlt.

Wir gelangen hiermit zu der gleichen Folgerung, die auch von Seiten der Physiker an das Relativitäts-Prinzip geknüpft worden ist, und ein Unterschied ergibt sich aus unserem Standpunkt nur insofern, als diese Folgerung nicht in gleichem Maße als eine zwingende und unerläßliche erscheint. Man muß eben doch im Auge behalten, was ja auch oben schon betont wurde, daß ein Wirklichkeits-Denken, in dem irgend welche dem Raum zukommende mathematische Bestimmungen zugrunde gelegt werden, zwar im logischen Sinne völlig einwandfrei ist, aber doch durch die prinzipielle Abweichung von dem uns durch die Wahrnehmungen an die Hand Gegebenen den Charakter des Fiktiven erhält. Und insofern hat es denn doch auch wieder seinen Nachteil, wenn wir die Annahme des Lichtäthers fallen lassen. Vor allem ist natürlich wichtig, daß wir die ganze Frage nach der Existenz oder Nicht-Existenz des Lichtäthers hinsichtlich ihrer Natur und Bedeutung richtig auffassen. Es wäre verkehrt zu meinen, daß sie unbedingt bejaht oder verneint werden müsse, daß notwendig das eine objektiv richtig und das andere falsch sein müsse. Lassen sich, wie wahrscheinlich, die Erscheinungen in der einen wie in der anderen Weise verständlich machen, so werden wir es mit zwei Darstellungen zu tun haben, die in letzter Instanz das Nämliche besagen und gleichermaßen berechtigt sind. Es ist dann nur abzuwägen, welche uns wegen größerer Einfachheit oder Anschaulichkeit, wegen engeren Anschlusses an andere Verhältnisse und dergl. als die bessere und empfehlenswertere erscheint.

[1]) Vgl. o. S. 678.

Sechster Anhang.

Ueber fingierte Mannigfaltigkeiten, insbesondere die nicht-euklidischen Räume.

Eine ergänzende Besprechung sollen hier an letzter Stelle noch die im Anschluß an die Raumvorstellung ersonnenen mathematischen Gebilde, die Mannigfaltigkeiten von einer beliebigen Zahl von Abmessungen, insbesondere die sog. nicht-euklidischen Räume erfahren. Die hiermit zusammenhängenden Probleme haben wir an verschiedenen Stellen zu berühren Anlaß gehabt; doch erscheint es der Uebersichtlichkeit sowohl wie der Vollständigkeit wegen geboten, hier noch in zusammenfassender Weise auf den ganzen Gegenstand zurückzukommen. Dabei können wir uns zum großen Teil den bekannten Abhandlungen von Riemann (Ueber die Hypothesen, die der Geometrie zugrunde liegen [1]) und von Helmholtz (Ueber die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen [2]) anschließen. Doch haben wir allerdings den Inhalt beider in gewisser Weise umzudeuten, wie dies durch unsere Auffassung von den erkenntnistheoretischen Verhältnissen der Mathematik und insbesondere des Raumes gegeben ist. Es erschien mir wünschenswert zu zeigen, wie der Inhalt jener Arbeiten von unserm Standpunkte aus aufzufassen und darzustellen ist. Ohne weiteres fixiert sich dadurch auch unsere Auffassung der berühmten Untersuchungen von Lobatschewski, Beltrami u. a., die den Anstoß zu jenen Abhandlungen gegeben hatten.

Von dem an früherer Stelle Dargelegten ist hier zunächst in Erinnerung zu bringen, daß die Axiome der Geometrie (einschließlich des sog. Parallelensatzes) für unsere Raumvorstellung in anschaulicher Evidenz feststehen, und daß daher die uns hier beschäftigenden Erwägungen alle nicht den Raum, sondern mathematische, in gewissen Hinsichten mit dem Raum übereinstimmende Denkgebilde betreffen. In Bezug auf diese haben wir sodann davon auszugehen, daß der allem Weiteren maßgebend zugrunde liegende Begriff der einer stetigen Größe ist, die positive und negative Werte zuläßt und sich beiderseits ins Unendliche erstreckt. Halten wir uns ferner insofern an das Vorbild des Raumes, als wir uns irgend ein Einzelnes (analog dem Ort) durch die Werte einer Anzahl solcher stetigen Größen bestimmt denken, so gelangen wir zu dem Begriffe einer durch eine beliebige Anzahl stetiger Größen bestimmten oder, wie wir auch sagen können, beliebig ausgedehnten Mannigfaltigkeit.

[1]) Gesammelte mathematische Werke und Nachlaß. Leipzig 1876. S. 254.

[2]) Nachrichten der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 1868. Wissenschaftliche Abhandlungen II. S. 618.

Wir wollen im Folgenden diese Gebilde als Pseudoräume bezeichnen, dagegen den in unserer Anschauung gegebenen schlechtweg den Raum oder, wo es darauf ankommt, den Gegensatz besonders zu betonen, den Anschauungs-Raum nennen. Die der Raumlehre entnommenen Ausdrücke der Koordinaten für die ein Einzelnes charakterisierenden Bestimmungen, der Orte oder Punkte für das durch bestimmte Werte der Koordinaten festgelegte Einzelne werden im entsprechenden Sinne auch für die Pseudoräume angewendet.

Schon oben [1]) wurde nun betont, daß für die Pseudoräume einerseits die Zahl der in ihnen vereinigten Bestimmungen, anderseits aber namentlich auch die zwischen diesen und ihren Kombinationen bestehenden Größenbeziehungen Sache einer willkürlichen Festsetzung sein würde. Als eine solche wäre es also namentlich auch aufzufassen, wenn wir für den Pseudoraum und seine Bestimmungen diejenigen Größenbeziehungen annehmen, die den im Anschauungsraum axiomatisch geltenden analog sind, ein Fall, der, wie sich denken läßt, eine besonders ausgezeichnete Bedeutung besitzt. Allein es muß streng daran festgehalten werden, daß es sich dabei um willkürliche Festsetzung handelt. Erscheinen demgemäß neben den dem Anschauungsraum entsprechenden Festsetzungen auch noch die mannigfaltigsten anderen zulässig, so schränken sich diese ein, wenn wir an die Beschaffenheit der zu erhaltenden Denkgebilde irgend welche besondere Anforderungen stellen. Ganz allgemein kann daher gefragt werden, welche Anforderungen in dieser Hinsicht in Frage kommen; und es kann für jede geprüft werden, in wie weit sie jene Festsetzungen einschränkt, und welchen Spielraum sie anderseits für sie offen läßt. — Von diesen Forderungen ist die einfachste die schon oben erwähnte, daß die getroffenen Festsetzungen zu Untersuchungen von mathematischem Interesse, zu Entwicklungen von einer gewissen Reichhaltigkeit und Fruchtbarkeit, oder, wie wir noch spezieller sagen können, zu einem der eigentlichen Raumlehre mehr oder weniger ähnlichen Lehrgebäude führen sollen. Trotz der unbestimmten Formulierung lassen sich aus dieser Forderung einige greifbare und streng angebbare Ergebnisse ableiten. Vor allem ist leicht ersichtlich, daß es Festsetzungen gibt, die jener Forderung nicht entsprechen und daher durch sie ausgeschlossen werden. Dächten wir uns anstelle der räumlichen Koordinaten eine Anzahl unabhängiger Bestimmungen gegeben, die jedoch unter einander völlig verschieden wären, so daß überhaupt nicht ein Stück der einen irgend einem Stücke einer anderen gleich genannt werden könnte, oder dächten wir uns die aus zwei oder mehreren Koordinaten kombinierten Erstreckungen in ähnlichem Sinne mit jenen unvergleichbar, somit auch durch keinerlei funktionelle Größenbeziehung verknüpft, so ist einleuchtend, daß eine mathematische Behandlung,

[1]) Vgl. o. S. 366.

mindestens eine der Raumlehre irgendwie ähnliche ausgeschlossen sein würde. — Die allgemeinste hier jedenfalls zu machende Voraussetzung können wir etwa dahin formulieren, daß der Unterschied der Orte, gleichviel, wie dabei Unterschiede der einzelnen Koordinaten beteiligt sind, analog der linearen Länge im Anschauungsraum eine einheitliche Größe im mathematischen Sinne darstellt, d. h. sich aus streng vergleichbaren Teilen zusammensetzt, oder wie wir es im Anschlusse an Riemann und Helmholtz [1]) ausdrücken können, daß *alle Linien unabhängig von Ort und Richtung ihrer Länge nach vergleichbar sind*. Da hierbei vorausgesetzt ist, daß die Linien durch die Koordinaten der in ihnen enthaltenen Punkte definiert sind, so versteht sich, daß hierdurch jedenfalls zwischen den verschiedenen, die einzelnen Koordinaten darstellenden Größen ein fester mathematischer Zusammenhang gegeben ist.

Wir können noch einen Schritt weiter gehen, wenn wir die Forderung stetiger Abhängigkeiten zugrunde legen. Sie bringt es mit sich, daß für unendlich kleine Aenderungen der sämtlichen Koordinaten auch das entsprechende Linienelement unendlich klein werden muß. Alle Größenbeziehungen werden also darauf zurückzuführen sein, daß die Größe des Liniendifferenzials als Funktion der Differenziale der Koordinaten festgesetzt wird. Für Punkte anderseits, deren Orte um endliche Beträge verschieden sind, werden die Dinge zunächst verwickelter, da man die eine Wertgruppe in die andere in verschiedener Weise übergehen lassen (anschaulich gesprochen die beiden Punkte durch verschiedene Linien verbinden) kann. Es wird jedoch stets einen Modus dieses Ueberganges geben, bei dem die Summe der Linienelemente ein Minimum wird. Auch für Punkte von endlich verschiedenen Ortsunterschieden gibt es also eine sie verbindende *kürzeste Linie*, die der Geraden im Anschauungsraum in vieler Hinsicht analog ist, und die wir kurzweg den *Abstand* der beiden Orte nennen können. So dürfen wir denn sagen, daß behufs einer fruchtbaren mathematischen Behandlung der Pseudoräume jedenfalls eine funktionelle Beziehung zwischen Linienelement und Differenzialen der Koordinaten oder auch zwischen Abstand und Koordinatenwerten festgesetzt werden muß. Dagegen bliebe zunächst offen, von welcher Art diese Beziehung sein muß oder sein kann.

Ob sich aus dem einfachen Gesichtspunkte einer fruchtbaren mathematischen Behandlung noch Weiteres ableiten läßt, kann bezweifelt werden und darf hier dahingestellt bleiben. Zu weit bedeutungsvolleren Ergebnissen gelangen wir dagegen, wenn wir eine andere Anforderung in Betracht ziehen. Die Bedeutung derselben ist allerdings nicht allein eine mathematische; sie hängt vielmehr genau mit dem ganz andersartigen Gesichtspunkte zusammen, daß das Denkgebilde geeignet sein soll, in ähnlicher Weise wie der Anschauungsraum einem Wirklichkeits-

[1]) Helmholtz a. a. O. S. 620.

Denken und zwar einem solchen von mechanischer Form zugrunde gelegt zu werden. Auch wollen wir dieses weitere Postulat zunächst aus diesem Gesichtspunkte ableiten. In der Tat läßt sich leicht zeigen, daß die mathematische Natur der Mannigfaltigkeit gewissen Anforderungen entsprechen muß, wenn Gesetze des Geschehens möglich sein sollen, die in gewissen fundamentalen Hinsichten mit den uns für die Mechanik geläufigen übereinstimmen sollen. Die aufzustellende Forderung knüpft sich an den uns gewohnten Begriff eines im idealen Sinne *festen Körpers*. Im Anschauungsraume können wir uns einen solchen an verschiedene Stellen gebracht, auch in verschiedenen Richtungen angeordnet (also sowohl in fortschreitender wie in drehender Weise bewegt) denken, ohne daß dabei eine Aenderung seiner inneren Konfiguration stattfindet, so also, daß dabei der Abstand *jedes beliebigen Punktpaares* unverändert bleibt. Wir können fordern, daß das fingierte Gebilde in gleicher Weise die Möglichkeit freier Bewegung eines im idealen Sinne festen Körpers bietet [1]). Es wird nicht überflüssig sein, für diese besonders wichtige Eigenschaft eine einheitliche Bezeichnung einzuführen; wir wollen sie *Homöomerie*, diejenigen Gebilde, denen sie zukommt, *homöomer* nennen [2]).

Daß durch diese Anforderung die funktionellen Beziehungen zwischen Abstand und Koordinaten in gewissem Maße gebunden werden, erkennt man schon daran, daß, wenn wir uns in einer x fach bestimmten Mannigfaltigkeit zu einer gegebenen Gruppe von n Punkten eine korrespondierende bilden wollen, die $n.\,x$ Koordinaten, die zu suchen sind, $\frac{n.\,(n-1)}{2}$ Bedingungen entsprechen müssen, einer Zahl, die, da n unbegrenzt vermehrt werden kann, in beliebigem Verhältnisse größer als $n.\,x$ zu machen ist.

Haben wir diese Beschaffenheit zunächst aus den Anforderungen eines mechanischen Wirklichkeits-Denkens hergeleitet, so versteht sich doch, daß sie auch unter rein mathematischem Gesichtspunkt betrachtet werden kann. Ob sie eine unerläßliche Bedingung jeder fruchtbaren mathematischen Behandlung genannt werden darf, das mag, ent-

[1]) Sind wir hier der Anschaulichkeit halber von der Bewegung eines Körpers ausgegangen, so versteht sich doch, daß die in Frage kommende Eigenschaft auch ohne Rücksicht auf einen solchen definiert werden kann. Es muß zu einem gegebenen Gebilde an beliebigen Stellen und in beliebigen Richtungen ein korrespondierendes aufweisbar sein, das zu jenem in der Beziehung steht, daß jedem Punkte des einen ein Punkt des andern entspricht, und daß die Abstände *sämtlicher* korrespondierender Punktpaare gleich sind. Die vollkommene Freiheit in Bezug auf Ort und Richtung würde des genaueren dahin zu erläutern sein daß wir im x fach ausgedehnten Pseudoraume für einen ersten Punkt alle x Koordinaten, für einen zweiten noch $x-1$, für einen dritten noch $x-2$ Koordinaten (oder Funktionen der Koordinaten) usw. beliebig wählen können.

[2]) Man kann die gleiche Eigenschaft auch so bezeichnen, daß alle Teile der betr. Mannigfaltigkeit „abgesehen von den Begrenzungen mit einander kongruent“ sein sollen; ich möchte jedoch diesen Ausdruck vermeiden, da er, wie alsbald zu besprechen sein wird, gewisse Mißverständnisse nahe legt.

sprechend dem vorhin schon Gesagten, dahingestellt bleiben. Sicher aber ist, daß die homöomeren Gebilde der mathematischen Betrachtung immer eine Reihe von Angriffspunkten gewähren; auch haben tatsächlich die Mathematiker Gebilde, die dieser Eigenschaft ermangeln, wohl ganz im allgemeinen erwogen, aber nicht zum Gegenstande eingehender Untersuchungen gemacht.

Fragen wir nun, welche Beziehungen zwischen Abstand und Koordination der Forderung der Homöomerie Genüge leisten, so haben wir dafür, wenn nicht als einzigen, so jedenfalls als nächstliegenden und wichtigsten Fall denjenigen anzuführen, der durch die Verhältnisse des Anschauungsraumes gegeben ist. Bei Zugrundelegung rechtwinkliger Koordinaten sind jene Beziehungen die bekannten durch den Pythagoreischen Lehrsatz ausgedrückten: das Quadrat des Abstandes ist gleich der Summe der Quadrate der Koordinaten-Unterschiede; in gewohnter symbolischer Bezeichnung:

$$s^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2.$$

Daß hierbei der uns beschäftigenden Anforderung genügt wird, geht aus bekannten mathematischen Verhältnissen hervor [1]). Das Entsprechende gilt für Mannigfaltigkeiten von einer beliebigen Zahl von Abmessungen; sie sind homöomer, wenn festgesetzt wird, daß das Quadrat des Abstandes gleich der Summe der Quadrate der Koordinaten-Unterschiede sein soll, also in üblicher Bezeichnung

$$s^2 = \Sigma (x - x')^2.$$

Wir wollen diesen Fall mit Helmholtz als die Geltung des e r w e i t e r t e n Pythagoreischen Lehrsatzes bezeichnen.

Dabei muß beachtet werden, daß die Beziehung diese Form nur bei Benutzung rechtwinkliger Koordinaten annimmt. Für andere, die wir uns als bestimmte Funktionen von jenen gebildet denken können, würden wir andere Formen erhalten. Immer aber würde die Möglichkeit bestehen, diese durch neue zu ersetzen, die bestimmte Funktionen von ihnen wären, und für welche die uns beschäftigende Beziehung die einfache Form des Pythagoreischen Lehrsatzes bekommt. Wollen wir also das, worauf es ankommt, ganz allgemein ausdrücken, so würde zu sagen sein: die Beziehung zwischen Abstand und Koordinaten muß in der Weise festgesetzt sein, daß eine Wahl von Koordinaten als Funktionen der zunächst in Betracht gezogenen möglich ist, bei der die Beziehung die Form des Pythagoreischen Lehrsatzes erhält.

---

[1]) Es sei hier namentlich an die geläufigen Formeln für die Transformation von Koordinatensystemen erinnert. Sind für eine Gruppe beliebig vieler Punkte die Koordinaten in zwei Systemen gegeben, so können wir ihre Koordinaten im zweiten System auch als die eines anders gelegenen korrespondierenden Gebildes im ersten System betrachten. Wie die Abstände eines Punktpaares sich immer gleich ergeben, mögen wir die Koordinaten des einen oder anderen Systems zugrunde legen, so erhalten wir auch für die korrespondierenden Punktpaare stets gleiche Abstände. Der vollkommenen Freiheit in Bezug auf die Lage der Koordinatensysteme entspricht die vollkommene Freiheit in Bezug auf die relative Anordnung der korrespondierenden Gebilde.

Zu besonders interessanten Ergebnissen führt nun, wie vorhin schon angedeutet, die Prüfung, ob der Forderung der Homöomerie a l l e i n durch diese dem Anschauungsraum nachgebildeten Festsetzungen oder auch durch andere Genüge geleistet werden kann. Die Untersuchungen der Mathematiker haben gelehrt, daß das letztere der Fall ist; es gibt in der Tat auch andere, von denen des Anschauungsraumes abweichende funktionelle Beziehungen, die die Eigenschaft haben, jener Anforderung zu genügen, und die wir daher für die Konstruktion und rechnerische Bearbeitung eines in dieser Hinsicht mit dem Anschauungsraume übereinstimmenden, also gleichfalls homöomeren Denkgebildes zugrunde legen können. Freilich zeigt sich zugleich, daß auch diese Festsetzungen sich in eigenartiger Weise mit den geläufigen des Anschauungsraumes in Zusammenhang bringen und auf sie zurückführen lassen. Die Ergebnisse jener Untersuchungen, namentlich auch der eben angedeutete eigentümliche Zusammenhang, lassen sich leicht verstehen, wenn wir gewisse Verhältnisse in Betracht ziehen, die unsern Anschauungsraum selbst betreffen. Eine einfache Erwägung lehrt nämlich, daß die Forderung der Homöomerie (der freien Beweglichkeit ideal fester Körper) ebenso wie durch den ganzen dreifach ausgedehnten Raum auch durch T e i l e desselben erfüllt wird, wenn diese gewissen anderen Bedingungen genügen. In einfachster Weise ist dies schon für die Ebene ersichtlich; auch sie gestattet die freie Bewegung eines ihr angehörigen festen Körpers, auch sie ist homöomer. Die gleiche Eigenschaft besitzt aber auch die K u g e l f l ä c h e; alle ihre Teile sind, von den Begrenzungen abgesehen, unter einander kongruent, und ein Gebilde, das sich mit irgend einem Teile zur Deckung bringen läßt, kann ohne eine Aenderung seiner inneren Konfiguration auch mit beliebigen andern Teilen zur Deckung gebracht werden. Man könnte nun auf den ersten Blick meinen, daß die uns hier interessierende Eigenschaft einfach solchen Teilen eines Pseudoraums zuzuschreiben wäre, die, ähnlich der Ebene und der Kugel, eine durchgängige Kongruenz ihrer Teile aufweisen. Allein eine leichte Ueberlegung führt uns dazu, die Bedingung in einer etwas allgemeineren Weise zu formulieren. Suchen wir für eine zweifach bestimmte Mannigfaltigkeit einen funktionellen Zusammenhang zwischen Abstand und Koordinaten, der gewissen Bedingungen genügen soll, so haben wir ja unter den Koordinaten die zwei innerhalb der Mannigfaltigkeit den Ort festlegenden Bestimmungen zu verstehen. Der Abstand ferner würde die kürzeste i n n e r h a l b d e r b e t r. M a n n i g f a l t i g k e i t mögliche Verbindung zweier Punkte bedeuten, also lauter der Mannigfaltigkeit angehörige Punkte umfassen. Wenn wir, um uns solche Beziehungen zu veranschaulichen, F l ä c h e n in Betracht ziehen, die Teile des dreifach bestimmten Anschauungsraumes bilden, so werden die Koordinaten sich mit irgend welchen Bestimmungen decken müssen, durch die wir den Ort in der Fläche festlegen können; das den Abständen entsprechende An-

schauungsgebilde aber werden nicht die im Raume sondern die in der Fläche gemessenen Abstände zweier Punkte sein. Hieraus folgt, daß, wenn eine Fläche jene uns hier beschäftigende Eigenschaft besitzt, sie dieselbe nicht einbüßt, wenn wir ihre Gestalt im Raume so verändern, daß die in der Fläche gemessenen Abstände aller Punkte ungeändert bleiben, d. h. wenn wir sie ohne Dehnungen und Schrumpfungen verbiegen. Wollen wir daher diejenigen Flächen, die zweifach bestimmte homöomere Mannigfaltigkeiten sind, als Raumteile charakterisieren, so ist nicht erforderlich, daß jeder Teil dem andern räumlich kongruent sei, sondern daß jeder mit jedem durch dehnungslose Verbiegung zur Deckung gebracht werden kann. So würde, um ein einfachstes Beispiel anzuführen, nicht nur die Ebene, sondern auch eine in beliebiger Weise dehnungslos verbogene oder gefaltete Ebene eine freie Verschiebung der ihr angehörenden Gebilde gestatten, bei der die in ihr gemessenen Abstände beliebiger Punktpaare ungeändert bleiben [1]).

Die genauere mathematische Betrachtung, auf die wir hier nicht einzugehen brauchen, zeigt, daß die hier in Frage kommende Eigenschaft solchen Teilen unseres Anschauungsraumes zukommt, die konstantes Krümmungsmaß besitzen. Für die Ebene und die durch ihre Verbiegungen herzustellenden Gebilde ist das Krümmungsmaß gleich Null, für die Kugel hat es einen positiven, für die sog. pseudosphärischen Flächen [2]) einen negativen Wert. Für solche Flächen sind die Beziehungen zwischen Koordinaten und Abstand andere als die des Pythagoreischen Lehrsatzes und lassen sich auch nicht in diese Form bringen. So können wir z. B. die Orte auf der Kugelfläche durch zwei Veränderliche etwa in der Art geographischer Länge und Breite bestimmen, und wir können den auf der Kugelfläche gemessenen Abstand als Funktion jener beiden Veränderlichen darstellen. Dabei erhalten wir eine Abhängigkeit, die nicht von der Form des Pythagoreischen Lehrsatzes ist; auch ist es nicht möglich, andere Veränderliche für die Ortsbestimmung zu wählen, für die die Beziehung diese Form annähme.

[1]) Diese Verhältnisse sind insofern beachtenswert als von den homöomeren Flächen wohl die positiv, nicht aber die negativ gekrümmten eine Gestaltung zulassen, bei der sie auch als räumliche Gebilde eine durchgängige räumliche Kongruenz ihrer Teile darbieten. Hierin liegt auch der Grund, weshalb, wie oben erwähnt, für die Homöomerie die Formulierung, daß jeder Teil jedem andern abgesehen von den Begrenzungen kongruent sei, zwar zutrifft, aber doch leicht einem Mißverständnis ausgesetzt ist. Sie trifft zu, solange wir das betreffende Gebilde für sich allein in Betracht ziehen, somit auch bei der Kongruenz lediglich die Uebereinstimmung der innerhalb dieser Mannigfaltigkeit gemessenen kürzesten Linien im Auge haben. In diesem Sinne würden wir auch bei der verbogenen Kugelfläche und der gefalteten Ebene alle Teile kongruent nennen können. Aber es liegt nahe, die betr. Mannigfaltigkeit als Teil einer solchen von zahlreicheren Abmessungen (die Fläche als Raumteil) anzusehen und die Kongruenz in dem Sinne zu erweitern, daß auch die Uebereinstimmung der dieser letzteren angehörigen Entfernungen verlangt wird (also für die Fläche räumliche Kongruenz ihrer Teile usw.). Diese Forderung aber würde mit der hier in Frage kommenden (einer freien Verschieblichkeit der der betr. Mannigfaltigkeit angehörenden Gebilde) nicht zusammenfallen, sondern in manchen Fällen über sie hinausgehen, in manchen auch unerfüllbar werden.

[2]) Es sind dies Flächen, die in zwei auf einander senkrechten Schnitten entgegengesetzt gekrümmt, also von einer Seite gesehen in einem Schnitt konvex, in dem darauf senkrechten konkav sind, sog. Sattelflächen. Vgl. darüber Helmholtz, Wissenschaftliche Vorträge 3. Heft. S. 31. Braunschweig 1876.

Das hier für den Anschauungsraum Dargelegte läßt sich auf beliebig ausgedehnte Pseudoräume ohne Weiteres übertragen. Gehen wir von einem solchen aus, der n-fach bestimmt ist, und für den die funktionellen Beziehungen zwischen Abstand und Koordinaten in der dem Anschauungsraume analogen Weise festgesetzt sind, so können wir uns aus ihm ein $(n-1)$fach bestimmtes Teilgebilde ausgesondert denken (wir wollen es als einen unvollständigen Pseudoraum bezeichnen), welches der Anforderung, die freie Verschiebung fester Körper zu gestatten, dann genügen wird, wenn ihm im entsprechenden Sinne konstantes Krümmungsmaß zukommt.

Homöomer sind also Pseudoräume dann, wenn die funktionellen Beziehungen zwischen Abstand und Koordinaten so festgesetzt sind, daß sie sich als Teile eines Pseudoraumes von einer größeren Zahl von Ausdehnungen auffassen lassen, und zwar als Teilgebilde von konstanter Krümmung, während für den vollständigen Pseudoraum, dem sie angehören, diejenigen Festsetzungen gelten, die dem Anschauungsraume analog sind.

Wie vorhin angedeutet, gewinnen bei dieser Betrachtung diejenigen Mannigfaltigkeiten, für die der Pythagoreische Lehrsatz gilt, eine gewisse dominierende Bedeutung, und es muß auf diesen Punkt noch etwas genauer eingegangen werden. Es trifft dies zunächst zu für diejenigen Mannigfaltigkeiten, die wir hier als vollständige bezeichnen. Aber auch für diejenigen unvollständigen Pseudoräume, denen wir bei dieser Betrachtungsweise das Krümmungsmaß Null zuschreiben, oder die als eben bezeichnet werden, gilt der Pythagoreische Lehrsatz, wie dies ja in der bekannten Tatsache zum Ausdruck kommt, daß dieser, wie für den ganzen Anschauungsraum, so in analoger Form auch für die Ebene zutrifft. Demgemäß können wir denn einen unvollständigen Pseudoraum, der eben ist, auch als einen vollständigen behandeln, d. h. von einer Zugehörigkeit zu einem andern von zahlreicheren Abmessungen ganz absehen. Anderseits aber können wir auch jeden vollständigen als Teil und zwar als ebenen Teil eines andern von mehr Abmessungen ansehen. Aus diesem Grunde kann denn ganz allgemein die Gültigkeit des Pythagoreischen Lehrsatzes auch als Ebenheit bezeichnet werden. Und wir können in diesem Sinne namentlich auch den Anschauungsraum selbst einen ebenen nennen. — Auf der andern Seite muß man beachten, daß, wenn wir homöomere Mannigfaltigkeiten für die der Pythagorei-

sche Lehrsatz nicht gilt, als Teile einer ebenen Mannigfaltigkeit von zahlreicheren Abmessungen auffassen, und zwar als solche von konstanter Krümmung, hierin doch nur eine Betrachtungsweise, eine figürliche Bezeichnung gewisser mathematischer Beziehungen liegt, die wir zu einer Veranschaulichung zweckmäßig heranziehen können, die aber an sich nicht notwendig ist. Vielmehr können wir die betreffende Mannigfaltigkeit auch für sich allein in Betracht ziehen, wobei ihre charakteristische Eigentümlichkeit in den mathematischen Beziehungen zwischen Abstand und Koordinaten gegeben ist, die sich auch ohne Heranziehung jener anschaulichen Bedeutung analytisch fixieren lassen [1]). Auch die Bezeichnung als unvollständige Pseudoräume hat also ihre Bedeutung nur im Hinblick auf die ganz bestimmte Betrachtungsweise, von der wir hier zum Zwecke einer möglichst anschaulichen Darstellung ausgingen.

Wir haben durch die obigen Betrachtungen in den unvollständigen Pseudoräumen von konstantem Krümmungsmaß n-fach bestimmte Mannigfaltigkeiten kennen gelernt, die zum Gegenstande fruchtbarer mathematischer Untersuchung gemacht werden können, die insbesondere auch den im Hinblick auf ein mechanisches Wirklichkeits-Denken zu stellenden besonderen Anforderungen genügen, für die aber die inneren Zusammenhänge ihrer unabhängigen Bestimmungen von denen des Anschauungs-Raumes verschieden sind. Daß es also solche Gebilde überhaupt gibt, ist hierdurch festgestellt; es kann gefragt werden, ob die hier besprochenen (die unvollständigen Pseudoräume von konstanter Krümmung) die einzigen sind, die dieser Anforderung genügen, m. a. W. ob es gelingt, ihre mathematische Charakterisierung aus dieser Anforderung zwingend abzuleiten. Die einschlägigen Fragen sind gerade in diesem Sinne von Riemann und von Helmholtz geprüft worden, deren Untersuchungen sich ergänzend an einander schließen. Und zwar lehrt die Untersuchung Riemanns, daß wir auf jene Teilgebilde von konstanter Krümmung mit Notwendigkeit geführt werden, wenn wir die Verschieblichkeit ohne Aenderung der inneren Konfiguration fordern und überdies voraussetzen, daß das Linienelement gleich der Quadratwurzel aus einer homogenen Funktion zweiten Grades der Differenziale der Koordinaten ist. Anderseits hat Helmholtz versucht, auch die Notwendigkeit gerade dieser funktionellen Beziehung aus bestimmten Annahmen herzuleiten und damit den Ausgangspunkt der Riemannschen Untersuchung zu gewinnen. Helmholtz legt dabei außer der mehr erwähnten Anforderung der Homöomerie (der freien Beweglichkeit ideal fester Körper) noch die zugrunde, die er als die Monodromie des Raumes bezeichnet. Ich möchte auf diese hier noch mit einigen Bemerkungen eingehen, da, wie ich glaube, die Helmholtzschen Darlegungen in diesem

[1]) Diese Beziehungen des Genaueren zu verfolgen, ist für unsere Zwecke nicht erforderlich; es mag genügen anzuführen, daß für unendlich kleine Elemente das Quadrat des Linien-Differenzials nicht der Quadratsumme, wohl aber einer homogenen algebraischen Funktion zweiten Grades von den Differenzialen der Koordinaten gleich wird. Vgl. Riemann a. a. O. S. 260. Als einfachstes Ergebnis sei ferner erwähnt, daß der nicht-euklidische Raum von negativer Krümmung ebenso wie der euklidische (ebene) unendlich ist, während der von positiver Krümmung ähnlich der Kugel begrenzt ist, und seine kürzesten Linien gleicher Richtung geschlossen in sich zurück verlaufen.

Punkte nicht ganz einwandfrei sind, mindestens die Monodromie zweierlei besser wohl auseinander zu haltende Anforderungen einschließt. Helmholtz versteht hierunter die Forderung, daß, wenn wir uns eine Linie mit konstant bleibender Länge um einen ihrer Endpunkte gedreht denken, bis sie wieder in ihre ursprüngliche Lage kommt, auch der Endpunkt wieder an seinen Ausgangsort, nicht an irgend einen anderen zurückkehren muß. Halten wir streng daran fest, daß die Linie ihre Drehung ohne Aenderung ihrer Länge ausführt, so würde das Fehlen der Monodromie besagen, daß Größe und Ort nicht eindeutig zusammenhängen; wir würden zwei von demselben Ausgangspunkte in der gleichen Richtung verlaufenden, aber durch verschiedene Endpunkte begrenzten Linien die gleiche Größe zuzuschreiben haben. Und eine einfache Modifikation der Betrachtung würde uns auch nötigen einer durch ihre Ortswerte eindeutig definierten Erstreckung mehrere verschiedene Größenwerte zuzuschreiben. Mit Recht werden wir also diese Forderung eines eindeutigen Zusammenhanges zunächst als eine besondere hervorheben dürfen. Und man kann wohl sagen, daß eine mathematische Behandlung auf anderer Grundlage sehr schwierig und von den Verhältnissen der Geometrie gänzlich verschieden sich gestalten würde. — Auf der andern Seite ist dann aber zu beachten, daß aus dieser Forderung allein irgend etwas über die in Frage stehenden funktionellen Beziehungen nicht hergeleitet werden kann. Denn von welcher Art und Form diese auch sein mögen, unter allen Umständen wird der Endpunkt des sich drehenden Körpers lauter Punkte durchlaufen, deren Abstand von dem festen Punkte der gleiche ist, und nach Durchlaufung einer ganzen Umdrehung wieder an seine ursprüngliche Stelle kommen, nicht aber an einen Ort, dessen Koordinaten andere sind. Tatsächlich läßt sich denn auch eine Forderung in Bezug auf den funktionellen Zusammenhang aus derjenigen der Eindeutigkeit allein nicht herleiten; es tritt vielmehr zu dieser auch in der Helmholtzschen Deduktion noch eine weitere hinzu. Und sie liegt offenbar darin, daß für die Drehung eine bestimmte mathematisch definierbare Form der Koordinaten-Aenderung vorausgesetzt wird. Es scheint hiernach, als ob zur zwingenden Ableitung jener von Riemann zugrunde gelegten Beziehung zwischen Linienelement und Differenzialen der Koordinaten neben den Forderungen der Homöomerie und des eindeutigen Zusammenhanges zwischen Abstand und Koordinaten-Unterschieden noch andere Forderungen formal mathematischer Natur herangezogen werden müssen. Zum mindesten dürfte die Ableitung aus jenen beiden allein vorderhand nicht in ganz befriedigender Weise gelungen sein.

Das Mitgeteilte dürfte genügen, um über das ganze eigenartige Gebiet soweit zu unterrichten, als dies auch für den Nicht-Mathematiker und unter allgemein logischen Gesichtspunkten von Interesse ist. An den Ergebnissen mag noch Einiges als besonders beachtenswert hervorgehoben werden. Es sei hier zuvörderst an den zur Charakterisierung des euklidischen und des nicht-euklidischen Raumes in der Regel herangezogenen Parallelensatz erinnert. Da durch die Annahme des Pythagoreischen Lehrsatzes die Maßverhältnisse eindeutig und zwar im Sinne der hergebrachten Geometrie festgelegt sind, so versteht sich, daß hierdurch auch die Geltung des Parallelensatzes eingeschlossen wird, wie das übrigens mathematisch unmittelbar ersichtlich ist. Anderseits

wird ja in der hergebrachten (euklidischen) Geometrie der Pythagoreische Lehrsatz bewiesen; jedoch gehen in den Beweis stets eben diejenigen Anschauungstatsachen ein, die das Wesen des Parallelensatzes ausmachen. Die Frage, ob die zwischen Abstand und Koordinaten geltenden Beziehungen diejenigen des Pythagoreischen Lehrsatzes sind, kann also mit der nach der Gültigkeit des Parallelensatzes für unsre Zwecke identifiziert werden. So wird denn aus dem Beigebrachten ohne weiteres deutlich, wie die vielumstrittene Frage der Gültigkeit und Beweisbarkeit des Parallelensatzes zu beurteilen ist. Für den Anschauungsraum trifft er unbedingt zu und die Art seiner Geltung ist keine andere als die aller andern geometrischen Axiome. Gleich diesen sagt er gewisse der Raumvorstellung eigne innere Beziehungen aus, ist also ein durch deren Natur bedingtes Reflexions-Urteil. Auch für seine Evidenz und Geltung trifft, wie früher schon erwähnt [1]), alles zu, was in dieser Hinsicht allgemein dargelegt wurde. Für die lediglich den Begriff der stetigen Größe zugrunde legenden mathematischen Denkgebilde anderseits kann von einem Beweise des entsprechenden Satzes keine Rede sein; er besitzt hier lediglich die Bedeutung einer willkürlichen Festsetzung. Auch ist diese nicht einmal in dem Sinne eine notwendige, daß ausgiebige mathematische Entwicklungen ohne sie unmöglich wären, da, wie eben die nicht-euklidische Geometrie lehrt, solche auch unter abweichenden Festsetzungen sehr wohl durchgeführt werden können.

Auch die Frage, wie weit und unter welchen Bedingungen Denkgebilde der hier betrachteten Art zu einer Vorstellung der Wirklichkeit herangezogen werden können, gestattet hier eine ganz einfache und durchsichtige Beantwortung. Nehmen wir an, daß Wesen, die als anschauliche Raumvorstellung diejenige einer Ebene besitzen, auf einer Kugelfläche lebten, so könnten wir uns denken, daß diese Wesen, indem sie das sie umgebende Geschehen als Vorgänge in einer Ebene auffassen, zwar zunächst in gewissem Maße sich zurecht finden, bei größerer Vollständigkeit der Erfahrung aber zu der Einsicht gelangen, die Wirklichkeit sei als eine anschaulich-räumliche (nämlich ebene) nicht zu verstehen. Wären jene Wesen in ähnlicher Weise wie wir befähigt, abstrakt mathematische Vorstellungen zu bilden, so könnten sie wohl zu der Einsicht gelangen, daß ihre Erfahrungen sich als ein Geschehen innerhalb eines anschaulich zwar nicht vorstellbaren, aber mathematisch zu bezeichnenden Denkgebildes von der Beschaffenheit der Kugelfläche verständlich machen lassen, und sie könnten dieses ihrem Wirklichkeits-Denken zugrunde legen. Ganz ebenso können wir uns den Fall denken, daß unser räumliches Wirklichkeits-Denken uns auf Widersprüche und Unverständlichkeiten führte, und wir in die Notwendigkeit versetzt würden, unter Verzicht auf eine anschauliche Wirklichkeits-Vorstellung uns eine abstrakt mathematische zu bilden, deren Grundlage etwa ein dreifach ausgedehnter Pseudoraum von positiver oder negativer Krümmung wäre. Diese Umstände sind es, durch die der Schein entstehen kann, daß die Entscheidung darüber, welche Beschaffenheit der Raum gerade in dieser Hinsicht eigentlich besitzt, ob er eben, positiv oder negativ gekrümmt sei, von der Erfahrung zu erwarten, event. wohl durch planmäßige Ausdehnung der Erfahrung im Wege des Experiments zu suchen sei. Wir brauchen auf das Täuschende dieser Betrachtung, bei der der Unterschied des anschaulich gegebenen Raums und des ersonnenen mathematischen Gebildes und die dem ersteren eigentümliche Geltungsgrundlage außer Betracht bleibt, hier nicht nochmals zurückzukommen.

[1]) Vgl. o. S. 23.

Wir sind bei der obigen Darstellung von denjenigen Anschauungen in Bezug auf die logische Natur der Mathematik überhaupt und insbesondere auch der Raumlehre ausgegangen, zu denen uns die früheren, diese Dinge betreffenden Untersuchungen geführt hatten. Es wird nicht überflüssig sein, noch Einiges darüber hinzuzufügen, wie sich die entsprechenden Verhältnisse von anderen Standpunkten aus betrachtet ausnehmen, namentlich auch über die Auffassungen, die zu ihrer Betrachtung und wissenschaftlichen Verfolgung den ersten Anstoß gegeben haben. Man muß, um diese Entwicklung zu verstehen, zunächst berücksichtigen, daß die auf den Raum bezüglichen Evidenzen denjenigen, die die reinen Zahlen (oder abstrakte Größen) betreffen, zwar in mancher Hinsicht sehr nahe stehen, immerhin aber ihrer ganzen psychologischen Natur nach doch auch in wichtigen Punkten von ihnen verschieden sind und auf besonderer, eigenartiger Grundlage beruhen. Es ist daher verständlich, daß sie sich gerade für den Mathematiker von jenen abheben, und ihre Geltung den Gegenstand besonderer Erwägung bildet. Nun hätte ja daraufhin schon z. B. die Vergleichbarkeit verschieden gerichteter Erstreckungen in Frage gezogen werden können. Wenn dies nicht geschah, so beruht dies wohl darauf, daß die Erwägungen der Mathematiker sich nicht sowohl auf die psychologische Natur und damit die Erweisbarkeit und Geltungsart gewisser Voraussetzungen richtete, als vielmehr auf ihre Unerläßlichkeit für die Begründung eines Lehrgebäudes, das sich durch Geschlossenheit und Folgerichtigkeit unmittelbar als ein berechtigtes und wertvolles zu erweisen schien. Für die Auffassung des Parallelensatzes ist deswegen die Möglichkeit, ein mathematisches Lehrgebäude nicht auf ihn, sondern auf gewisse von ihm abweichende Voraussetzungen zu gründen, von entscheidender Bedeutung geworden. Es konnte zunächst als die Hauptsache erscheinen, daß seine Entbehrlichkeit erwiesen war. Aber es lag wohl auch nicht fern zu folgern, daß mit seiner Entbehrlichkeit auch seine Unbeweisbarkeit in der einfachsten und zwingendsten Weise dargetan sei. Fügten sich die dreifach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten mit konstantem, aber beliebigem Krümmungsmaß als eine gleichartige Gesamtheit mathematischer Gebilde zusammen, innerhalb deren die Gültig-

keit des Parallelensatzes oder die euklidische Beschaffenheit einen Spezialfall darstellt, so verband sich fast naturgemäß damit die weitere Folgerung, daß die euklidische Beschaffenheit des Raumes auf mathematischem Wege nicht erweisbar, daß sie in erster Linie überhaupt als problematisch anzusehen sei, event. als ein Erfahrungsergebnis in Anspruch genommen werden könne. — Was die hier vorzugsweise herangezogenen Untersuchungen von Riemann und Helmholtz anlangt, so waren ja diese darauf gerichtet, diejenigen Grundlagen, die für die Entwicklung der Raumlehre oder auch eines der Geometrie ähnlichen Lehrgebäudes, außer den der reinen Größenlehre angehörigen noch erforderlich sind, ganz allgemein und erschöpfend aufzuführen. Es versteht sich zunächst, daß die Ergebnisse einer solchen Untersuchung von großer Bedeutung sind, auch wenn die sich ja allerdings unmittelbar anschließende Aufgabe, die logische oder psychologische Natur jener Voraussetzungen zu bezeichnen, dabei nicht oder in nicht zutreffender Weise gelöst wird. In der Tat hat Riemann, indem er von Hypothesen spricht, der Beantwortung dieser Frage wohl ausweichen wollen; es ist mindestens fraglich, ob er jene Grundlagen als in jedem Sinne unerweisbar bezeichnen wollte. Bei Helmholtz anderseits ist die ganze Behandlung des Problems durch seine Auffassung des Gleichheits-Begriffes im Sinne einer physischen Gleichheit bestimmt. Dieser Auffassung zufolge hätten wir nicht darin, daß eine freie Beweglichkeit ideal fester Körper denkbar sein soll, eine mathematische Charakterisierung gewisser Denkgebilde zu erblicken. Vielmehr würde die reale Existenz von Körpern, die jenem Ideal annähernd entsprechen, die Voraussetzung für die Ausmessung des Raumes und somit für die Möglichkeit einer Geometrie überhaupt bilden. Die bei unsern messenden Beobachtungen sich ergebenden Erfahrungen aber würden es sein, in denen sich einerseits die Existenz solcher Körper erweist oder die in dieser Hinsicht gemachten Voraussetzungen bestätigen; anderseits aber würde auch die Beschaffenheit, die wir dem Raume zuschreiben, insbesondere seine ebene (euklidische) Beschaffenheit als eine aus den Ergebnissen der Messungen abzuleitende und auf sie zu begründende Erfahrungstatsache anzusehen sein. Wir haben uns mit dieser ganzen Auffassung an früherer Stelle eingehend beschäftigt und brauchen auf die Gründe, aus denen wir sie nicht für richtig halten können, nicht wieder zurückzukommen.

Wenn daher die logische Natur jener Grundlagen der Geometrie von Riemann gar nicht des Genaueren in Erwägung gezogen, von Helmholtz in einer Weise aufgefaßt worden ist, die wir nicht als zutreffend anerkennen können, so sind gleichwohl, wie schon gesagt, jene Untersuchungen doch schon durch die einheitliche und systematische Darlegung jener Grundlagen in hohem Grade förderlich. Es ist dies zum Teil insofern der Fall, als sich die Voraussetzungen, die behufs einer fruchtbaren mathematischen Behandlung überhaupt gemacht werden und auch für die Pseudoräume gelten, von der den

euklidischen Raum charakterisierenden in besonders scharfer und übersichtlicher Weise abheben. Vor allem aber sind jene Untersuchungen insofern klärend, als sie erkennen lassen, daß auch die allgemeinere, vom Parallelensatz abstrahierende, also die nicht-euklidischen Räume mitumfassende Geometrie auf einer Reihe von Voraussetzungen aufgebaut werden muß, die aus der reinen Größenlehre keineswegs hergeleitet werden können. Hierdurch wird der Parallelensatz jenen anderen Voraussetzungen in einer Weise nahegerückt, die einer richtigen Auffassung seiner Natur und seiner Geltungsweise sehr zu statten kommt. In der Tat dürfte, um etwa in dieser Hinsicht bestehende Bedenken zu beseitigen, nichts so geeignet sein, als daß wir uns klar machen, wie auch eine Reihe von anderen den Raum betreffenden Evidenzen sich nicht aus der reinen Größenlehre ableiten läßt, sondern in eigenartiger Weise durch die Natur der Raumvorstellung gegeben ist. Es sind dies vor allem diejenigen Einsichten, die die allgemeinen Verhältnisse der Vergleichbarkeit betreffen, und in deren zwingender Gültigkeit einerseits der strenge und endgültige Sinn des Gleichheits-Begriffes, anderseits die Natur der Raumvorstellung zum Ausdruck kommt [1]). Daß alle Linienelemente unabhängig von Lage und Richtung unter einander der Größe nach vergleichbar sind, daß der Raum an beliebigem Orte und in beliebiger Richtung ein ganz bestimmtes Linienstück enthalten muß, das irgend einem andern im strengen Sinne gleich ist,

[1]) Wir haben diese Verhältnisse früher durch einige Beispiele erläutert. Die erschöpfende Vollständigkeit der Untersuchung führt auf Fälle, in denen die Unzulänglichkeit des Begriffs der physischen Gleichheit, die Notwendigkeit, ihm einen andersartigen gegenüberzustellen, vorzugsweise frappierend zum Ausdruck kommt. Von dieser Art ist besonders der von Helmholtz hier in Erwägung gezogene Fall, daß dem Raume die Eigenschaft der Monodromie fehle. Helmholtz bezeichnet die sich daraus ergebende Folge dahin, „daß die linearen Dimensionen jeder ebenen Figur bei Drehung um einen konstanten Winkel in gleicher Richtung in konstantem Verhältnis wachsen würden.“ (A. a. O. S. 638). Ohne Zweifel ist ein solches mit den Drehungen verknüpftes Wachsen denkbar; es stellt eine besondere, freilich sehr unwahrscheinliche Art realen Geschehens dar. Undenkbar aber ist, daß die Gleichheit eine mehrdeutige Funktion der Koordinaten sein sollte, und daß wir Linien gleich nennen könnten, die sich von demselben Ausgangspunkte in der gleichen Richtung zu verschiedenen Endpunkten erstrecken, von denen also die eine einen Teil der andern bildet. Bei der Charakterisierung des in Rede stehenden Sachverhalts kann denn auch Helmholtz nicht wohl umhin, Ausdrücke zu gebrauchen, die einen andern Sinn des Gleichheits-Begriffs stillschweigend voraussetzen. Nur so kann man dem sich drehenden Körper, der ja im physischen Sinne voraussetzungsgemäß gleich bleiben sollte, ein Wachsen zuschreiben. Und es ist offenbar der hier gar nicht abzuweisende Gedanke an eine Gleichheit in anderem Sinne, der Helmholtz veranlaßt, für diesen Fall die Spirale ausdrücklich als die „Kurve der physischen Gleichwertigkeit“ zu bezeichnen, nicht aber schlechtweg zu sagen, daß alle ihre Punkte von der Mitte gleiche Entfernung haben. Daß die sämtlichen Punkte einer Spirale in irgend einem Sinne physisch gleichwertig sind, das ist in der Tat ganz wohl denkbar. Daß aber in der Spirale der Abstand vom Mittelpunkt immer gleich bleiben, und daß alle Punkte, in denen die Spirale eine vom Mittelpunkt aus gezogene Gerade schneidet, trotz ihrer verschiedenen Lage gleichen Abstand von jenem haben könnten, das ist nicht denkbar, sondern offenbar durch die Natur des Gleichheits-Begriffes ausgeschlossen.

daß, abgesehen von der Begrenzung jeder Teil des Raumes jedem anderen kongruent ist, das sind Ueberzeugungen, die mit der Natur der Raumvorstellung zwingend gegeben, aber aus einer reinen Größenlehre nicht ableitbar sind. Und die Erwägung dieser Verhältnisse lehrt am eindrucksvollsten, daß die Raumvorstellung bestimmte Eigentümlichkeiten aufweist, die in inneren Beziehungen ihrer Teile bestehen und die Grundlage für Reflexions-Urteile abgeben.

Siebter Anhang.

Bemerkung zur Wahrscheinlichkeits-Theorie.

In der Bearbeitung der Wahrscheinlichkeits-Theorie (Kap. 19 und 26) konnte das jüngst erschienene Werk von Marbe „Die Gleichförmigkeit in der Welt“, München 1916, nicht mehr berücksichtigt werden. Ich möchte daher an dieser Stelle einige Bemerkungen über die dort entwickelte Lehre vom „statistischen Ausgleich“ anfügen. Marbe stellt diese dem herkömmlichen Verfahren entgegen, nach dem namentlich in den Zufalls-Spielen die einzelnen Fälle als unabhängig behandelt werden, also die Wahrscheinlichkeit irgend einer Kombination von Erfolgen gleich dem Produkt aus den Wahrscheinlichkeiten aller einzelnen gesetzt wird. Er ist, wenn ich recht verstehe, der Meinung, daß dieses Verfahren überall unzulässig sei, daß eine solche Unabhängigkeit nirgend existiere. — Um diese Verhältnisse richtig zu beurteilen, muß man vor allem im Auge behalten, daß jenes von Marbe bestrittene Verfahren in der Tat nur auf Grund eines bestimmten, die einzelnen Gebiete von Vorkommnissen betreffenden Wissens zulässig ist. Die Annahme, auf die es sich stützt, ist die, daß jede Kombination einzelner Ergebnisse in dem besondern, in der Spielraums-Theorie entwickelten Sinne gleich möglich ist, d. h. durch gleich große Spielräume bedingender Umstände herbeigeführt wird. Wird diese Annahme nicht gemacht oder in Zweifel gezogen, so ergeben sich mannigfaltige und schwankende Betrachtungen, die zu einer bestimmten Bewertung der Wahrscheinlichkeiten nicht führen. Namentlich kann das übliche Verfahren (vgl. die Ausführungen S. 601) keinesfalls durch eine völlige Unkenntnis legitimiert werden. Daß wir nur auf Grund eines bestimmten positiven Wissens dazu gelangen, eine Reihe von Fällen im strengen Sinne gleich wahrscheinlich zu nennen, das bestätigt sich vorzugsweise deutlich da, wo jeder Fall die Kombination mehrerer einzelner Vorkommnisse bedeutet. — Ob nun die erwähnte Annahme tatsächlich zutrifft, ob z. B., wenn eine Person unbegrenzte Male eine Münze aufwirft, jede Folge von Ergebnissen gleich leicht eintreten kann, das ist durchaus eine quaestio facti, die sich auf das reale Verhalten bestimmter Vorgänge

bezieht, sie ist von ganz derselben logischen Natur, wie wenn wir fragen, ob bei einem bestimmten Würfel durch exzentrische Lage des Schwerpunktes ein Erfolg begünstigt ist. Und würde die Unabhängigkeit, wie Marbe dies aufzufassen scheint[1]), schlechtweg und allgemein gefordert, so würde man sich damit allerdings auf einem durchaus unhaltbaren Boden bewegen. Die Annahme bedarf überall einer, den realen Verhältnissen der einzelnen Gebiete Rechnung tragenden Begründung und Prüfung. — Zu diesem Ende kann man zunächst, ähnlich den Erwägungen, die ich für die Zufalls-Spiele angestellt habe (S. 619), in theoretisch-deduktiver Weise vorgehen. Und sicherlich sind Ueberlegungen dieser Art durchaus geeignet, für die Zufalls-Spiele eine Abhängigkeit der Einzelergebnisse höchst unwahrscheinlich zu machen. Freilich ist es sehr wohl denkbar, daß z. B., wenn jemand einige Male gewisse Bewegungen in annähernd gleicher Weise ausgeführt hat, sich daraus eine Tendenz ergibt, sie dann anders zu machen. Auch können wir Marbe darin Recht geben, daß viele physiologische Verhältnisse sich dauernd verändern, und daß daher die Wiederholung genau identischer Vornahmen ausgeschlossen ist. So wird vielleicht beim Kopf- und Schrift-Spiel derjenige, der die Münze einige Male nur schwach aufgeworfen hat, nun besonders geneigt sein, sie mit stärkerem Antriebe zu größerer Höhe aufzuschleudern. Allein diese Begünstigung eines starken Wurfes wird zunächst für die der Münze erteilte Geschwindigkeit immer noch einen weiten Spielraum offen lassen. Aendern sich aber, wie es bei den Zufalls-Spielen der Fall ist, die Erfolge schon mit sehr geringen Aenderungen der bedingenden Umstände, so wird eine derartige Tendenz eine Begünstigung eines bestimmten Erfolges gar nicht darstellen. Dazu kommt aber weiter, daß ja das einzelne Verhalten, das eine solche Betrachtung zuläßt, für die Erfolge niemals allein bestimmend ist. Vielmehr ergeben sich diese durch das Zusammenwirken zahlreicher verschiedener Faktoren. Denken wir uns also die Vorgänge für den Einzelfall eines Zufalls-Spiels in einer Hinsicht fixiert (etwa festgelegt, daß die

---

[1]) Marbe sagt (S. 259) in etwas zugespitzter Gegenüberstellung, „die mathematische Betrachtung fordere die Unabhängigkeit der Einzelfälle.“ Tatsächlich ist wohl die schulmäßige Behandlung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung überwiegend von der Anschauung beherrscht worden, daß diese Unabhängigkeit ein keineswegs selbstverständliches reales Verhalten bedeute, das in manchen Gebieten gegeben sein, in andern aber auch fehlen könne. Nur war es zunächst nicht möglich, das, worauf es dabei ankommt, in befriedigender Weise klarzulegen. Denn selbstverständlich kann es sich ja nicht darum handeln, daß z. B. beim Würfeln die Bedingungen des einen und anderen Wurfes gänzlich außer Beziehung stehen, wie die Vorgänge zweier getrennter Welten. Das Gemeinte kann vielmehr nur dahin angegeben werden, daß ein bestimmter Erfolg des einen Falles keine Begünstigung für einen bestimmten Erfolg im anderen darstelle, daß also nicht gewisse Kombinationen leichter als andere eintreten können. Auch die Unabhängigkeit der Einzelfälle bedeutet also ein Verhältnis von Möglichkeiten. Und so konnte denn auch die objektive Bedeutung jener Unabhängigkeit ohne die allgemeine Aufklärung des Möglichkeits-Begriffes nicht angegeben werden. Daß es sich aber um irgend ein objektiv definierbares, reales Verhalten handle, das dürfte in der Tat wohl von jeher in größtem Umfange angenommen worden sein.

Münze mit der Geschwindigkeit von 1 m pro Sek. aufgeworfen wird), so wird dabei, zufolge der Variabilität zahlreicher anderer Umstände immer noch für alle Erfolge die gleiche Möglichkeit gegeben sein. Ist aber dies der Fall, so bedeutet auch ein Zusammenhang der Einzelfälle in einer derartigen Hinsicht keine Begünstigung für eine bestimmte Kombination von Erfolgen. Hierzu würde es vielmehr einer Zusammenstimmung überaus zahlreicher ähnlicher Zusammenhänge bedürfen, die mindestens sehr schwer denkbar ist. Je kleiner die Variierungen sind, die zu einer Aenderung des Erfolges genügen, und je weiter wir die Bedingungen in die Vergangenheit zurückverfolgen, um so zahlreicher und mannigfaltiger werden die realen Verhaltungsweisen, die für jeden Einzelerfolg in Betracht kommen, und um so weniger wird etwas Derartiges glaublich erscheinen. Diese Umstände sind es, die uns berechtigen, für ein ideales Zufalls-Spiel (ein solches, bei dem der Erfolg mit unendlich kleinen Variierungen der bedingenden Umstände wechselt) eine Abhängigkeit der Einzelfälle untereinander, somit eine Begünstigung bestimmter Gruppen, schon im Hinblick auf die allgemeine Natur der Gesetze des Geschehens auszuschließen. Aber auch für das reale Zufalls-Spiel stehen die Verhältnisse diesen idealen nahe genug, um die gleiche Betrachtung als sehr wohl begründet gelten zu lassen.

Neben solchen deduktiven Erwägungen kann die Frage der Unabhängigkeit dann auf dem im engeren Sinne empirischen Wege, durch Massenbeobachtungen geprüft werden. Und wir werden auf dieses Verfahren namentlich da angewiesen sein, wo unsere Kenntnisse zu ungenügend sind, um deduktive Betrachtungen ähnlicher Art wie bei den Zufalls-Spielen zu gestatten. Solche Untersuchungen sind mit Bezug auf die Verhältnisse von Knaben- und Mädchen-Geburten schon von Lexis angestellt worden. Marbe selbst legt jetzt ein umfangreiches Material vor, das teils diesen Gegenstand, teils auch die Zufalls-Spiele betrifft. Eine Beurteilung dieses Materials ist hier nicht möglich, und ich muß mich daher eines Urteils darüber enthalten, wie weit es Marbe gelungen ist, seine Lehre vom statistischen Ausgleich zu begründen. Auch ist es nicht notwendig, in dieser Frage bestimmte Stellung zu nehmen; vielmehr möchte ich als Hauptsache gerade das betonen, daß die logische Theorie gar nicht berufen und in der Lage ist, die von Marbe aufgeworfene Frage in unbedingter Weise zu beantworten. Ob in irgend einem Gebiete jene uns beschäftigende Unabhängigkeit besteht oder nicht, ob es sich, um mit Lexis zu reden, um unverbundene oder verbundene Massenerscheinungen handelt, das zu entscheiden, ist Sache der logischen Theorie ebensowenig, wie die Ermittlung, ob in einem uns in concreto vorliegenden Würfel der Schwerpunkt exzentrisch liegt. Immer muß man im Auge behalten, daß die zahlenmäßigen Wahrscheinlichkeits-Berechnungen nicht der erschöpfende und zwingende Ausdruck der gesamten intellektuellen Lage sind, sondern die Folgerung aus irgendwelchen Annahmen, die selbst von realer

Bedeutung sind, und denen daher auch ihrerseits keine mathematische oder logische Evidenz, sondern die bedingte Geltung alles empirischen Wissens zukommt. Ohne Zweifel ist in vielen Fällen die Sicherheit, namentlich für ein annäherndes Zutreffen solcher Voraussetzungen so groß, daß die Möglichkeit eines Irrtums außer Betracht bleiben darf. Und in diesen Fällen sind denn auch die voraussetzungsgemäß berechneten Wahrscheinlichkeiten schlechtweg als maßgebend zu betrachten. Aber es wurde schon im Text betont, daß wir in dieser Hinsicht um so größere Ansprüche machen müssen, je höhere rechnungsmäßige Wahrscheinlichkeiten wir auf jene Voraussetzungen gründen wollen. Es kann zu schweren Täuschungen führen, wenn man diesen Umstand übersicht; eine auf Grund irgend welcher Voraussetzungen berechnete sehr hohe Wahrscheinlichkeit ist ohne Bedeutung, wenn die Voraussetzung, von der ausgegangen wird, selbst nicht sicher ist. Hier ist beachtenswert, daß die Sicherheit jener der Rechnung zugrunde gelegten Voraussetzungen ihrerseits eine zwingende Bewertung nicht gestattet, ein logisches Verhältnis, dessen Gründe oben eingehend und in allgemeiner Weise dargelegt sind (S. 431). Gerade über die Punkte der hier in Frage kommenden Art können denn unter Umständen auch die Meinungen beträchtlich auseinandergehen, ohne daß es angängig wäre, die eine oder die andere als positiv falsch abzulehnen. Ob man also z. B., auch ohne sich auf ein ausgedehntes empirisches Material zu stützen, durch Erwägungen wie die vorhin erwähnten eine Unabhängigkeit der Einzelfälle im realen Zufalls-Spiel für genügend gesichert halten darf, darüber wird sich kaum mit Nutzen streiten lassen. Wollte man in dieser Hinsicht von einer Wahrscheinlichkeits-Theorie oder einer Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung eine bestimmte und zwingende Entscheidung verlangen, so hieße dies sich darüber täuschen, was diese bedeuten und zu leisten vermögen. Nur das darf betont werden, daß jene Annahme oder die Art, wie wir zu ihr gelangen, nichts enthält, was als logisch fehlerhaft grundsätzlich abgelehnt werden dürfte. Wollte also jemand es überhaupt für unzulässig erklären, daß wir eine Erscheinung für möglich, d. h. mit den Wirklichkeits-Gesetzen im Einklang halten, die niemals beobachtet worden ist, so werden wir dem gegenüber darauf hinweisen müssen, daß wir unsere Vorstellungen von den Wirklichkeits-Gesetzen nicht allein auf dem schematischen Wege einer Verallgemeinerung des Beobachteten gewinnen, sondern daß es berechtigt ist, auch allgemeinen Erwägungen über die Formen solcher Gesetze Raum zu geben. Und wäre jemand der Meinung, es müßte dafür, daß wir gewisse Erscheinungen niemals beobachten, unter allen Umständen eine Erklärung, d. h. eine Ableitung aus Wirklichkeits-Gesetzen gefordert werden, so wird man allerdings betonen dürfen, daß sich darin ein Irrtum darüber ausdrückt, was die Gesetzmäßigkeit der Wirklichkeit überhaupt bedeutet, und eine Verkennung der Grenzen, die solchem Erklären gesteckt sind. — Auf der andern Seite wird natürlich

auch derjenige, der jenen deduktiven Erwägungen großes Gewicht beizumessen geneigt ist, nicht außer Acht lassen, daß ihre Sicherheit die bedingte alles empirischen Wissens ist, und daß auch ihnen gegenüber die Erfahrung das letzte Wort behält. Sollte daher aus den Beobachtungen Marbes oder überhaupt durch weitere Erfahrung sich unzweideutig eine regelmäßige Abweichung von dem ergeben, was wir nach der herkömmlichen Betrachtung als wahrscheinlichstes erwarten, so würde dies allerdings eine sehr bemerkenswerte Tatsache sein, die uns hinsichtlich der Wirklichkeits-Gesetze vor recht schwierige Probleme stellen würde. Auch könnte man ja in gewissem Sinne sagen, daß eine vordem gebräuchliche Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung sich als unrichtig herausgestellt habe. Als eine Umwerfung logischer Prinzipien könnte dies aber nur dem erscheinen, der diese in einer ohnehin unhaltbaren Weise aufgefaßt hat. Für eine korrekte Betrachtung würde sich lediglich herausstellen, daß wir uns in einem sachlichen Irrtum befunden haben, einem Irrtum, mit dessen Möglichkeit die Theorie stets rechnen mußte.

Sach-Register.

Berichtigungen.

Seite 25	Zeile 6 v. u.	lies	derjenigen	statt	denen.
„ 64	„ 17 v. u.	„	den	„	die.
„ 329	„ 8 v. o.	„	unter ∂ ein	„	unter ein.

Verlag von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck) in Tübingen.

Emil Lask:

Die Logik der Philosophie und die Kategorienlehre.

Eine Studie über den Herrschaftsbereich der logischen Form.

Gross 8. 1911. M. 6.—. Gebunden M. 7.50.

Heinrich Maier:

Psychologie des emotionalen Denkens.

Lex. 8. 1908. M. 18.—.

Christoph Sigwart:

LOGIK.

2 Bände. 4., durchgesehene Auflage, besorgt von H. Maier.

Band I: **Die Lehre vom Urteil, vom Begriff und vom Schluss.**

Band II: **Die Methodenlehre.**

8. 1911. M. 27.—, in Halbleder gebunden M. 32.—.

KLEINE SCHRIFTEN.

I. Reihe. 2., berichtigte und vermehrte Ausgabe. Zur Geschichte der Philosophie. Biographische Darstellungen. Mit zwei Facsimiles von Giordano Bruno. 1889.

Ermässigter Preis M. 1.50, gebunden M. 2.50.

Inhalt:

Cornelius Agrippa von Nettesheim. — Theophrastus Paracelsus. — Giordano Bruno vor dem Inquisitionsgericht. — Thomas Campanella und seine politischen Ideen. — Johannes Keppler. — Zum Gedächtnis Schleiermachers. — Jakob Schegk. — Beilagen: 1. Giordano Bruno's Handschrift und die Noroffschen Manuskripte. 2. Itinerarium Bruno's. 3. Nachtrag zur Lebensgeschicht. Campanella's.

II. Reihe. 2., unveränderte Ausgabe. Zur Erkenntnislehre und Psychologie. 1889.

Ermässigter Preis M. 1.50, gebunden M. 2.50.

Inhalt:

Ueber die sittlichen Grundlagen der Wissenschaft. — Der Kampf gegen den Zweck. — Ueber die Natur unserer Vorstellungen von räumlichen und zeitlichen Grössen. — Der Begriff des Wollens und sein Verhältnis zum Begriff der Ursache. — Die Unterschiede der Individualitäten. — Ueber die Eitelkeit.

Vorfragen der Ethik.

Zweite Auflage. 8. 1907. Ermässigter Preis M. 1.60.

Die Impersonalien.

Eine logische Untersuchung.

Gr. 8. 1888. Ermässigter Preis M. —.90.

Verlag von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck) in Tübingen.

Wilhelm Windelband:

Präludien.

Aufsätze und Reden zur Einleitung in die Philosophie.

Fünfte, erweiterte Auflage in 2 Bänden.

8. 1915. Band I/II M. 10.—, gebunden M. 14.—.

Die Bände werden nicht einzeln abgegeben.

Inhalt des ersten Bandes.

1. **Was ist Philosophie?** (Ueber Begriff und Geschichte der Philosophie) 1882. 2. **Ueber Sokrates.** (Vortrag) 1880. 3. **Zum Gedächtnis Spinozas.** (An seinem zweihundertjährigen Todestage gesprochen an der Universität Zürich) 1877. 4. **Immanuel Kant.** Zur Säkularfeier seiner Philosophie. (Vortrag) 1881. 5. Nach hundert Jahren. (Zu **Kants** hundertjährigem Todestage) 1904. 6. Aus **Goethes Philosophie.** (Rede aus Anlaß des Straßburger **Denkmals** für den jungen Goethe) 1899. 7. **Goethes** Faust und die Philosophie der Renaissance. (Vortrag) 1904. 8. Schillers transzendentaler Idealismus. (Zu seinem hundertjährigen Todestage) 1905. 9. Ueber Friedrich Hölderlin und sein Geschick. (Vortrag) 1878. 10. Fichtes Geschichtsphilosophie (Vortrag) 1908. 11. Die Erneuerung des Hegelianismus. (Heidelberger Akademierede) 1910. 12. Von der . Zeit. 1910.

Inhalt des zweiten [B]

1. Ueber die gegenwärtige La[ge] der Philosophie. (Vortrag) 1907. und Nachdenken. (Freiburger An 3. Normen und Naturgesetze. 1[8] oder genetische Methode? 1883. Naturwissenschaft. (Straßburge[r] 1894 6. Vom Prinzip der Moral. . . 7. Mitleid und Mitfreude. (Vortrag) . . 8. mismus und Wissenschaft. (Vortra[g] 876. 9. Ueb[er] Wesen und Wert der Tradition . . Kulturleben (Vortrag) 1908. 10. Bildungsschichten und Kultureinheit. 1908. 11. Kulturphilosophie und transzendentaler Idealismus. 1910. 12. Das Heilig[e]. (Skizze zur Religionsphilosophie) 1902. 13. S[ub] specie aeternitatis. (Eine Meditation) 1883.

Das Heilige.

Skizze zur Religionsphilosophie.

(Aus Präludien II) Feldpostausgabe 8. 1916. 40 Pfg.

Lehrbuch der Geschichte der Philosophie

Siebente, unveränderte Auflage.

Gross 8. 1916. M. 12.50. Gebunden M. 16.—.

Die Prinzipien der Logik

(Separatabdruck aus Band I der Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften.)

8. 1913. M. 2.—, gebunden M. 3.—.

Die Lehren vom Zufall

8. 1870. M. 1.50.

Ueber Willensfreiheit

Zwölf Vorlesungen.

Erste Auflage 1904. Zweite, unveränderte Auflage 1905.

8. M. 3.60, gebunden M. 4.50.

Die Philosophie

im deutschen Geistesleben des XIX. Jahrhunderts.

Zweite, durchgesehene Auflage

8. 1909. M. 2.—, gebunden M. 2.80.

Vom System der Kategorien.

(Aus den „Philosophischen Abhandlungen“ für Christoph Sigwart.)

Gross 8. 1900. M. —.60.

Fichtes Idee des deutschen Staates.

8. 1890. M. 1.—.

Druck von H. Laupp jr in Tübingen.



COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
1010653600

